

ARQUITETURA E ORGANIZAÇÃO DE COMPUTADORES

INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Prof. Dr. Daniel Caetano

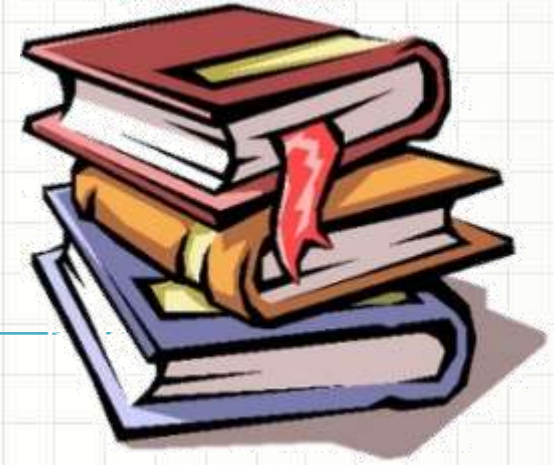
2012 - 2

Objetivos

- Apresentar o que é uma base de numeração
- Apresentar o conceito de notação posicional
- Apresentar a notação binária
- Capacitar para a conversão de números entre base binária e decimal
- **GRUPOS?**
 - Até o fim da aula!



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Notas de Aula

<http://www.caetano.eng.br/>
(Aula 2)

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>
(Aula 2)

Material Didático

-

Arquitetura e
Organização dos
Computadores

Biblioteca Virtual, páginas 289 a 292.



ALTERAÇÃO NO PLANO DE AULA

Plano de Aula

- 19/07 – 1. Apresentação
- 26/07 – 2. Sist. Numeração
- 02/08 – Exercícios
- 09/08 – 2. Rev. Sist. Numeração
- 16/08 – 3. Sist. Numeração
- 23/08 – 4. Sist. Numeração
- 30/08 – 5. Sist. Numeração / **P0**
- 06/09 – 7. Memória
- 13/09 – 8. Barramento
- 20/09 – Revisão/Res. Lista 1
- 27/09 – **P1** (AV1)
- 04/10 – 8. E/S
- 11/10 – 9. Sist. Operacionais
- 18/10 – 10. Unidade de Proc.
- 25/10 – 11. Unidade de Proc.
- 01/11 – 12. Org. Paralela
- 08/11 – 13. Org. Paralela
- **15/11 – FERIADO**
- 22/11 – 14. RISC/CISC / Res.Lista 2
- 29/11 – **P2**
- 06/12 – Revisão de Nota - P2
- 13/12 – **P3**



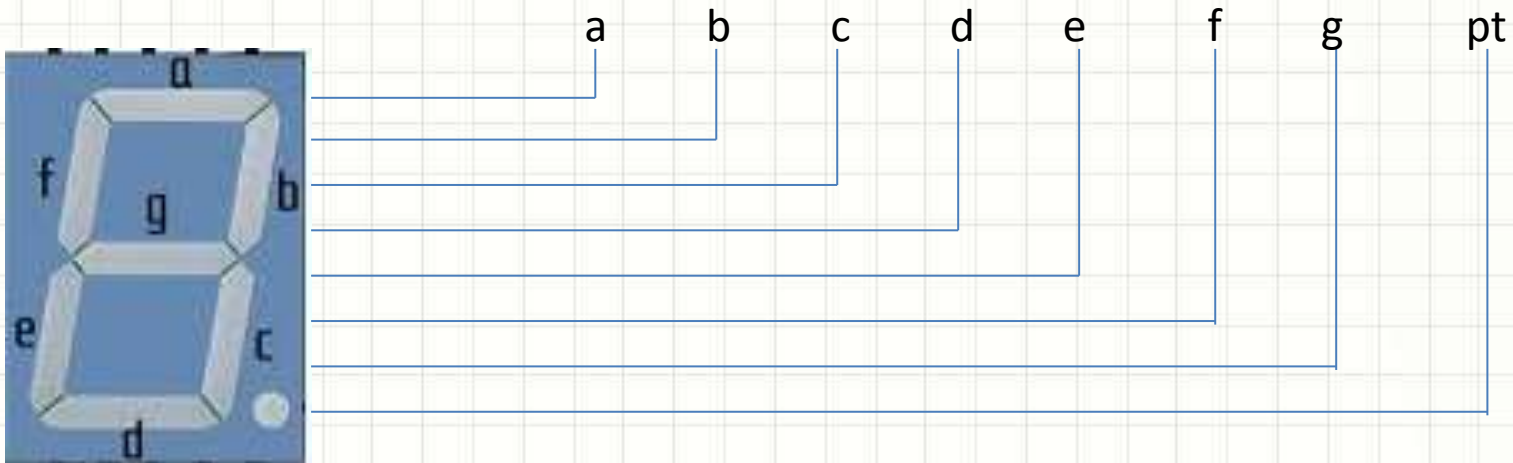
INTRODUÇÃO

Introdução

- Computador: sinais elétricos
- Números formados por 0s e 1s
...0010110011001011110110111000b
- O que esse número significa?
- Depende de **interpretação**
- Depende de **convenção**

