Arquitetura e Organização de Computadores

Introdução aos Sistemas de Numeração

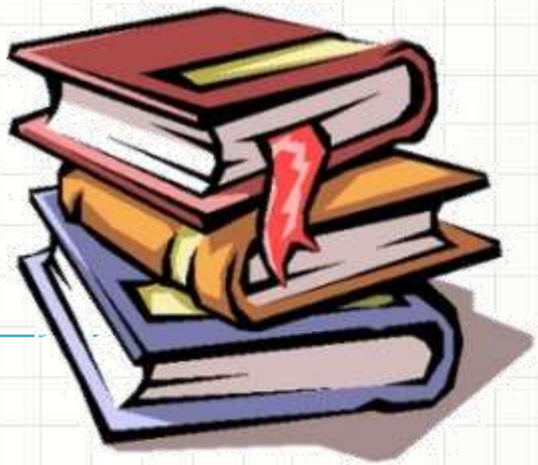
Prof. Dr. Daniel Caetano

2011 - 2

Visão Geral

1. Representações Numéricas
2. Notação Posicional
3. Notação Binária
4. Conversões de Base B/D

Material de Estudo



Material	Acesso ao Material
Notas de Aula	http://www.caetano.eng.br/aulas/aoc/ (Aula 2)
Apresentação	http://www.caetano.eng.br/aulas/aoc/ (Aula 2)
Material Didático	-
Arquitetura e Organização dos Computadores	Biblioteca Virtual, páginas 289 a 292.

Objetivos

- Apresentar o que é uma base de numeração
- Apresentar o conceito de notação posicional
- Apresentar a notação binária
- Capacitar para a conversão de números entre base binária e decimal

- **GRUPOS**?
  – Até o fim da aula!

Introdução

Introdução

- Computador: sinais elétricos
- Números formados por 0s e 1s

  ...0010110011001011110110111000b

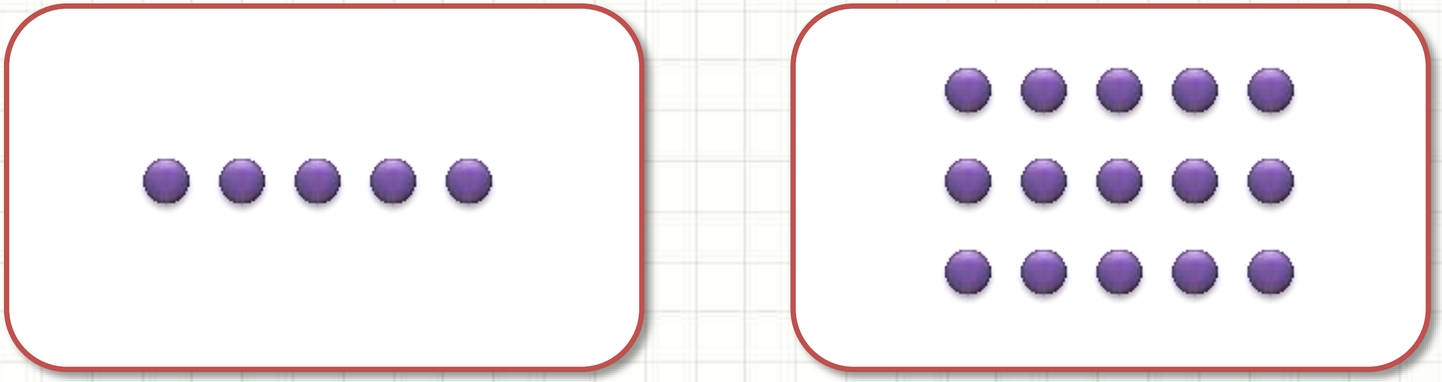
- Não vamos escrever assim com frequência!
- Mas é preciso entender esse números!
- Conveniente familiaridade com conversões numéricas

