



TOPOGRAFIA

**GEOMETRIA E
TRIGONOMETRIA**

Prof. Dr. Daniel Caetano

2016 - 1

A geometria é importante para a natureza?



Muitas coisas são “geométricas” na natureza



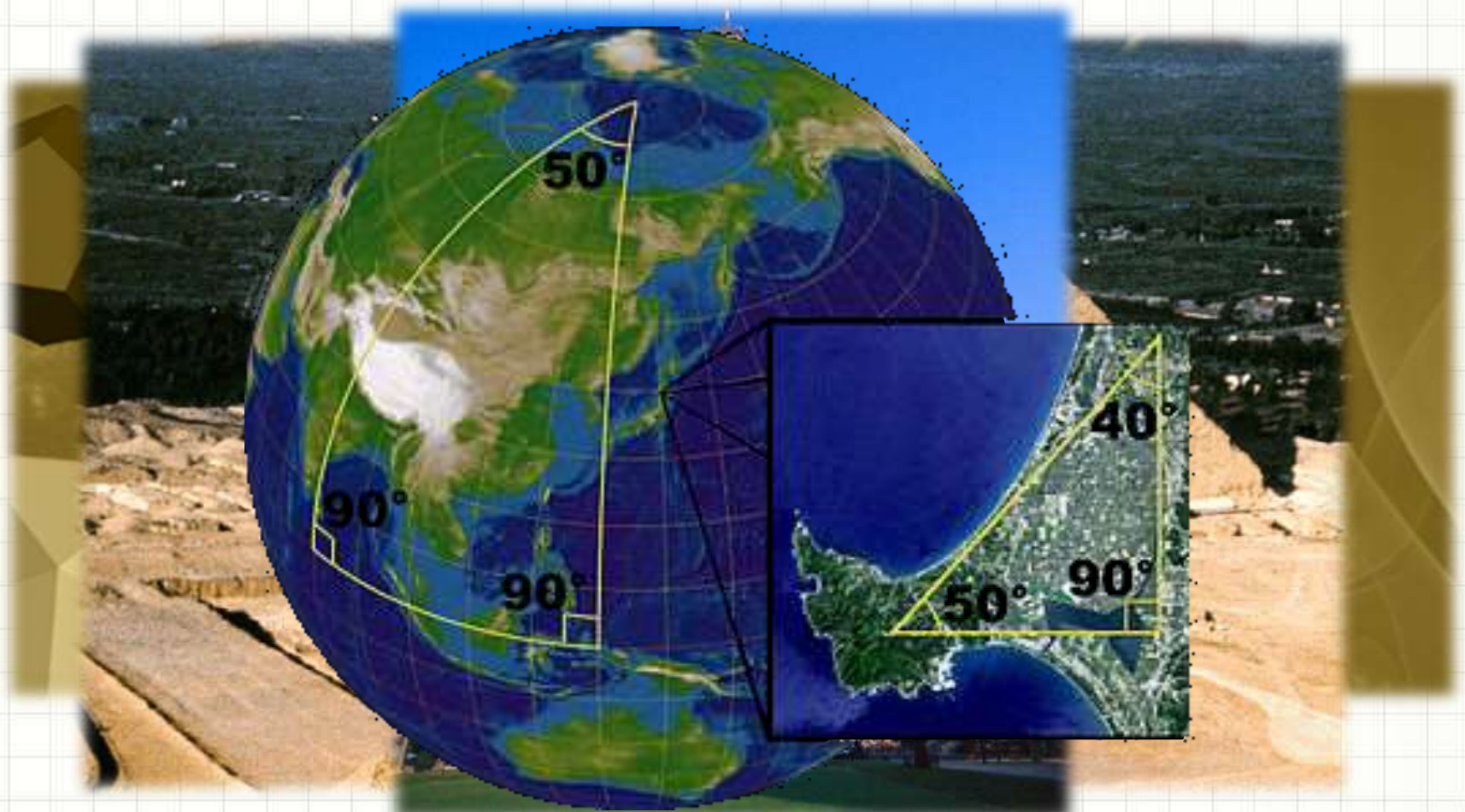
**Somos tão diferentes
da natureza?**



**A geometria é a base
de muito que fazemos...**



E a usamos para medir o mundo!



Objetivos

- Relação da Geometria e Trigonometria com Topografia
- Conceitos de Geometria
- Conceitos de Trigonometria





**ANTES DE
MAIS NADA...**

Para quem faltou...

| Professor | Informações de Contato |
|----------------|--|
| Daniel Caetano | prof@caetano.eng.br |

- Datas/critérios, apresent., exercícios, bibliog...

<http://www.caetano.eng.br/>



The screenshot shows the top section of a website. On the left is a faded image of a man (Prof. Caetano) in a classroom setting. To the right of the image, the name "Prof. Caetano" is written in a large, elegant, black serif font. Further right, the date and time "17/07/2012, 10:55" and a small ID number "00021924" are displayed. Below the name, there are two small icons representing the flags of Brazil and the United Kingdom. At the bottom of the header area is a horizontal navigation menu with six buttons: "Home", "Ensino" (which is highlighted with a blue background), "Pesquisa", "Publicações", "Software", and "Pessoal". Below the navigation menu, there is a paragraph of text in Portuguese.

Nesta seção você encontra acesso ao material didático desenvolvido pelo Prof. Caetano para os cursos já ministrados. O material está dividido por períodos, visto que boa parte do material não está atualizado.

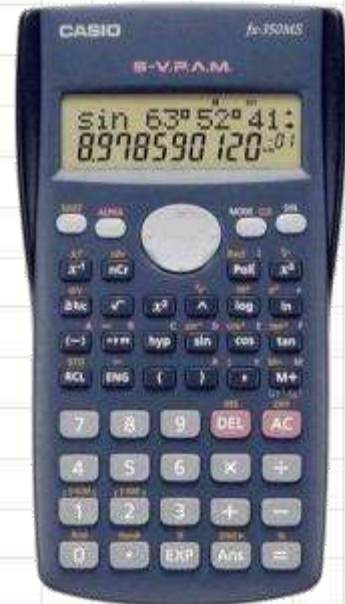
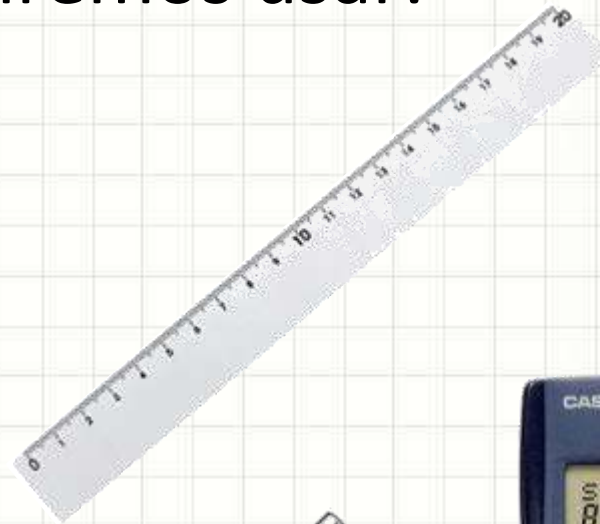


RELEMBRANDO:

MATERIAIS IMPORTANTES

Materiais Obrigatórios

- Ao longo das aulas iremos usar:
 - Régua
 - Borracha
 - Lapiseira
 - Calculadora



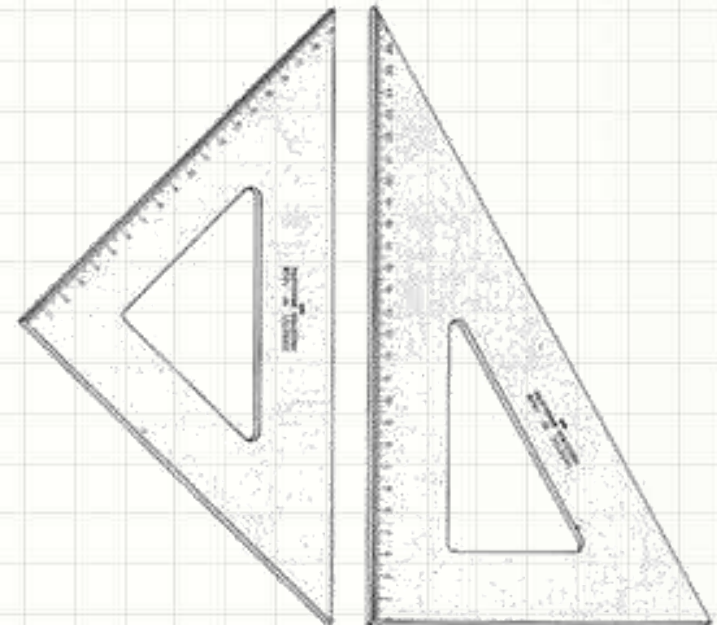
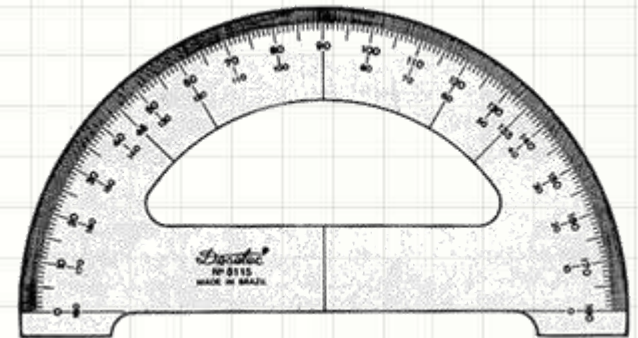
Materiais Importantes (é bom ter)

