



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS II

INTRODUÇÃO: MOMENTO ESTÁTICO

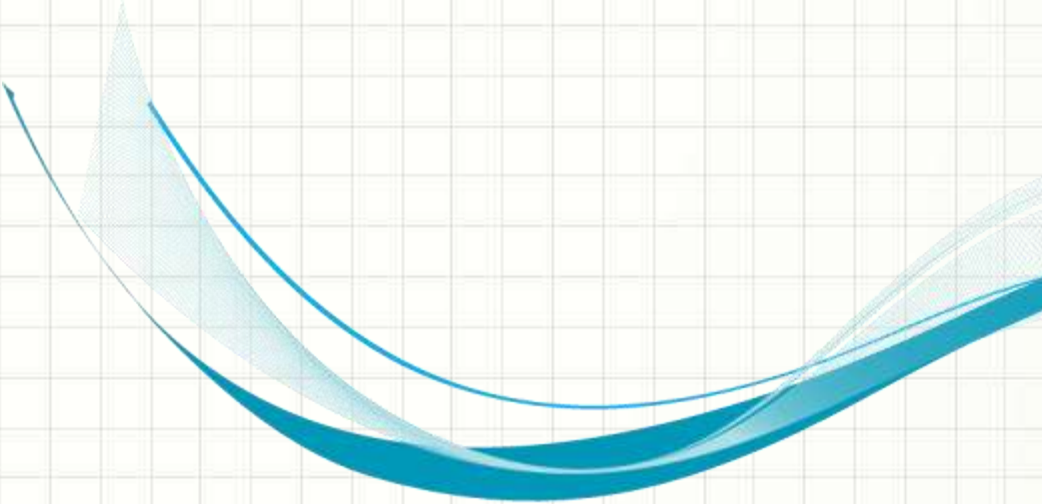
Prof. Dr. Daniel Caetano

2012 - 2

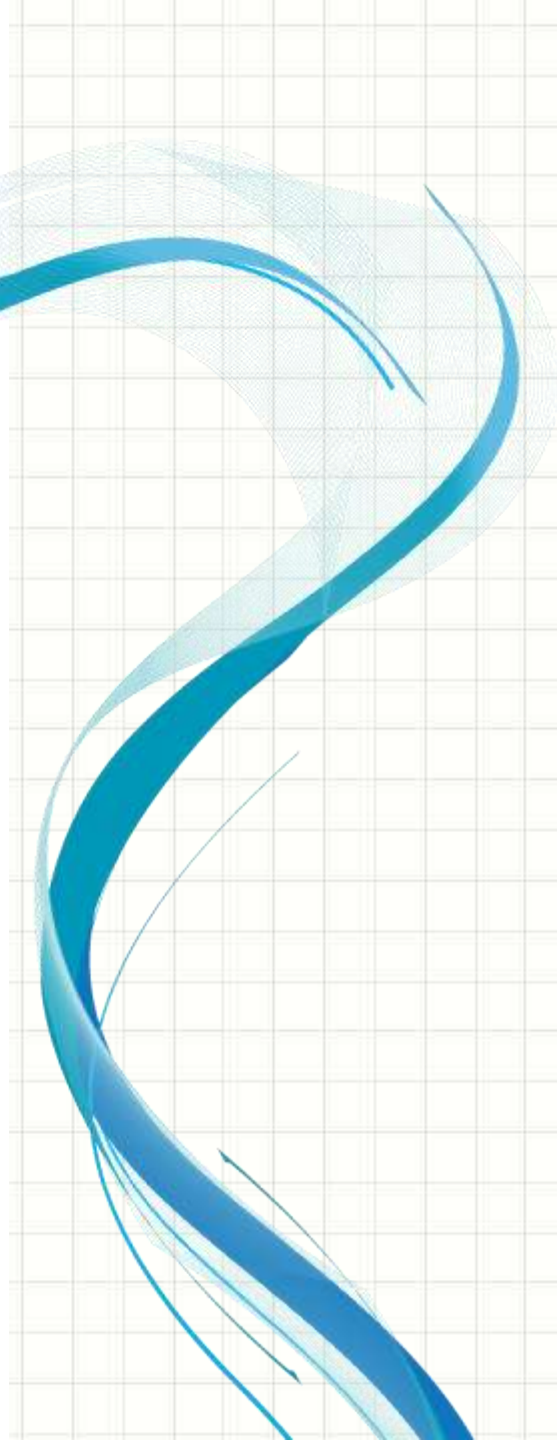
Objetivos

- Conhecer o professor e o curso
- Importância do ENADE
- Iniciação Científica
- Importância da RM
- Perceber a influência da forma na RM
- Compreender e Calcular Momento Estático





Apresentação



Quem é o
professor?



Vamos
começar?

Quem É Quem – Lista de Presença

Professor	Informações de Contato
------------------	-------------------------------

Daniel Caetano	prof@caetano.eng.br
----------------	--

Nome Completo	CPF	Matrícula
Fulano	012.345.678-90	201101123456
Beltrano	012.345.678-91	201101123457
Cicrano	012.345.678-92	201101123458



PLANO DE ENSINO E DE AULA

Plano de Ensino

Disponível no WebAula



1. Entre no **SIA**
2. **CAMPUS VIRTUAL**
3. **MINHAS DISCIPLINAS PRESENCIAIS**
4. Clique no **NOME DA DISCIPLINA**
5. Selecione **PLANO DE ENSINO**

Plano de Aula

- 08/08 – 1. Apresentação
- 15/08 – 2. Momento de Inércia
- 22/08 – 3. Carregamento Axial
- 29/08 – 4. Carregamento Axial
- 05/09 – 5. Torção / **P0**
- **12/09** – Simulado ENADE
- 19/09 – 6. Torção
- 26/09 – Revisão / **P1**
- 03/10 – 7. Torção
- 10/10 – 8. Torção
- 17/10 – 9. Flexão
- 24/10 – 10. Flexão
- 31/10 – 11. Flexão
- 07/11 – 12. Flexão
- 14/11 – 13. Cis. Transversal
- 21/11 – 14. Cis. Transversal
- 28/11 – Revisão / **P2**
- 05/12 – 15. Flambagem / Rev. P2
- 12/12 – **P3**



TRABALHOS, DATAS E CRITÉRIO DE APROVAÇÃO

Qualidade de Ensino - ENADE

- Vocês sabem o que é o ENADE?

<http://www.enade.estacio.br/>

- Qual a nota da instituição?
- E a nota do curso?
- E qual nota você quer para você?

Vamos melhorar cada vez mais!

Trabalhos, Datas e Aprovação

Trabalho	Valor	C.H.	Entrega
P0 (Individual / Com Consulta*)	1,0 na AV1	1h	05/09 (Aula)
Exercícios nas Aulas (Dupla)	2,0 na AV1	8h	Nas Aulas
P1 (Individual / Com Consulta*)	8,0 na AV1	2h	26/09 (Aula)
Exercícios nas Aulas (Dupla)	2,0 na AV2 e 2,0 na AV3	8h	Nas Aulas
P2 (Individual / Sem Consulta)	8,0 na AV2	2h	28/11 (Aula)
P3 (Individual / Sem Consulta)	8,0 na AV3	2h	12/12 (Aula)

(*) Consulta nos moldes da folha de referência fornecida no site da disciplina.

Trabalhos, Datas e Aprovação

- Os exercícios deverão ser entregues na aula em que foram propostos.
- Regra de Exclusão de Exercícios
 - Caso haja 3 exercícios, os 2 melhores contam
 - Caso haja 4 exercícios, os 3 melhores contam
 - Caso haja 5 exercícios, os 3 melhores contam
 - Caso haja 6 exercícios, os 4 melhores contam
 - Caso haja 7 exercícios, os 5 melhores contam
- Ou seja: **não há reposição** para exercício não entregue por falta.

Trabalhos, Datas e Aprovação – AV1

- Se fizer as provas P0 e P1 à caneta, incluindo o ***preenchimento completo do cabeçalho***, ganha: 0,1 na P0 e 0,25 na P1
- Entregando a folha de consulta (***dentro do padrão***) com a prova, ganha: 0,1 na P0 e 0,25 na P1
- As notas da P0 e dos exercícios até a P1 serão **somadas** à nota da prova P1 para compor a média AV1.

$$\underbrace{AV1}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{P0}_{0,0 \text{ a } 1,0} + \underbrace{P1}_{0,0 \text{ a } 8,0} + \underbrace{E1}_{0,0 \text{ a } 2,0}$$

Trabalhos, Datas e Aprovação – AV2

- A nota dos exercícios entre a P1 e a P2 será somada à nota do **PI**, computando uma nota máxima de 2,0. Essa nota de 0,0 a 2,0 será somada à nota da P2 para compor a nota AV2.

$$\underbrace{\text{NAt}}_{0,0 \text{ a } 2,0} = \underbrace{\text{PI}}_{0,0 \text{ a } 2,0} + \underbrace{\text{E2}}_{0,0 \text{ a } 2,0}$$

$$\underbrace{\text{AV2}}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{\text{NAt}}_{0,0 \text{ a } 2,0} + \underbrace{\text{P2}}_{0,0 \text{ a } 8,0}$$

Trabalhos, Datas e Aprovação – AV3

- A nota dos exercícios entre a P1 e a P2 (de 0 a 2,0) será **somada** à nota da prova P3 para compor a média AV3.

$$\underbrace{AV3}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{P3}_{0,0 \text{ a } 8,0} + \underbrace{E2}_{0,0 \text{ a } 2,0}$$

Trabalhos, Datas e Aprovação – Final

A = Maior nota entre { **AV1** , **AV2** , **AV3** }

B = Segunda maior nota entre { **AV1** , **AV2** , **AV3** }

Critérios de Aprovação (TODOS precisam ser atendidos)

1) **A** \geq 4,0

2) **B** \geq 4,0

3) **A** + **B** \geq 12,0

4) Frequência \geq 75%



(Média 6,0!)

(No máximo **4** faltas!)

ATENÇÃO: Se você tiver mais que uma nota abaixo de 4,0, ainda que o SIA aponte uma média maior que 6,0, você estará **REPROVADO!**

Relação entre Faltas e Reprovação

- Todos os semestres: alta correlação
 - Mais faltas: piores médias
- Média Presentes / Média Faltantes > 1.5
- AV3 e Reprovações:
 - 4 ou mais faltas: por volta de 90%
 - Menos que 4 faltas: por volta de 60%
 - Menos que 2 faltas: por volta de 30%



BIBLIOGRAFIA E FONTES DE INFORMAÇÃO

Bibliografia



- **Material do Curso**

- Resistência dos Materiais (7ª Edição, 2010)
 - Hibbeler
 - Editora Pearson Prentice-Hall
 - ISBN: 9788576053736 **BIBLIOTECA VIRTUAL!**

- **Biblioteca Virtual**

- Mecânica Estática (1ª Edição, 2011)
 - Silva, Anjo e Arantes
 - Editora Pearson
 - ISBN: 9788576059905 **BIBLIOTECA VIRTUAL!**
- Estática: Mecânica para Engenharia (12ª Edição, 2011)
 - Hibbeler
 - Editora Pearson
 - ISBN: 9788576058151 **BIBLIOTECA VIRTUAL!**

Bibliografia

- **Biblioteca Física**

- Resistência dos Materiais (7ª Edição, 2011)

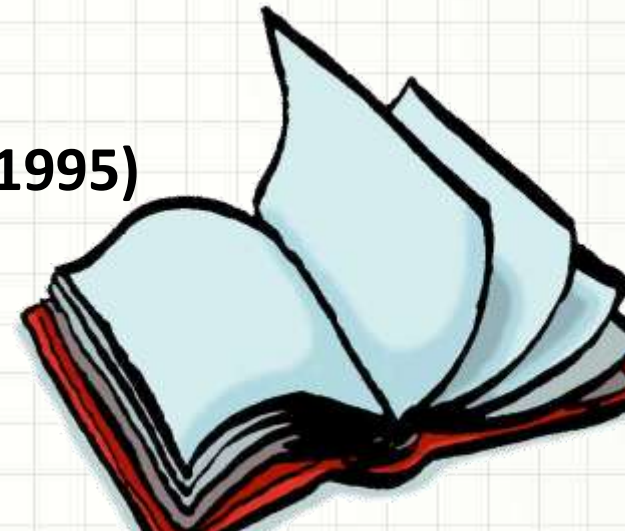
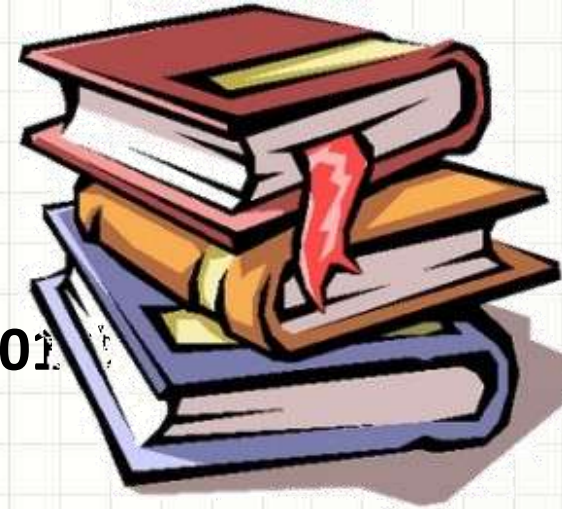
- Hibbeler
- Editora Pearson Prentice-Hall
- ISBN: 9788576053736 **BIBLIOTECA VIRTUAL!**

- Mecânica dos Materiais (5ª Edição, 2003)

- Riley, Sturges e Morris
- LTC
- ISBN: 8521613628

- Resistência dos Materiais (3ª Edição, 1995)

- Beer e Johnston
- Pearson Makron Books
- ISBN: 9788563308023



Material Didático

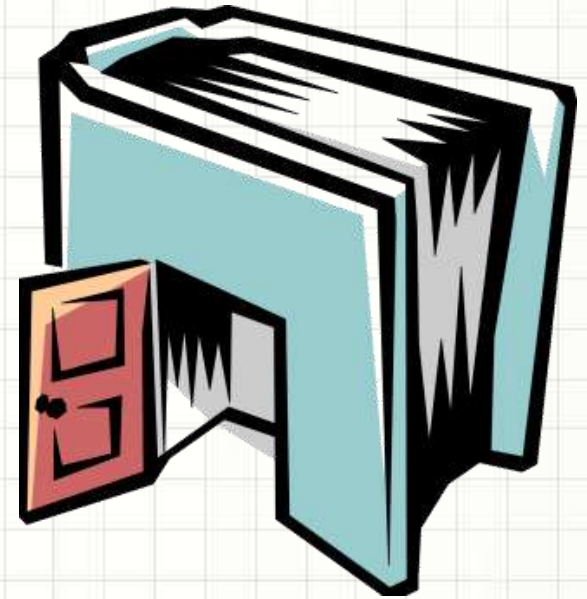
Deve Ser Solicitado no SIA



1. Entre no **SIA**
2. **SECRETARIA VIRTUAL**
3. **SOLICITAÇÃO DE MATERIAL**

Bibliografia

- **Notas de Aula e Apresentações**



<http://www.caetano.eng.br/>

The screenshot shows the website for Prof. Caetano. At the top left is a photo of a man in a white shirt and glasses, looking towards a group of students in a classroom. To the right of the photo, the name "Prof. Caetano" is written in a large, black, cursive font. In the top right corner, the date and time "17/07/2012, 10:55" and the ID "00021224" are displayed. Below the name, there are two small flags: the Brazilian flag and the UK flag. A navigation menu is located at the bottom of the page, with buttons for "Home", "Ensino", "Pesquisa", "Publicações", "Software", and "Pessoal". The "Ensino" button is highlighted with a red circle. Below the navigation menu, a paragraph of text reads: "Nesta seção você encontra acesso ao material didático desenvolvido pelo Prof. Caetano para os cursos já ministrados. O material está dividido por períodos, visto que boa parte do material não está atualizado."