Representações Numéricas

Representações Numéricas

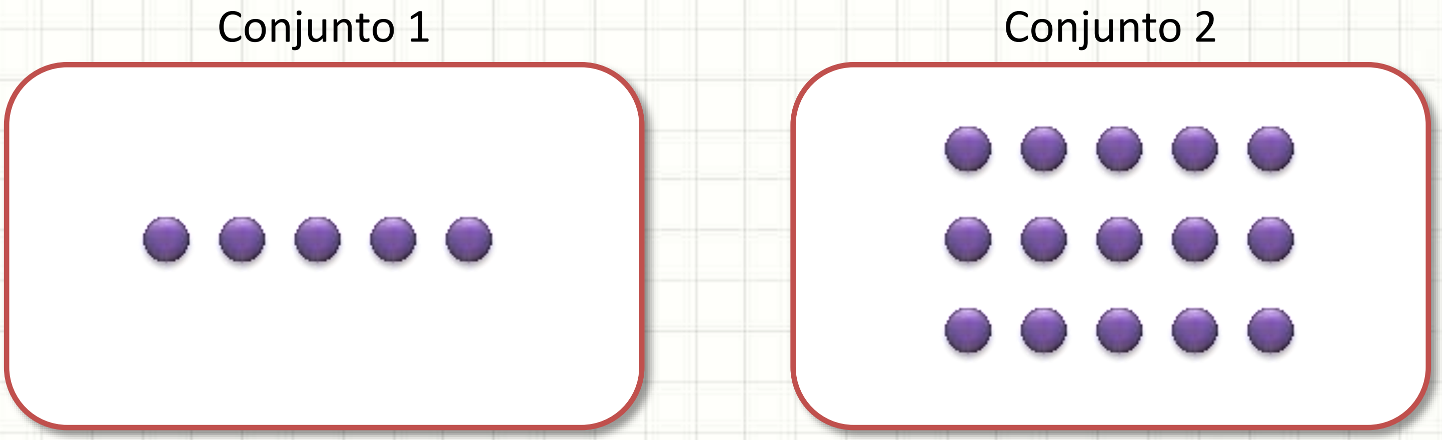
- Diferenciar: Números x Quantidades
- Quantidade de Elementos
  - Contagem de um conjunto
  - Pode-se comparar quantidades, mesmo sem nomeá-las

Conjunto 1 Conjunto 2



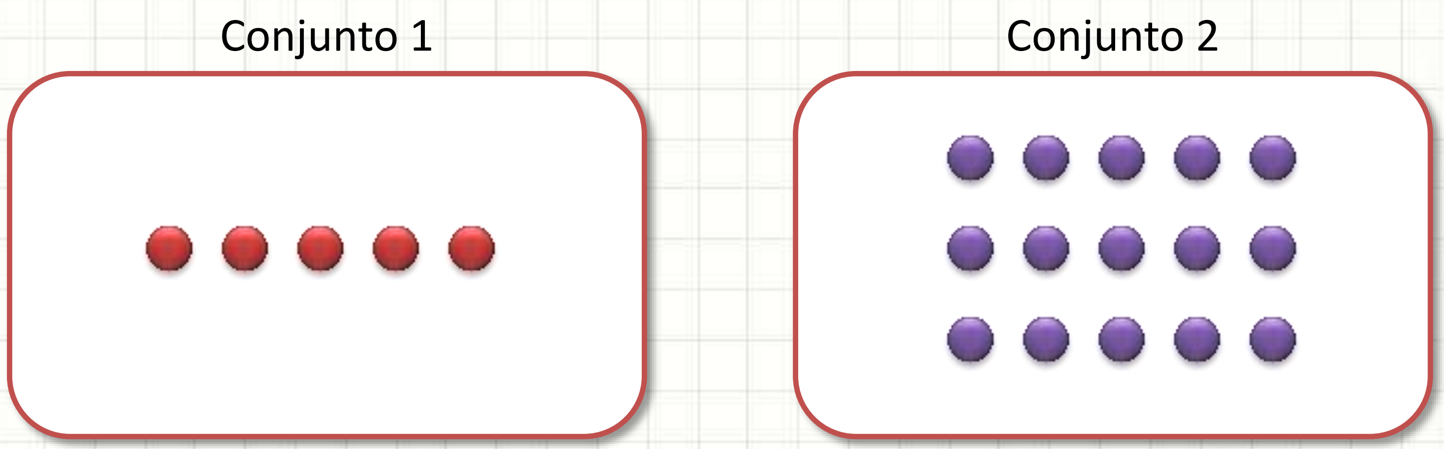
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades



Representações Numéricas

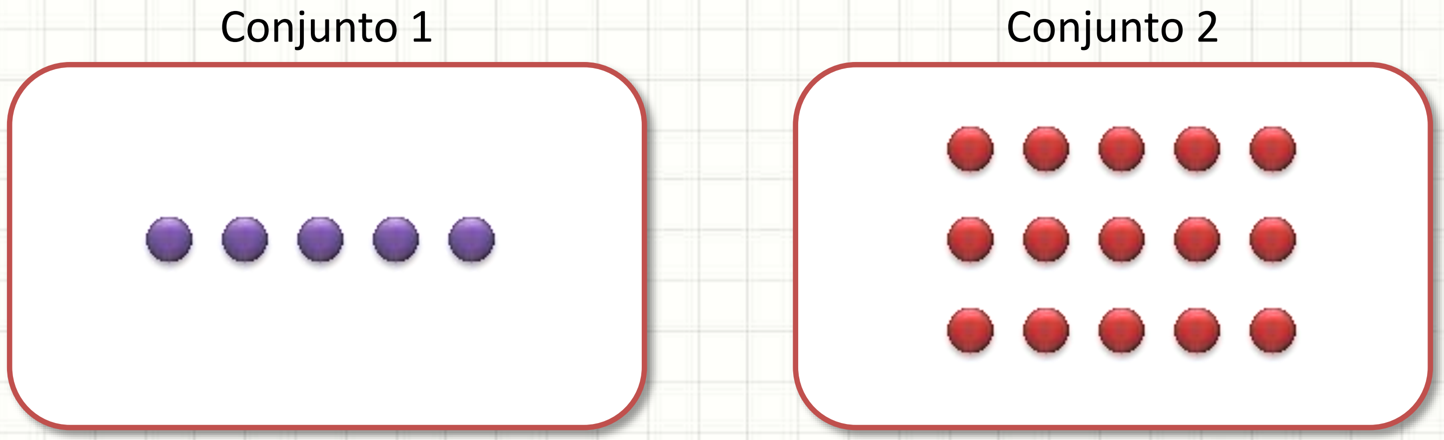
- Números: representações convenientes para as quantidades