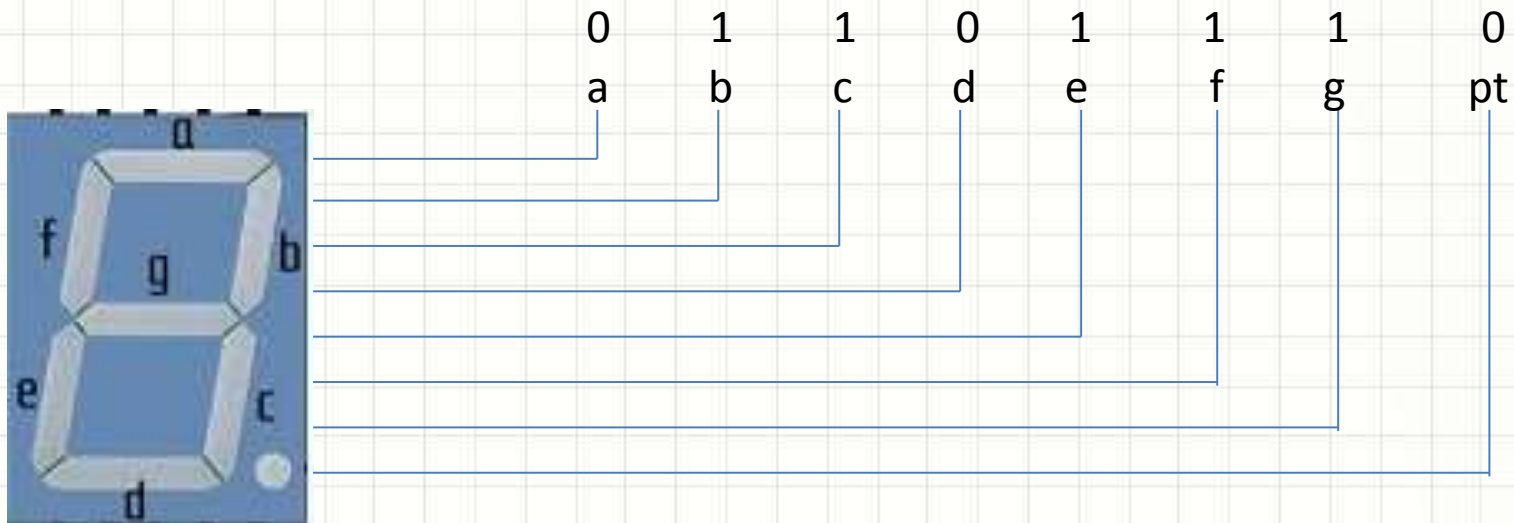
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



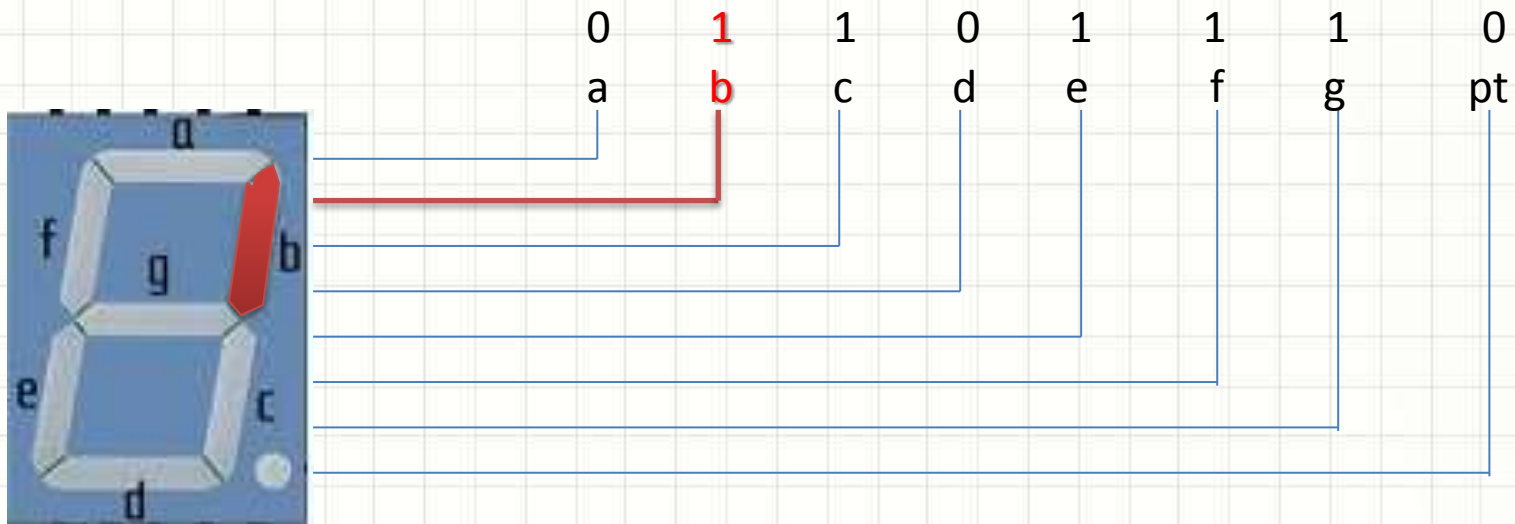
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



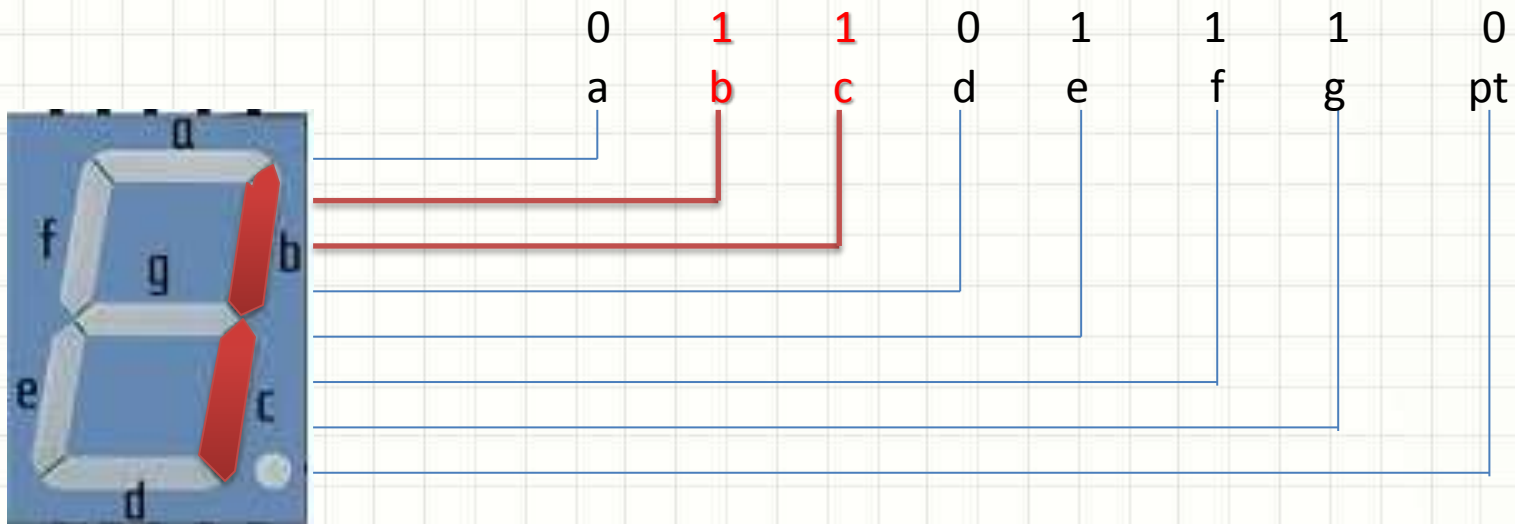
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