PESQUISA CIENTÍFICA

Pesquisa Científica

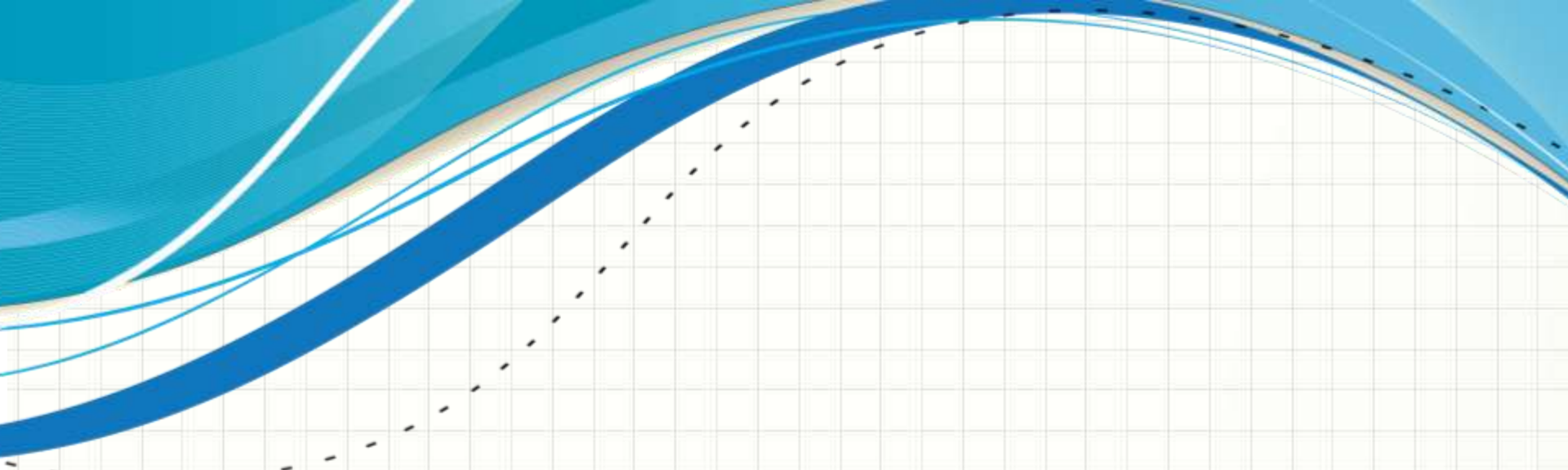
- Engenheiro pesquisa?
- Carreira Acadêmica x Mercado
 - São excludentes?
- Como iniciar na pesquisa?
 - Iniciação Científica
 - Desenvolver:
 - Habilidade de Pesquisa
 - Aplicação de Conceitos à Prática
 - Estimulo à Curiosidade Científica
 - Desenvolver portfolio

Iniciação Científica

- O que eu ganho com isso?
 - Experiência
 - Diferencial profissional
 - Bolsa de estudos de até 30%*
- Eu quero participar...
 - Como eu faço? → <http://www.caetano.eng.br/>



The screenshot shows the website for Prof. Caetano. At the top left is a photo of a man (Prof. Caetano) interacting with a group of students. To the right of the photo, the name "Prof. Caetano" is written in a large, elegant font. In the top right corner, the date and time "17/07/2012, 10:55" and the ID "00021224" are displayed. Below the name, there are two small flags: the Brazilian flag and the UK flag. At the bottom, there is a navigation menu with five buttons: "Home", "Ensino", "Pesquisa", "Publicações", and "Pessoal". The "Pesquisa" button is highlighted with a red circle.



RELEMBRANDO:

POR QUE ESTUDAR RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS?

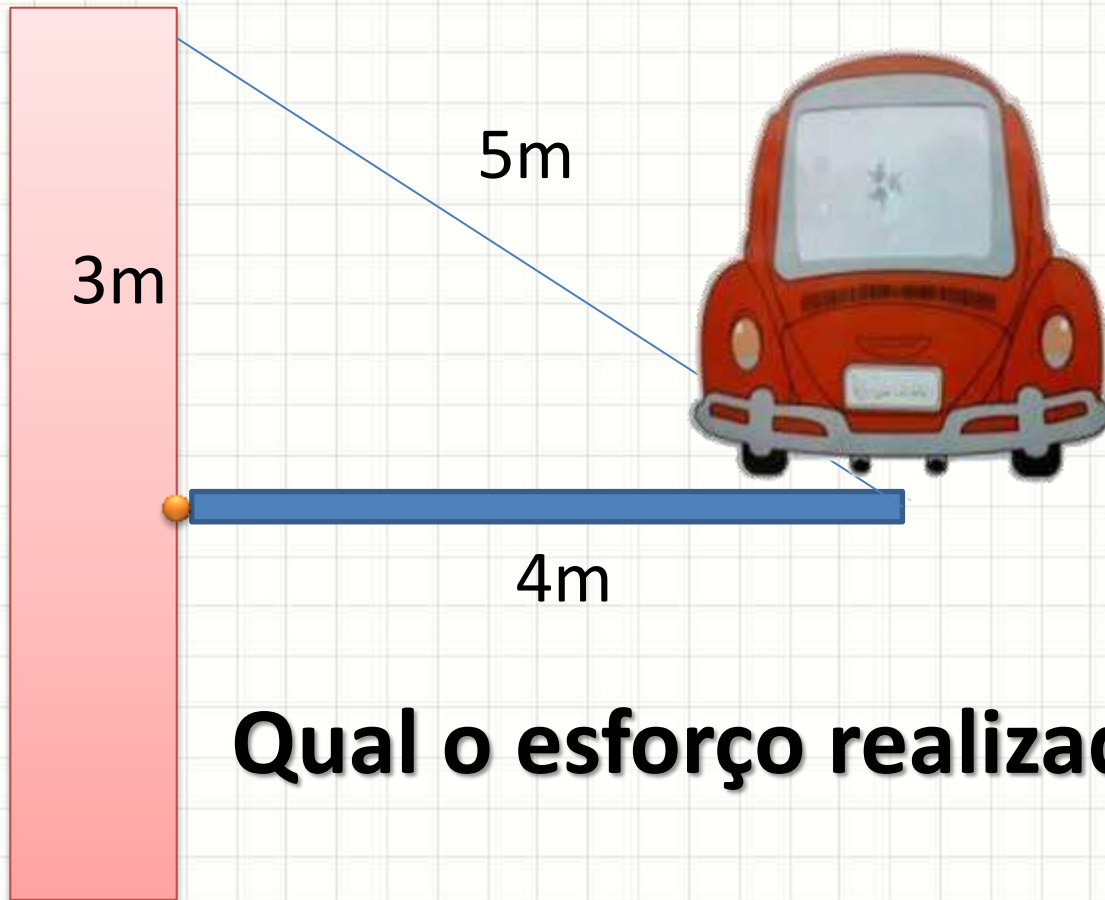
Por Que Estudar ResMat?

- Disciplina básica mais importante para Civil
 - Teoria de Estruturas
 - Estruturas Concreto
 - Estruturas Metálicas e Madeira
 - Fundações
- Baseada em...
 - Física
 - Mecânica
 - Matemática



Por Que Estudar ResMat?

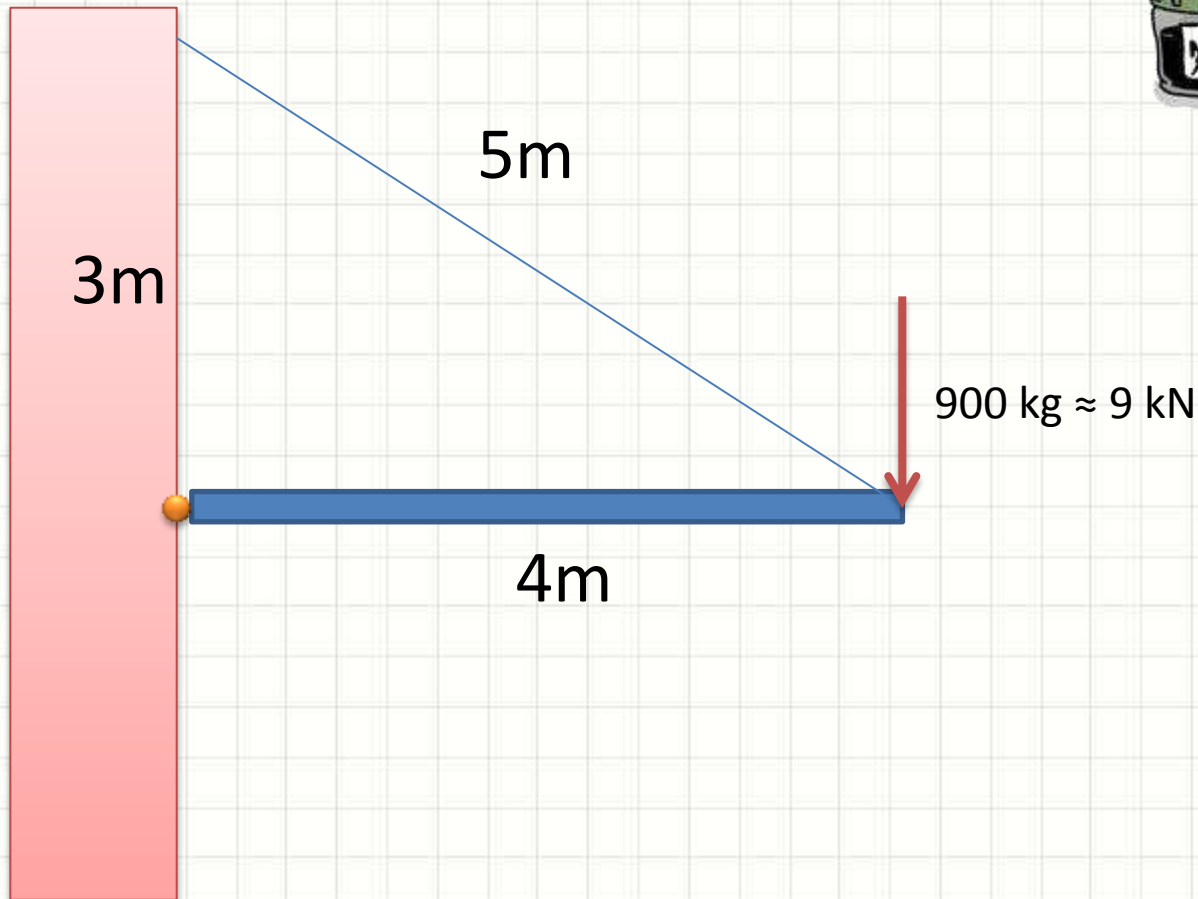
- Relembrando



Qual o esforço realizado pelo cabo?

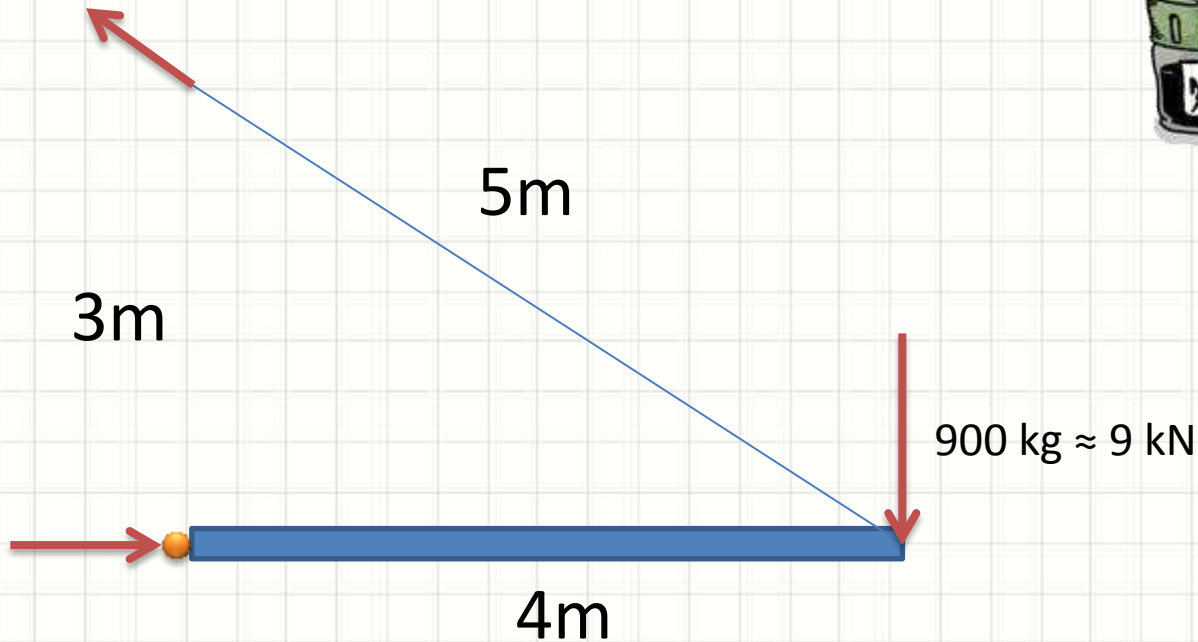
Por Que Estudar ResMat?

- Relembrando



Por Que Estudar ResMat?

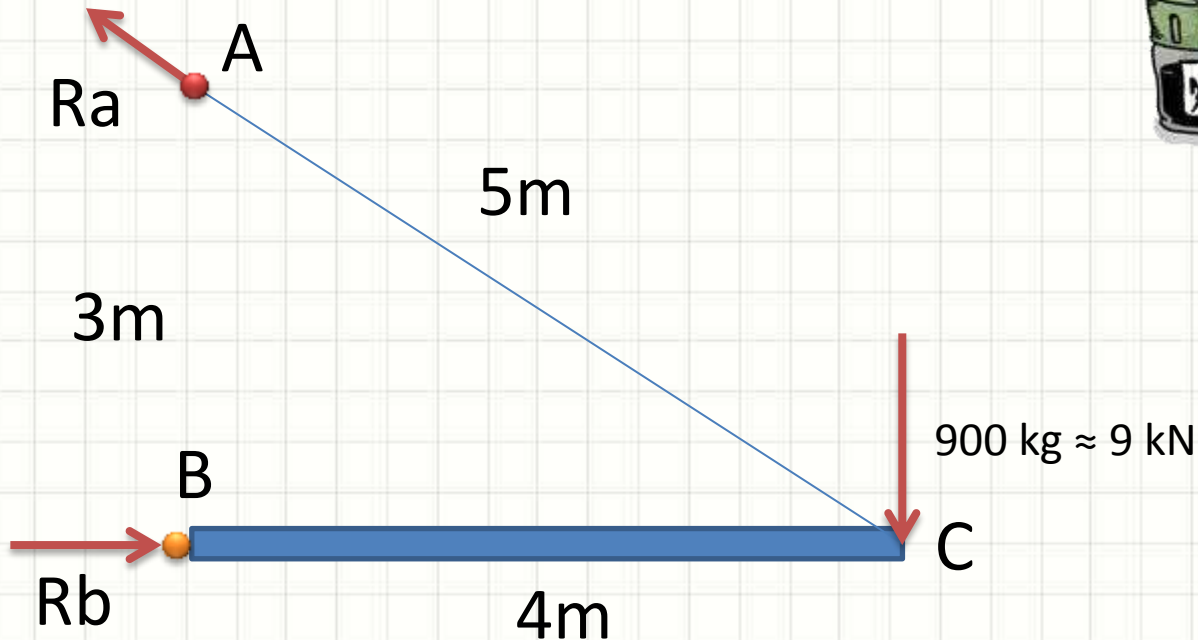
- Relembrando



Por Que Estudar ResMat?



- Relembrando

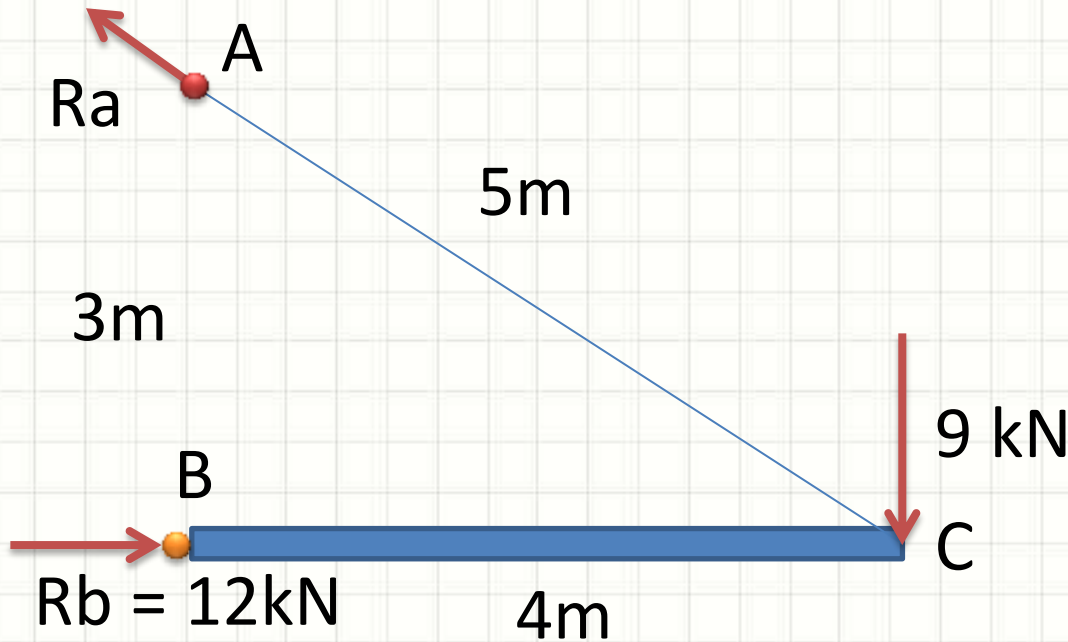


- Estrutura estática... O que significa?
- $M_a = R_b \cdot 3 - 9000 \cdot 4 = 0 \rightarrow \mathbf{R_b = 12kN}$

Por Que Estudar ResMat?



