



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS II

CARREGAMENTO AXIAL PARTE II

Prof. Dr. Daniel Caetano

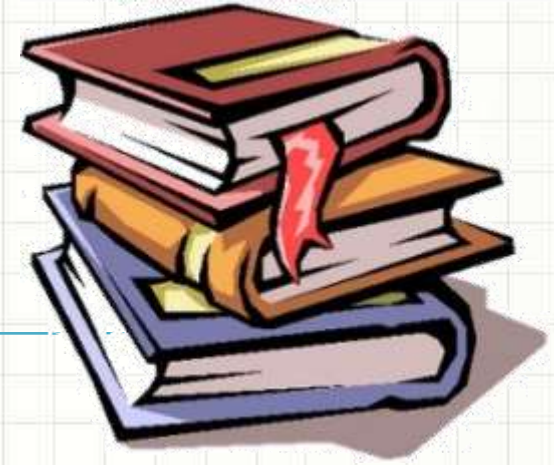
2012 - 2

Objetivos

- Compreender o surgimento de tensões por dilatação/contração térmica
- Compreender o que são concentrações de tensões
- Compreender as deformações inelásticas



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Notas de Aula

-

Apresentação

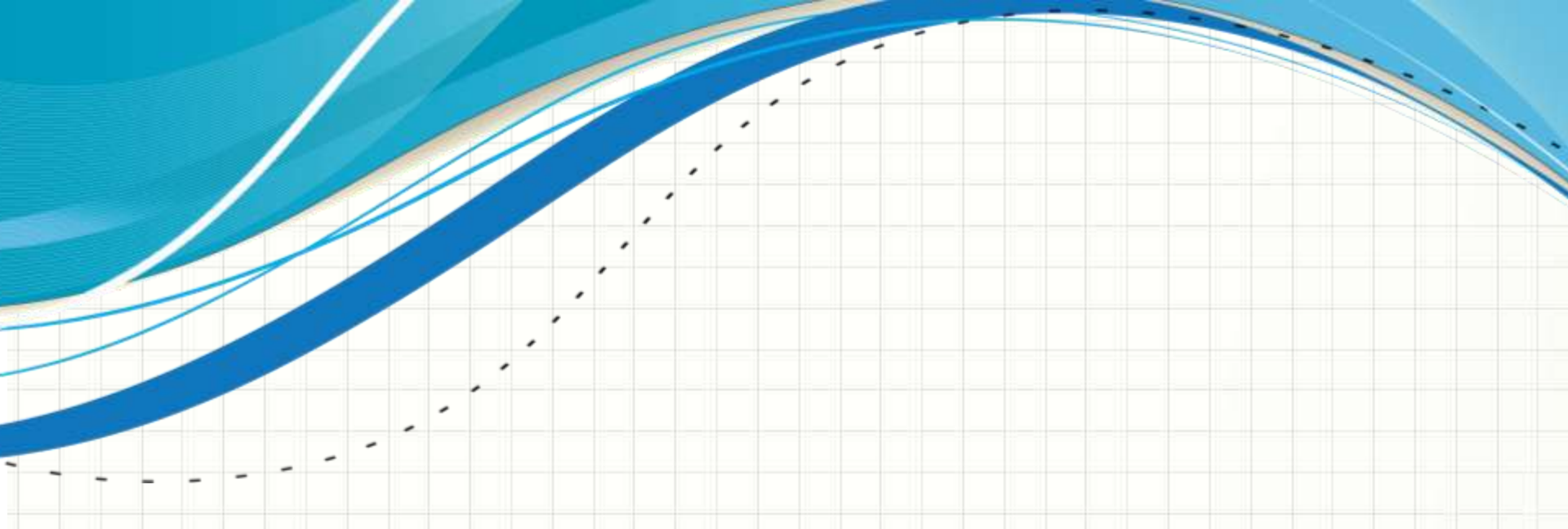
<http://www.caetano.eng.br/>
(Aula 4)

Material Didático

-

Resistência dos
Materiais (Hibbeler)

Biblioteca Virtual, páginas 106 a 124.

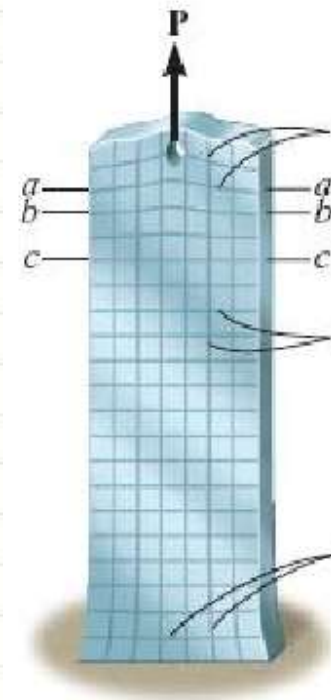


RELEMBRANDO:

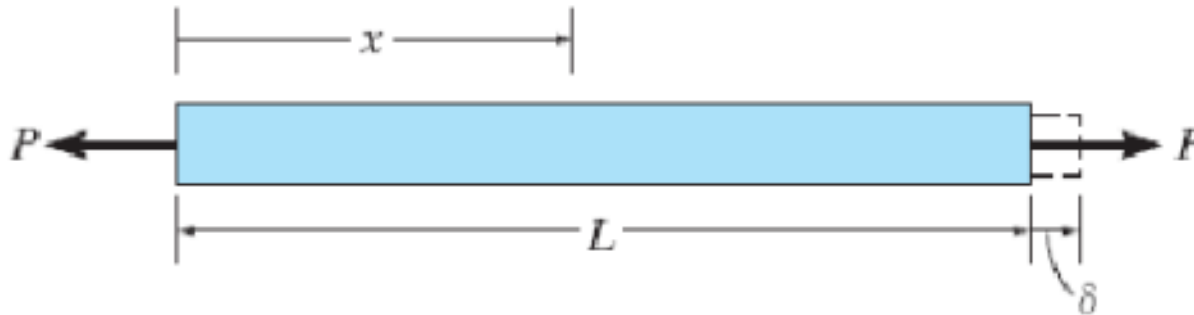
CARREGAMENTOS AXIAIS

Deformações Axiais

- Princípio de Saint-Venant



- Deformação de uma viga de seção constante



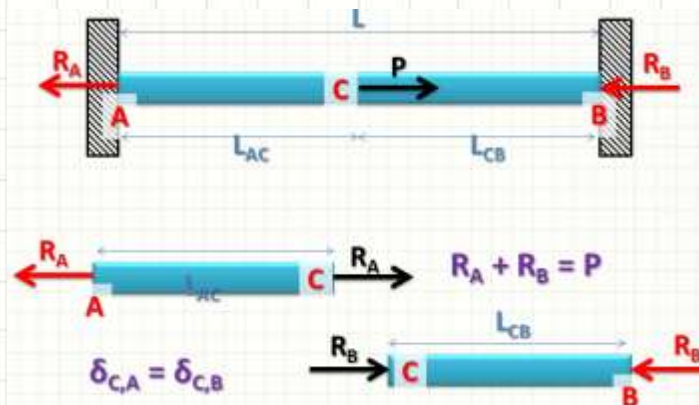
$$\delta = \int_0^L \frac{P(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)} = \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$$