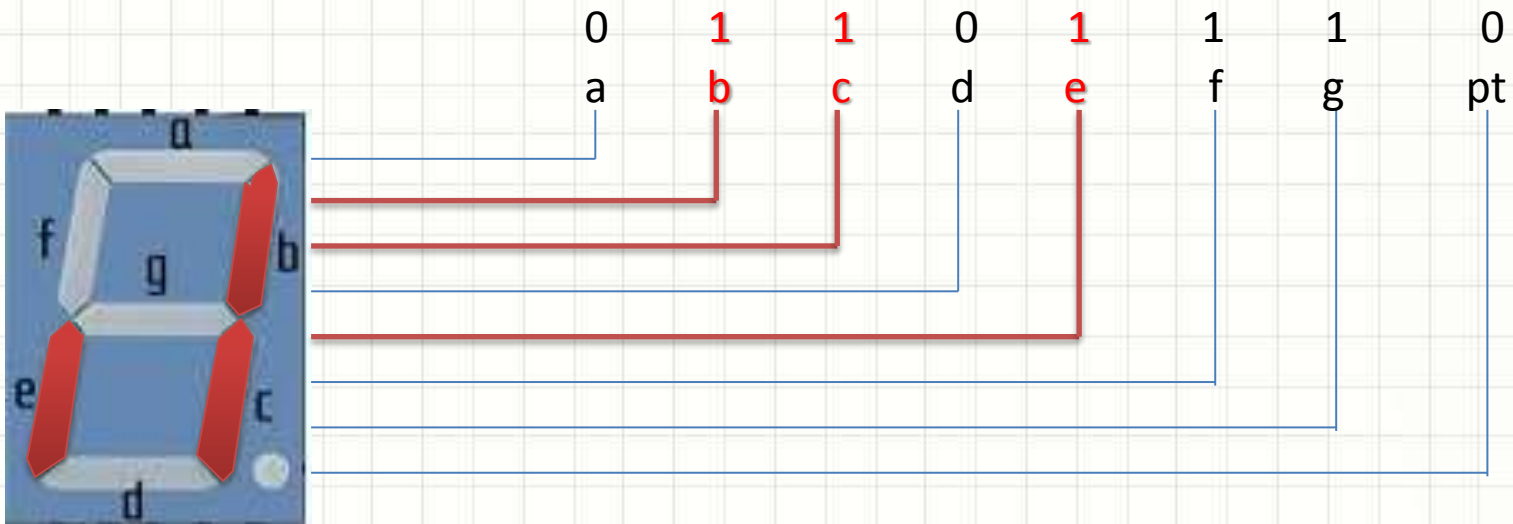
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



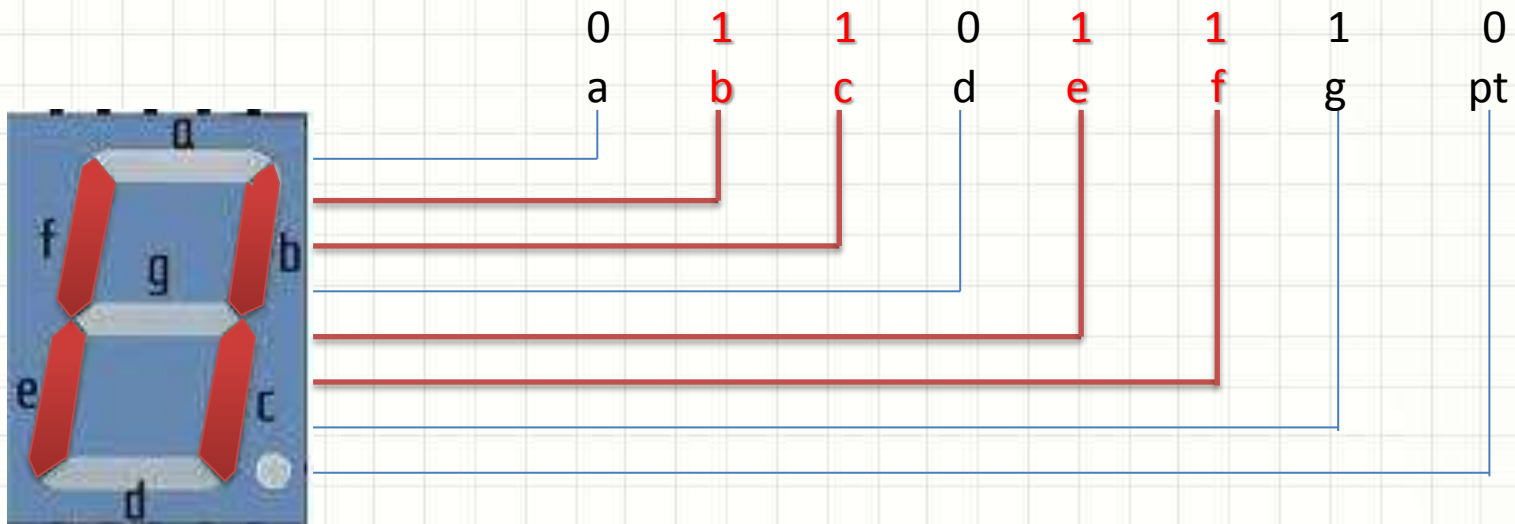
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