- Relembrando

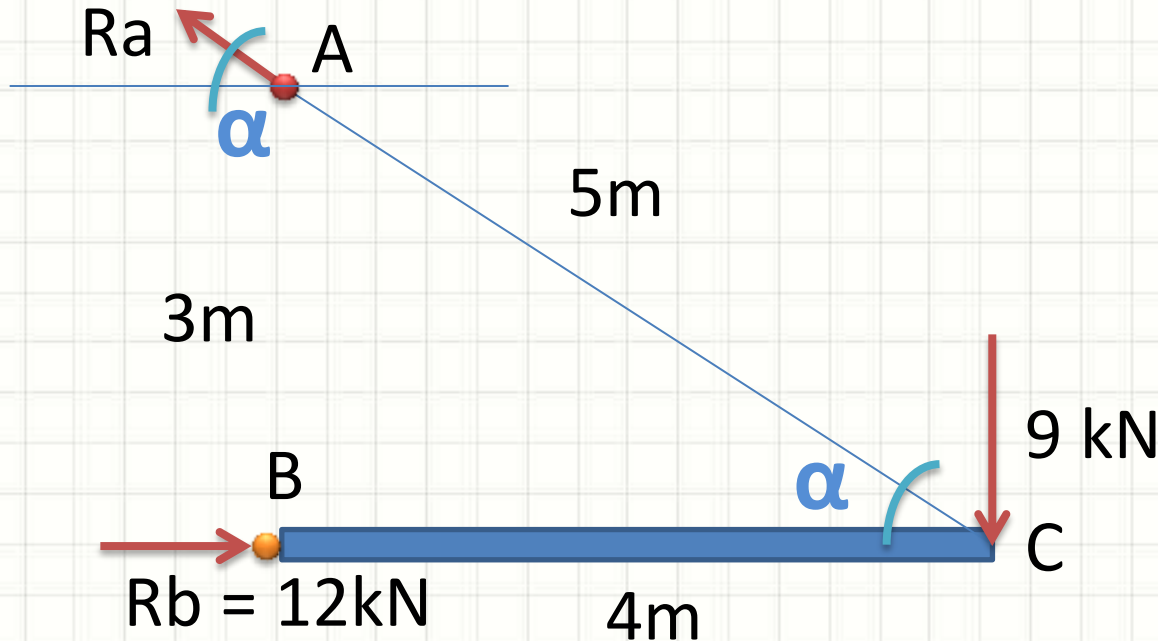


- $R_a = ?$

Por Que Estudar ResMat?



- Relembrando

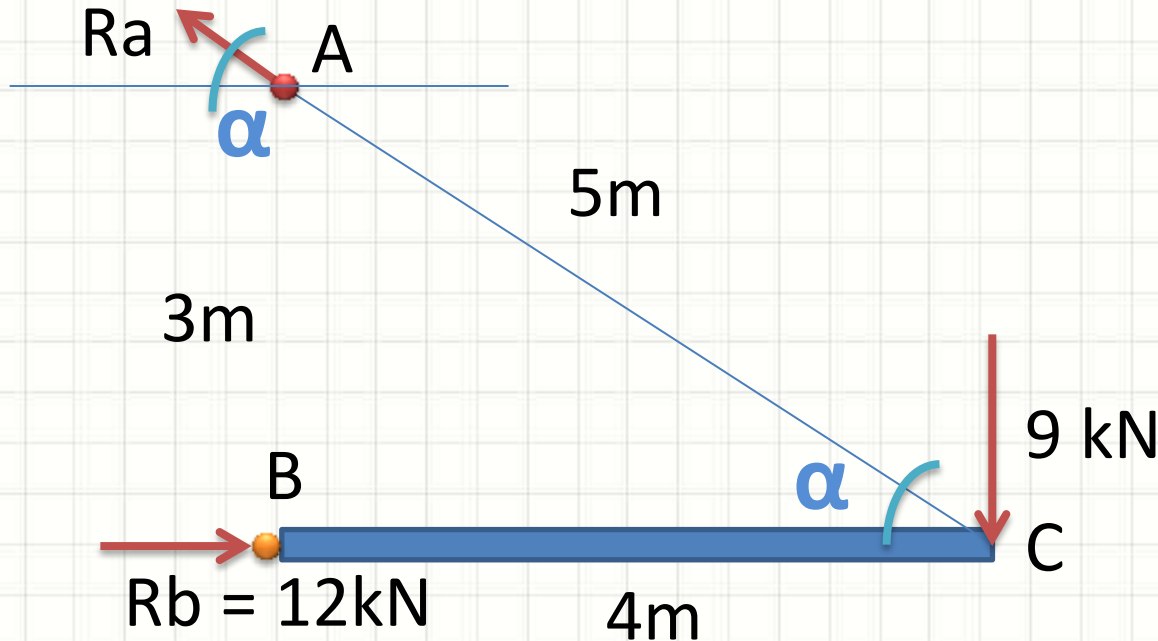


- $R_a = ?$
- Equilíbrio em X: $R_b - R_a \cdot \cos \alpha = 0$

Por Que Estudiar ResMat?



- Relembrando



- $R_a \cdot \cos \alpha = R_b \rightarrow R_a \cdot 4/5 = 12$
- $R_a = (12 \cdot 5) / 4 = \mathbf{15 \text{ kN}}$

Por Que Estudar ResMat?

- Barra de aço for CA-50 $\phi=8$
- Área = $\pi \cdot r^2 = 0,5\text{cm}^2$
- $\sigma_{\text{cabo}} = 15\text{kN}$ em $0,5\text{cm}^2$
- $\sigma_{\text{cabo}} = 30\text{kN/cm}^2$
- Simplificadamente CA-50: 5000kgf/cm^2
- $1\text{kgf} = 10\text{N} \rightarrow 5000\text{kgf} = 50000\text{N} = 50\text{kN}$
- Simplificadamente, resiste com uma barra de 8mm de diâmetro CA-50
- Na prática, coeficientes!

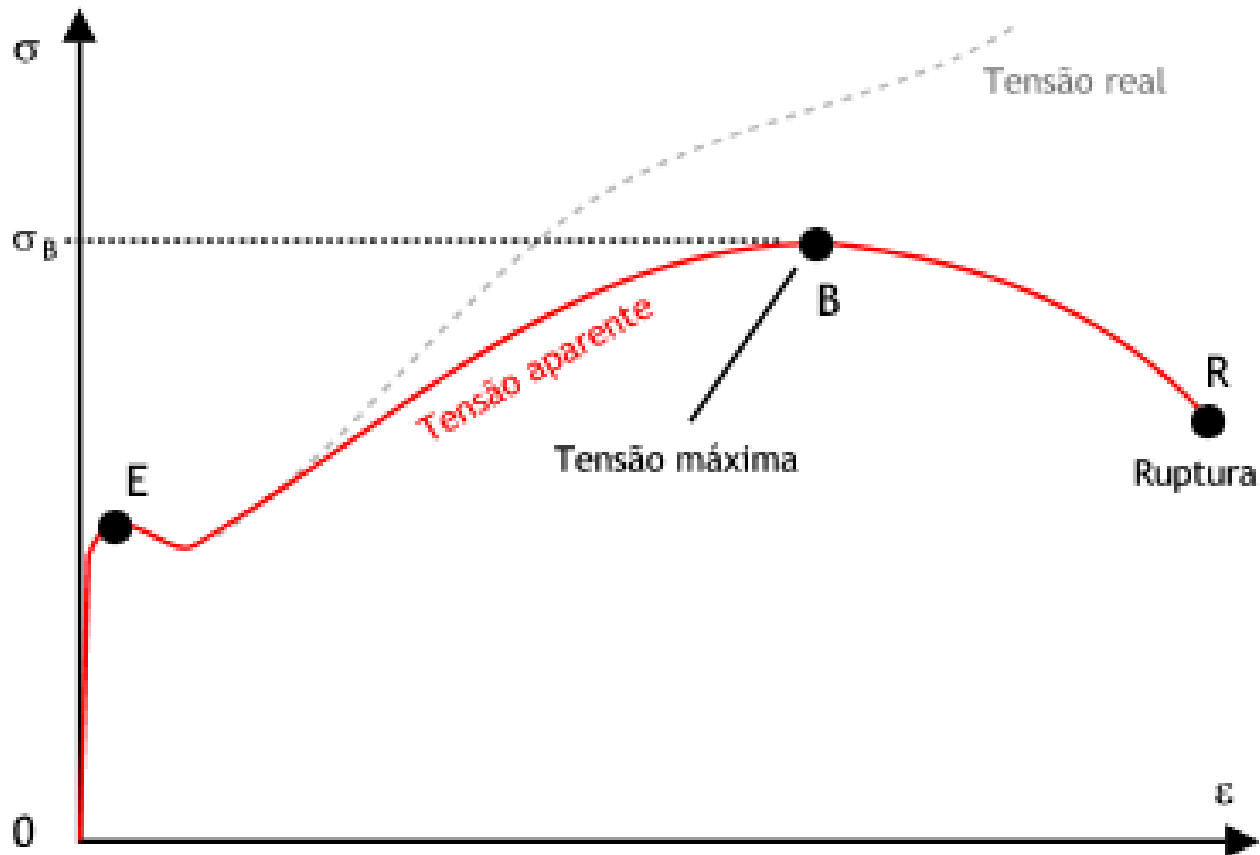




RESISTÊNCIA E RIGIDEZ

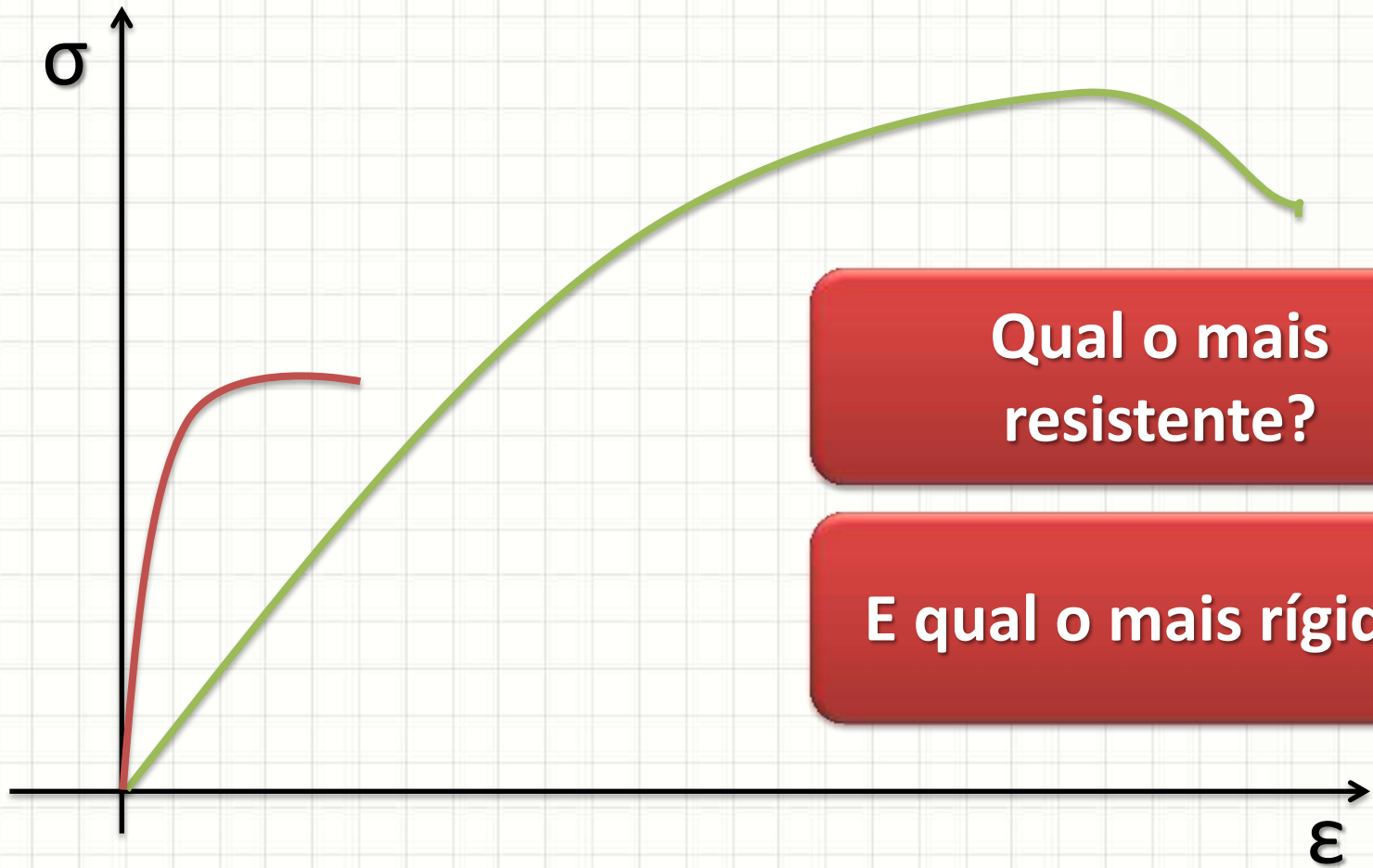
Resistência e Rigidez

- Tensão x Deformação



Resistência e Rigidez

- Resistência x Rigidez

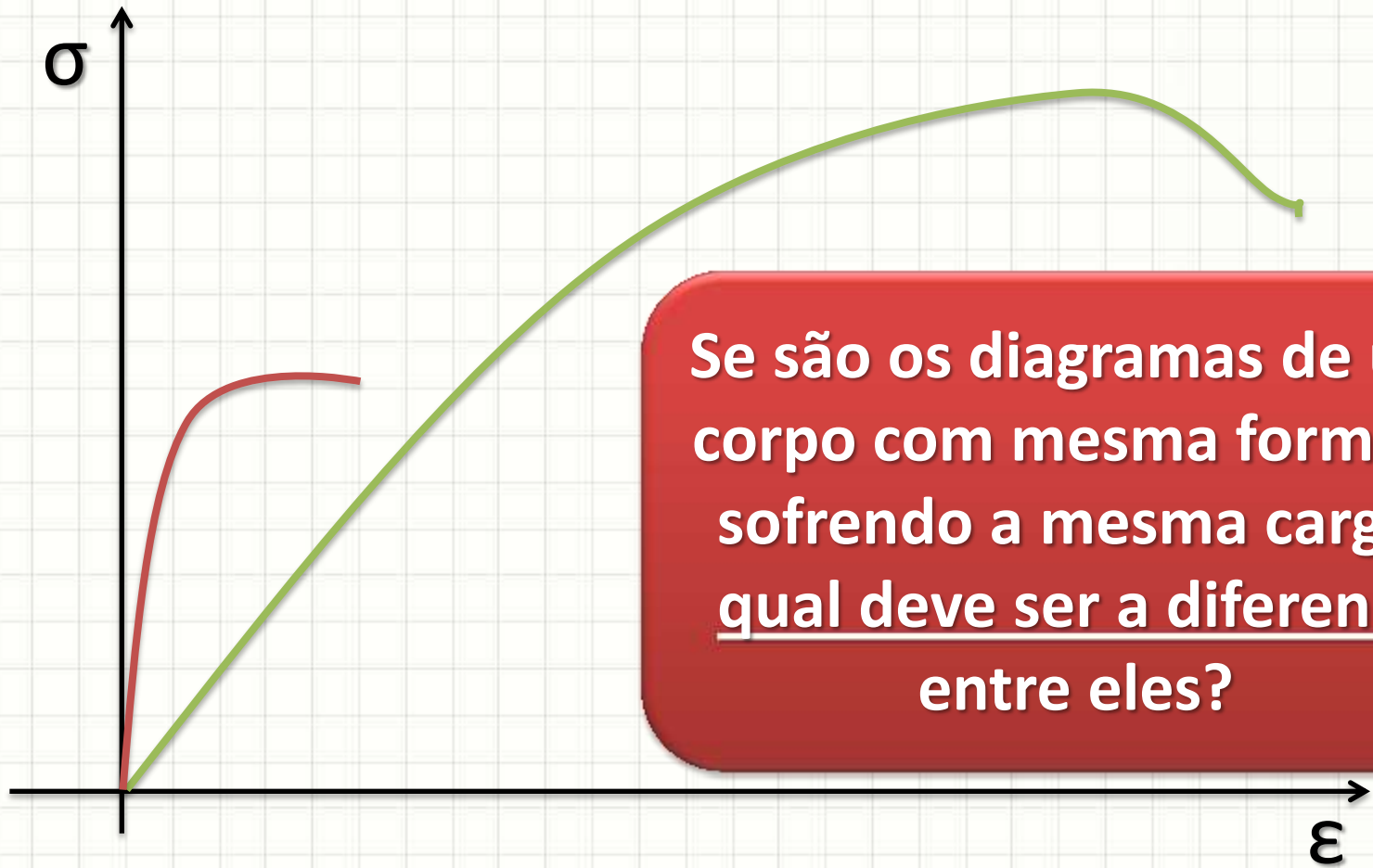


Qual o mais resistente?