Deformações Axiais

- Princípio da Superposição de efeitos



- Estruturas Estaticamente Indeterminadas

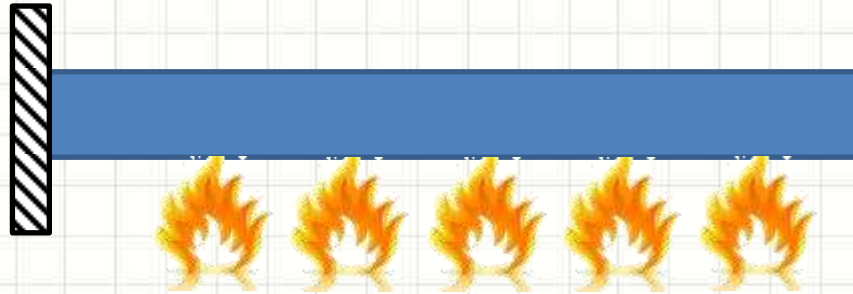




TENSÕES TÉRMICAS

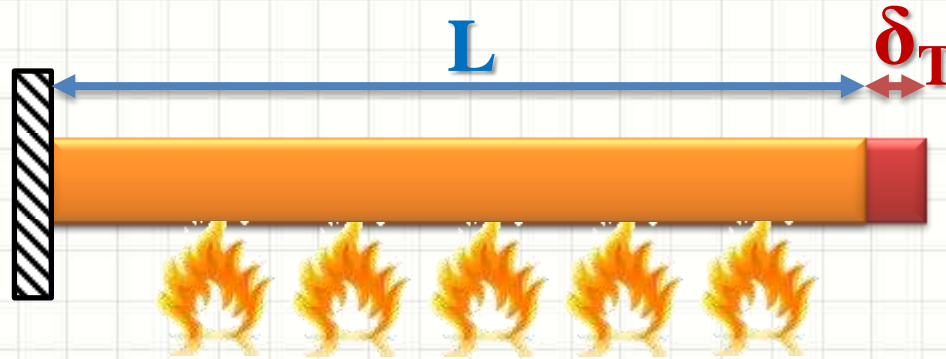
Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



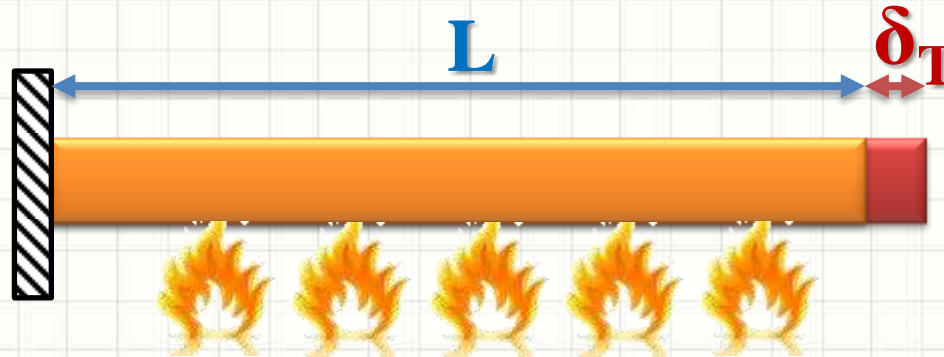
α : coeficiente linear de expansão térmica

- Dilatação térmica
- Podemos calcular δ_T , se ΔT for constante

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura

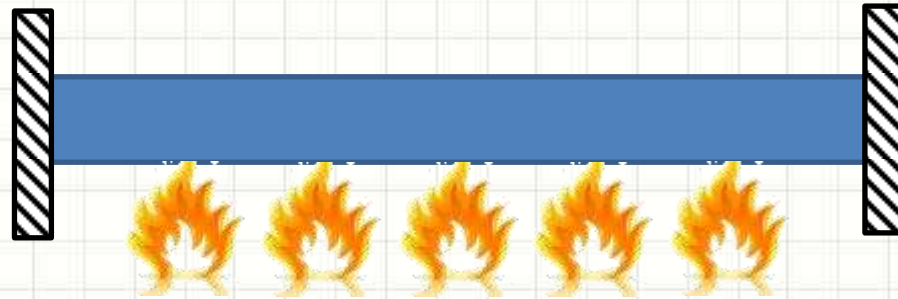


- Se ΔT é variável, $\Delta T = \Delta T(x)$

$$\delta_T = \int_0^L \alpha \cdot \Delta T(x) \cdot dx$$

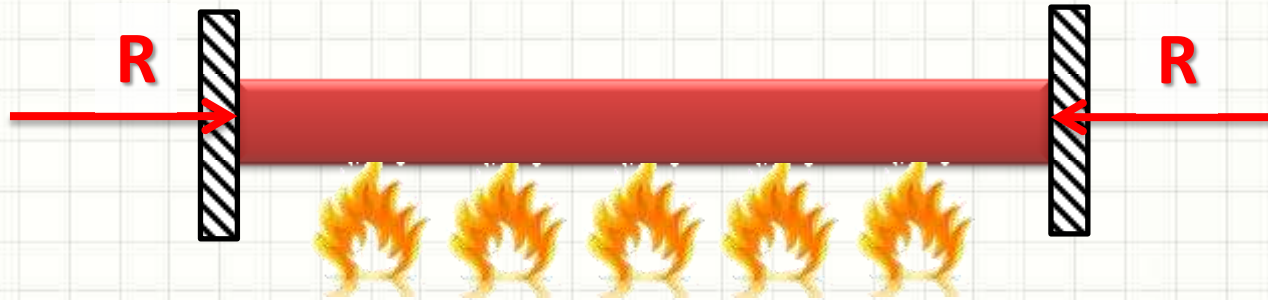
Tensões Térmicas

- E agora?



Tensões Térmicas

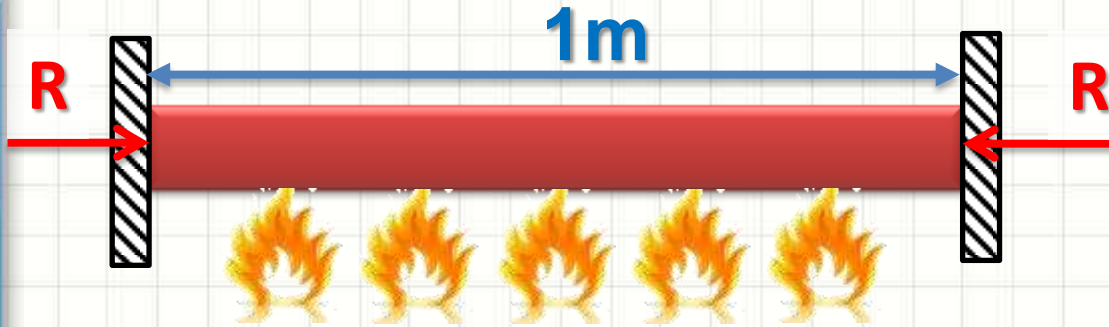
- E agora?



- O corpo vai querer dilatar de δ_T ...
- Mas os apoios não vão deixar!
- Vão aparecer reações que vão provocar um encurtamento... $-\delta_T$!

Tensões Térmicas - Exemplo

- Considere a barra abaixo



$A = 0,0001 \text{ m}^2$
 $E = 200 \text{ GPa}$
 $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
 $T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$
 $T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$

- Por superposição de efeitos...



$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$\delta + \delta_T = 0$$

$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$



Tensões Térmicas - Exemplo

$$A = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$$

$$T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$$

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \delta = -\frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$

$$\delta + \delta_T = 0$$

- Calculando...

$$-\frac{R \cdot L}{E \cdot A} + \alpha \cdot \Delta T \cdot L = 0 \Rightarrow \frac{R \cdot L}{E \cdot A} = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \Rightarrow$$

$$\frac{R}{E \cdot A} = \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow R = \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot A$$

$$R = 12 \cdot 10^{-6} \cdot (60 - 30) \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-4}$$

Tensões Térmicas - Exemplo

$$A = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$$

$$T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$$

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \delta = -\frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$

$$\delta + \delta_T = 0$$

- Calculando...

$$R = 12 \cdot 30 \cdot 200 \cdot 10^{-1} = 12 \cdot 600 = 7200 \text{ N}$$

- Mas $\sigma = F / A$...

$$\sigma = \frac{7200}{0,0001} = 72000000 \text{ Pa} = 72 \text{ MPa}$$

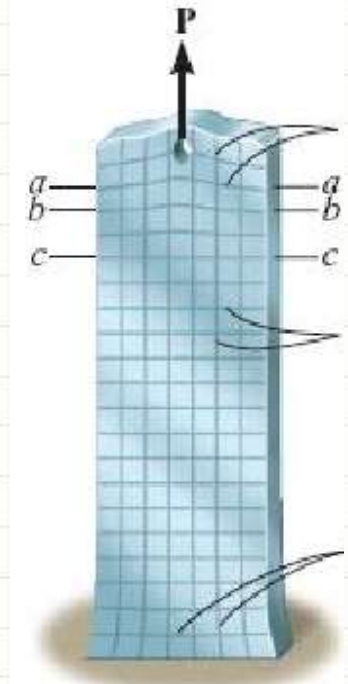
$$\sigma = 72 \text{ MPa}$$



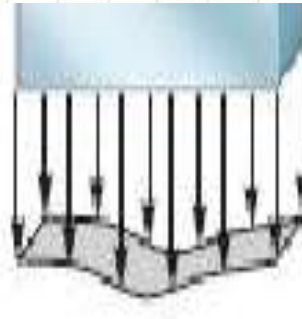
CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Concentração de Tensões

- Vimos, anteriormente...