- O <u>Conjunto 1</u> tem **5** bolinhas

Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

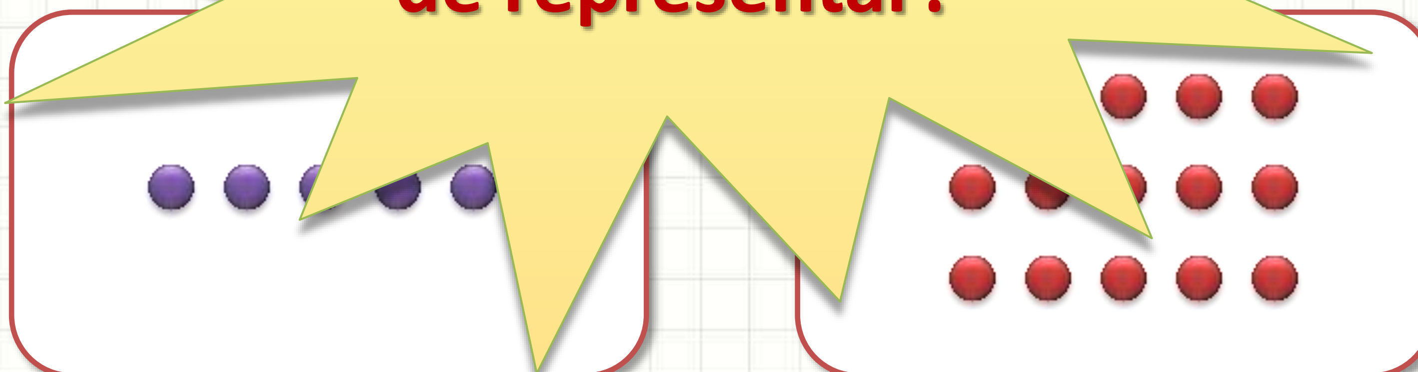


- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

Representações Numéricas

- Números ... entes para as q...

Esta é a única forma de representar?



- O <u>Conjunto 1</u> tem 5 bolinhas
- O <u>Conjunto 2</u> tem **15** bolinhas

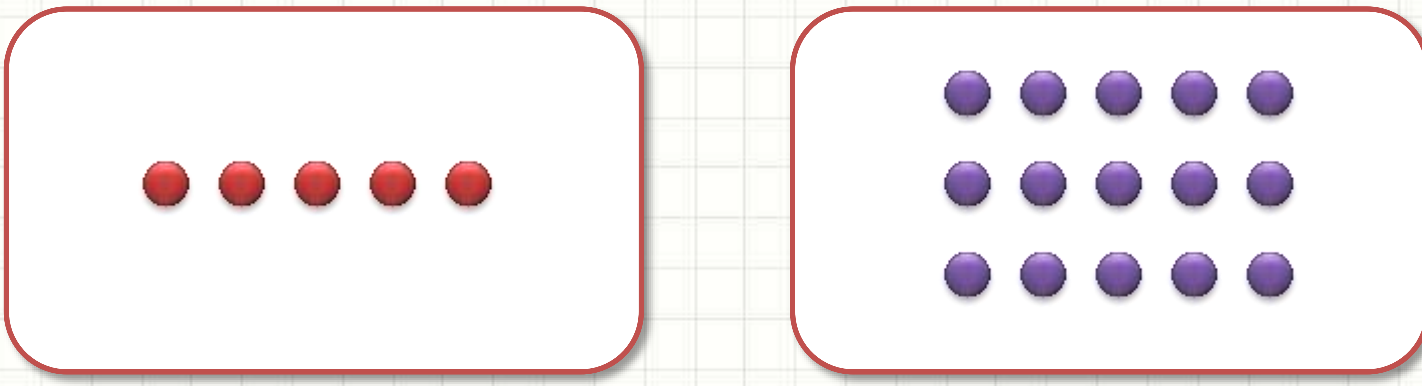
Representações Numéricas

- Não é única...
- ...nem foi a primeira!
- **Representação decimal com numerais hindu-arábicos**
- Há outras formas de representar?
- Sem dúvida...
  - Por exemplo, numerais romanos
  - Uso de letras para representar quantidades:
  - I, V, X, L C, M...