- Ao longo das aulas iremos usar:
 - Trena
 - Papel A4 branco



Materiais Úteis (se souber usar)

- Ao longo das aulas é possível usar:
 - Esquadros
 - Transferidor
 - Compasso

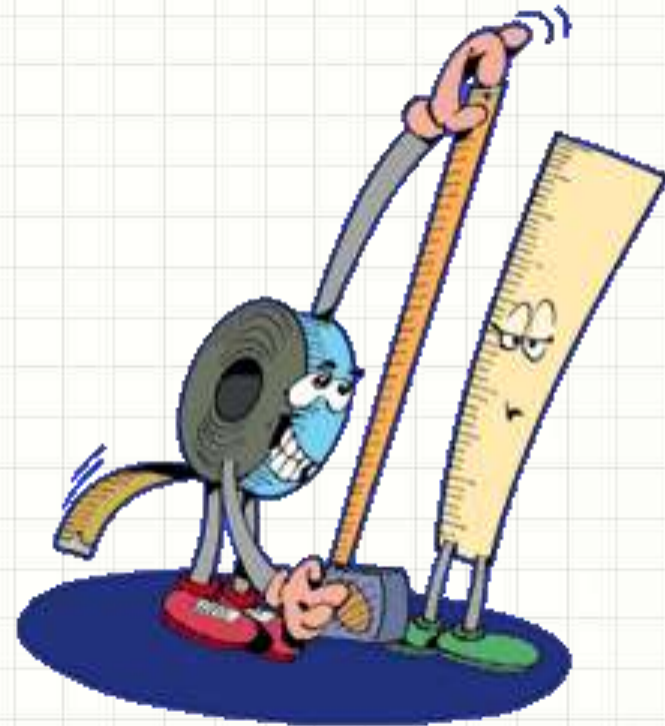




GEOMETRIA

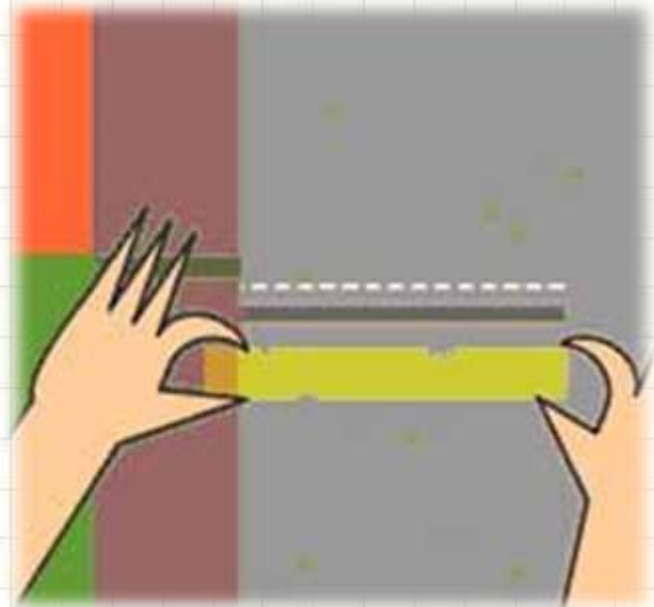
Geometria

- Geometria: medição da Terra
 - Origem?
- Topografia: medição da superfície da Terra
 - São coisas parecidas?
- O que é medir?



Geometria - Medidas

- Medir é...



Geometria - Medidas

- O que podemos medir?
 - Quase tudo!
- Medidas comuns
 - Distâncias
 - Perímetros
 - Áreas
 - Volumes
 - Ângulos
 - ...





UNIDADE DE MEDIDA DE DISTÂNCIA LINEAR

Medindo Distâncias Lineares

- Distância Euclidiana



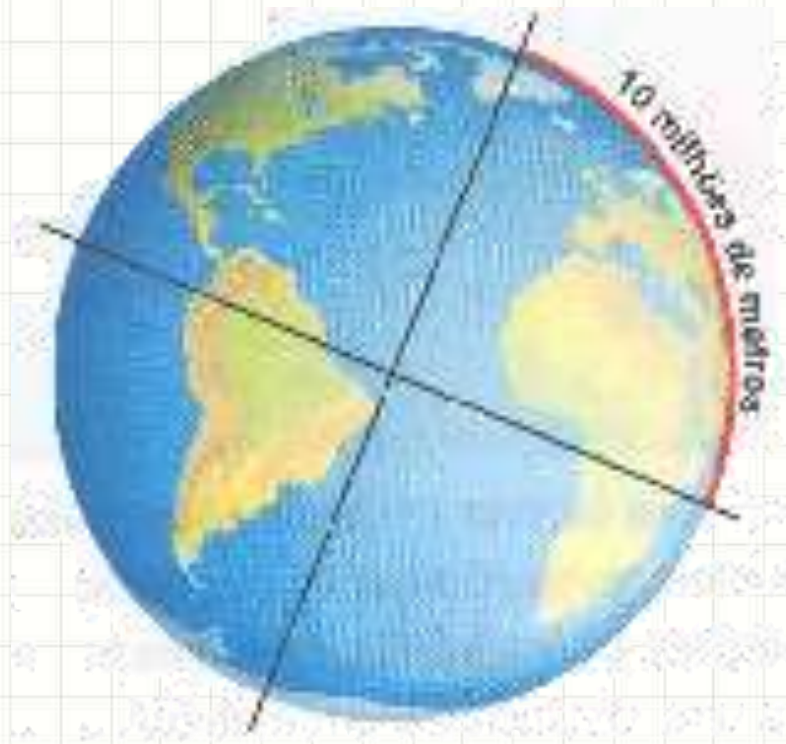
- Variáveis: letras do alfabeto latino (a, b, c...)

$$a = 7 \text{ [m]}$$

- A unidade de medida de distância é o **metro**

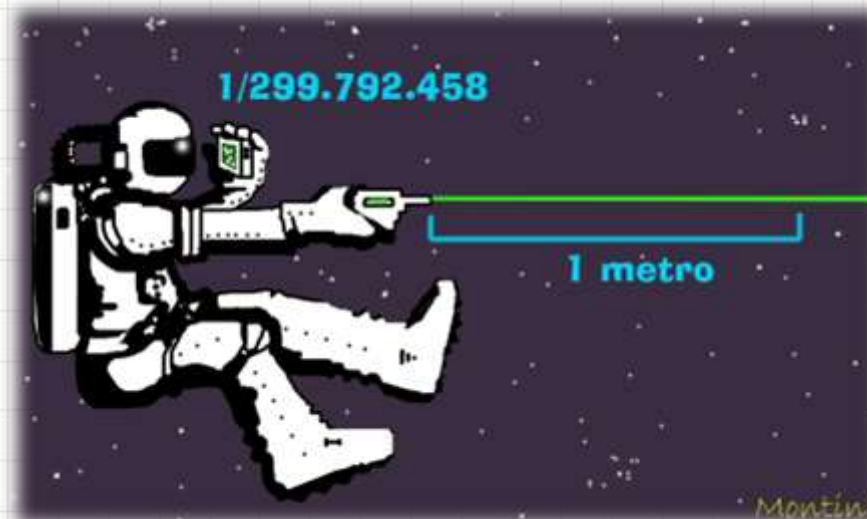
O Que é um Metro?

- Primeira definição



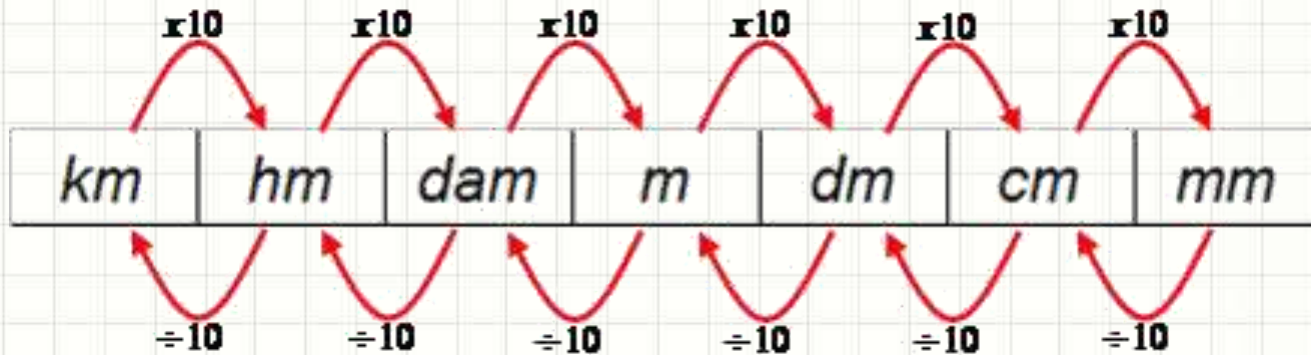
O Que é um Metro?

- Uma medida mais precisa relacionada a...



O Que é um Metro?

- Múltiplos e Submúltiplos



- Como converter?