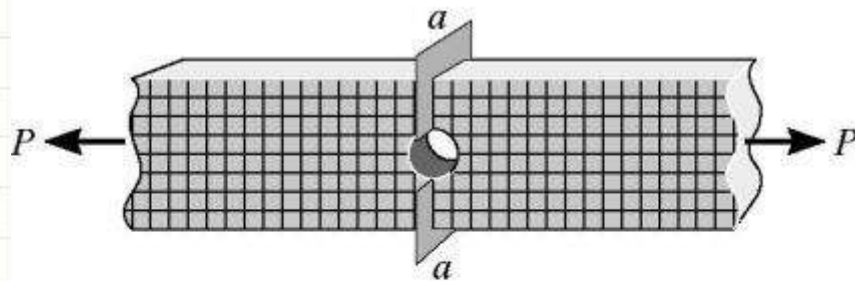


- Carga concentrada \rightarrow distorção...
 - distribuição de tensão variável

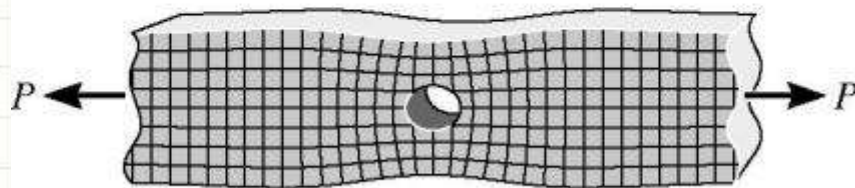


Concentração de Tensões

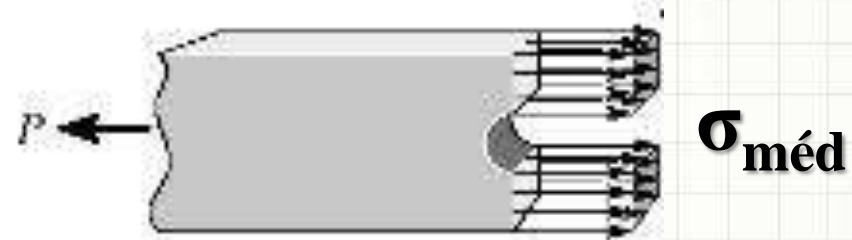
- Mudança na seção transversal:
 - Causa efeito similar



Não distorcida



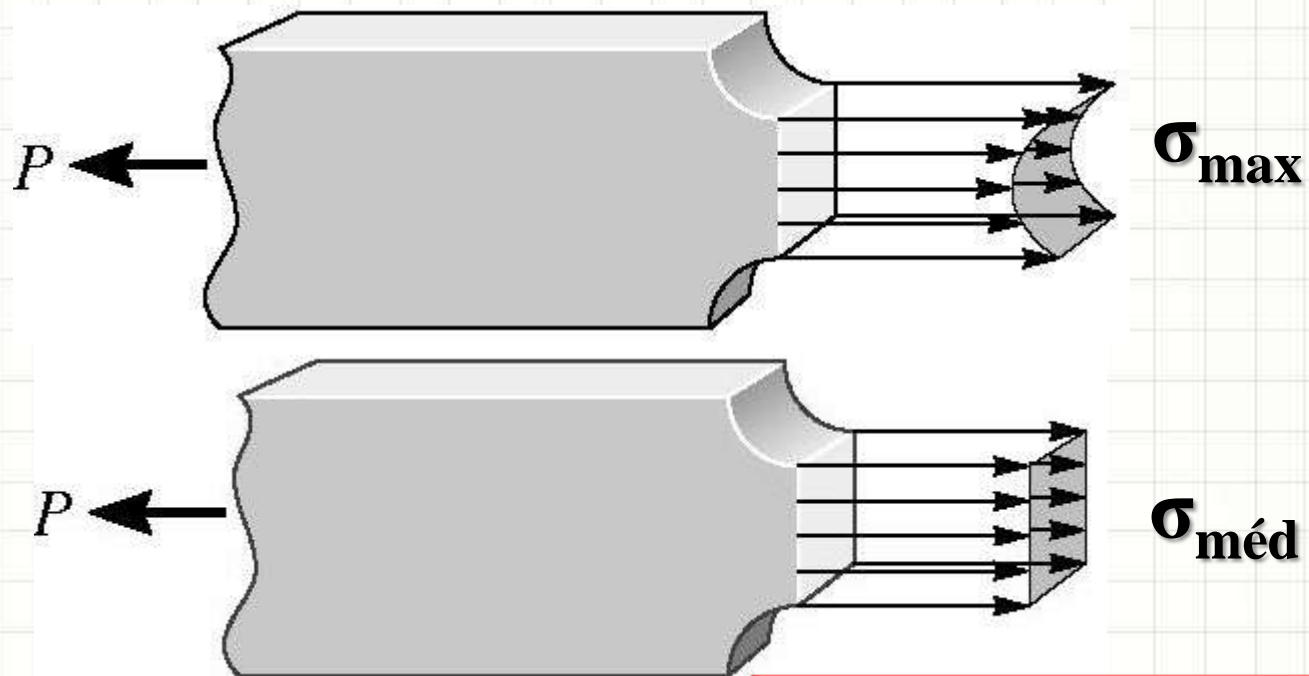
Distorção
(a)



$$\sigma_{\max} > \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Mudança na seção transversal:
 - Causa efeito similar



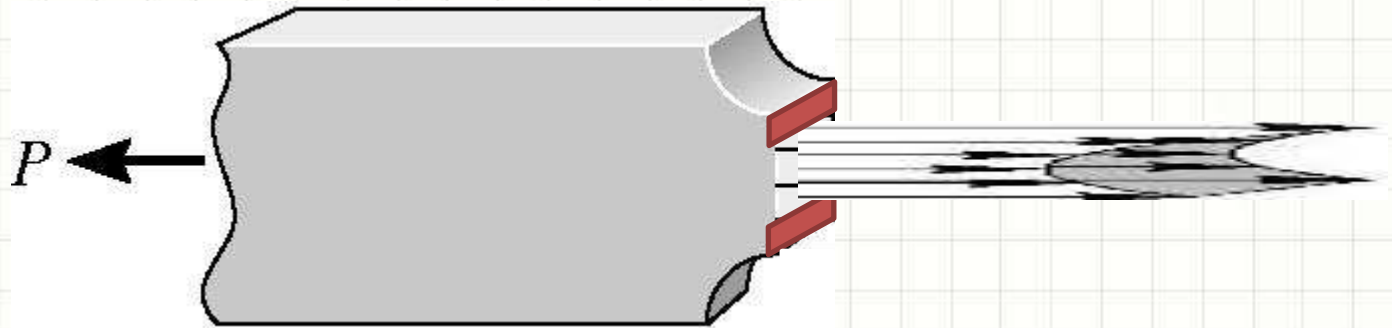
$$\sigma_{\max} > \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Onde se iniciará a ruptura?