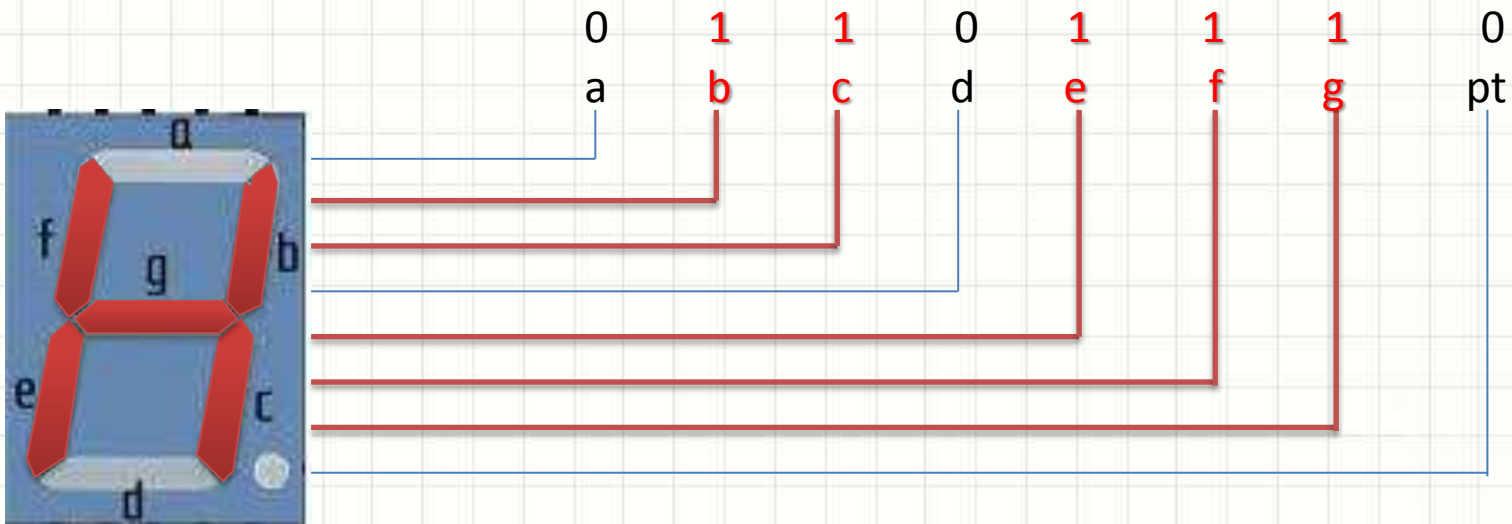
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



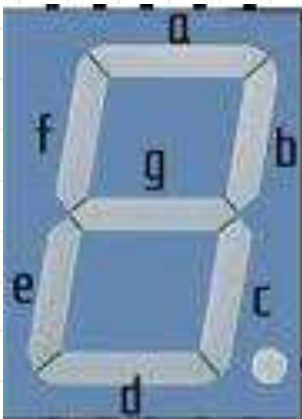
Introdução

- Por exemplo... O que significa 01101110b?



Introdução

- Outros exemplos...



a	b	c	d	e	f	g	
1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	2
1	1	1	1	0	0	1	3
0	1	1	0	0	1	1	4
1	0	1	1	0	1	1	5
1	0	1	1	1	1	1	6
1	1	1	0	0	0	0	7
1	1	1	1	1	1	1	8
1	1	1	1	0	1	1	9

Introdução

- Essa representação é boa para indicar números no display...
- Mas será que ela é boa sempre?
- Vamos entender as representações numéricas...

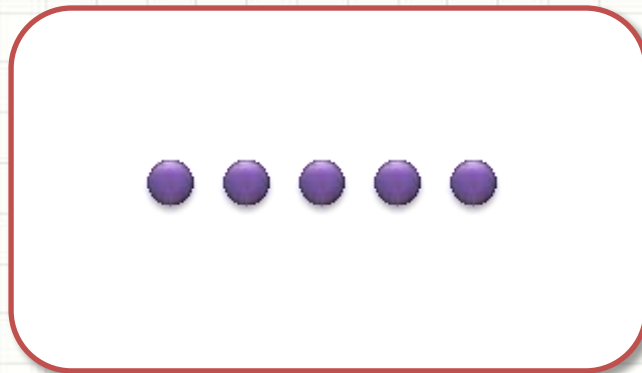


REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS

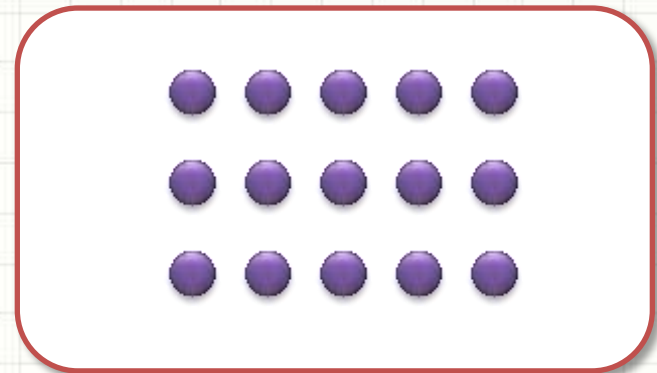
Representações Numéricas

- Diferenciar: Números x Quantidades
- Quantidade de Elementos
 - Contagem de um conjunto
 - Pode-se comparar quantidades, mesmo sem nomeá-las

Conjunto 1



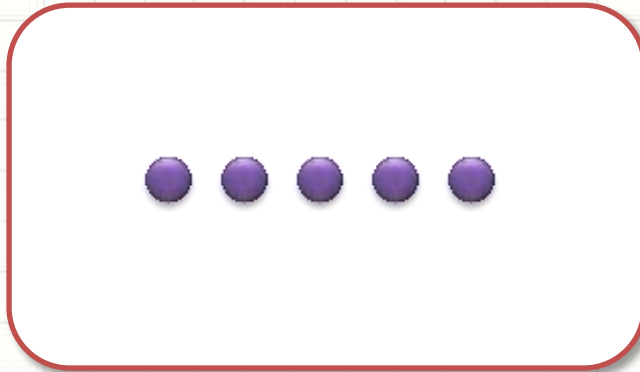
Conjunto 2



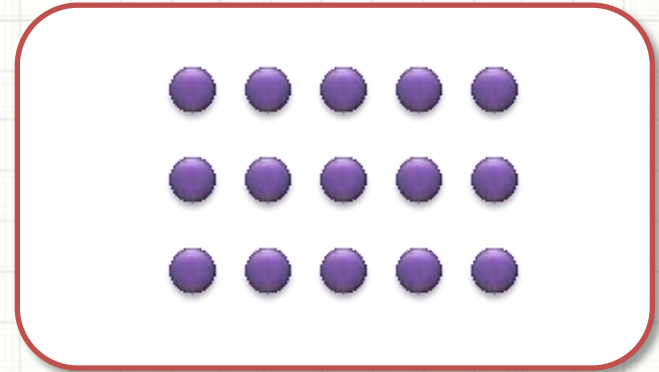
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