Representações Numéricas

- Representação numérica romana

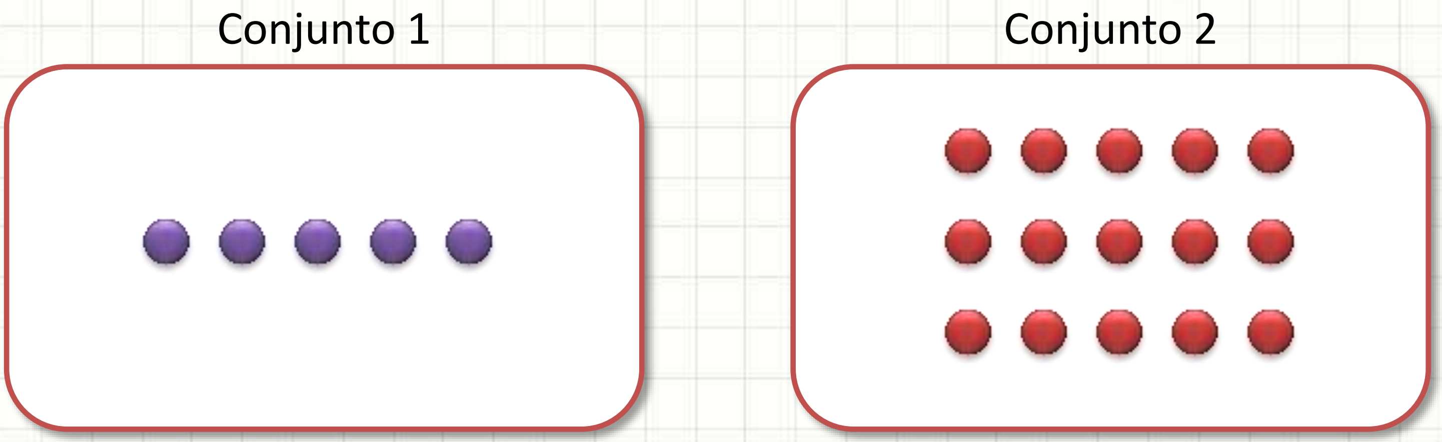
Conjunto 1 Conjunto 2



- O <u>Conjunto 1</u> tem **V** bolinhas

Representações Numéricas

- Representação numérica romana



- O Conjunto 1 tem V bolinhas
- O Conjunto 2 tem **XV** bolinhas

Representações Numéricas

- Contagem de 0 a 15 em várias bases

Base	Representação															
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Romana	-	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

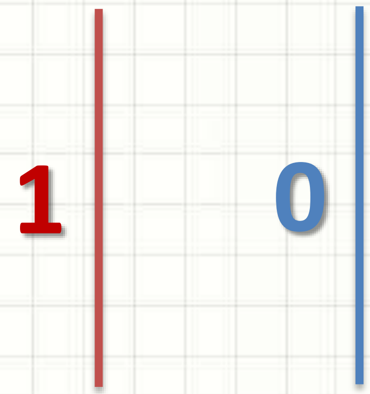
- Em cada coluna, várias representações da **mesma** quantidade!

Representações Numéricas

- Por que essa confusão toda?
- Algumas representações são muito antigas, mas se mostraram inadequadas para realizar cálculos
- Assim, foram substituídas pela base decimal com numerais hindu-arábicos...
- Por que base decimal? Bem, temos 10 dedos nas mãos, e podemos contar até 10 com eles...
- ...essa é a base natural dos seres humanos

Representações Numéricas

- No caso dos computadores...
- Temos de representar números com **<u>fios</u>**
- Um fio tem dois estados
  - Passa corrente...
  - ...ou não passa corrente



- Essa é a chamada **representação binária**
- Cada dígito binário, chamado **bit**, é representado por um fio no circuito

Representações Numéricas

- **Base**: indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Base binária é desajeitada!
- Base decimal não tem uma relação direta!

Representações Numéricas

- **Base**: indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Por isso usamos outras bases...
- Cada dígito octal corresponde a 3 bits...
- E em hexadecimal corresponde a 4 bits!

Representações Numéricas

- Em eletrônica, é comum usar notação hexadecimal!
- Por exemplo, suponha que um mouse esteja na "porta 2F8" (em hexadecimal)
- 2F8 (em hexa) é o mesmo que 1011111000 (em binário)
  - Calma! Veremos essas conversões em uma aula futura!
- Isso significa que, para acionar o mouse, precisamos acionar os seguintes fios:

Fio	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Corrente	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

Representações Numéricas

Fio	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Corrente	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

- Ou seja... No circuito, **apenas** os fios 3, 4, 5, 6, 7 e 9 devem conter corrente e os outros fios devem estar **desativados** para que o mouse seja selecionado