E qual o mais rígido?

Resistência e Rigidez

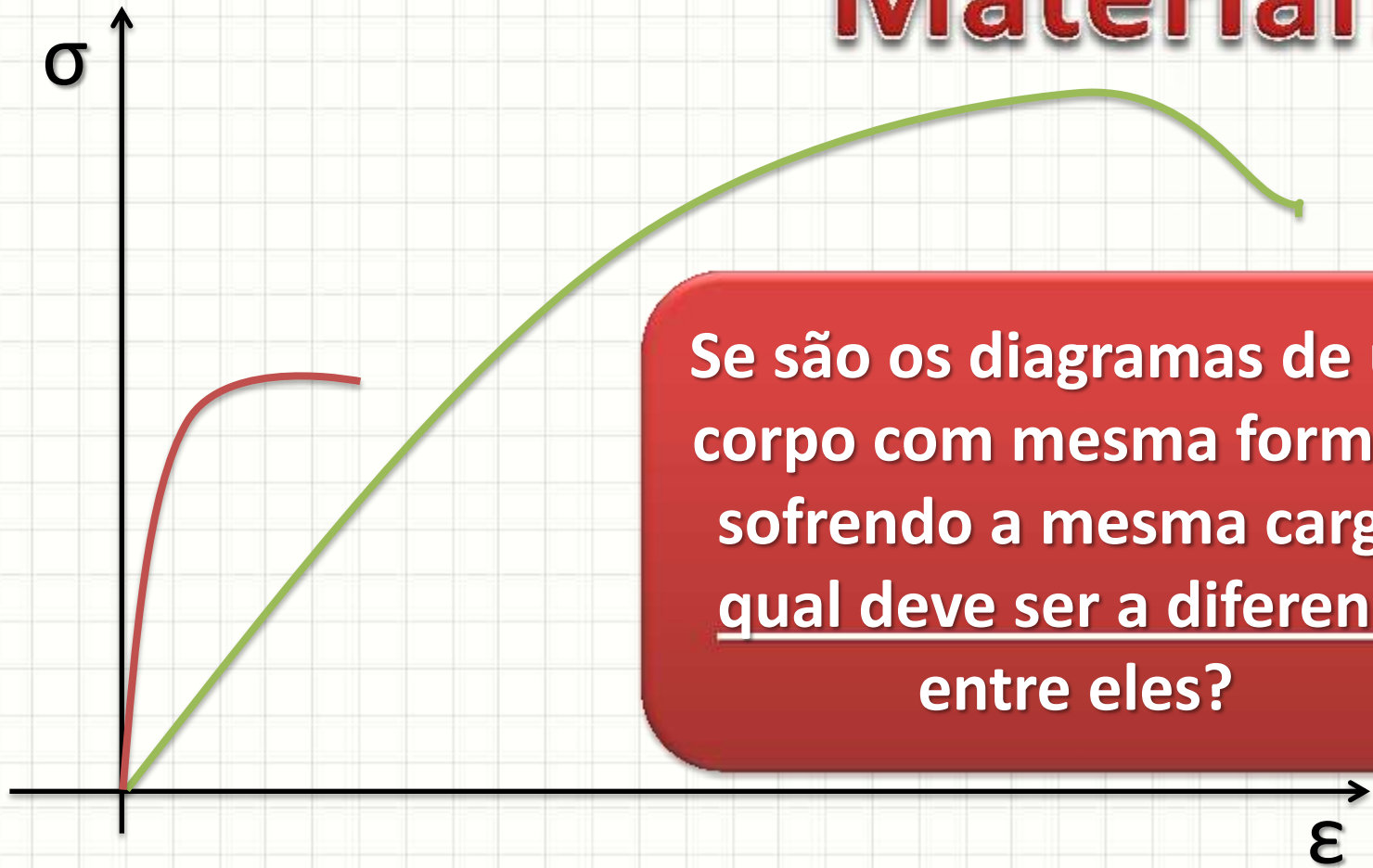
- Resistência x Rigidez



Se são os diagramas de um corpo com mesma forma e sofrendo a mesma carga, qual deve ser a diferença entre eles?

Resistência e Rigidez

- Resistência x Rigidez



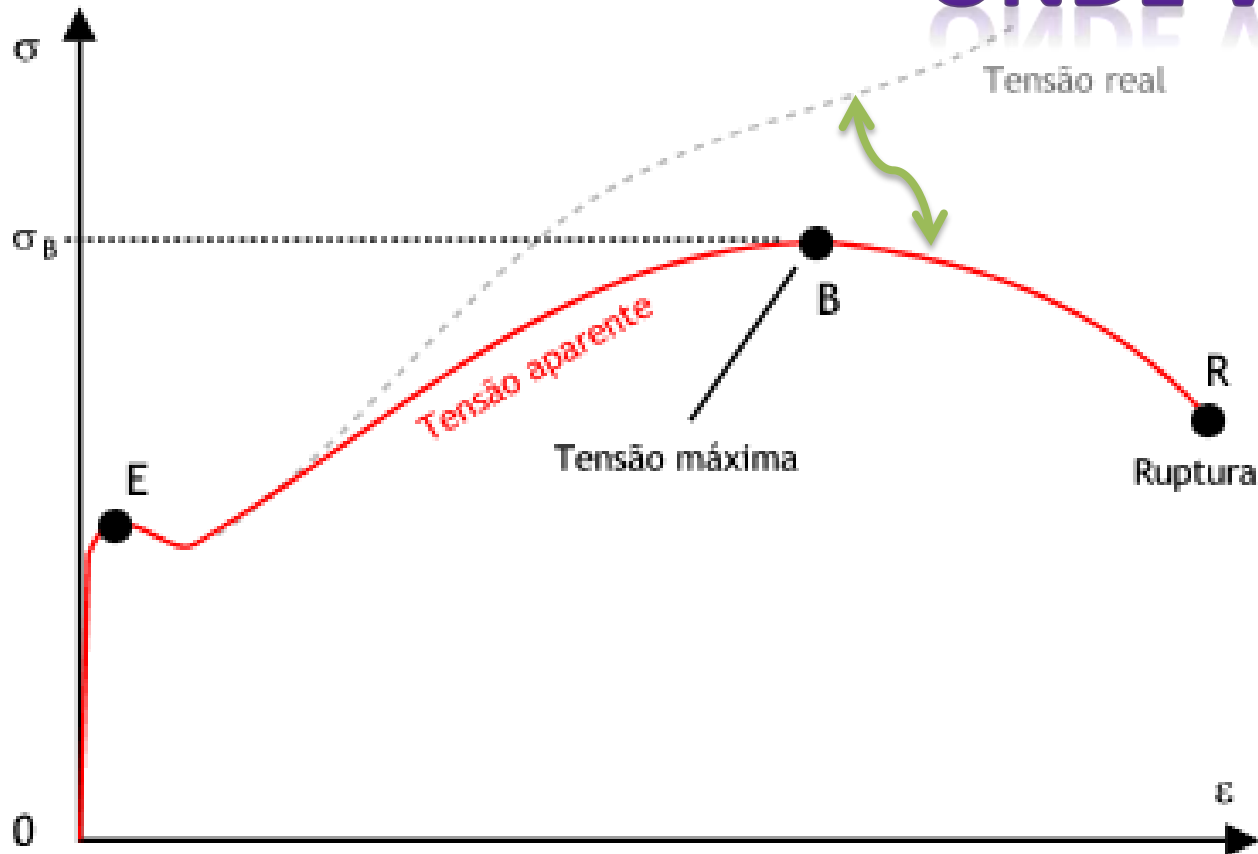
Material!

Se são os diagramas de um corpo com mesma forma e sofrendo a mesma carga, qual deve ser a diferença entre eles?

Resistência e Rigidez

- Tensão x Deformação

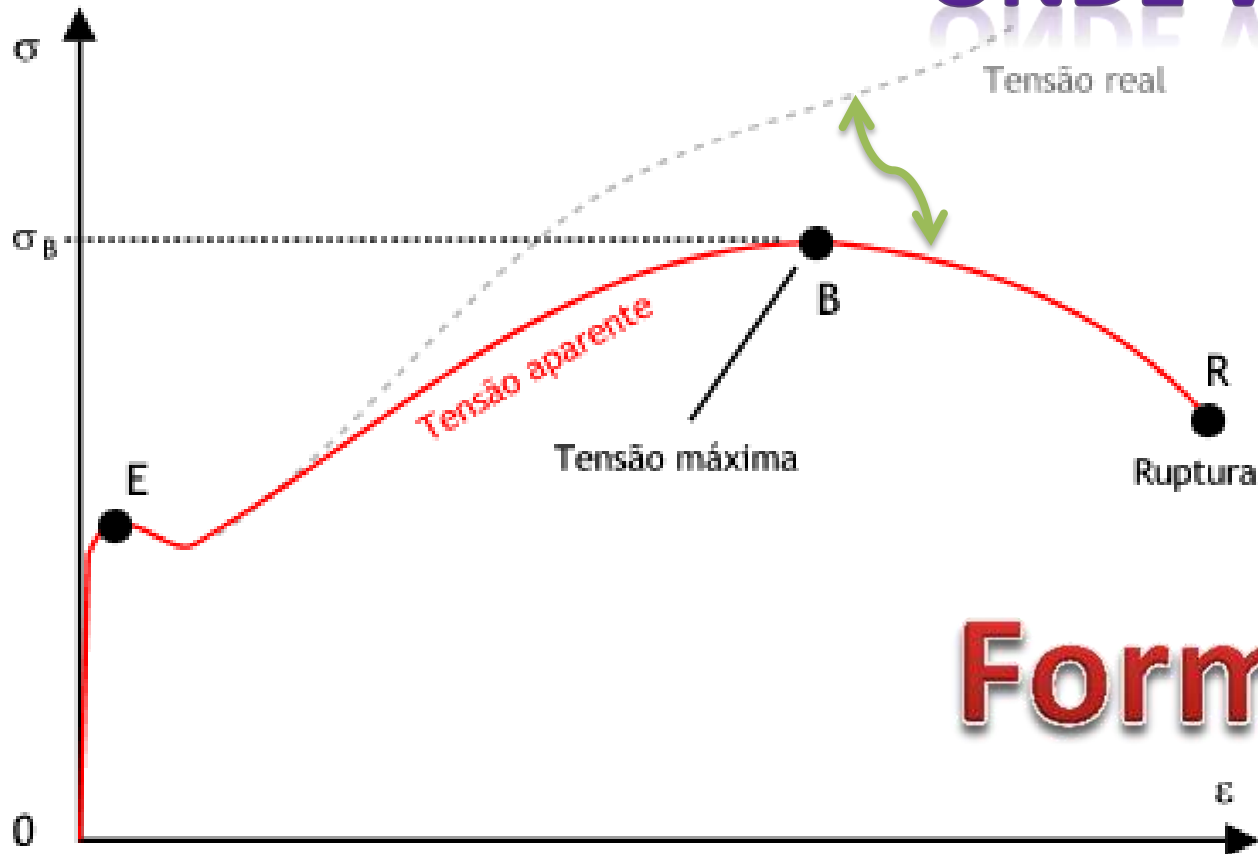
**E ESSA
DIFERENÇA? DE
ONDE VEM?**



Resistência e Rigidez

- Tensão x Deformação

**E ESSA
DIFERENÇA? DE
ONDE VEM?**



Forma!

Resistência e Rigidez

- No semestre passado...
 - Material: tensão limite do material
 - Aplicava-se a estruturas reticuladas:
 - Comprimento muito maior que dimensões da seção transversal
- Neste semestre...
 - Vamos começar estudando um pouco da forma



A FORMA DÁ O TOM

Características das Figuras Planas

- Perímetro
 - Retângulo: $2 \cdot b + 2 \cdot h$
 - Triângulo: $a + b + c$
 - Círculo: $2 \cdot \pi \cdot r$
- Área
 - Retângulo: $b \cdot h$
 - Triângulo: $b \cdot h / 2$
 - Círculo: $\pi \cdot r^2$
- Só isso?

Momento Estático

- Momento de uma Força

- $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{d}$

- Momento Estático (ou de 1ª Ordem)

- $S = A \cdot d$

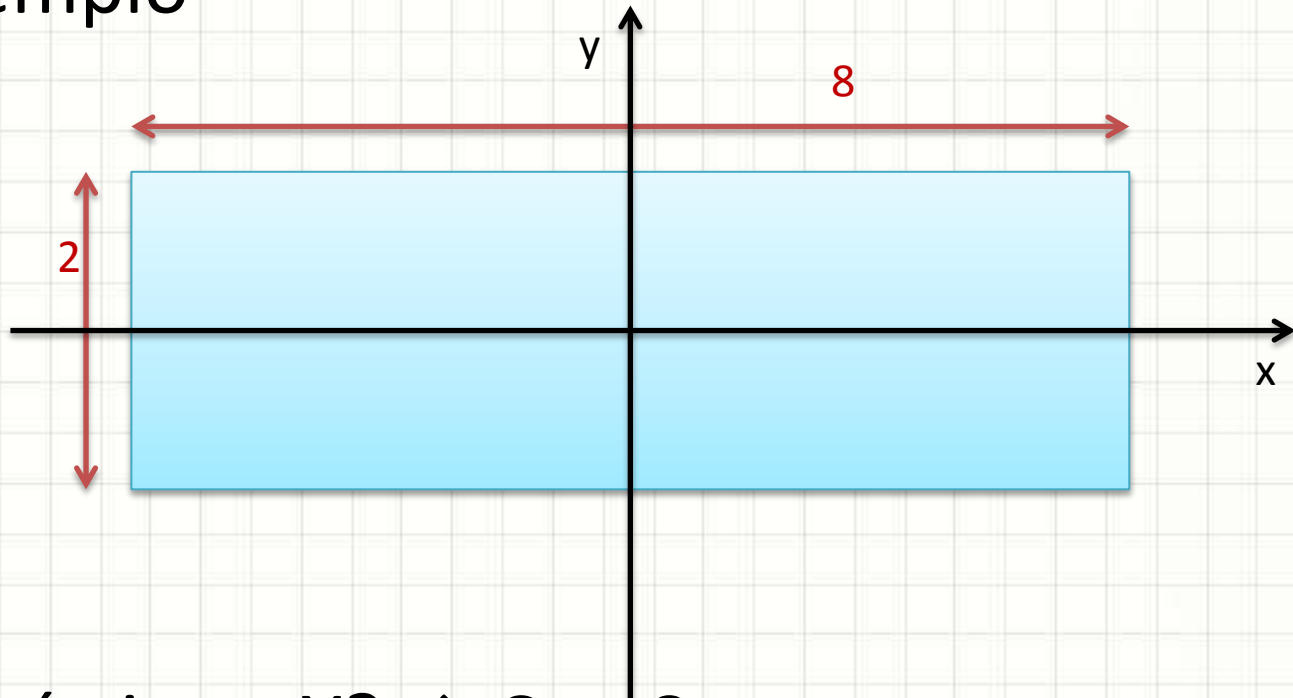
- d medido com relação ao eixo de simetria