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|----|----|-----|---|----|----|----|
| | | | | | | |



EXERCÍCIOS

Exercícios

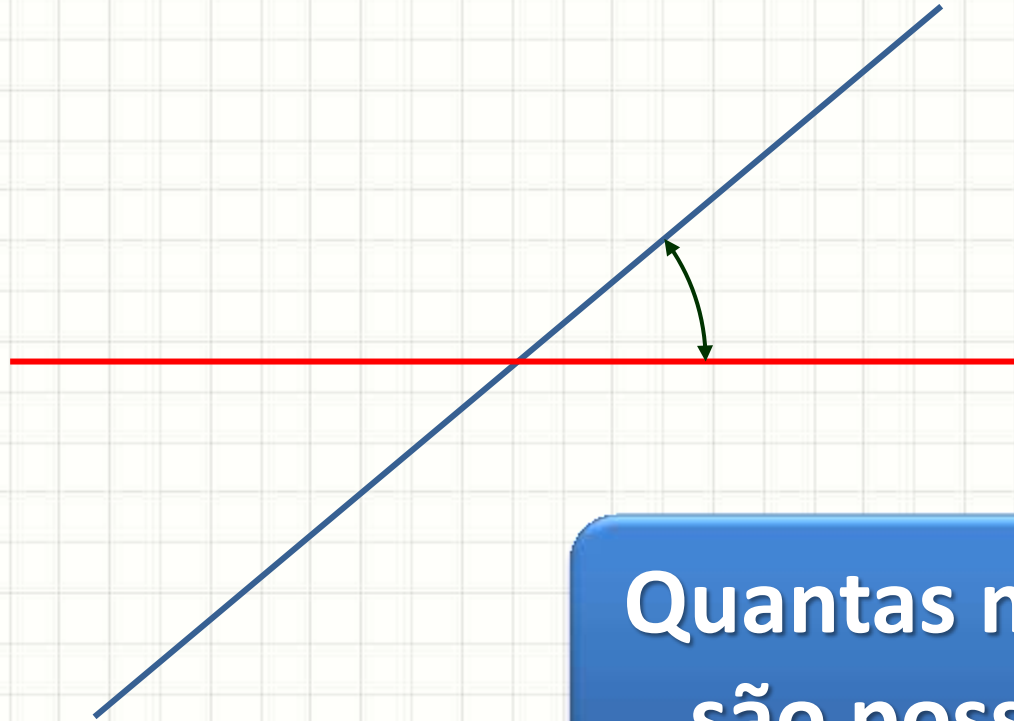
- Converta:
 - 100m para km
 - 10cm para km
 - 5km para m
 - 0,2km para mm
 - 50mm para km
 - 0,05mm para m



INCLINAÇÃO ENTRE RETAS: OS ÂNGULOS

O Que é um Ângulo?

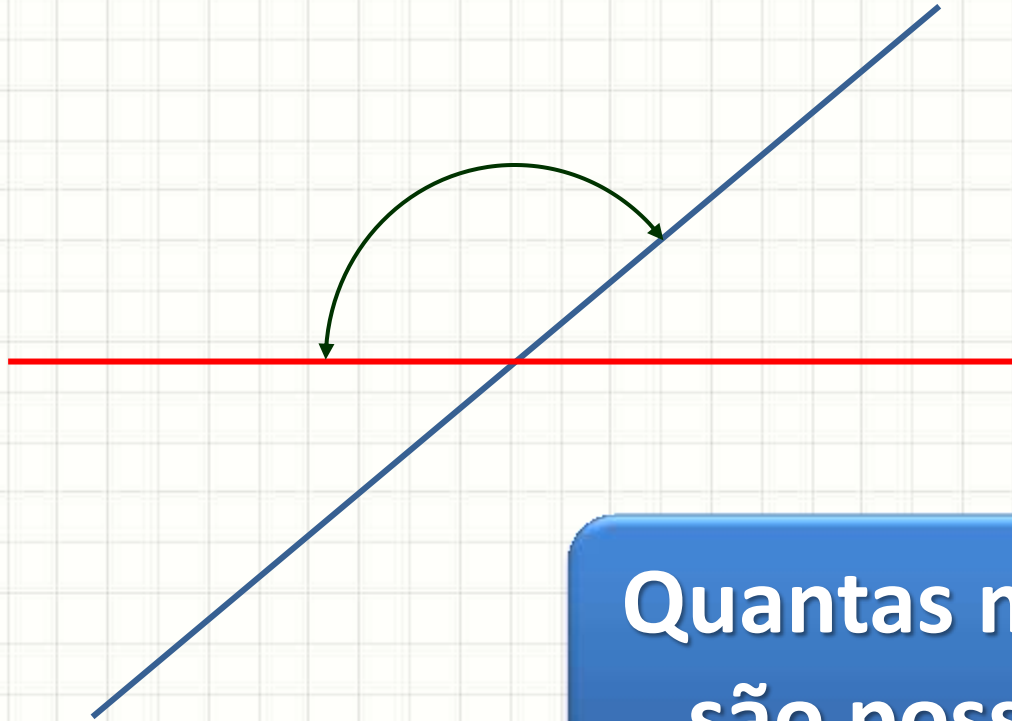
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



**Quantas medidas
são possíveis?**

O Que é um Ângulo?

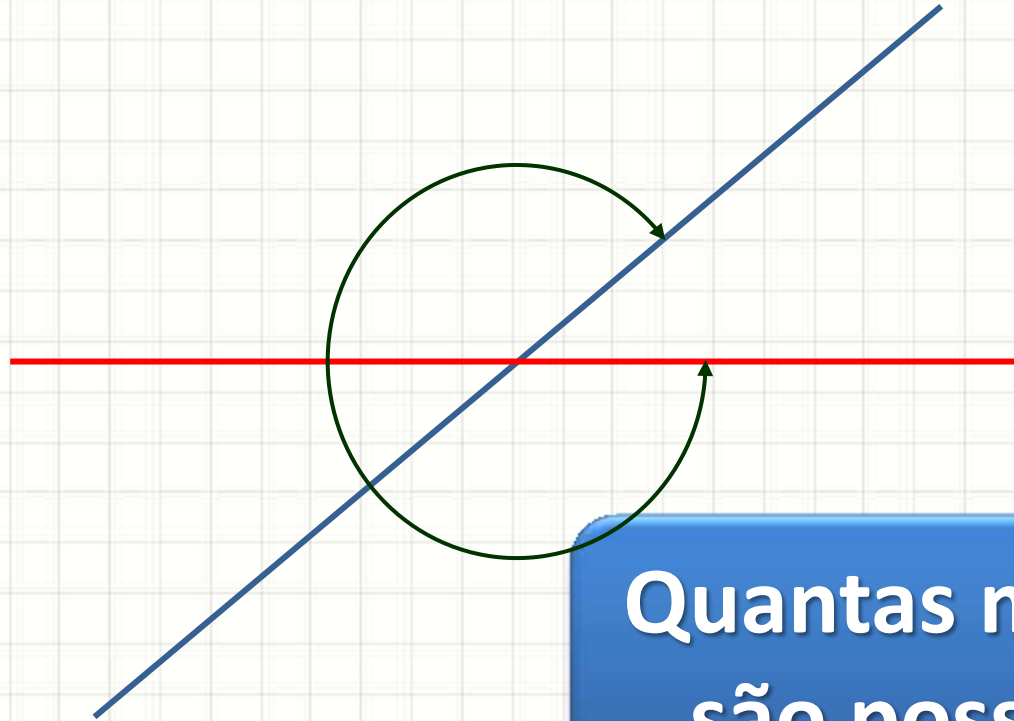
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



Quantas medidas
são possíveis?

O Que é um Ângulo?

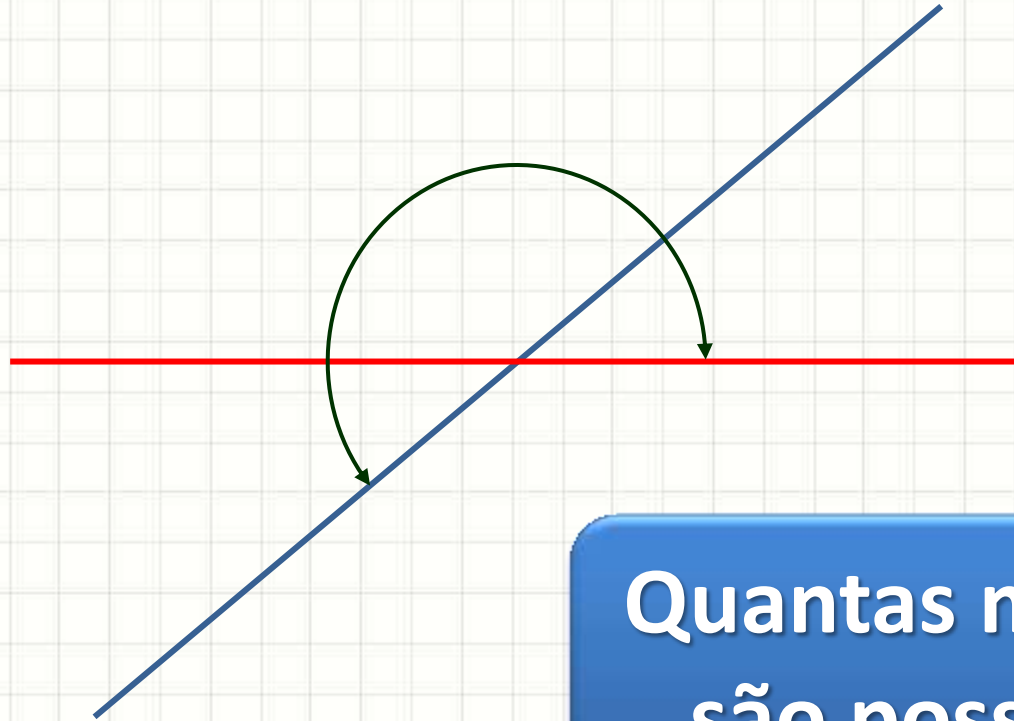
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



Quantas medidas
são possíveis?