Representações Numéricas

- Convenção de notação numérica
- Números decimais: normalmente
  - 5, 30, 44
- Números binários: com um **b** ao final
  - 101b, 11110b, 101100b
- Números octais: com um ZERO à esquerda
  - 05, 036, 054
- Números Hexadecimais: com **h** ao final ou **0x** na frente
  - 5h, 1Eh, 2Ch **OU** 0x5, 0x1E, 0x2C

Notação Posicional

Notação Posicional

- Principal avanço da notação hindu-arábica decimal com relação à notação romana
- Como realizar a seguinte conta?

$$\begin{array}{r} \text{XIV} \\ \underline{+\text{MCM}} \\ ???? \end{array}$$

Notação Posicional

- A notação posicional permite calcular a quantidade que um número representa
- Por exemplo: que quantidade representa o símbolo **1**?
- Se você respondeu “Um, oras!”... errou feio!
- A reposta correta é “depende!”
- Depende de quê?
- Da posição em que ele aparece no número completo!

Notação Posicional

- Caso o **1** esteja na primeira casa, ele vale **uma unidade**.
- Se estiver na segunda casa, ele vale **uma dezena**...
- Se estiver na terceira casa, ele vale **uma centena**...
- E na quarta casa ele vale **uma unidade de milhar**...
- E assim por diante!
- 1 : Um
- 10 : Dez
- 100 : Cem
- 1000 : Mil
- 1101 : Mil cento e um

Notação Posicional

- Observe que 1101 pode ser escrito assim:

$$1101 = 1000 + 100 + 1$$

- Observe outros exemplos:

$$12345 = 10000 + 2000 + 300 + 40 + 5$$

$$4532 = 4000 + 500 + 30 + 2$$

- Observe que a posição do dígito indica quantos zeros devem ser acrescentados para identificar a quantidade que ele representa!

Notação Posicional

- Vejamos. Considere o número abaixo

$$4532 = 4000 + 500 + 30 + 2$$

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

- Observe: na casa 3, há 3 zeros; na casa 2, há 2 zeros... E assim por diante!
- Isso não ocorre por acaso!

Notação Posicional

- Vamos escrever a tabela anterior de maneira um pouco diferente:

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Observe que o expoente do “10” é exatamente o número da posição!
- Por que “10”? Porque a base é **decimal** e temos 10 símbolos para representar cada dígito.

Notação Posicional

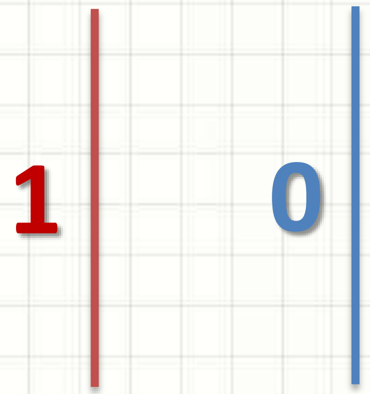
- A base **binária** usa dois símbolos para cada dígito: 0, 1
- A base **octal** usa oito símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- A base **decimal** usa dez símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- A base **hexadecimal** usa dezesseis símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...?

A, B, C, D, E, F !

A Notação Binária

Notação Binária

- Computadores: números representados com estado elétrico dos **fios**
- Um fio tem dois estados
  - Passa corrente...
  - ...ou não passa corrente



- Cada fio representa um dígito binário, chamado **bit**
- 1 bit tem dois valores possíveis: 0 e 1

Notação Binária

- E com 2 bits?

  00b, 01b, 10b, 11b... 4 valores.

- E com 3 bits?

  000b, 001b, 010b, 011b, 100b, 101b, 110b, 111b... 8 valores

- E com 4 bits?

  0000b, 0001b, 0010b, 0011b, 0100b, 0101b, 0110b, 0111b,
  1000b, 1001b, 1010b, 1011b, 1100b, 1101b, 1110b, 1111b...
  ...são 16 valores

- **Número de bits** = **número de dígitos binários**

Notação Binária

- Quantos valores represento com **n** bits?
- Regra prática!
  - Número de valores = 2^n

- Exemplo:
  - 8 bits → $2^8 = 256$
  - 10 bits → $2^{10} = 1024$ (1 KB)
  - 16 bits → $2^{16} = 65.536$ (64 KB)
  - 32 bits → $2^{32} = 4.294.967.296$ (4 GB)

- **8 bits** = **1 byte**

Conversões B/D

Qual a Quantidade?