- Maior simetria / antissimetria → menor S

- Calculado para dois eixos perpendiculares entre si

Momento Estático

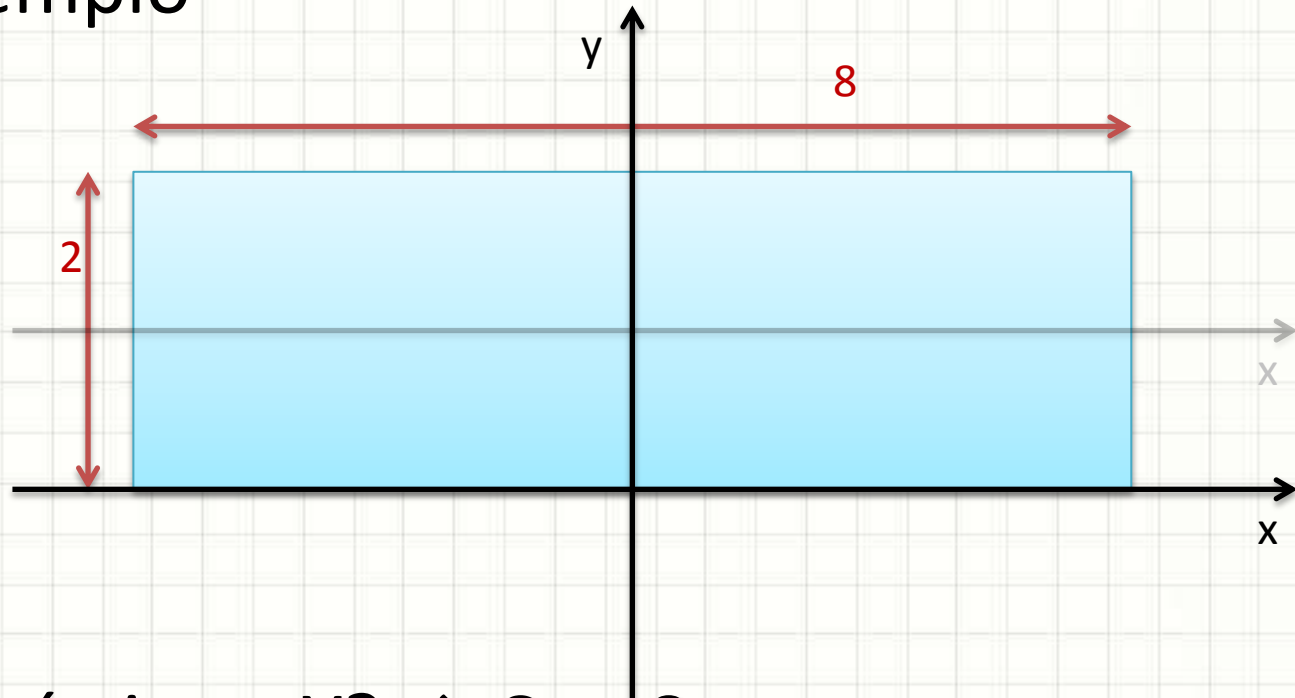
- Exemplo



- Simétrico a X? $\rightarrow S_x = 0$
- Simétrico a Y? $\rightarrow S_y = 0$

Momento Estático

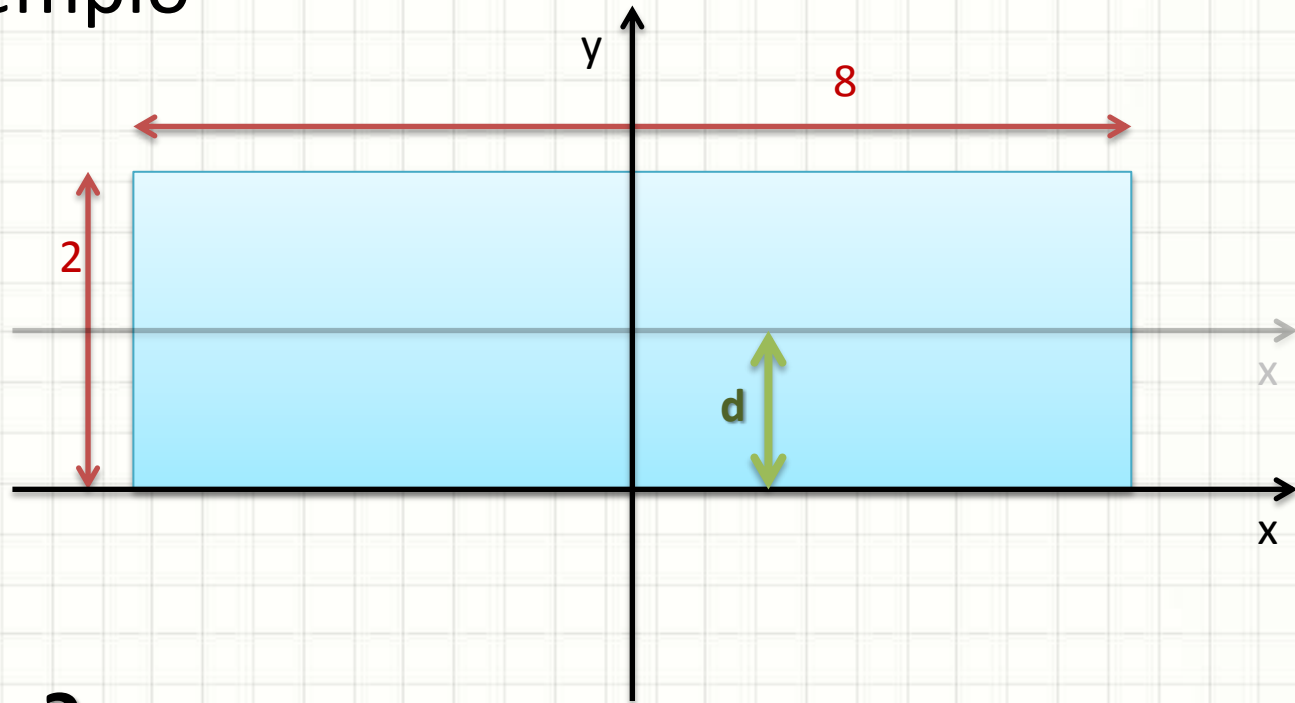
- Exemplo



- Simétrico a Y? $\rightarrow S_y = 0$
- Simétrico a X? \rightarrow Não!

Momento Estático

- Exemplo



- $S_x = ?$
- $S_x = A \cdot d = (2 \cdot 8) \cdot 1 = 16$

Momento Estático

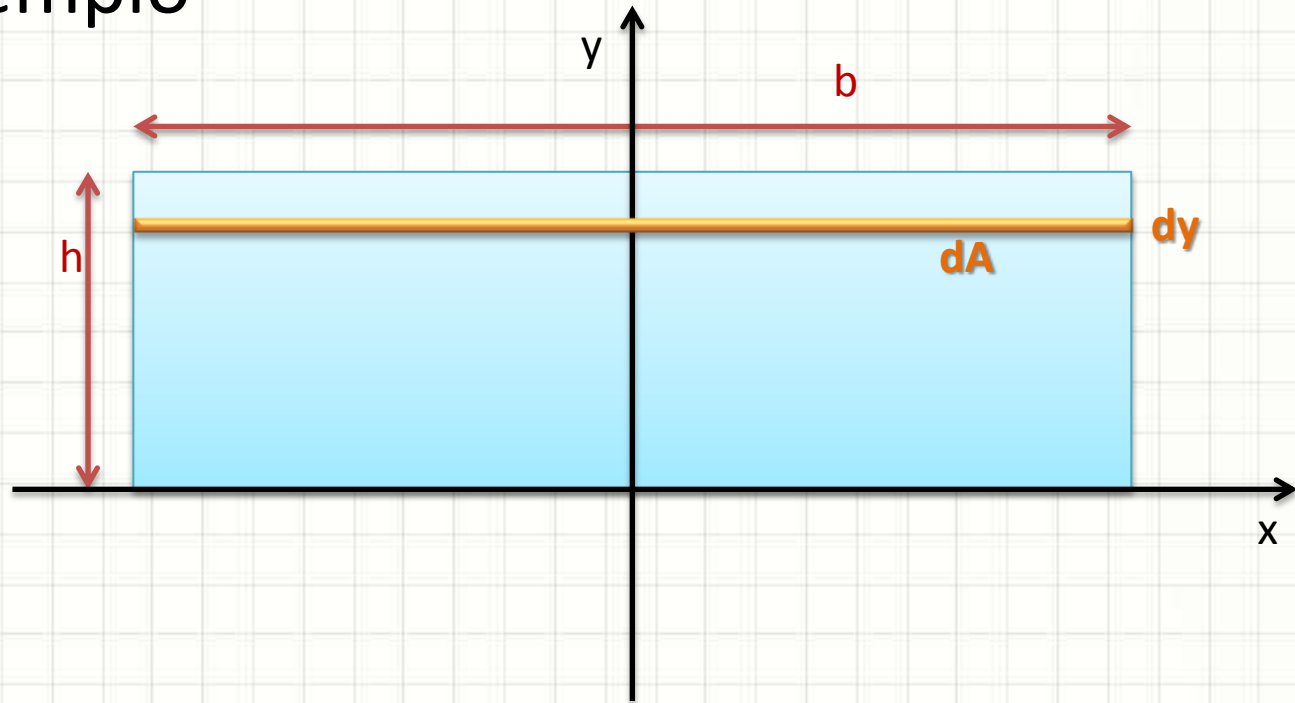
- E se a figura não tiver simetria?
 - Usamos o cálculo genérico

$$S_x = \int_A y \cdot dA$$

$$S_y = \int_A x \cdot dA$$

Momento Estático

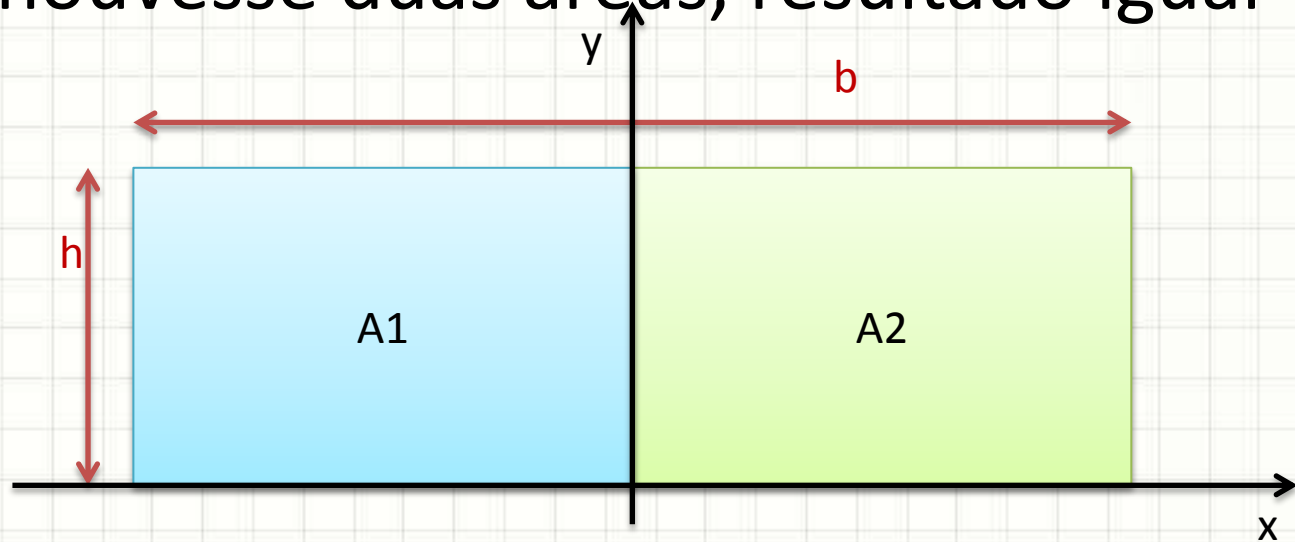
- Exemplo



$$S_x = \int_A y \cdot dA = \int_0^h y \cdot b \cdot dy = \frac{b \cdot h^2}{2}$$

Momento Estático

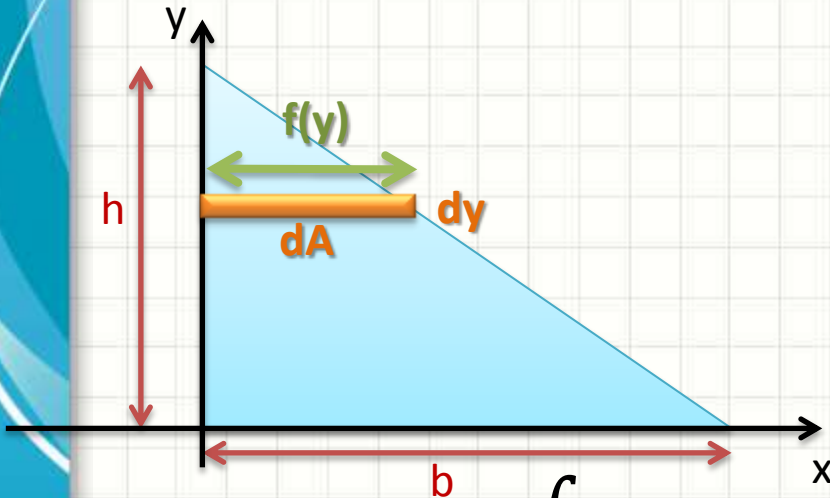
- Se houvesse duas áreas, resultado igual



$$\begin{aligned} S_x &= \int_{A1} y \cdot dA + \int_{A2} y \cdot dA = \int_0^h y \cdot \frac{b}{2} \cdot dy + \int_0^h y \cdot \frac{b}{2} \cdot dy = \\ &= \frac{b \cdot h^2}{4} + \frac{b \cdot h^2}{4} = \frac{\mathbf{b \cdot h^2}}{\mathbf{2}} \end{aligned}$$

Momento Estático

- Outro Exemplo



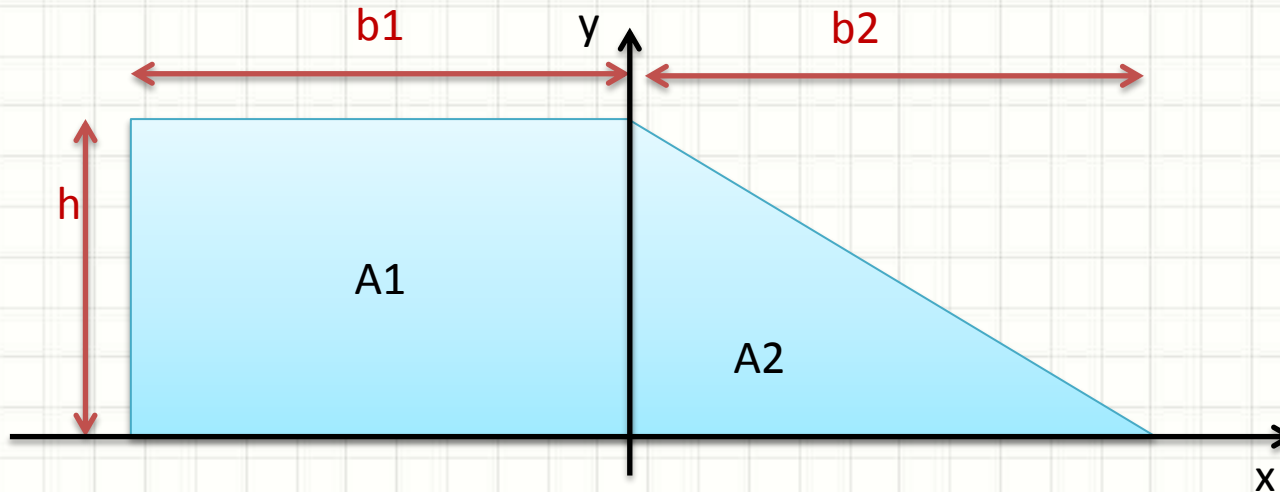
$$dA = f(y) \cdot dy$$

$$f(y) = b - \frac{b \cdot y}{h}$$

$$\begin{aligned} S_x &= \int_A y \cdot dA = \int_0^h y \cdot \left(b - \frac{b \cdot y}{h} \right) \cdot dy \\ &= \int_0^h b \cdot y - \frac{b \cdot y^2}{h} \cdot dy = \frac{b \cdot h^2}{6} \end{aligned}$$

Momento Estático

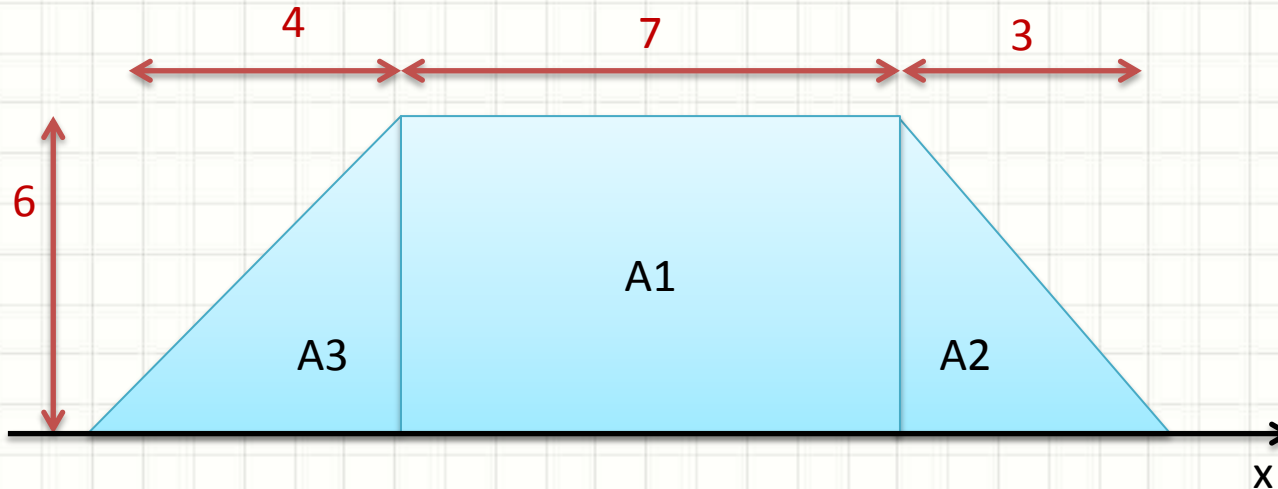
- E nesse outro caso?