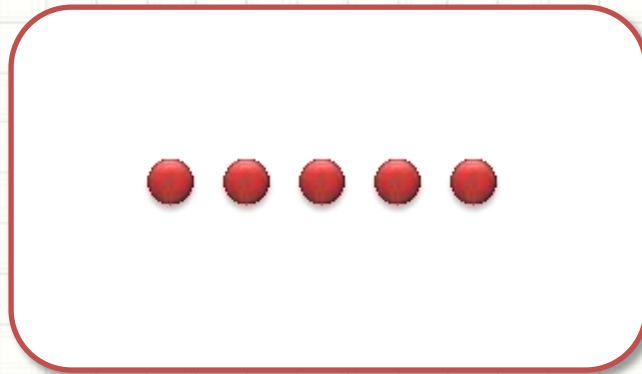
Conjunto 2



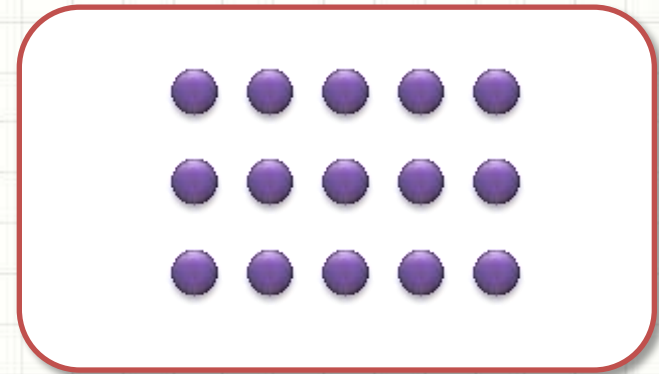
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2

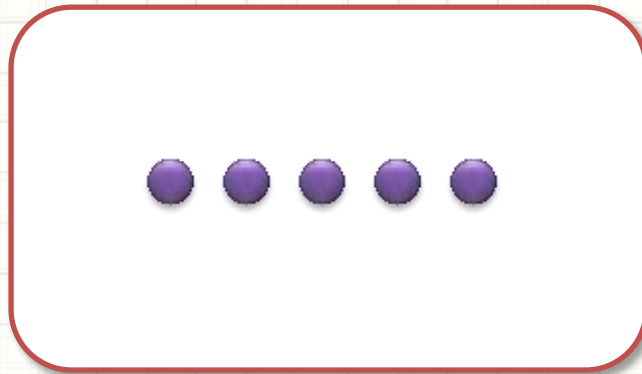


- O Conjunto 1 tem **5** bolinhas

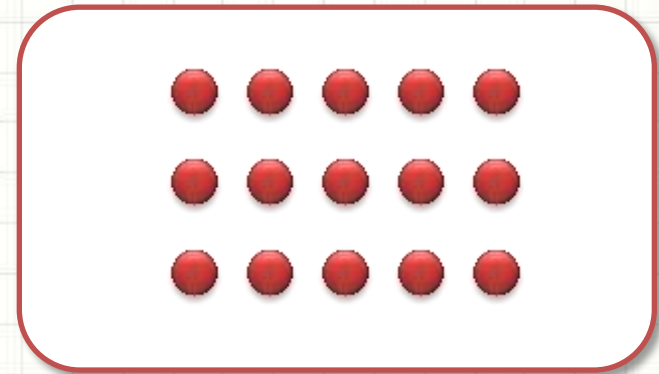
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

Representações Numericas

- Números são representados de diferentes formas para as crianças

Esta é a única forma de representar?



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

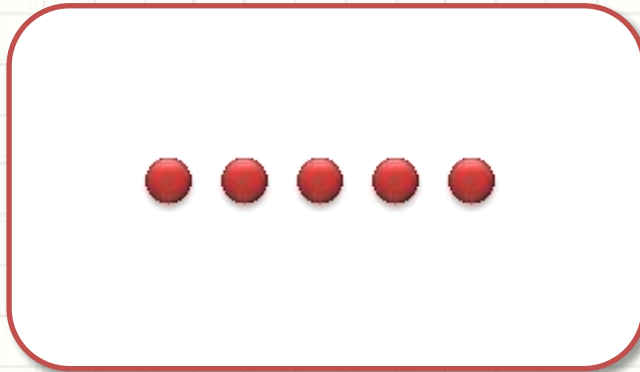
Representações Numéricas

- Não é única...
- ...nem foi a primeira!
- **Representação decimal com numerais hindu-arábicos**
- Há outras formas de representar?
- Sem dúvida...
 - Por exemplo, numerais romanos
 - Uso de letras para representar quantidades:
 - I, V, X, L C, M...

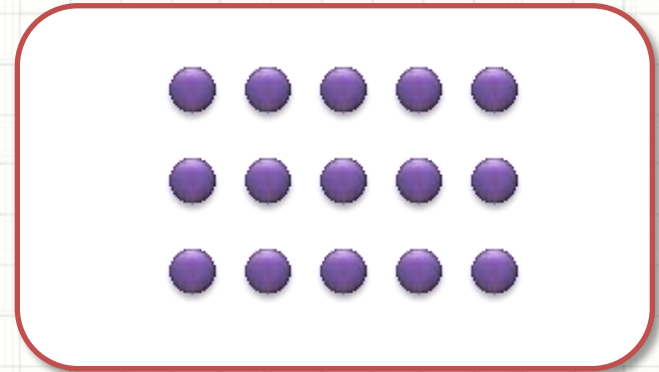
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2