O Que é um Ângulo?

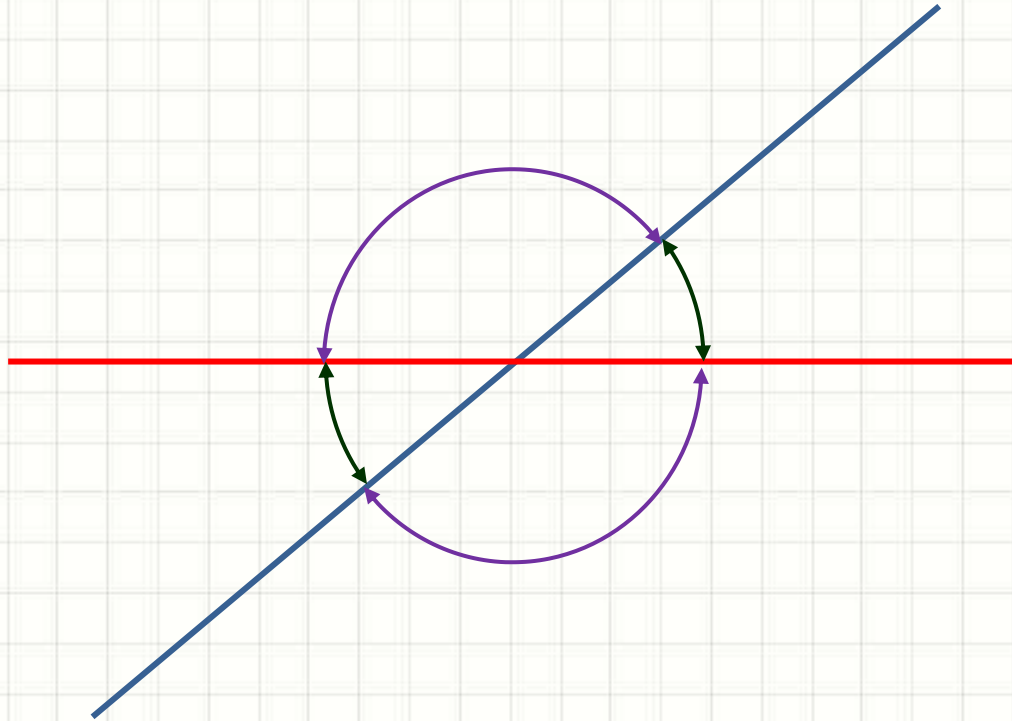
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



Quantas medidas
são possíveis?

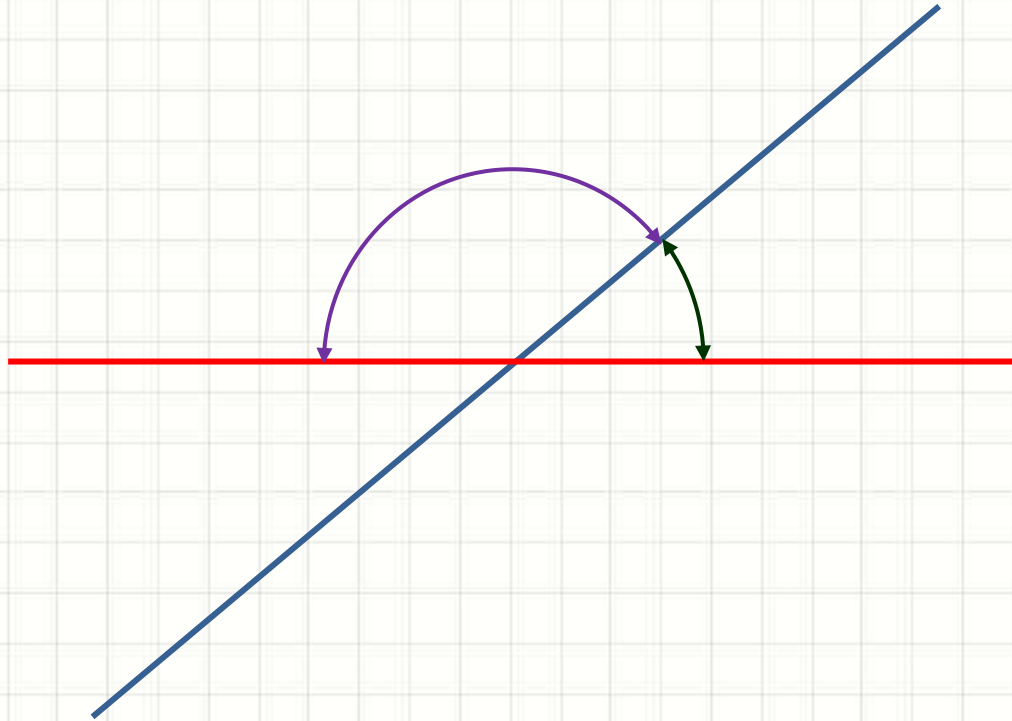
Ângulos Iguais

- Ângulos Opostos Pelo Vértice (OpV)



Ângulos Suplementares

- Somam 180°

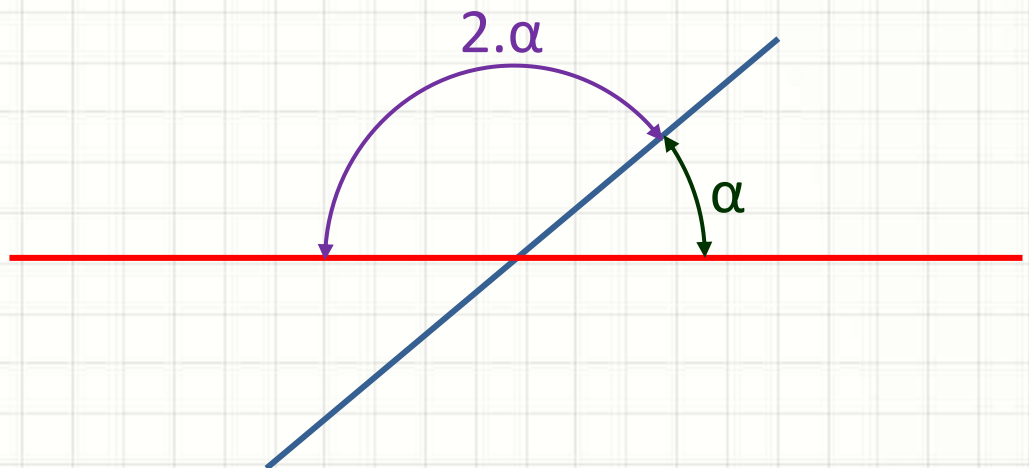
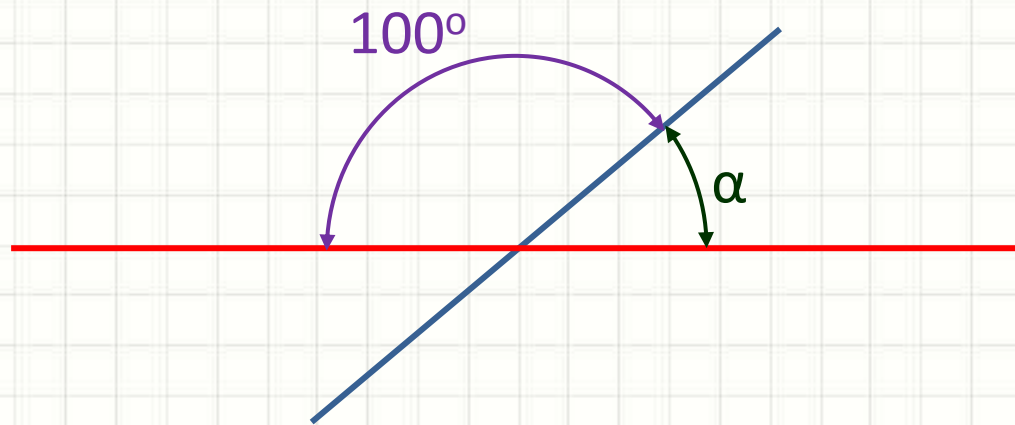




EXERCÍCIOS

Exercícios

- Indique o valor do ângulo α





UNIDADES DE MEDIDA PARA ÂNGULOS

Medindo Ângulos

- Medidas lineares: metro
- Unidade das medidas angulares?
 - Graus (*DEGrees*)
 - Radianos (*RADians*)
 - Gradianos (*GRADians*)