$$S_x = \int_{A_1} y \cdot dA + \int_{A_2} y \cdot dA = \frac{b_1 \cdot h^2}{2} + \frac{b_2 \cdot h^2}{6}$$

Momento Estático

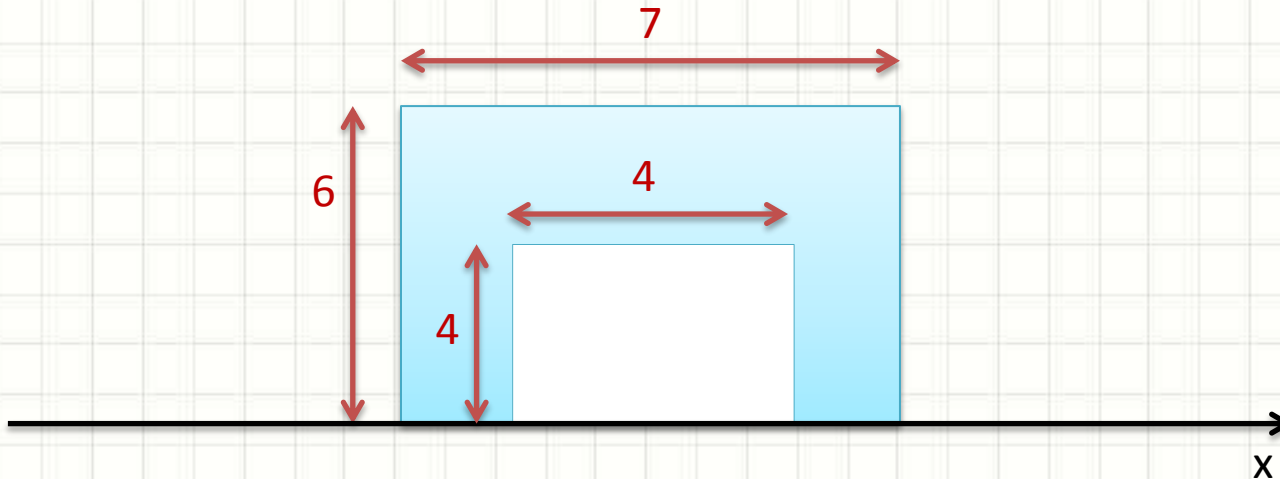
- Calcule o Momento Estático S_x :



- $S_x = S_x A_1 + S_x A_2 + S_x A_3$
- $S_x = \frac{b_1 \cdot h^2}{2} + \frac{b_2 \cdot h^2}{6} + \frac{b_3 \cdot h^2}{6} = \frac{(3 \cdot b_1 + b_2 + b_3) \cdot h^2}{6}$
- $S_x = \frac{(3 \cdot 7 + 3 + 4) \cdot 36}{6} = 168$

Momento Estático

- Calcule o Momento Estático S_x da área Azul



- $S_{xAzul} = S_{xRetAzul} - S_{xRetBranco}$

- $S_{xAzul} = \frac{b_1 \cdot h_1^2}{2} - \frac{b_2 \cdot h_2^2}{2} =$

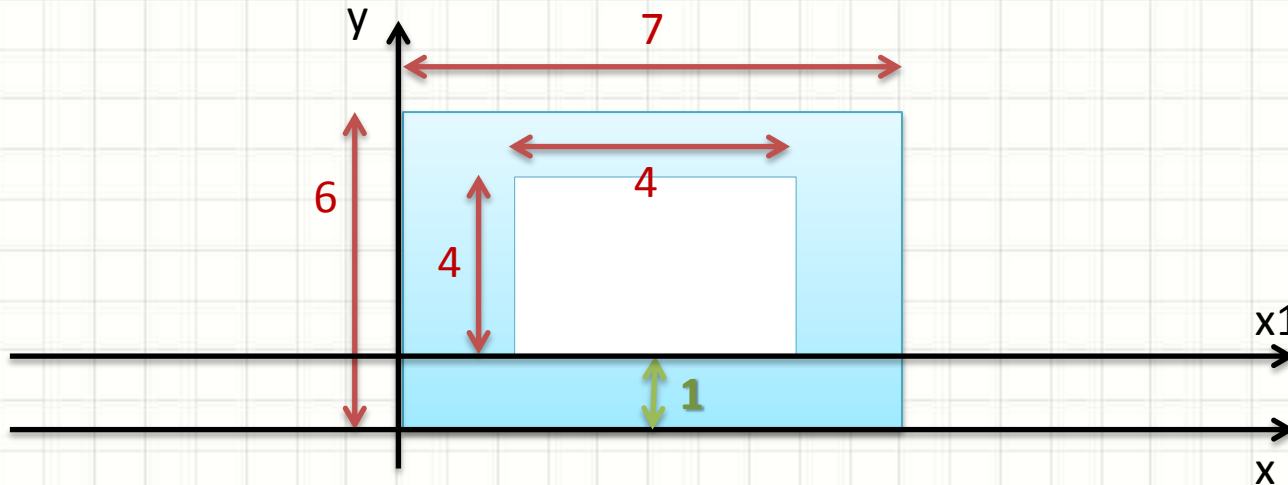
- $S_{xAzul} = \frac{7 \cdot 36}{2} - \frac{4 \cdot 16}{2} = 126 - 32 = \mathbf{94}$



TRANSLAÇÃO DE EIXO NO MOMENTO ESTÁTICO

Translação de Eixo

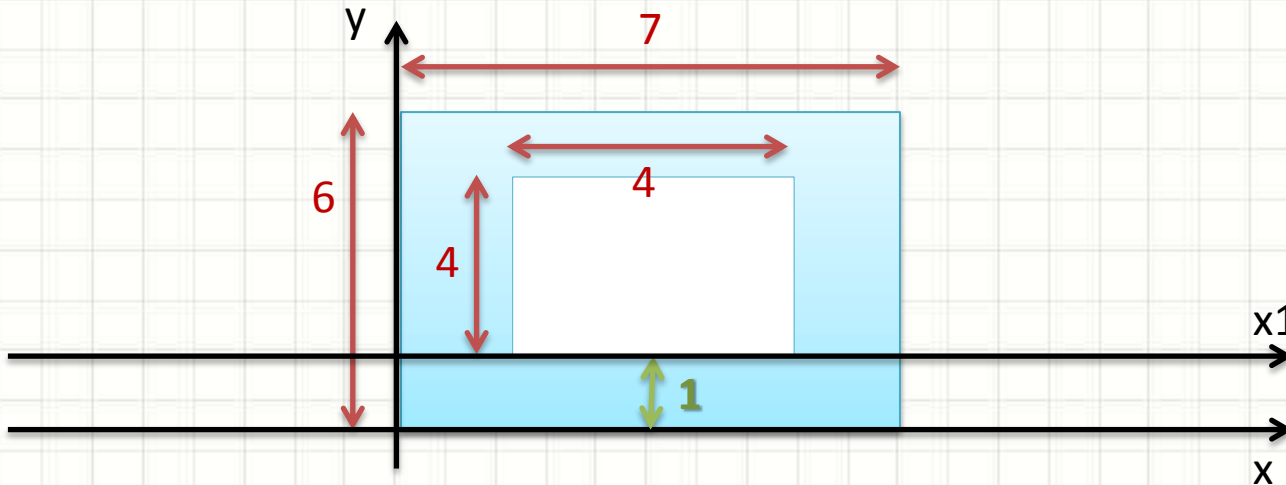
- Como calcular esse momento estático?



- $S_{xAzul} = S_{xRetAzul} - S_{xRetBranco}$
- Mas $S_{xRetBranco} \neq \frac{b \cdot h^2}{2}$
- **Seria igual se tivéssemos o eixo x1**

Translação de Eixo

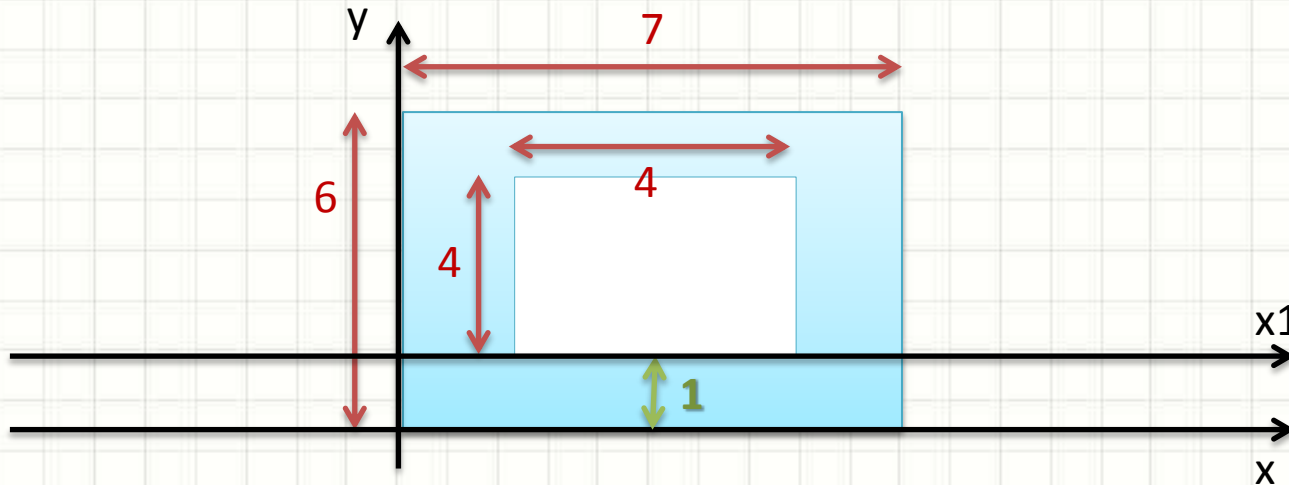
- Como calcular esse momento estático?



- Se temos o momento estático de um eixo, podemos calcular em outro
- $S_x = S_{x1} + \Delta S$
- $\Delta S = - \Delta y \cdot A$

Translação de Eixo

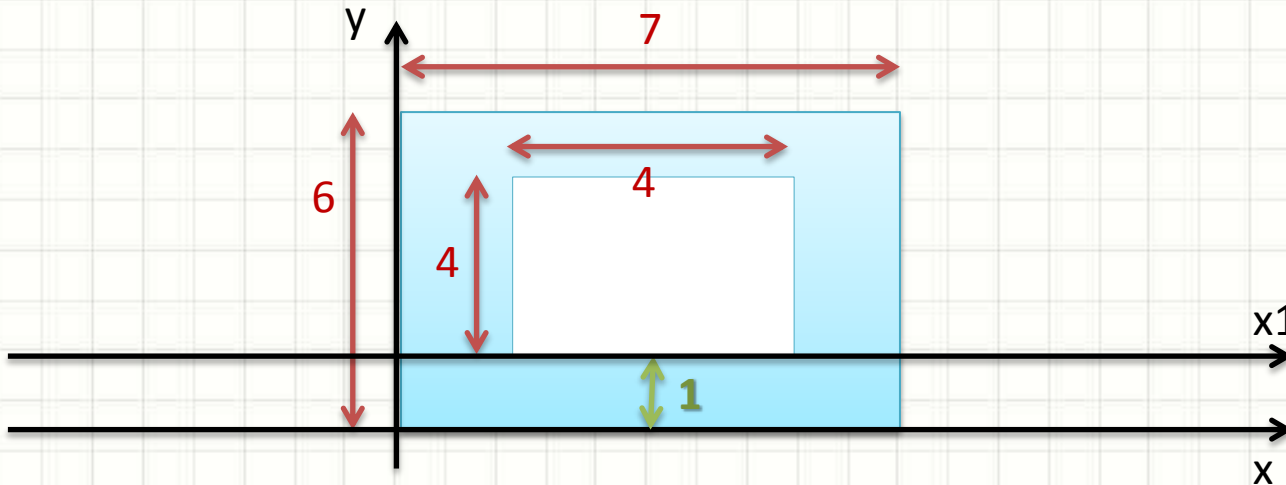
- Como calcular esse momento estático?



- Se temos o momento estático de um eixo, podemos calcular em outro
- $S_{xRB} = S_{x1RB} + \Delta S$
- $\Delta S = - \Delta y \cdot A = -(-1) \cdot 16 = 16$

Translação de Eixo

- Como calcular esse momento estático?



- Logo...

$$\bullet S_{xRB} = S_{x1RB} + \Delta S = \frac{b \cdot h^2}{2} + 16 = \frac{4 \cdot 16}{2} + 16 = \mathbf{48}$$

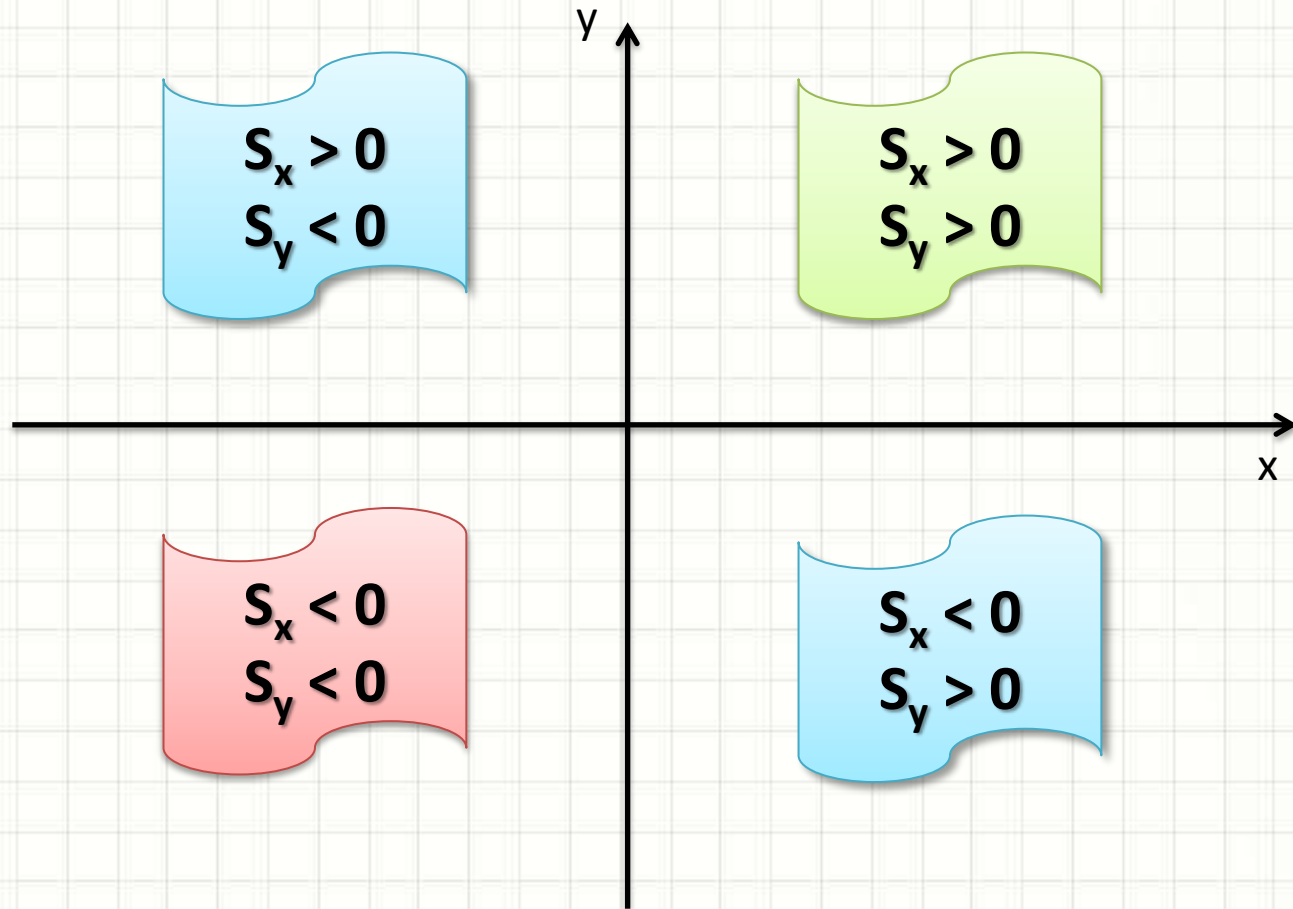
$$\bullet S_{xAzul} = S_{xRet_{Azul}} - S_{xRB} = 126 - 48 = \mathbf{78}$$