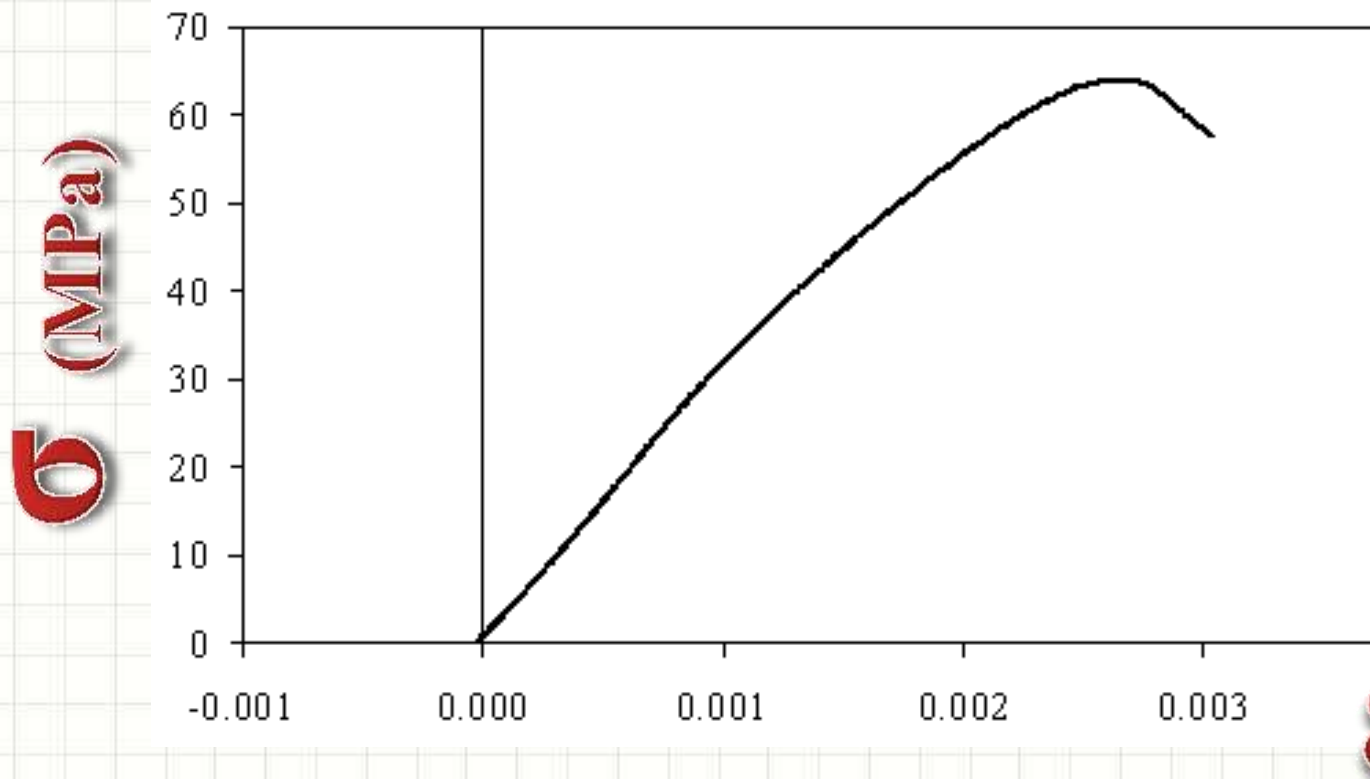
- E o que ocorrerá se começar a “rachar”?



- Problema em materiais **frágeis** (ex.: concreto)

Concentração de Tensões

- Frágil? Garantir que a $\sigma_{\text{máx}} < \sigma_{\text{ruptura}}$
 - Nesse caso $\sigma_{\text{ruptura}} \approx \sigma_{\text{proporcionalidade}}$



Concentração de Tensões

- Como calcular o $\sigma_{m\acute{a}x}$?
 - Modelos computacionais complexos (Lei de Hooke)
 - Testes experimentais

$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{e}d}}$$

- Como calcular o $\sigma_{m\acute{e}d}$?

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{F}{A_{menor}}$$

Concentração de Tensões

- Logo... $\sigma_{m\acute{a}x}$ pode ser calculado

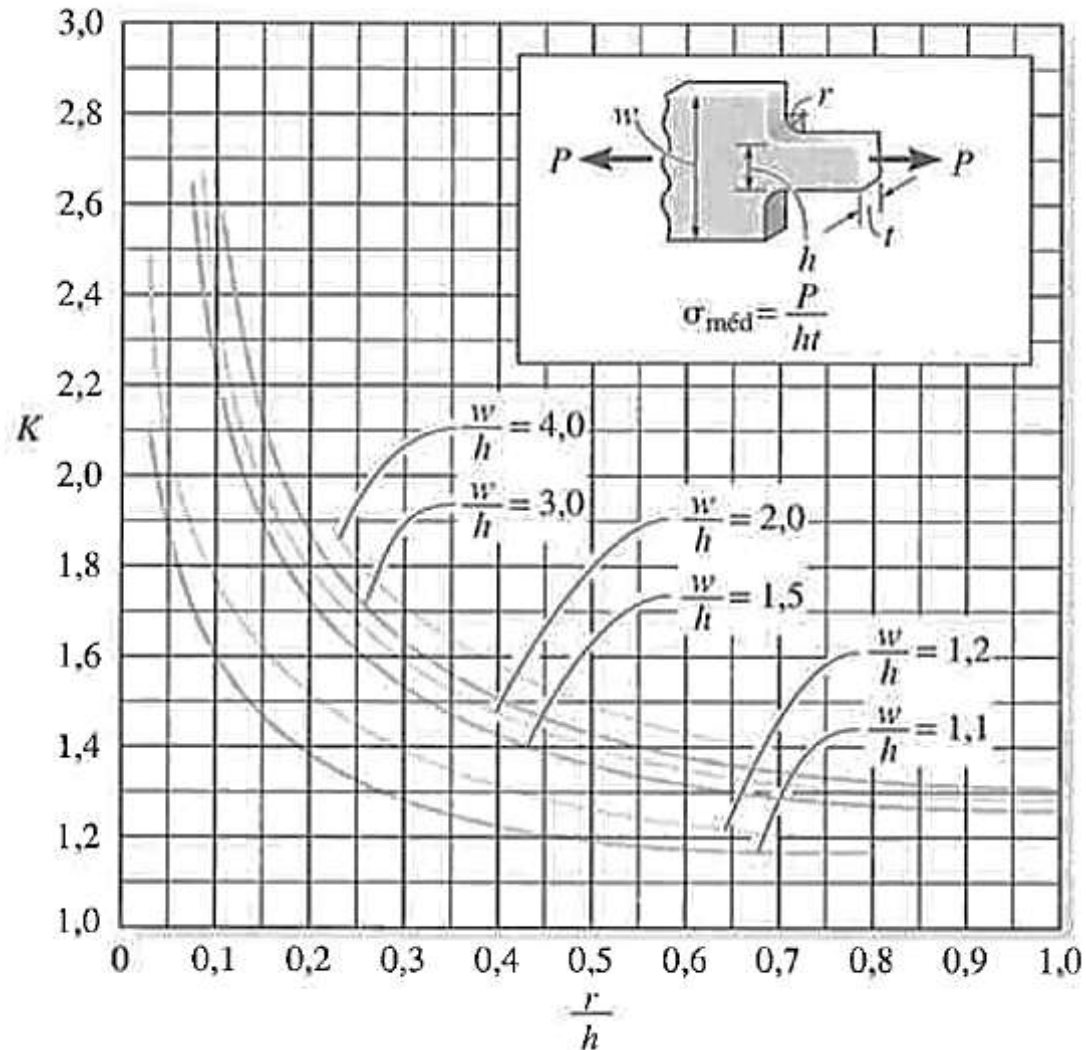
$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{e}d}}$$

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{F}{A_{menor}}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \cdot \frac{F}{A_{menor}}$$