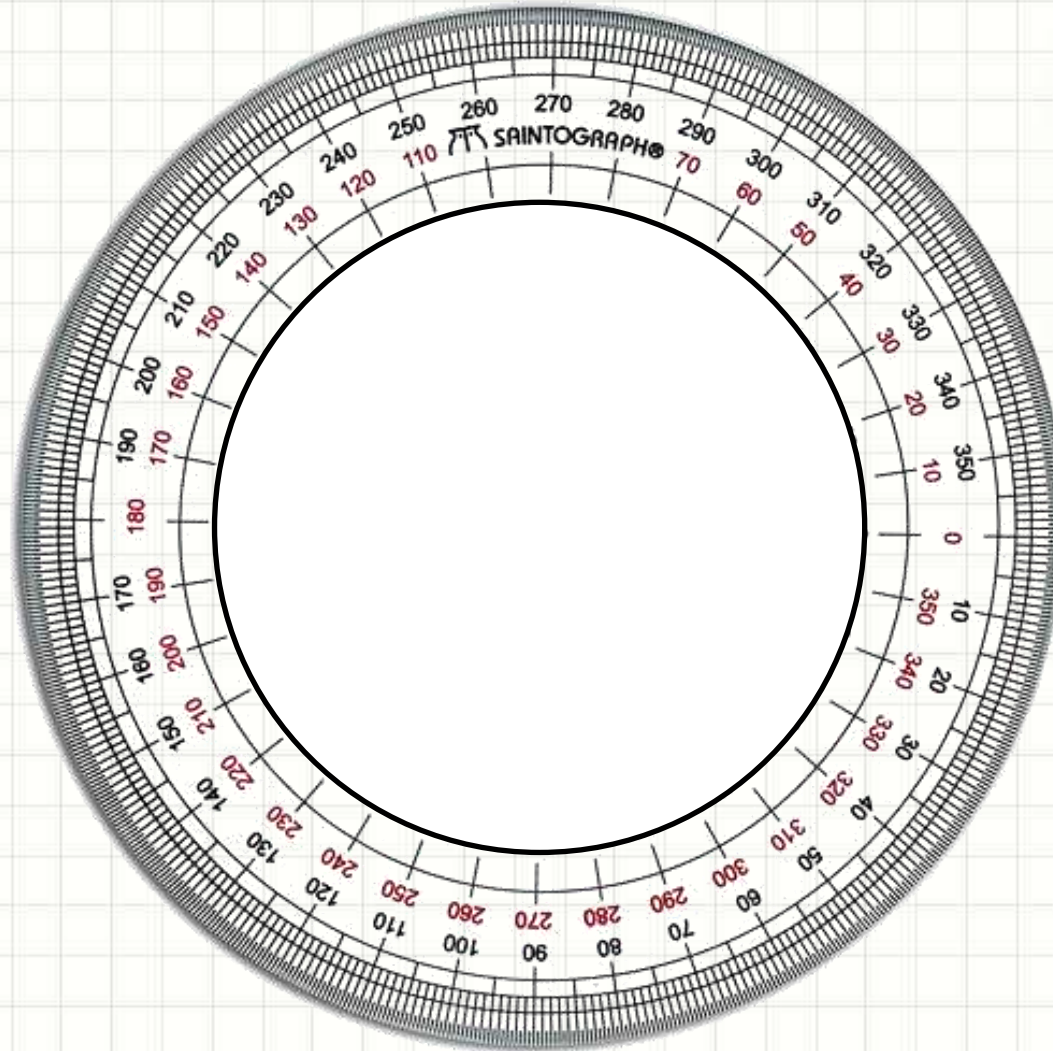
α β γ

- Variáveis angulares: letras do **alfabeto grego**

$$\alpha = 35^\circ$$

O que é um Grau?

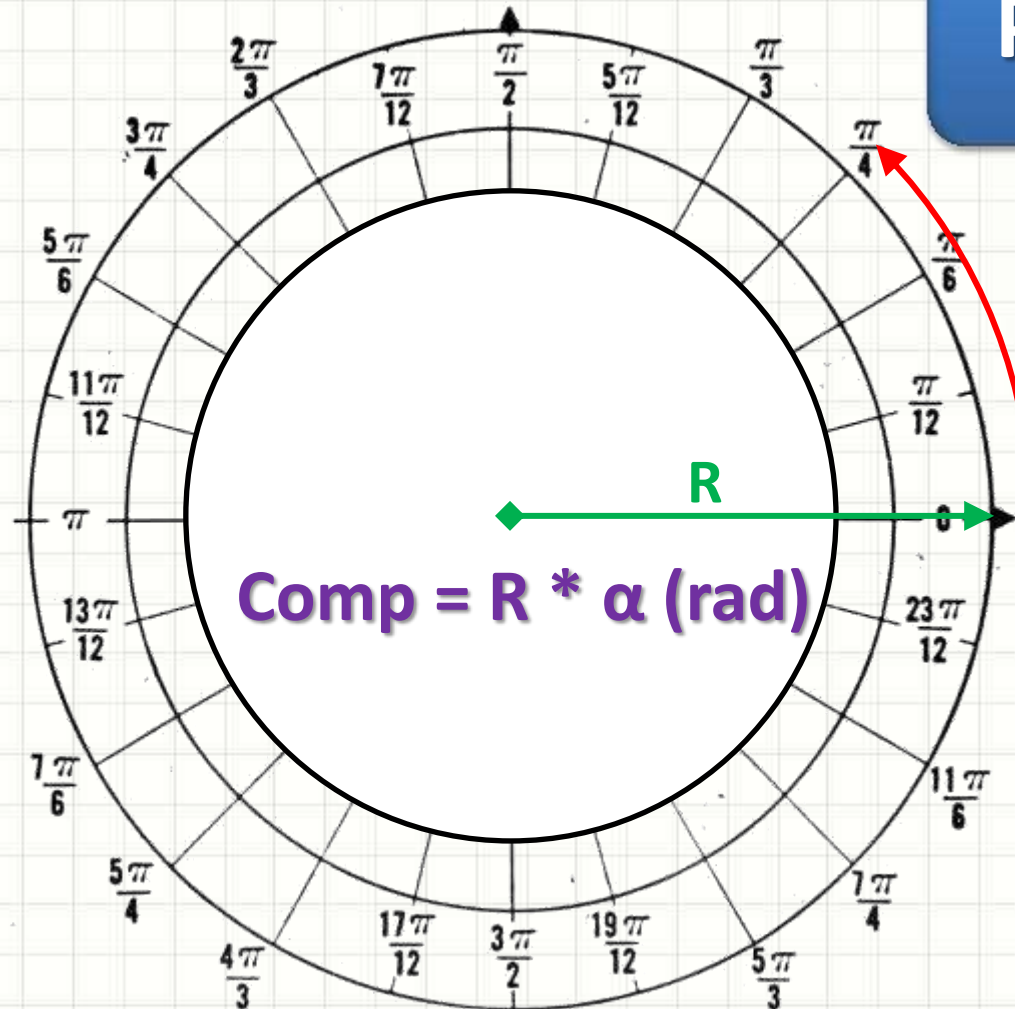
- É $1/360$ de uma circunferência:



O que é um Radiano?

- É $1/2\pi$ de uma circunferência:

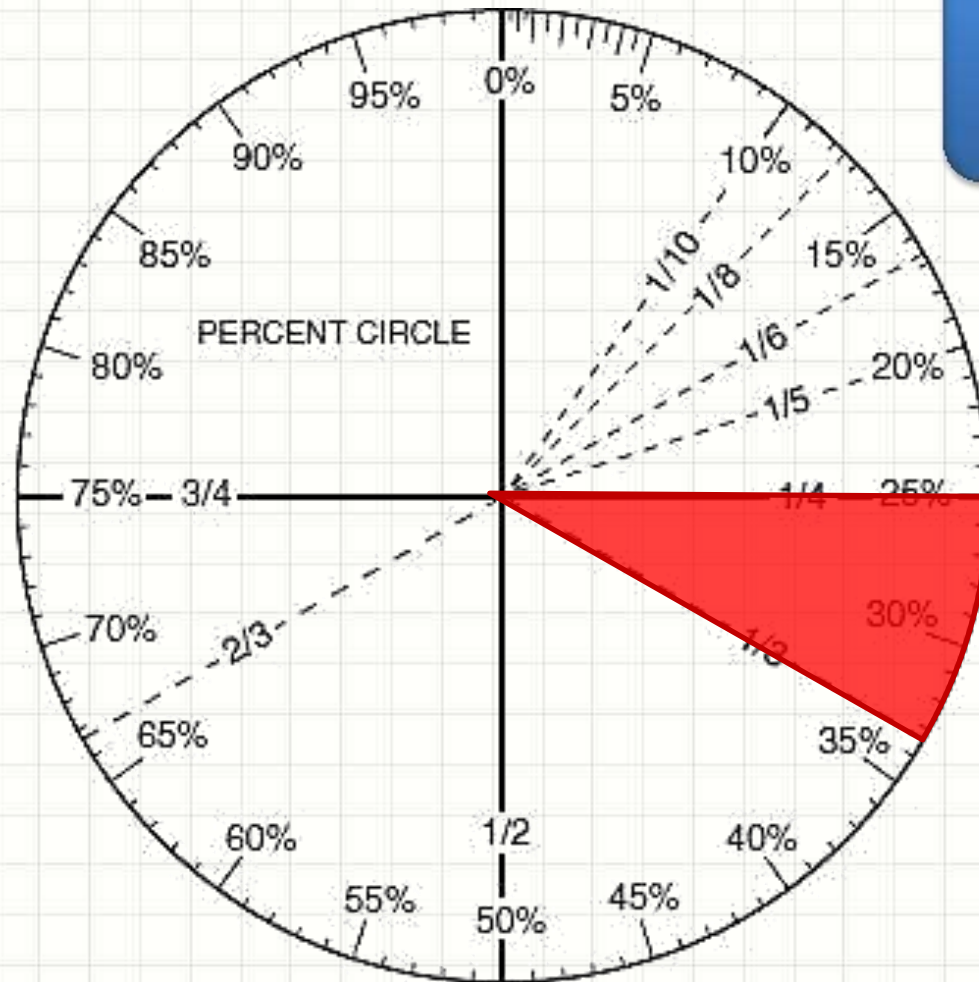
Pra quê?