SINAL DO MOMENTO ESTÁTICO

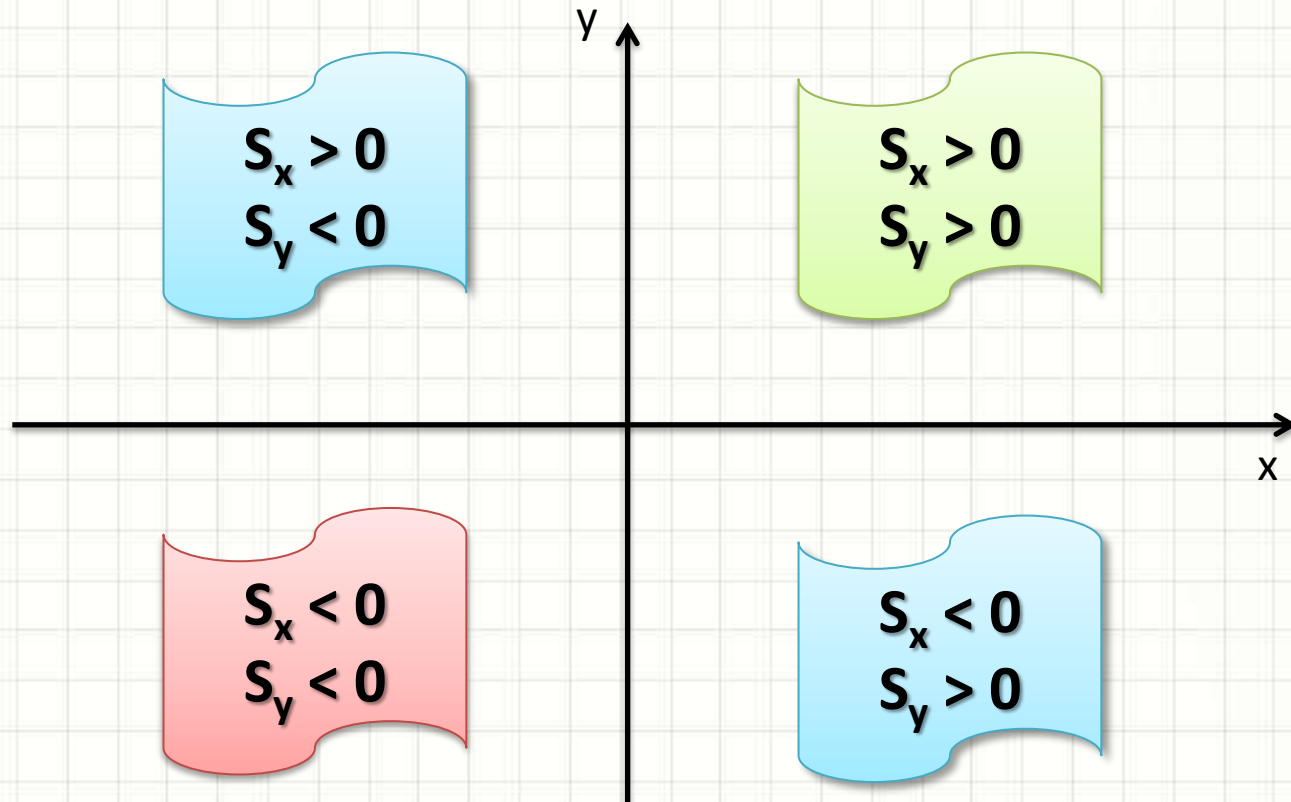
Sinal do Momento Estático

- Depende do “quadrante” da área



Sinal do Momento Estático

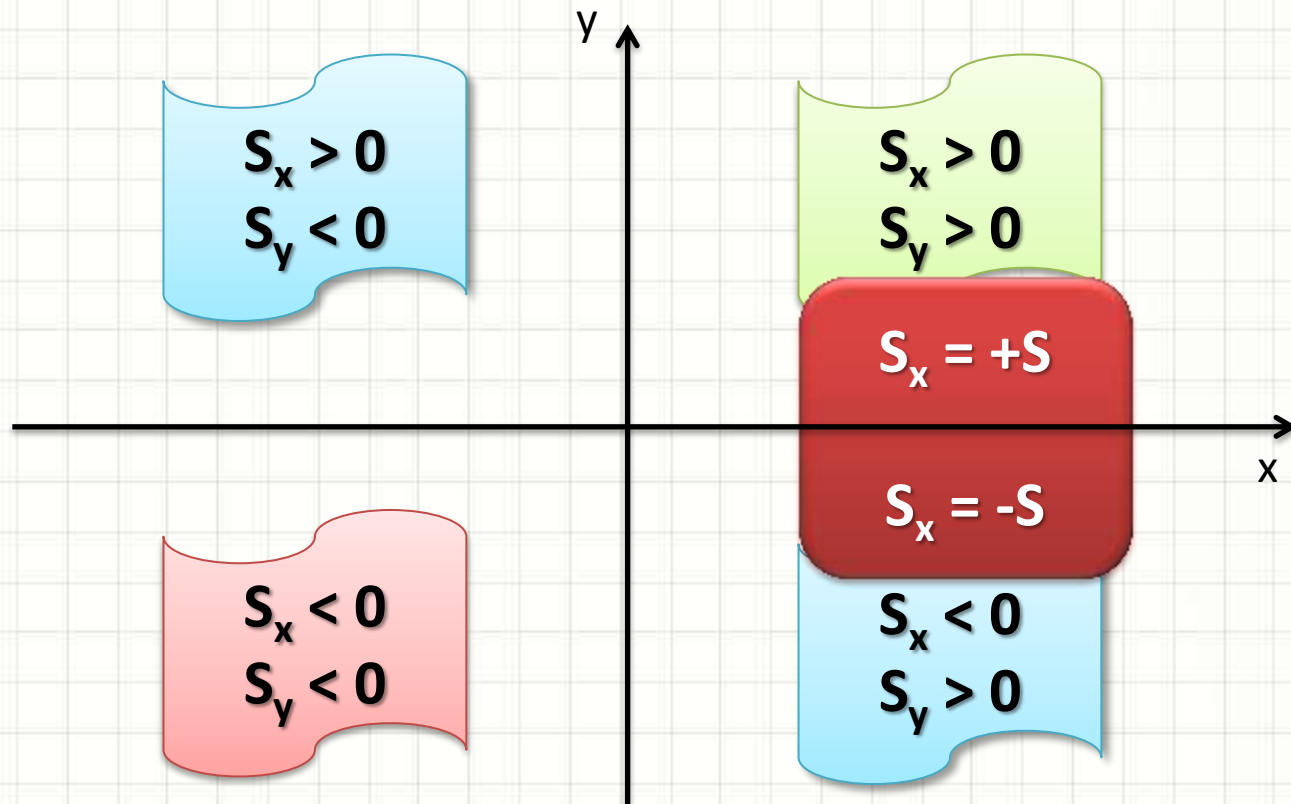
- Depende do “quadrante” da área



Por isso a simetria leva a momento estático igual a zero!

Sinal do Momento Estático

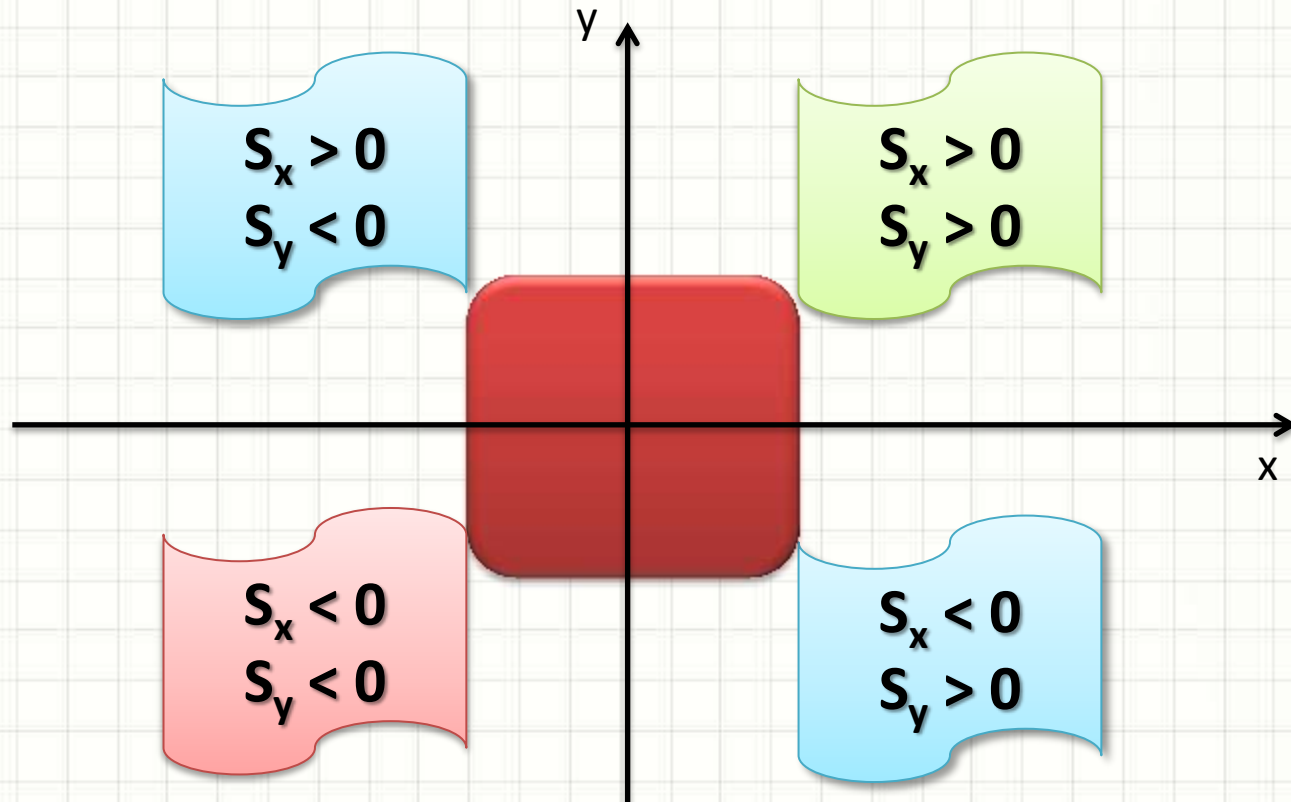
- Depende do “quadrante” da área



Por isso a simetria leva a momento estático igual a zero!

Sinal do Momento Estático

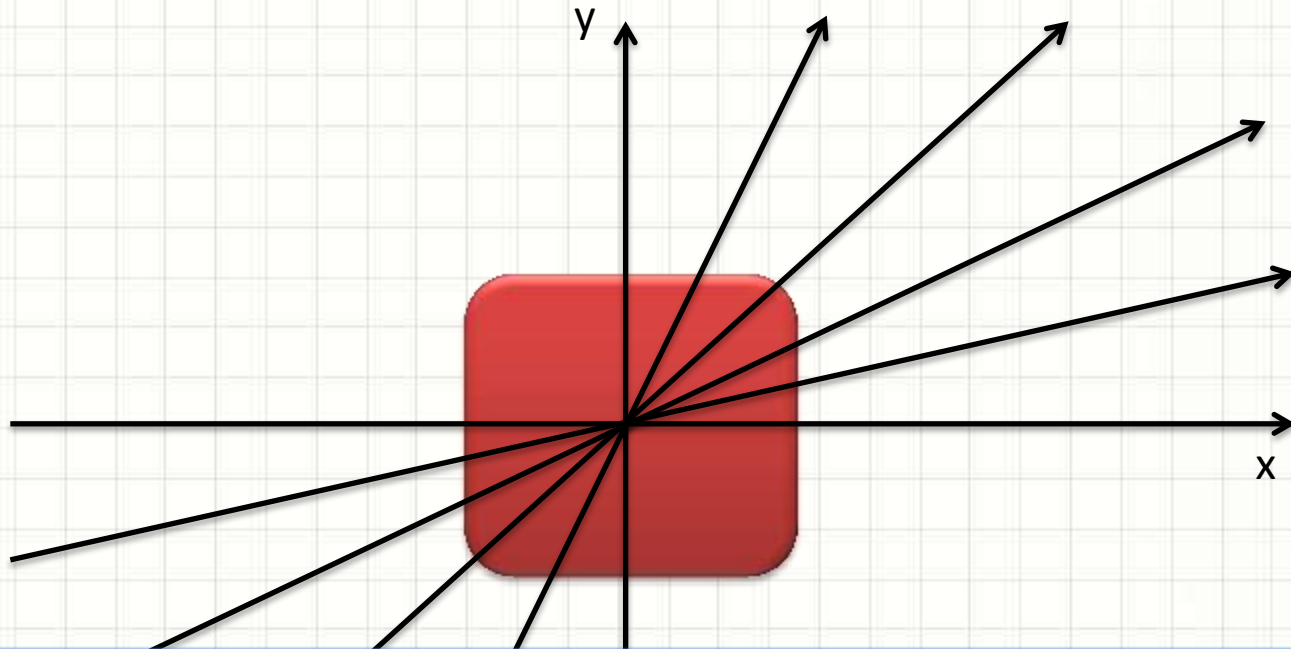
- O ponto em que S_x e S_y do corpo são zero...



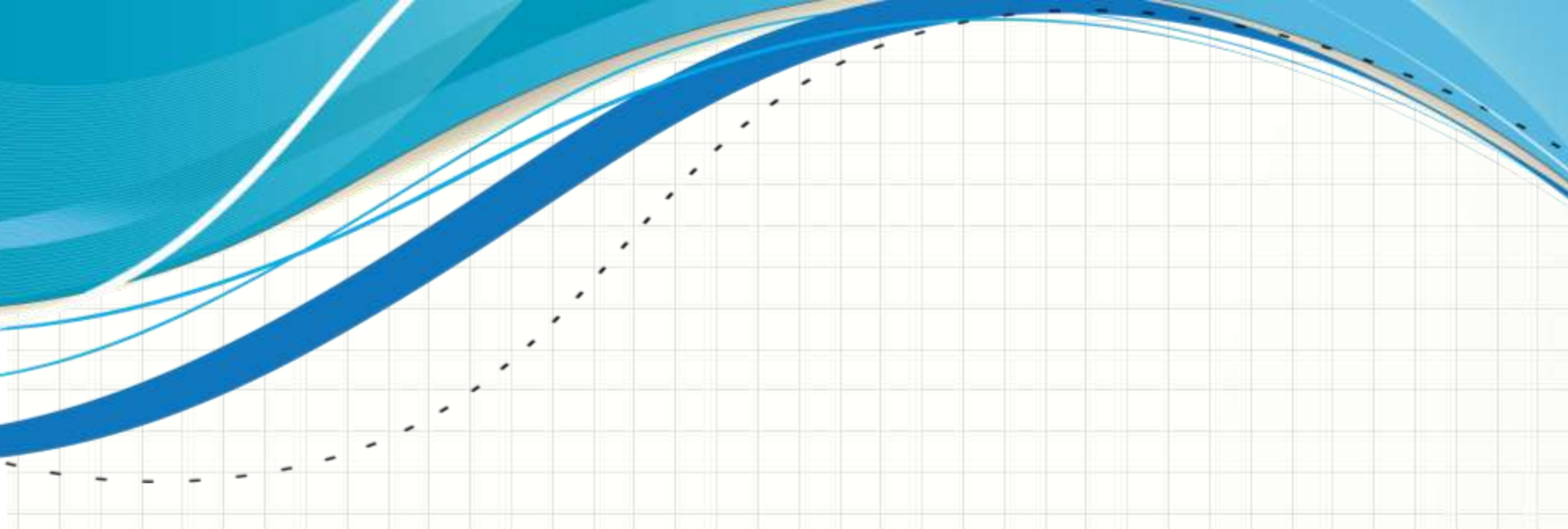
É o centro da área: centróide

Sinal do Momento Estático

- O ponto em que S_x e S_y da região são zero...