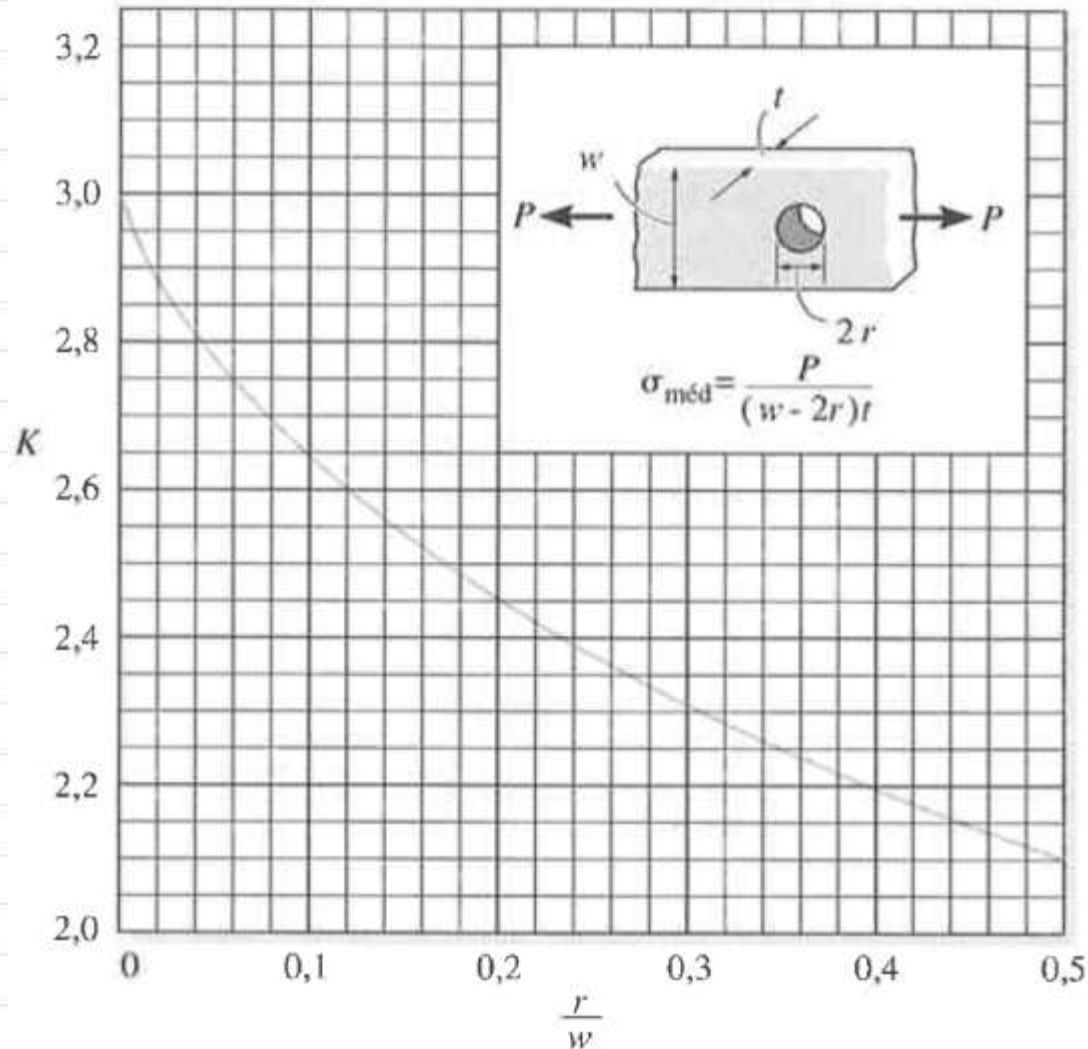
Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



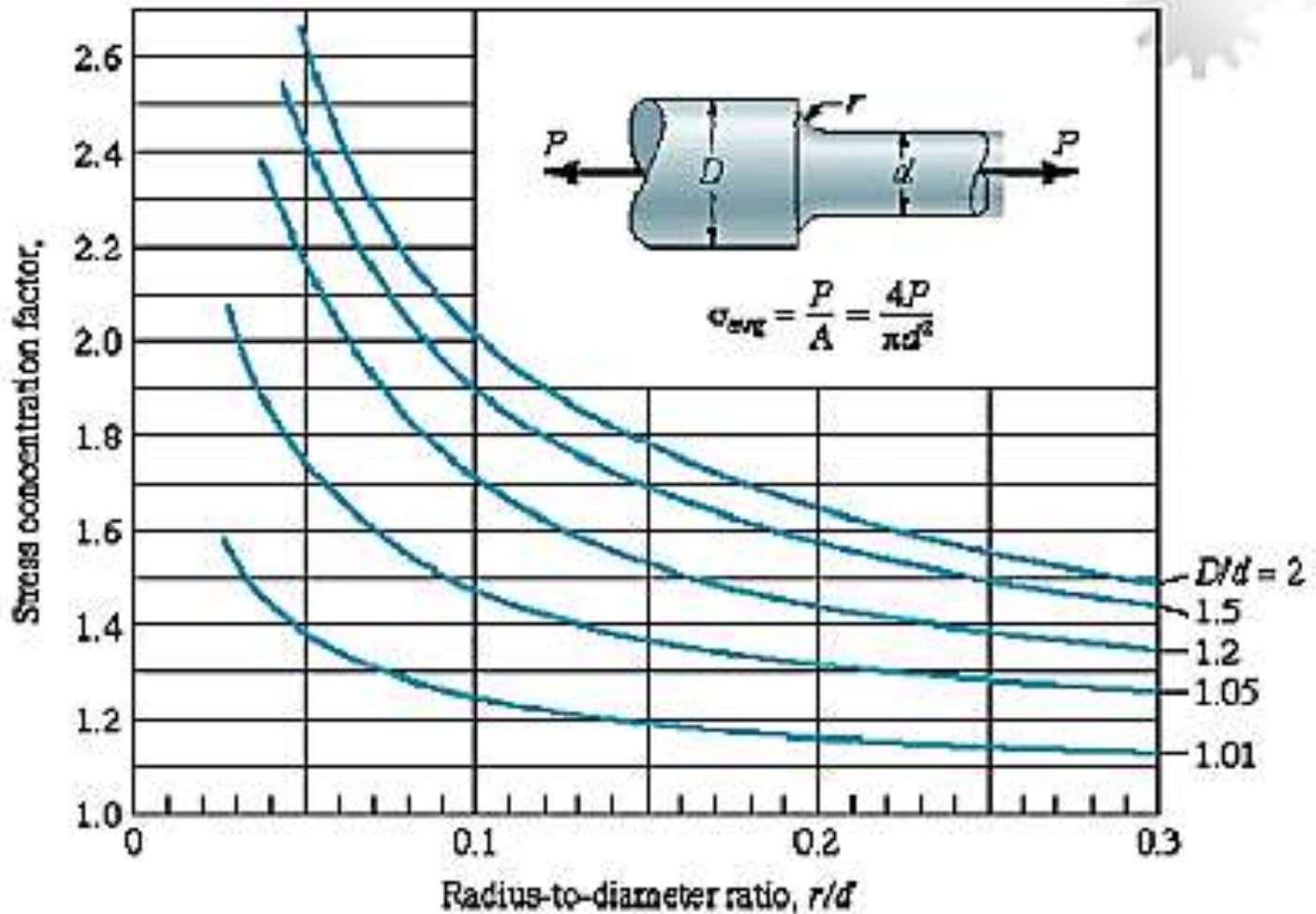
Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



$$\begin{aligned} A &= 0,01 \text{ m}^2 \\ A_R &= 0,005 \text{ m}^2 \\ \sigma_{\text{lim}} &= 24 \text{ MPa} \end{aligned}$$

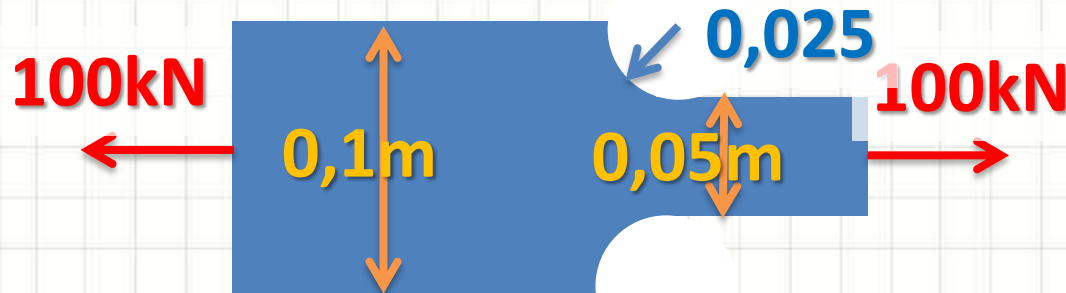
$$\sigma_{\text{méd}} = \frac{F}{A_{\text{menor}}} = \frac{100000}{0,005} = \frac{100000000}{0,005} = 20000000$$

$$\sigma_{\text{méd}} = 20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = K \cdot \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



$A = 0,01 \text{ m}^2$
 $A_R = 0,005 \text{ m}^2$
 $\sigma_{\text{lim}} = 24 \text{ MPa}$

$$\sigma_{\text{méd}} = 20 \text{ MPa} \quad \sigma_{\text{máx}} = K \cdot \sigma_{\text{méd}}$$

$K = ?$

Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?