Comprimento = ?

O que é um Gradiano?

- É 1/100 de uma circunferência:

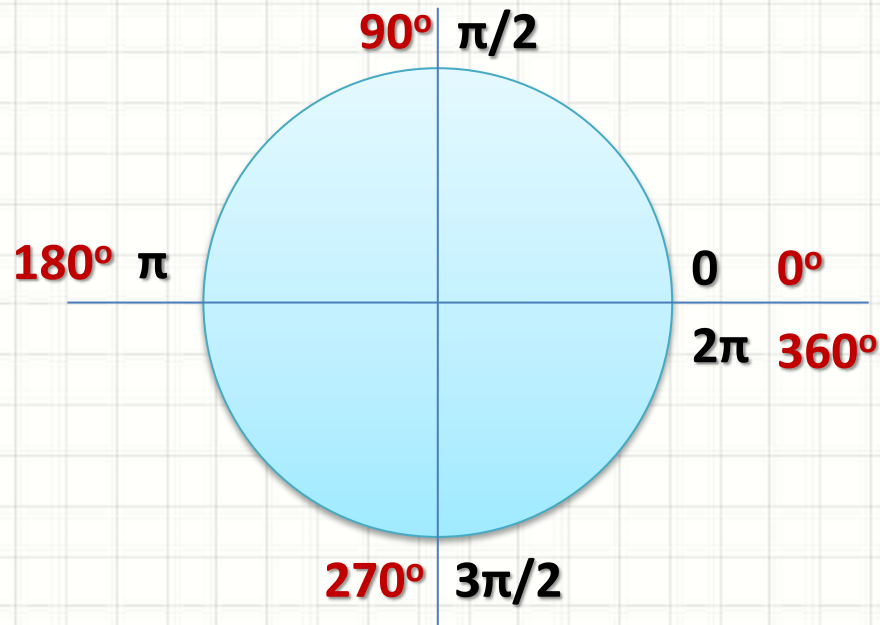


Pra quê?

Área = ?

Conversão de Ângulos

- Convertendo ângulo em graus para radianos



$$\begin{array}{r} 2\pi \text{ ——— } 360 \\ \text{AR} \text{ ——— } \text{AG} \end{array}$$

Conversão de Ângulos

- Convertendo ângulo em graus para radianos

$$\begin{array}{ccc} 2\pi & \longleftrightarrow & 360 \\ AR & \longleftrightarrow & AG \end{array}$$

$$AR * 360 = 2 * \pi * AG$$

$$AR = (2 * \pi * AG) / 360$$

$$AR = (\pi * AG) / 180$$

$$AG = (180 * AR) / \pi$$



EXERCÍCIOS

Exercícios

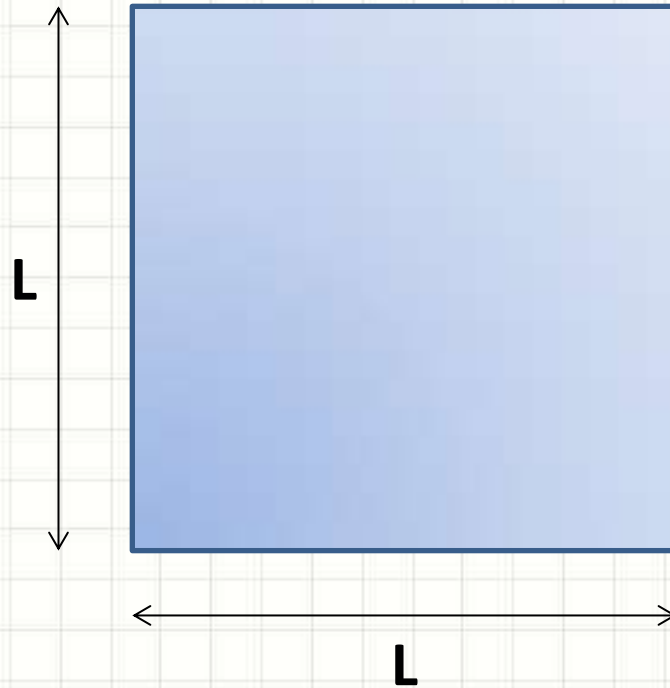
- Converta:
 - 120 graus para radianos
 - 1 radiano para graus