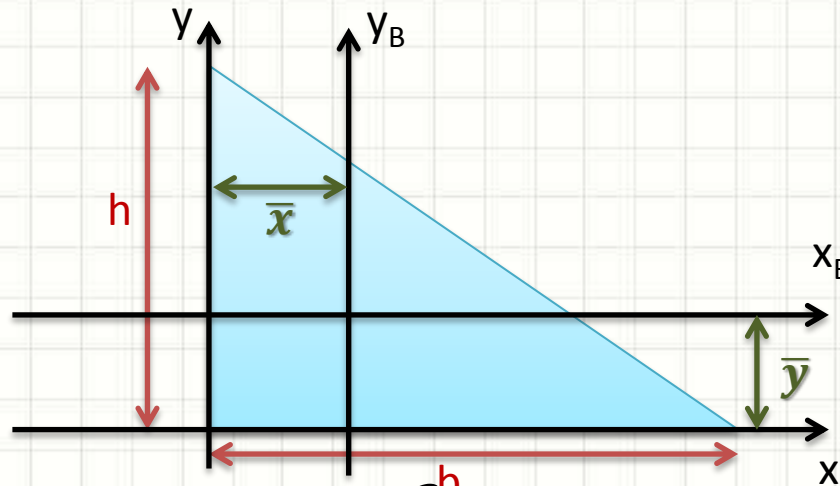
O Momento Estático da região será zero com relação a qualquer eixo que passe por esse ponto



ENCONTRANDO O CENTRÓIDE

Baricentro de Figuras Planas

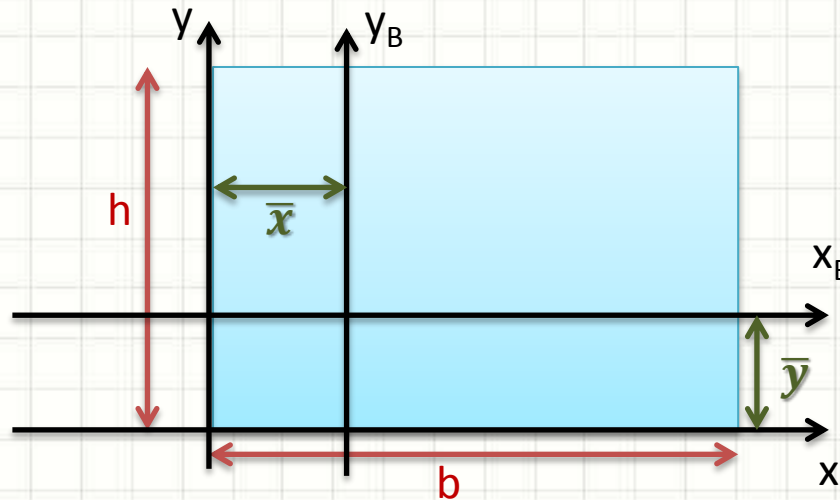
- Baricentro = Centro de Massa
 - Densidade uniforme: centróide = baricentro



- $\bar{y} = y_g = \frac{S_x}{A} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{2}{b \cdot h} = h/3$
- $\bar{x} = x_g = \frac{S_y}{A} = \frac{h \cdot b^2}{6} \cdot \frac{2}{b \cdot h} = b/3$

Baricentro de Figuras Planas

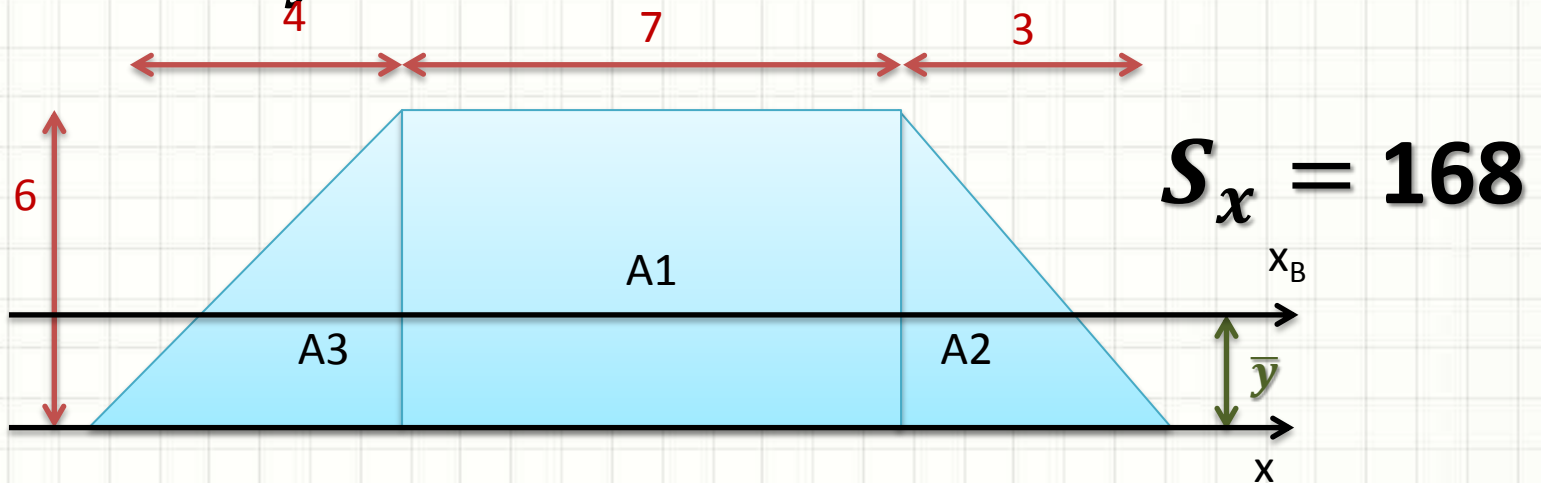
- Baricentro do Retângulo



- $\bar{y} = y_g = \frac{S_x}{A} = \frac{b \cdot h^2}{2} \cdot \frac{1}{b \cdot h} = h/2$
- $\bar{x} = x_g = \frac{S_y}{A} = \frac{h \cdot b^2}{2} \cdot \frac{1}{b \cdot h} = b/2$

Baricentro de Figuras Planas

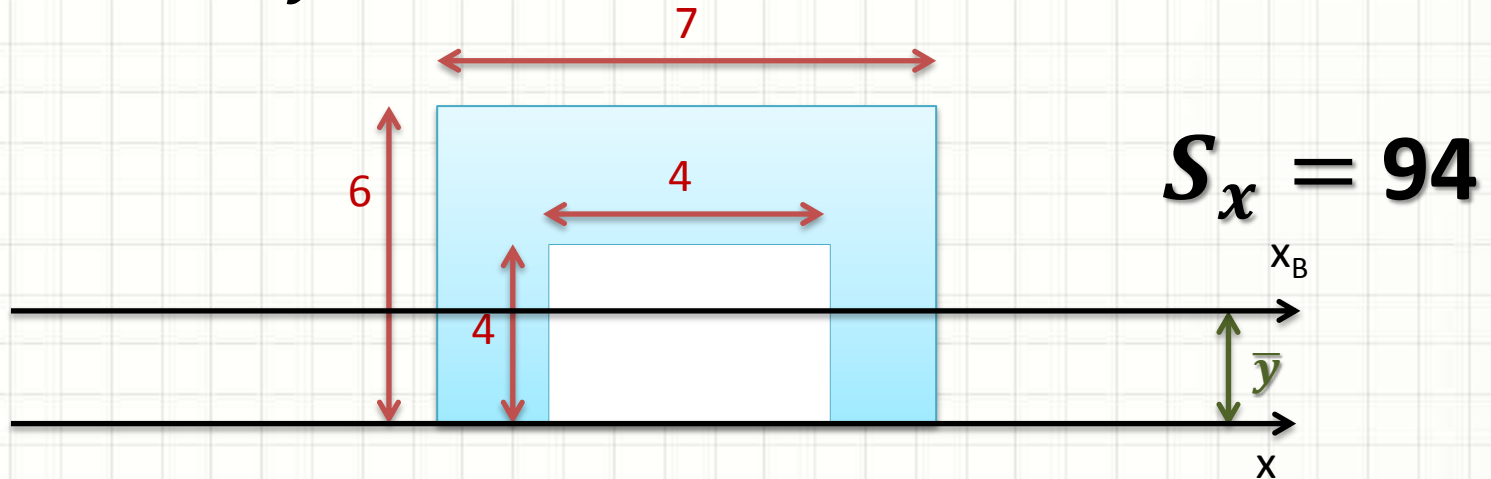
- Calcule o \bar{y} do baricentro da área abaixo



- $$\bar{y} = y_g = \frac{S_x}{A} = \frac{S_x}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{168}{7 \cdot 6 + \frac{3 \cdot 6}{2} + \frac{4 \cdot 6}{2}} = 2,67$$

Baricentro de Figuras Planas

- Calcule o \bar{y} do baricentro da área abaixo

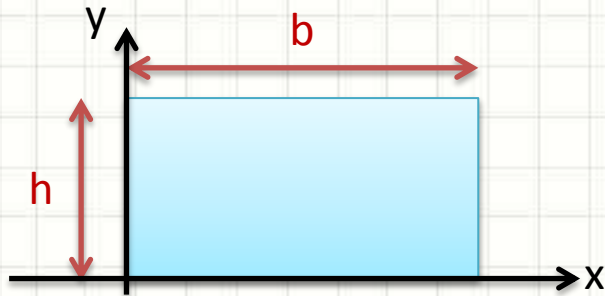


- $$\bar{y} = y_g = \frac{S_x}{A} = \frac{S_x}{A_{ATotal} - A_B} = \frac{94}{7 \cdot 6 - 4 \cdot 4} = 3,62$$



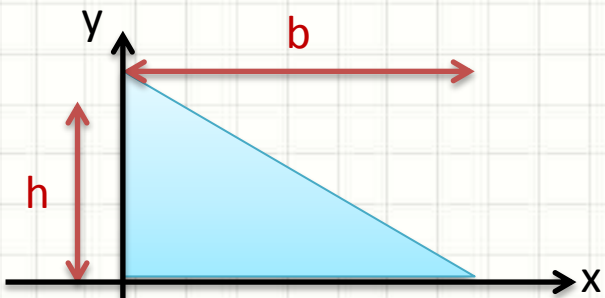
RESULTADOS IMPORTANTES

Momentos Estáticos



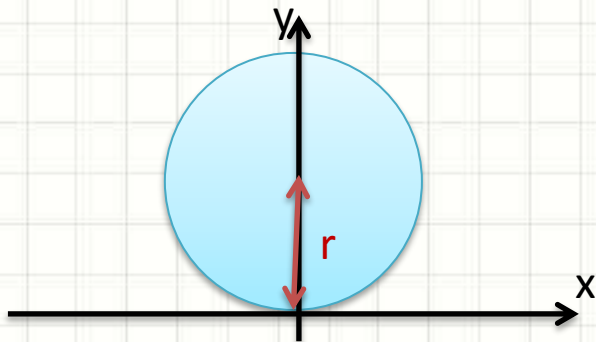
$$S_x = \frac{b \cdot h^2}{2}$$

$$S_y = \frac{h \cdot b^2}{2}$$



$$S_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

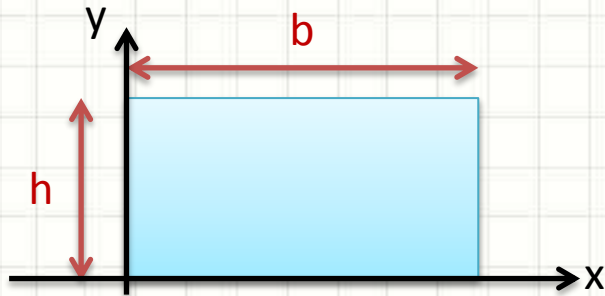
$$S_y = \frac{h \cdot b^2}{6}$$



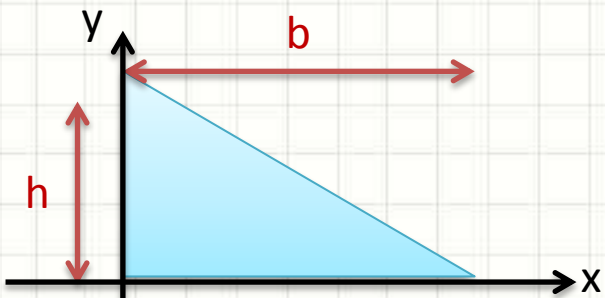
$$S_x = \pi \cdot r^3$$

$$S_y = 0$$

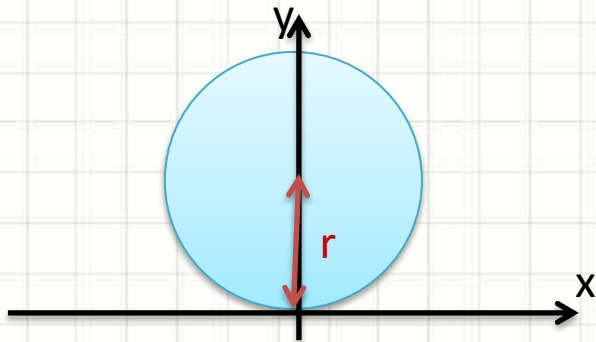
Distância ao Centro de Gravidade



$$\bar{y} = y_g = \frac{h}{2} \quad \bar{x} = x_g = \frac{b}{2}$$

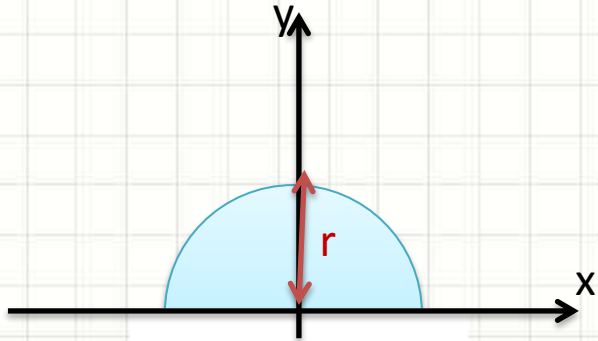


$$\bar{y} = y_g = \frac{h}{3} \quad \bar{x} = x_g = \frac{b}{3}$$



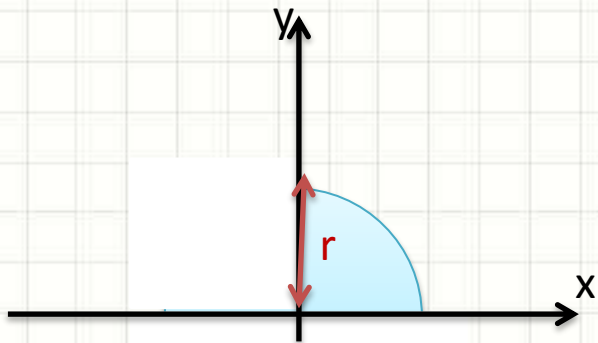
$$\bar{y} = y_g = r \quad \bar{x} = x_g = 0$$

Distância ao Centro de Gravidade



$$\bar{y} = y_g = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

$$\bar{x} = x_g = 0$$



$$\bar{y} = y_g = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

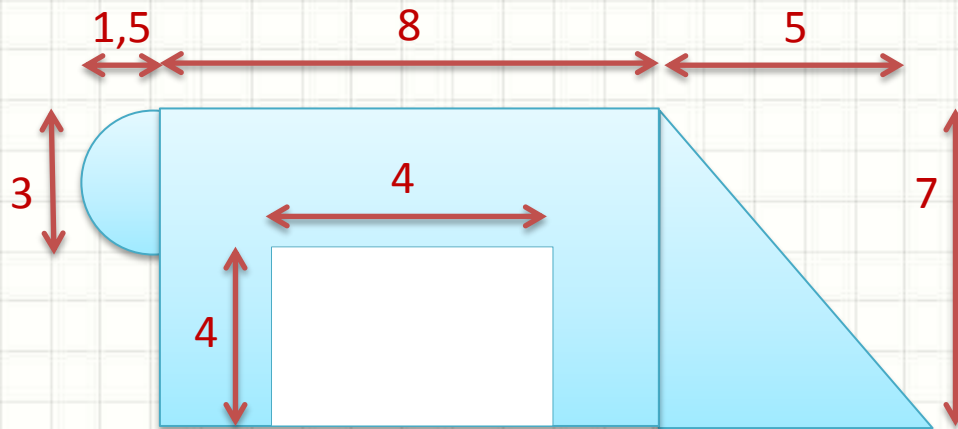
$$\bar{x} = x_g = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$



EXERCÍCIO

Exercício (Em Dupla)

- Calcule a posição do baricentro da área azul





PARA TREINAR

Para Treinar em Casa

- Material Didático, Pág. 578 e 579
- Mínimos:
 - Exercício A.1
 - Exercícios A.2 a A.6 (só localização do centróide)
- Extras:
 - Exercícios A.7 a A.12 (só localização do centróide)



CONCLUSÕES

Resumo

- Planos de Ensino e Aula
- Datas de avaliações e critérios de aprovação
- Fontes de informação
- Importância da Resistência dos Materiais
- Propriedades das Áreas Planas
- Momento Estático
- Localização do Centróide
- **Exercitar**
 - Exercícios Material Didático

Próxima Aula



- Momento de Inércia
 - Momento de Segunda Ordem
 - O que é isso?
 - Para quê serve?



PERGUNTAS?



**BOM DESCANSO
A TODOS!**