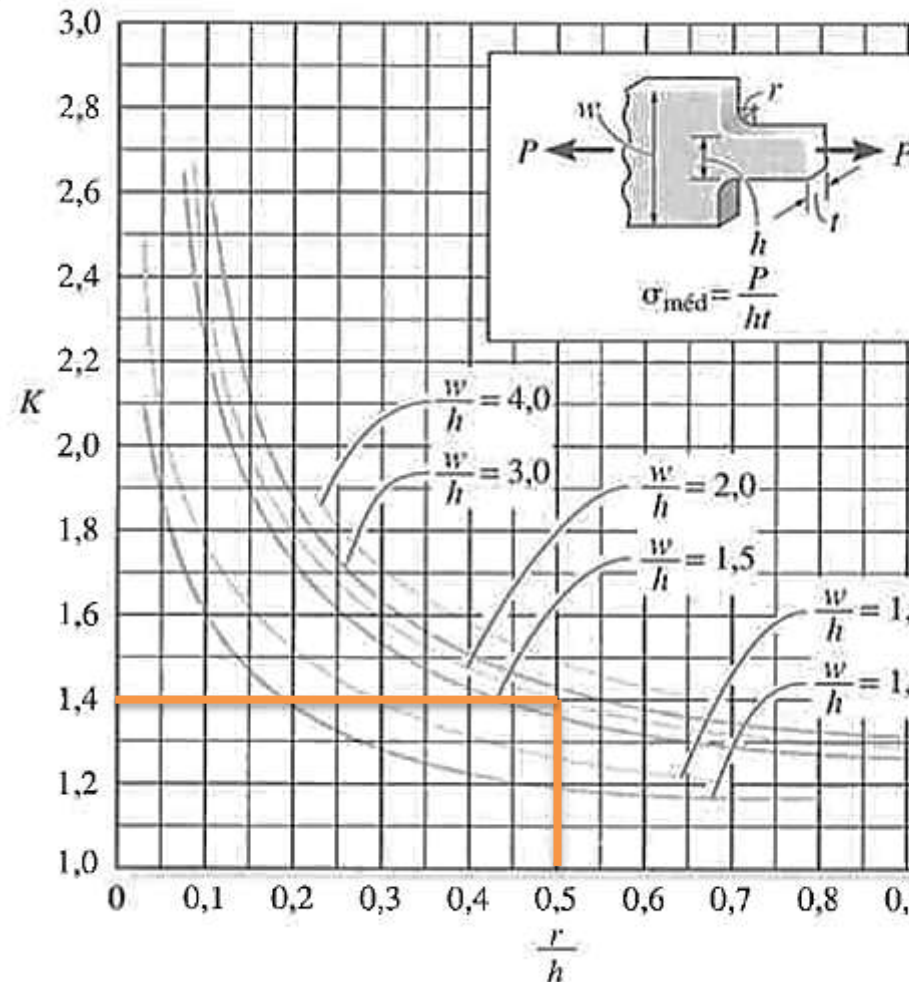


$$\sigma_{méd} = 20MPa$$

$$r/h = 0,025/0,05 = 0,5$$

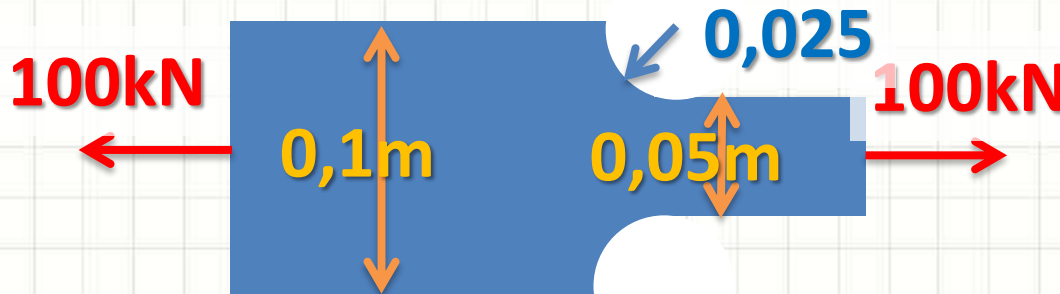
$$w/h = 0,1/0,05 = 2$$

$$K = 1,4$$



Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



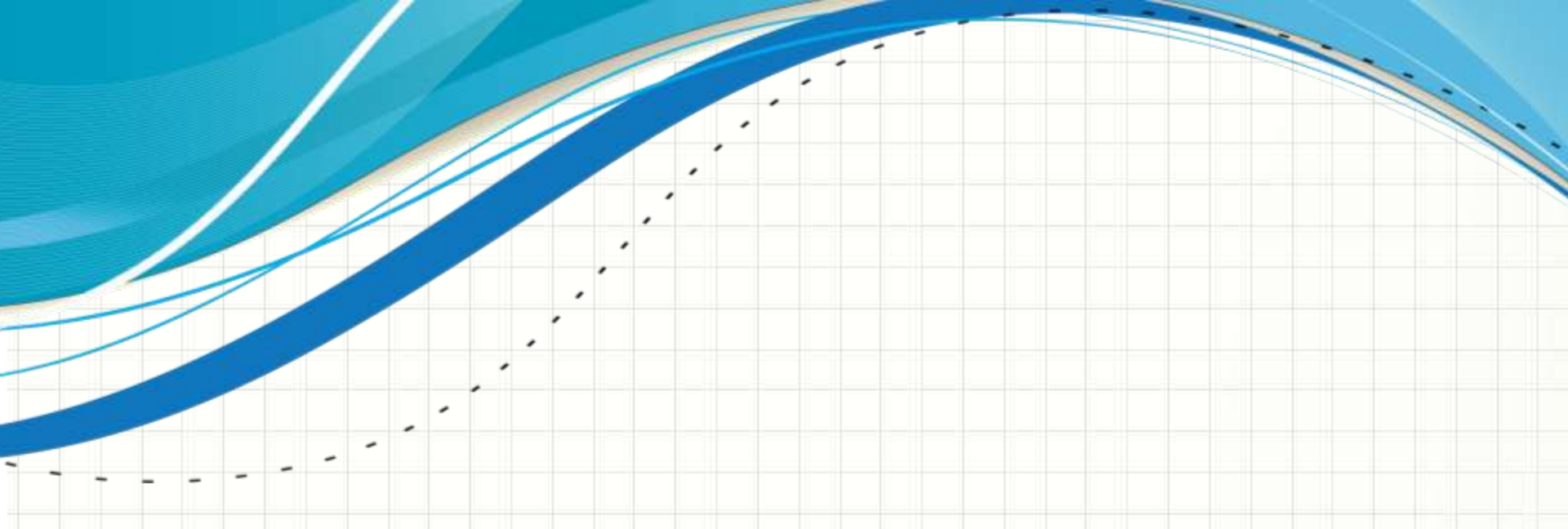
$A = 0,01 \text{ m}^2$
 $A_R = 0,005 \text{ m}^2$
 $\sigma_{lim} = 24 \text{ MPa}$

$$\sigma_{méd} = 20 \text{ MPa} \quad \sigma_{máx} = K \cdot \sigma_{méd} \quad K = 1,4$$

$$\sigma_{máx} = 1,4 \cdot 20 \text{ MPa} = 28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{máx} < \sigma_{lim}?$$