PERÍMETROS E ÁREAS

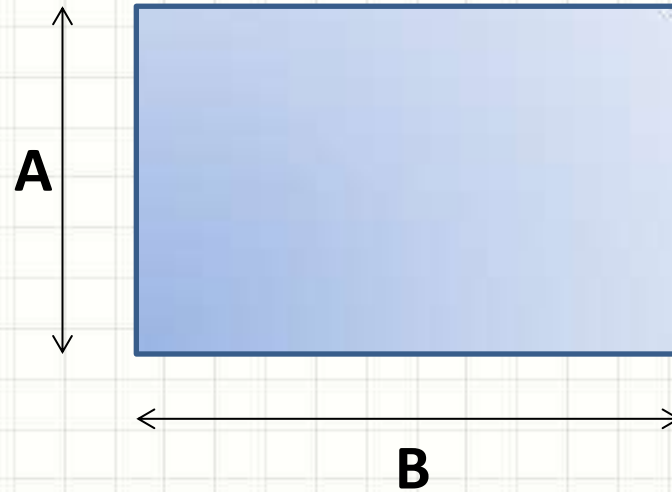
Geometria

- Perímetro e Área



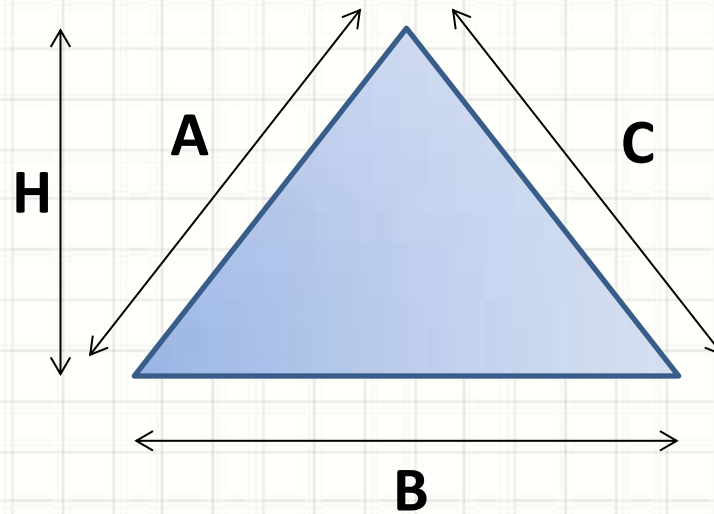
Geometria

- Perímetro e Área



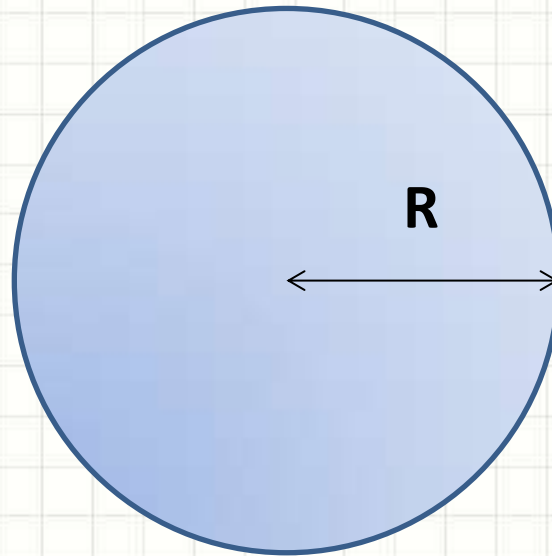
Geometria

- Perímetro e Área



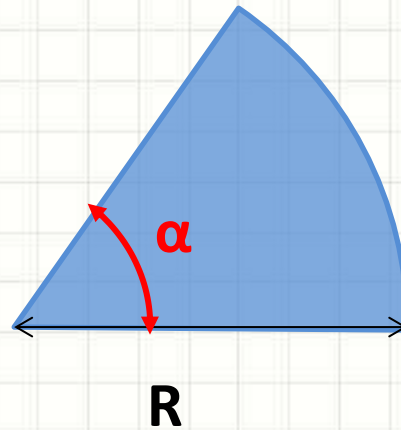
Geometria

- Perímetro e Área



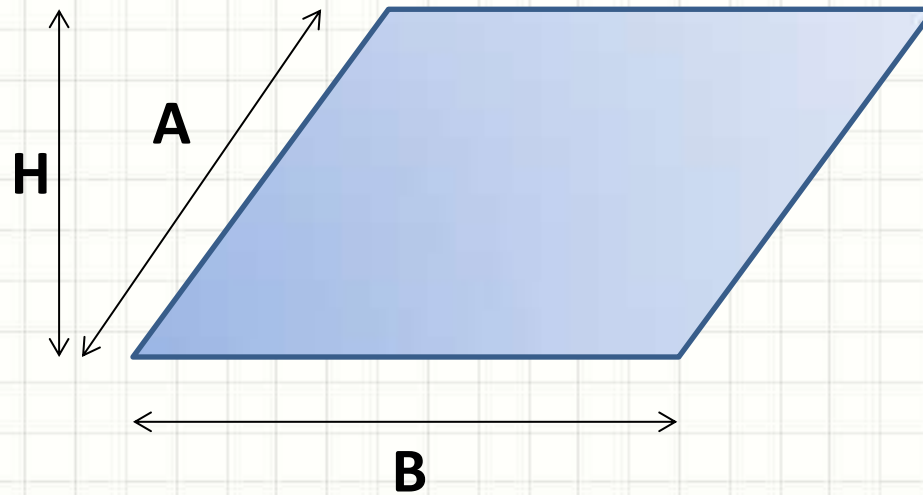
Geometria

- Perímetro e Área



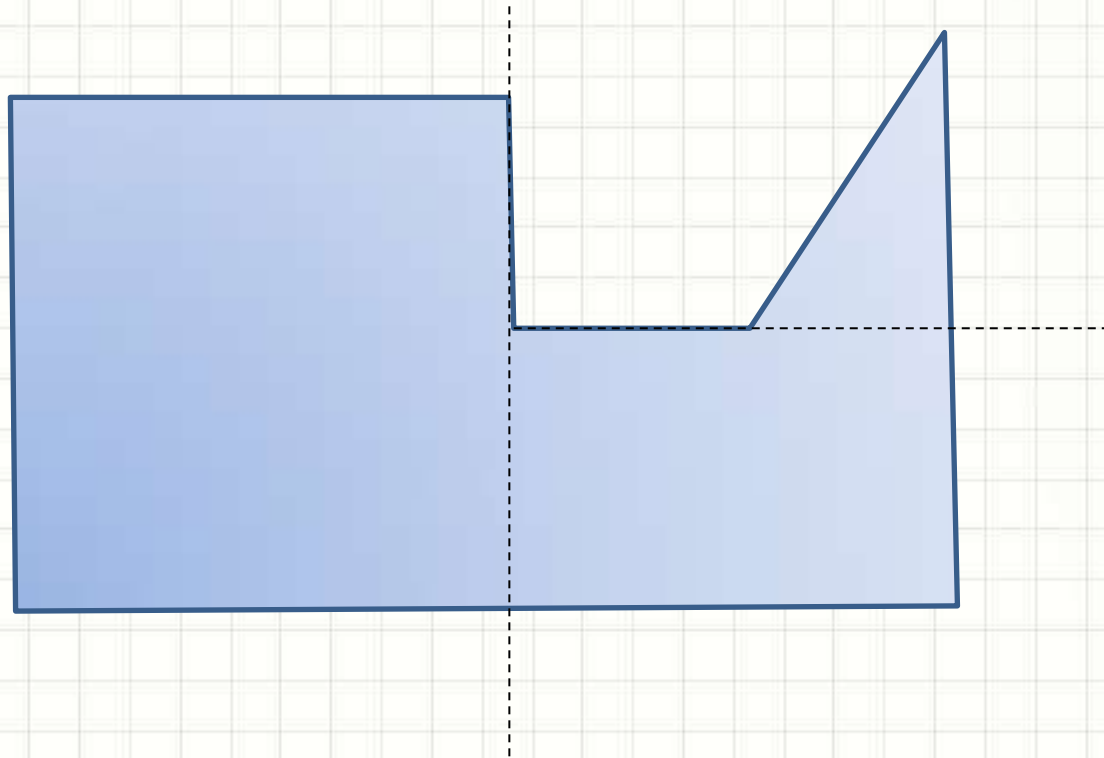
Geometria

- Perímetro e Área



Geometria

- Perímetro e Área

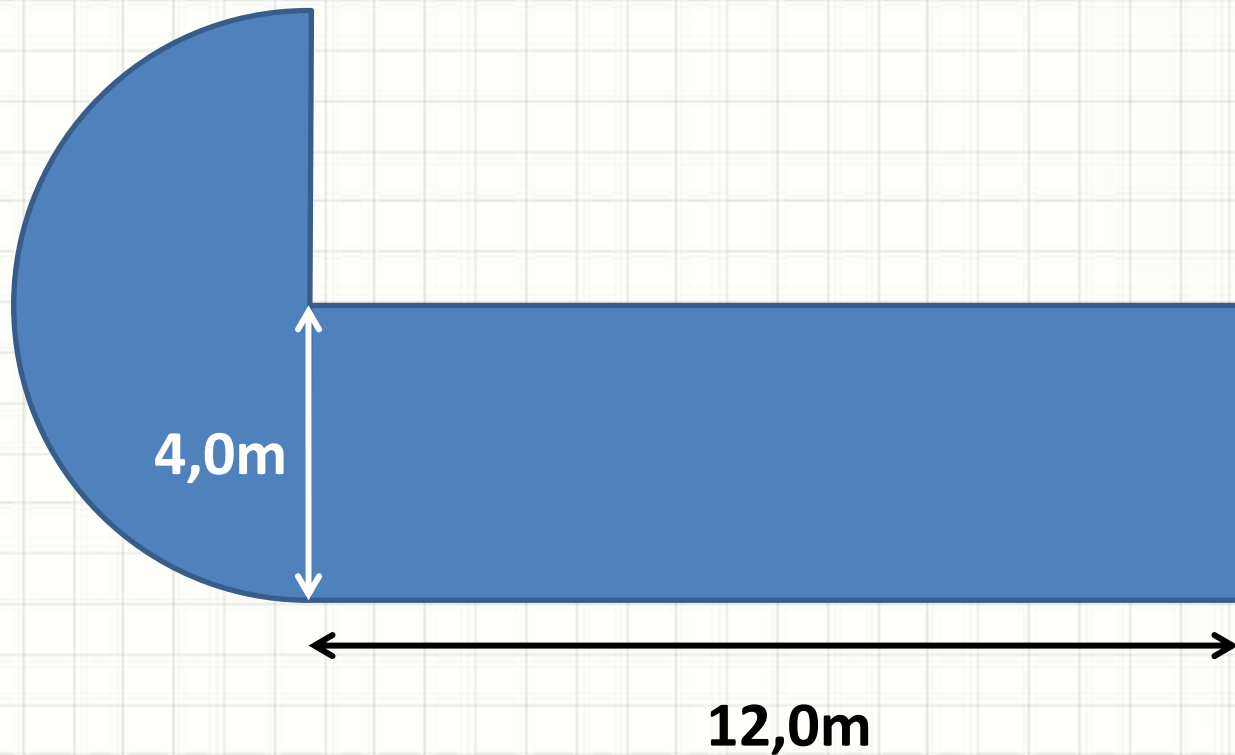




EXERCÍCIO

Exercício

- Calcule o perímetro e a área:





PAUSA PARA O CAFÉ!



USANDO A CALCULADORA COM ÂNGULOS

Ângulos na Calculadora

- Qual a diferença entre $30^{\circ} 30'$ e $30,30^{\circ}$
- Calcule, na calculadora, o SENO de ambos!
- Quanto deu o primeiro?
 - Se deu 0,5075... você acertou!
- Quanto deu o Segundo?
 - Se deu 0,5045... você acertou!
- Lembre-se de deixar a calculadora em **DEG**

Ângulos na Calculadora

- Qual a diferença entre
 $30^{\circ} 30'$ e $30,30^{\circ}$

$$30^{\circ}30' = 30,5^{\circ}$$

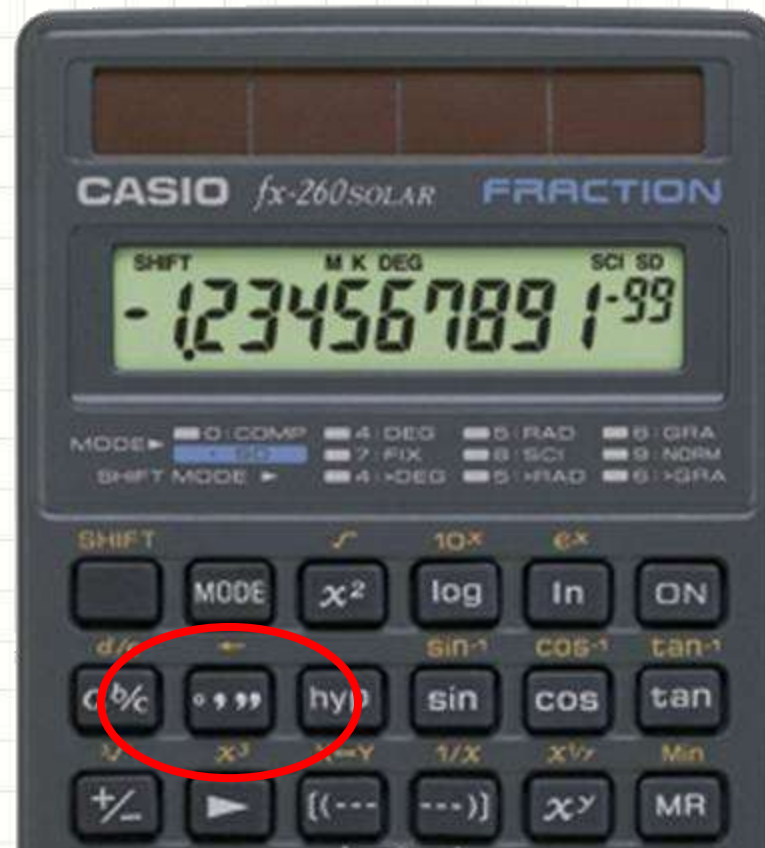
- Por quê?