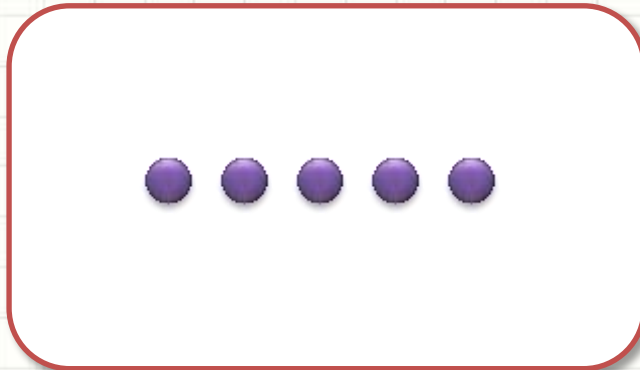


- O Conjunto 1 tem **V** bolinhas

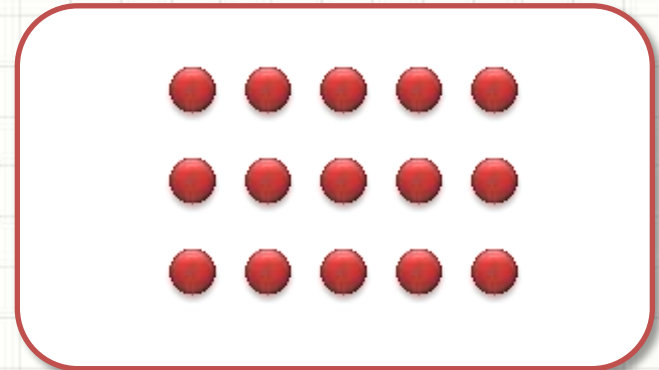
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem V bolinhas
- O Conjunto 2 tem **XV** bolinhas

Representações Numéricas

- Contagem de 0 a 15 em várias bases

Base	Representação															
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Romana	-	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Em cada coluna, várias representações da **mesma** quantidade!

Representações Numéricas

- Por que essa confusão toda?
- Algumas representações são muito antigas, mas se mostraram inadequadas para realizar cálculos
- Assim, foram substituídas pela base decimal com numerais hindu-arábicos...
- Por que base decimal? Bem, temos 10 dedos nas mãos, e podemos contar até 10 com eles...
- ...essa é a base natural dos seres humanos

Representações Numéricas

- No caso dos computadores...
- Temos de representar números com **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente



- Essa é a chamada **representação binária**
- Cada dígito binário, chamado **bit**, é representado por um fio no circuito

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Base binária é desajeitada!
- Base decimal não tem uma relação direta!

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Por isso usamos outras bases...
- Cada dígito octal corresponde a 3 bits...
- E em hexadecimal corresponde a 4 bits!

Representações Numéricas

- Em eletrônica, é comum usar notação hexadecimal!
- Por exemplo, suponha que um mouse esteja na “porta 2F8” (em hexadecimal)
- 2F8 (em hexa) é o mesmo que 1011111000 (em binário)
 - Calma! Veremos essas conversões em uma aula futura!
- Isso significa que, para acionar o mouse, precisamos acionar os seguintes fios:

Fio	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Corrente	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

Representações Numéricas

Fio	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Corrente	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

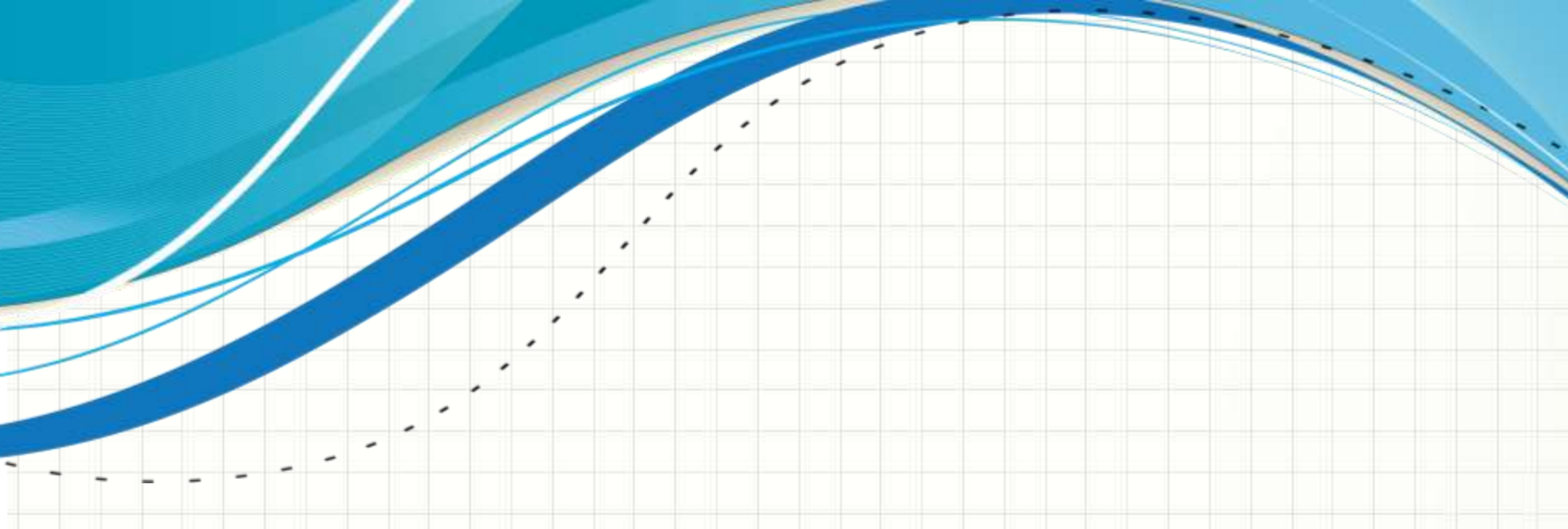
- Ou seja... No circuito, **apenas** os fios 3, 4, 5, 6, 7 e 9 devem conter corrente e os outros fios devem estar **desativados** para que o mouse seja selecionado
- **Sempre contamos os dígitos da esquerda para a direita!**

Representações Numéricas

- Convenção de notação numérica
- Números decimais: normalmente
 - 5, 30, 44
- Números binários: com um **b** ao final
 - 101b, 11110b, 101100b
- Números octais: com um ZERO à esquerda
 - 05, 036, 054
- Números Hexadecimais: com **h** ao final ou **0x** na frente
 - 5h, 1Eh, 2Ch **OU** 0x5, 0x1E, 0x2C

Representações Numéricas

- Mas por que essas notações são melhores que outras?
- Basicamente, por que elas permitem que sejam realizados **cálculos** com um mínimo de esforço!
- Por quê?