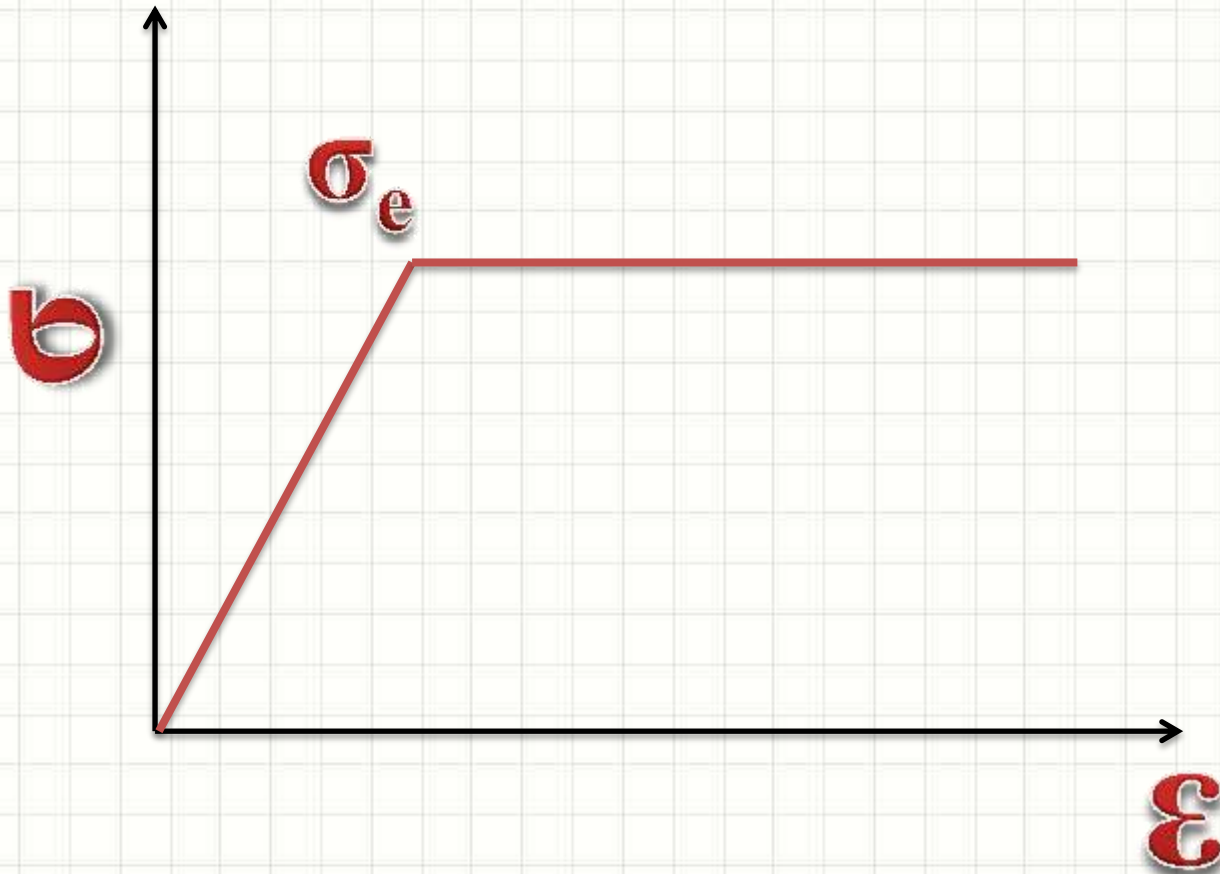
FALSO! Há ruptura!



DEFORMAÇÕES INELÁSTICAS EM CARREGAMENTO AXIAL

Deformações Inelásticas

- Consideramos: materiais frágeis
- O que ocorre com os elastoplásticos?



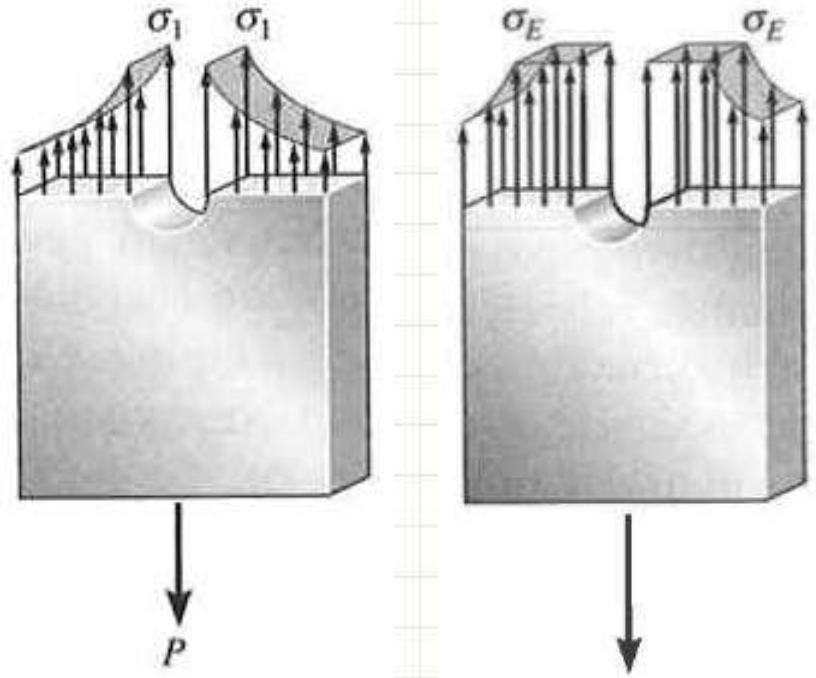
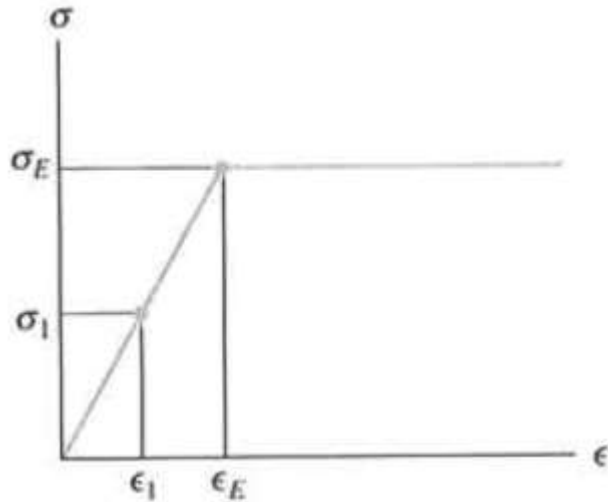
Deformações Inelásticas

- O que ocorre com os elastoplásticos?
- Ao atingir a σ_e , escoamento...
- Mas... Observe... Onde haverá escoamento?