- Nossa base natural é a base 10; assim, nossas contagens são decimais
- Como converter um número binário para um valor de contagem em decimal?
- Vejamos... Podemos interpretar um número – 1537, por exemplo – da seguinte forma:

$$1537 = 1*10^3 + 5*10^2 + 3*10^1 + 7*10^0$$

Qual a Quantidade?

- Colocando na tabela, teríamos o seguinte:

Casa	3	2	1	0
Dígito	1	5	3	7
Quantidade	1×10^3	5×10^2	3×10^1	7×10^0

- Lembrando que usamos potências de 10 porque lidamos com números decimais
- O que será que obtemos se fizermos parecido com um número binário, usando potencias de 2?

Qual a Quantidade?

- 1537 decimal ficou assim:

Casa	3	2	1	0
Dígito	1	5	3	7
Quantidade	1×10^3	5×10^2	3×10^1	7×10^0

- 1101b (binário) ficaria assim:

Casa	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1×2^3	1×2^2	0×2^1	1×2^0

- $1101 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \mathbf{13}$
- Ou seja: **1101b** = **13**

Tabela B→D para 4 bits

Binário	Decimal
0000b	0
0001b	1
0010b	2
0011b	3
0100b	4
0101b	5
0110b	6
0111b	7

Binário	Decimal
1000b	8
1001b	9
1010b	10
1011b	11
1100b	12
1101b	13
1110b	14
1111b	15

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5	4	3	2	1	0
Multiplicador	**32***	**16***	**8***	**4***	**2***	**1***
Dígito	1	0	1	0	1	1

* Esse número é 2^n, onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5		3		1	0
Multiplicador	**32***		**8***		**2***	**1***
Dígito	1		1		1	1

* Esse número é 2^n, onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5		3		1	0
Multiplicador	**32***		**8***		**2***	**1***
Dígito	1		1		1	1

* Esse número é 2^n, onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero
- Some os multiplicadores que sobraram!

$$32 + 8 + 2 + 1 = \mathbf{43}$$

Conversão D→B

- Regra Prática:
  1. Divida o número sucessivamente por 2, construindo o número binário **da direita para a esquerda**
  2. Se a divisão for exata, acrescente 0 à esquerda do número binário
  3. Se a divisão for “quebrada”, acrescente 1 à esquerda do número binário e “jogue fora” a parte fracionária
  4. Repita até que o valor a dividir seja 0
- Observe!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1b

- 13/2 = 6,5 **Fracionário!**

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

01b

- 13/2 = 6,5
- 6/2 = 3,0 **Exato!**

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

101b

- 13/2 = 6,5
- 6/2 = 3,0
- 3/2 = 1,5

Fracionário!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- 13/2 = 6,5
- 6/2 = 3,0
- 3/2 = 1,5
- 1/2 = 0,5 **Fracionário!**

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- 13/2 = 6,5
- 6/2 = 3,0
- 3/2 = 1,5
- 1/2 = 0,5
- 0 **Fim!**

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- 13/2
- 6/2
- 3/2
- 1/2
- 0

13 = 1101b

Entrega dos Grupos de Trabalho

Conclusões

Resumo

- Números representam quantidades
- Há diferentes formas de representação de quantidades
- Computadores armazenam quantidades em representação binária
- É possível converter números em quantidades e quantidades em números

- **TAREFA PARA PRÓXIMA AULA**
  - **Estudar!**

Próxima Aula

- Existe apenas a base binária?
  - O que é a tal da base hexadecimal?
  - E se eu precisar fazer contas com números em outra base?

PERGUNTAS?

Bom Descanso a Todos!