NOTAÇÃO POSICIONAL

Notação Posicional

- Principal avanço da notação hindu-arábica decimal com relação à notação romana
- Como realizar a seguinte conta?

$$\begin{array}{r} \text{XIV} \\ +\text{MCM} \\ \hline \text{????} \end{array}$$

Notação Posicional

- A notação posicional permite calcular a quantidade que um número representa
- Por exemplo: que quantidade representa o símbolo **1**?
- Se você respondeu “Um, oras!”... errou feio!
- A resposta correta é “depende!”
- Depende de quê?
- Da posição em que ele aparece no número completo!

Notação Posicional

- Observe o número 1537...
- O que ele significa, em termos de contagem?

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
1	5	3	7

- $1 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7 \times 1$
- Observe que o **valor de contagem** de cada símbolo (algarismo) **depende da posição**

Notação Posicional

- Por exemplo... caso o **1** esteja na primeira casa, ele vale **uma unidade**.
- Se estiver na segunda casa, ele vale **uma dezena**...
- Se estiver na terceira casa, ele vale **uma centena**...
- E na quarta casa ele vale **uma unidade de milhar**...
- E assim por diante!
- 1 : Um
- 10 : Dez
- 100 : Cem
- 1000 : Mil
- 1101 : Mil cento e um

Notação Posicional

- Vejamos. Considere o número abaixo

$$4532 = 4000 + 500 + 30 + 2$$

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

- Observe: na casa 3, há 3 zeros; na casa 2, há 2 zeros... E assim por diante!
- Isso não ocorre por acaso!

Notação Posicional

- Vamos escrever a tabela anterior de maneira um pouco diferente:

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4x 1000	5x 100	3x 10	2x 1

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

Notação Posicional

- Observe essa tabela...

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Qual a relação entre **casa**, **dígito** e **quantidade**?
- Observe que o expoente do “10” é exatamente o número da “casa”, ou seja, da posição!
- Por que “10”? Porque a base é **decimal** e temos 10 símbolos para representar cada dígito.

Notação Posicional

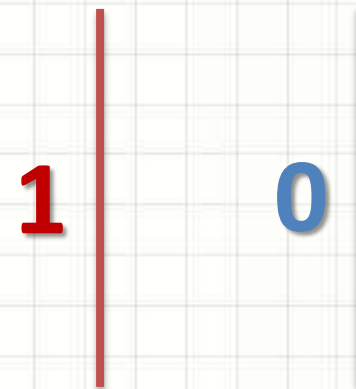
- A base **binária** usa dois símbolos para cada dígito: 0, 1
- A base **octal** usa oito símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- A base **decimal** usa dez símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- A base **hexadecimal** usa dezesseis símbolos para cada dígito: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...?
A, B, C, D, E, F !



A NOTAÇÃO BINÁRIA

Notação Binária

- Como visto anteriormente, em circuitos digitais, números são representados pelo estado elétrico dos **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente
- Cada fio representa um dígito binário, chamado **bit**
- 1 bit tem dois valores possíveis: 0 e 1



Notação Binária

- Mas então com números binários só é possível contar até 1?
- Não... O que fazemos, na base decimal, quando precisamos contar além do 9?
- Em binário também iremos acrescentar uma casa (um fio!) à esquerda...

Notação Binária

- Com 2 bits representa-se...
00b, 01b, 10b, 11b... 4 valores.
- Com 3 bits...
000b, 001b, 010b, 011b, 100b, 101b, 110b, 111b... 8 valores
- Com 4 bits...
0000b, 0001b, 0010b, 0011b, 0100b, 0101b, 0110b, 0111b,
1000b, 1001b, 1010b, 1011b, 1100b, 1101b, 1110b, 1111b...
...são 16 valores
- **Número de bits = número de dígitos binários**

Notação Binária

- Determinados grupos de bits recebem nomes especiais:
- 4 bits: Nibble
- 8 bits: Byte
- 16 bits: Word (palavra)
- 32 bits: Dword (*Double Word* ou palavra dupla)
- 64 bits: Qword (*Quad Word* ou palavra quádrupla)

Notação Binária

- Quantos valores represento com **n** bits?
- Regra prática!
 - Número de valores = 2^n
- Exemplo:
 - 8 bits $\rightarrow 2^8 = 256$
 - 10 bits $\rightarrow 2^{10} = 1024$ (1 KB)
 - 16 bits $\rightarrow 2^{16} = 65.536$ (64 KB)
 - 32 bits $\rightarrow 2^{32} = 4.294.967.296$ (4 GB)



CONVERSÕES B/D

Qual a Quantidade?

- Nossa base natural é a base 10; assim, nossas contagens são decimais
- Como converter um número binário para um valor de contagem em decimal?
- Lembremos de nossa tabela...

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4x 1000	5x 100	3x 10	2x 1
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

Qual a Quantidade?

- Ou seja, podemos interpretar um decimal – 1537, por exemplo – da seguinte forma:

$$1537 = 1 * 10^3 + 5 * 10^2 + 3 * 10^1 + 7 * 10^0$$

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- Em binário, qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 0**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa				"Uns"
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 1**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa			“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 2**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	3	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 3**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade				
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade				1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade			0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade		1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1x 8	1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos fazer isso com o binário?

9

1101b

$$1101b = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

Qual a Quantidade?

- Tabela final...

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1x 8	1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade	1 x 2 ³	1 x 2 ²	0 x 2 ¹	1 x 2 ⁰

- Observe que...
- $1101 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \mathbf{13}$
- Ou seja: $\mathbf{1101b = 13}$

Compare...

- Decimal

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Binário

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1×2^3	1×2^2	0×2^1	1×2^0

- Que tal uma regra prática, agora?