Deformações Inelásticas

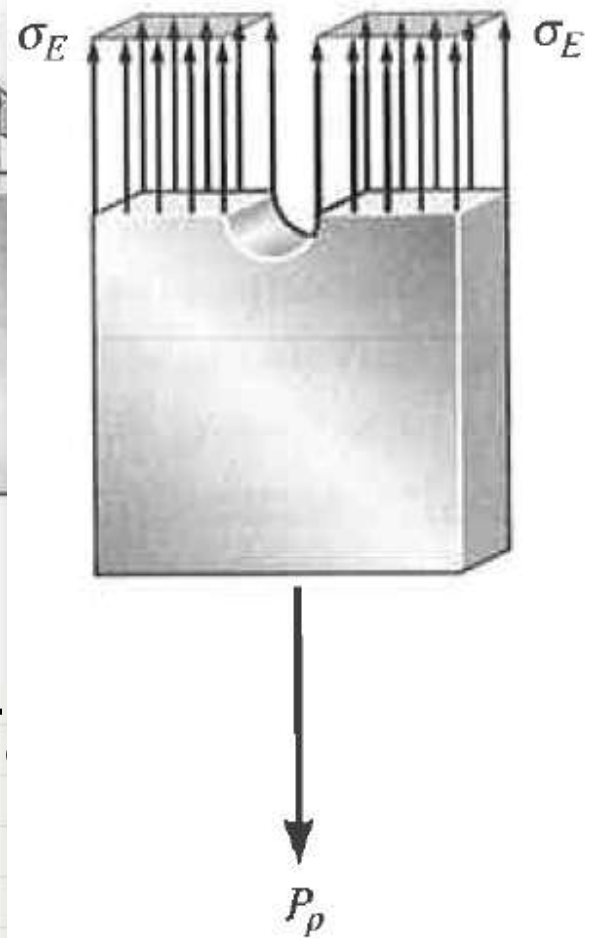
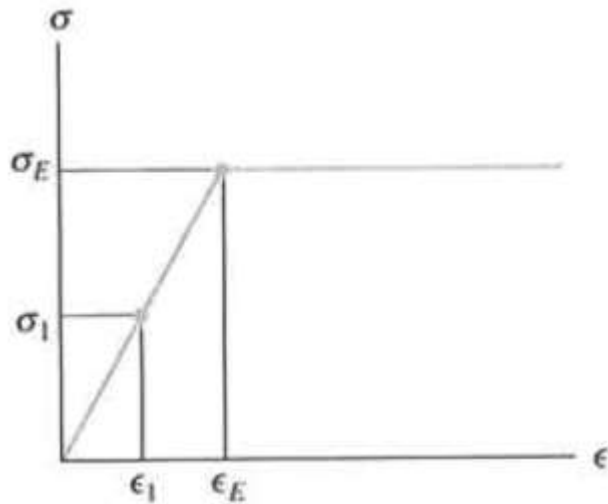
- Antes de atingir σ_e



- Mais escoamento... atinge σ_e ...

Deformações Inelásticas

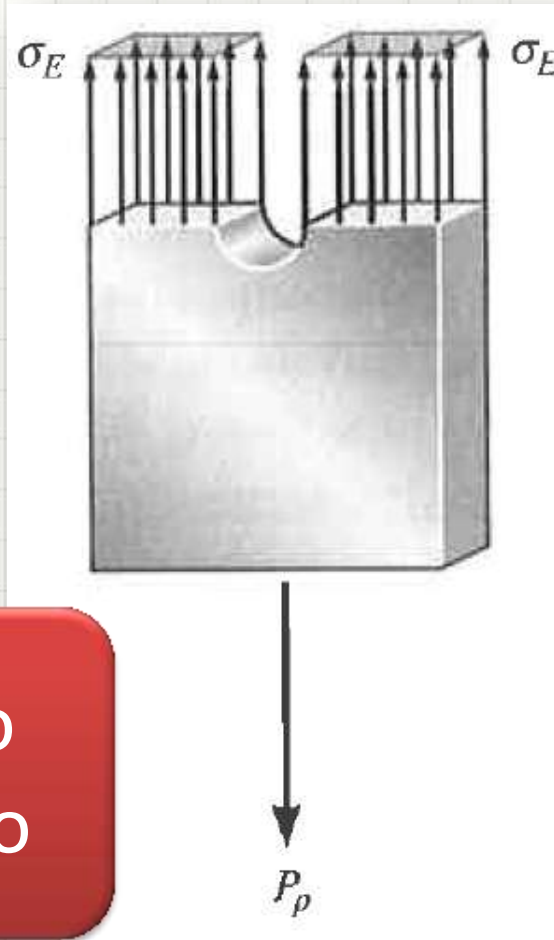
- Antes de atingir σ_e



- Mais escoamento... atinge σ_e
- Mais escoamento... e o σ_e ...
- Toda a seção = σ_e ...

Deformações Inelásticas

- $R_{\max} = \sigma_e \cdot A$



Endurecimento
por Deformação

- Resistência adicional até escoamento total



EXERCÍCIO

Exercício (Em Dupla)

- Uma barra de aço mede 120m quando tracionada por 1000N a uma temp. de 20°C.
- Se a tensão for removida mas a barra de aço for aquecida até 45°C, qual será seu comprimento?
- $A = 6,25 \cdot 10^{-6}$
- $E_{\text{aço}} = 200\text{GPa}$
- $\alpha_{\text{aço}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$



PARA TREINAR

Para Treinar em Casa

- Hibbeler (Bib. Virtual), Pág. 109 a 124
- Mínimos:
 - Exercícios 4.70, 4.71, 4.73
 - Exercícios 4.87, 4.88
- Extras:
 - Exercícios 4.74, 4.75
 - Exercícios: 4.89, 4.90

Para Treinar em Casa

Propriedades dos Materiais Utilizados em Engenharia

Materiais		Densidade (mg/m ³)	Módulo de elasticidade		Tensão de escoamento (MPa)			Tensão última (MPa)			Alongamento % em corpo de prova de 50mm	Coeficiente de Poisson	coeficiente de expansão termica x10-6
			E (GPa)	transversal G (GPa)	tração	compressão	cisalhamento	tração	compressão	cisalhamento			
Ligas de Alumínio Forjado	2014-T6	2,79	73,1	27	414	414	172	469	469	290	10	0,35	23
	6061-T6	2,71	68,9	26	255	255	131	290	290	186	12	0,35	24
Ligas de Ferro Fundido	cinza ASTM 20	7,19	67,0	27	-	-	-	179	669	-	0,6	0,28	12
	Maleável ASTM A-197	7,28	172	68	-	-	-	276	572	-	5	0,28	12
Ligas de Cobre	Latão vermelho C83400	8,74	101	37	70,0	70,0	-	241	241	-	35	0,35	18
	Bronze C86100	8,83	103	38	345	345	-	655	655	-	20	0,34	17
Ligas de Magnésio	Am 1004-T61	1,83	44,7	18	152	152	-	276	276	152	1	0,30	26
Ligas de Aço	Estrutural A-36	7,85	200	75	250	250	-	400	400	-	30	0,32	12
	Inoxidável 304	7,86	193	75	207	207	-	517	517	-	40	0,27	17
	Aço-ferramenta L2	8,16	200	75	703	703	-	800	800	-	22	0,32	12
Ligas de Titânio	Ti-6Al-4V	4,43	120	44	924	924	-	1000	1000	-	16	0,36	9,4

Materiais		Densidade (mg/m ³)	Módulo de elasticidade		Tensão de escoamento (MPa)			Tensão última (MPa)			Alongamento % em corpo de prova de 50mm	Coeficiente de Poisson	coeficiente de expansão termica
			E (GPa)	transversal G (GPa)	tração	compressão	cisalhamento	tração	compressão	cisalhamento			
Concreto	Baixa resistência	2,38	22,1	-	-	-	12	-	-	-	-	0,15	11
	Alta resistência	2,38	29,0	-	-	-	38	-	-	-	-	0,15	11
Plástico Reforçado	Kevlar 49	1,45	131	-	-	-	-	717	483	20,3	2,8	0,34	-
	30% de vidro	1,45	72,4	-	-	-	-	90	131	-	-	0,34	-
Madeira Estrutural de Alta Qualidade	Abeto Douglas	0,47	13,1	-	-	-	-	2,1	26	6,2	-	0,29	-
	Abeto Branco	3,60	9,65	-	-	-	-	2,5	36	6,7	-	0,31	-

Fonte **HIBBELER, R.C. Resistência dos materiais. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.**



CONCLUSÕES

Resumo

- Dilatação/contração térmica
 - pode causar tensões!
- Concentrações de tensão
 - O corpo rompe mais rapidamente
- Materiais dúteis
 - Possuem uma resistência adicional após início do escoamento!
- **Exercitar**
 - Exercícios Hibbeler

Próxima Aula



- Só existem tensões normais?
 - Não!
- Torção...
- Momento...



PERGUNTAS?



**BOM DESCANSO
A TODOS!**