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5	4	3	2	1	0
Multiplicador	32*	16*	8*	4*	2*	1*
Dígito	1	0	1	0	1	1

* Esse número é 2^n , onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5		3		1	0
Multiplicador	32*		8*		2*	1*
Dígito	1		1		1	1

* Esse número é 2^n , onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Casa	5		3		1	0
Multiplicador	32*		8*		2*	1*
Dígito	1		1		1	1

* Esse número é 2^n , onde n é o número da casa. Por exemplo: $32 = 2^5$

- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero
- Some os multiplicadores que sobraram!

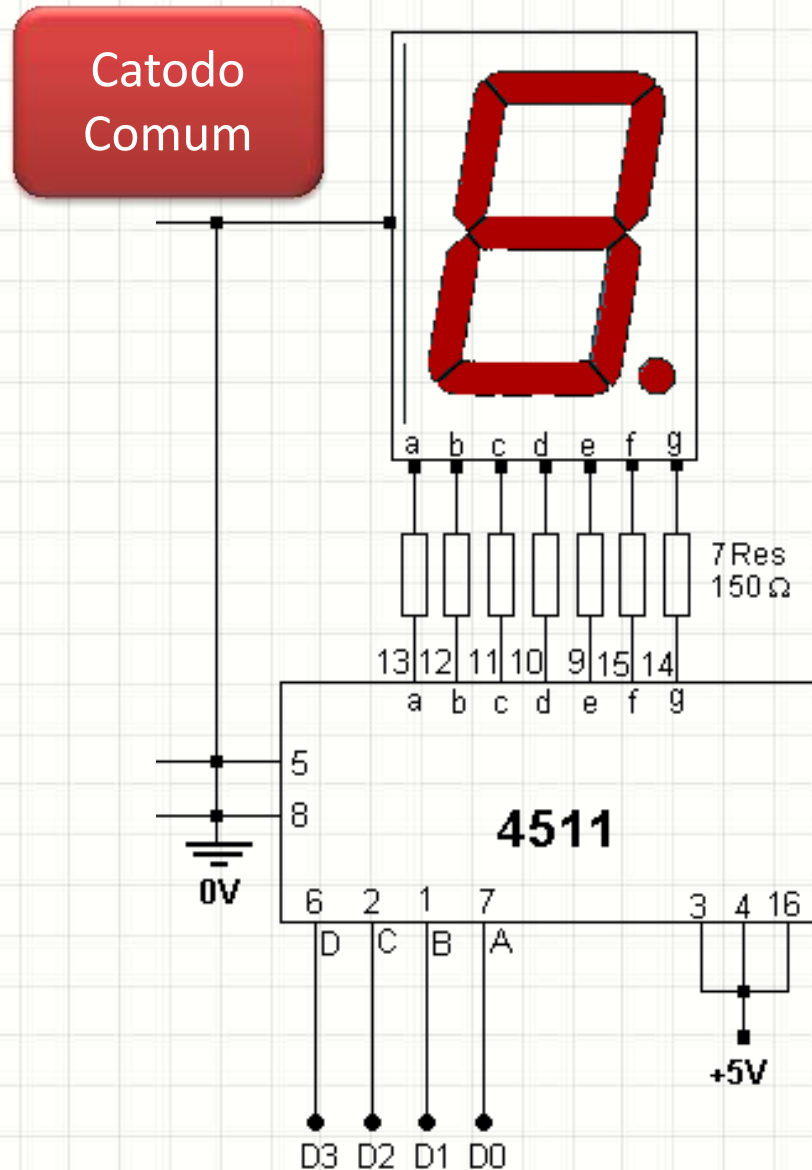
$$32 + 8 + 2 + 1 = \mathbf{43}$$

Tabela Pronta B → D para 4 bits

Binário	Decimal
0000b	0
0001b	1
0010b	2
0011b	3
0100b	4
0101b	5
0110b	6
0111b	7

Binário	Decimal
1000b	8
1001b	9
1010b	10
1011b	11
1100b	12
1101b	13
1110b	14
1111b	15

Decodificador B \rightarrow D para 4 bits (0 a 9)





CONVERSÕES D/B

Conversão $D \rightarrow B$

- Regra Prática:
 1. Divida o número sucessivamente por 2, construindo o número binário **da direita para a esquerda**
 2. Se a divisão for exata, acrescente 0 à esquerda do número binário
 3. Se a divisão for “quebrada”, acrescente 1 à esquerda do número binário e “jogue fora” a parte fracionária
 4. Repita até que o valor a dividir seja 0
- Observe!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1b

- $13/2 = 6,5$ **Fracionário!**

Conversão $D \rightarrow B$

- Regra prática: converter 13 para binário

01b

- $13/2 = 6,5$
- $6/2 = 3,0$

Exato!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

101b

- $13/2 = 6,5$
- $6/2 = 3,0$
- $3/2 = 1,5$

Fracionário!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- $13/2 = 6,5$
- $6/2 = 3,0$
- $3/2 = 1,5$
- $1/2 = 0,5$

Fracionário!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- $13/2 = 6,5$
- $6/2 = 3,0$
- $3/2 = 1,5$
- $1/2 = 0,5$
- 0

Fim!

Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

1101b

- 13/2 = 6,5
- 6/2 = 3
- 3/2 = 1,5
- 1/2 = 0,5
- 0

13 = 1101b



ENTREGA DOS GRUPOS DE TRABALHO



EXERCÍCIO

Exercícios

1. Quantos valores é possível representar com 11 bits?
2. Quantos bits possui um byte?
3. Converta de Binário para Decimal
 - a) 1001b
 - b) 11011b
4. Converta de Decimal para Binário
 - a) 17
 - b) 45



CONCLUSÕES

Resumo

- Números representam quantidades
- Há diferentes formas de representação de quantidades
- Computadores armazenam quantidades em representação binária
- É possível converter números em quantidades e quantidades em números
- **TAREFA PARA PRÓXIMA AULA**
 - Estudar!

Próxima Aula



- Existe apenas a base binária?
 - O que é a tal da base hexadecimal?
 - E se eu precisar fazer contas com números em outra base?



PERGUNTAS?



**BOM DESCANSO
A TODOS!**