$$1^{\circ} = 60'$$

Ângulos na Calculadora

- Nas calculadoras CASSIO:

$$30^{\circ} 21' 17'' \rightarrow 30^{\circ} 21^{\circ} 17^{\circ}$$

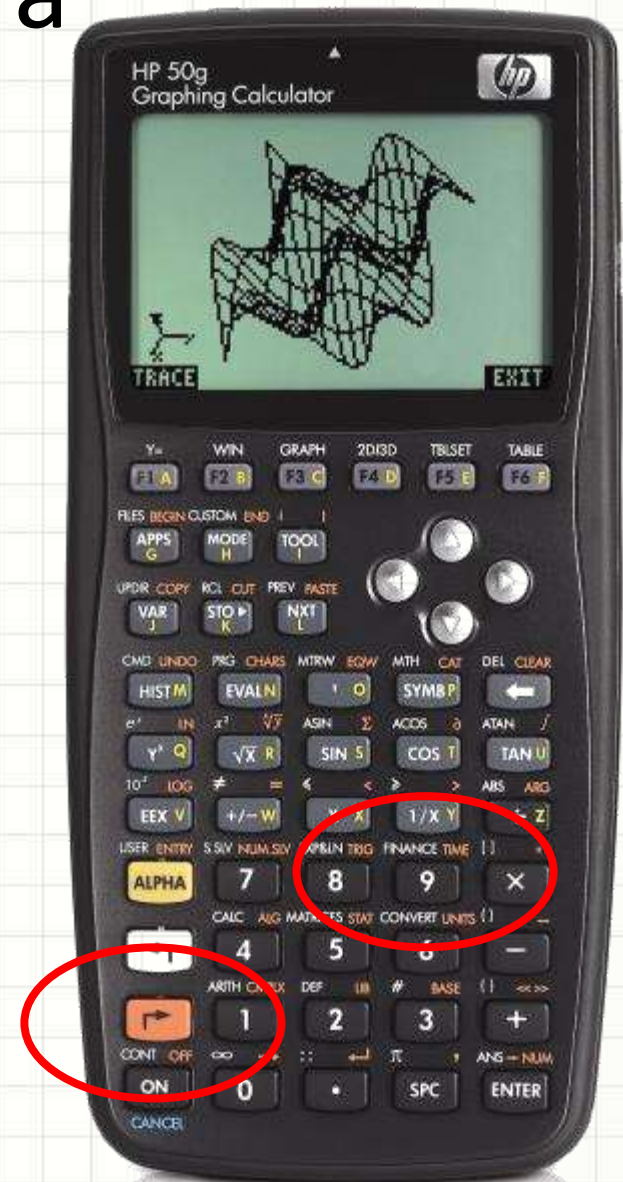


Grau
Minuto
Segundo

Ângulos na Calculadora

- Nas calculadoras HP, entre no menu TIME, escolha a opção “HMS→” e digite 30,2117
- O resultado será 20,35472222 (em graus)

Grau
Minuto
Segundo



Ângulos na Calculadora

- Para voltar o valor à forma grau/min/seg, entre no menu TIME, escolha a opção “→ HMS” e digite 20,35472222
 - O resultado será 30,2117
- Grau**
Minuto
Segundo
- DICA: Aprenda a usar a calculadora HP no modo RPN. Apesar de “complicado” no início, 11 pessoas de cada 10 que aprendem o **RPN** preferem o modo RPN. 😊

Ângulos na Calculadora

- Calcule agora o COSSENO de

$86^{\circ} 25' 32''$

- São $86,42555556^{\circ}$
- O COSSENO é: 0,0623



EXERCÍCIOS

Exercícios

- Converta:
 - $10^{\circ}20'30''$ para graus
 - $10^{\circ}20'30''$ para segundos
 - $60,375^{\circ}$ para grau, minuto e segundo
 - Calcule o seno de $17^{\circ}22'$
 - Calcule o seno de $17,87^{\circ} - 7^{\circ}32'16''$



TRIGONOMETRIA

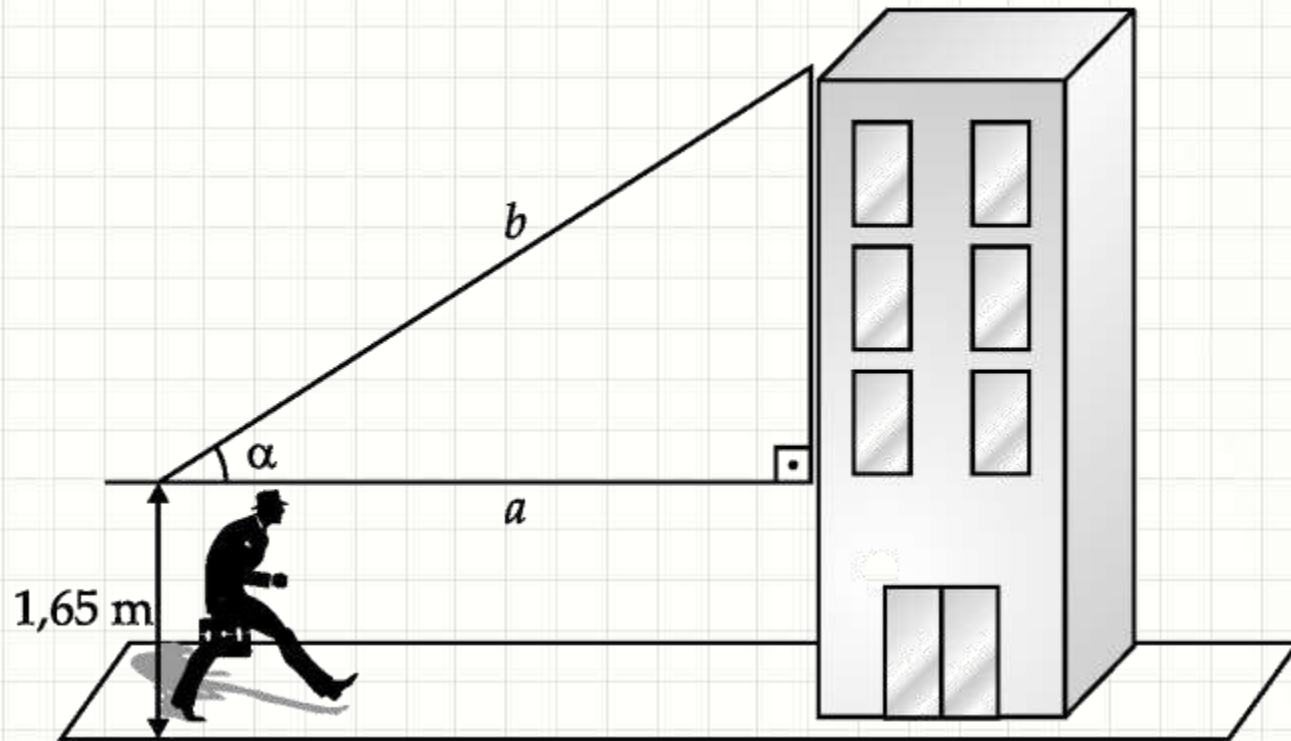
Trigonometria

- Trigonometria: medidas dos triângulos
 - Suas relações
- Para quê?
 - Auxiliar na geometria



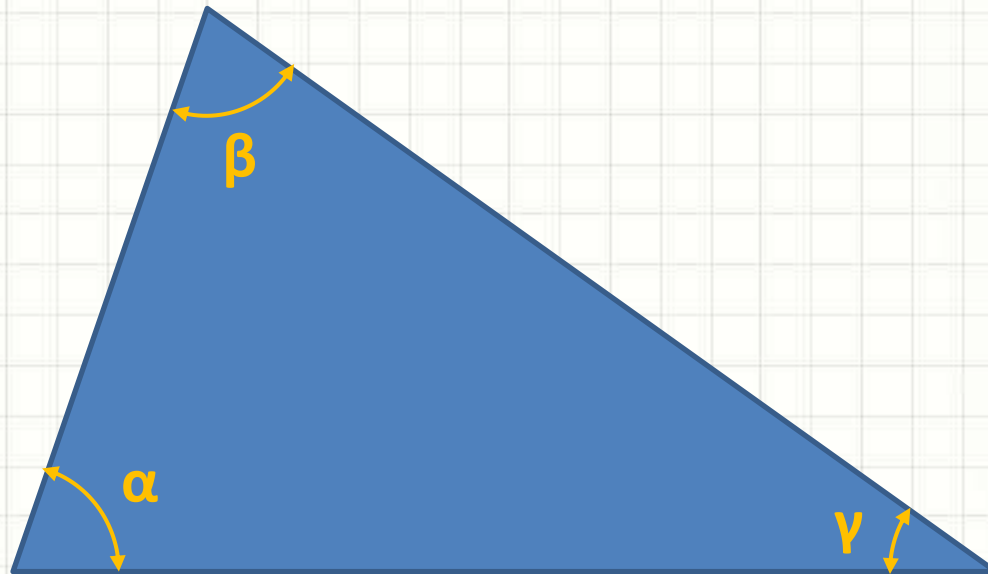
Trigonometria

- Qual a altura do prédio?



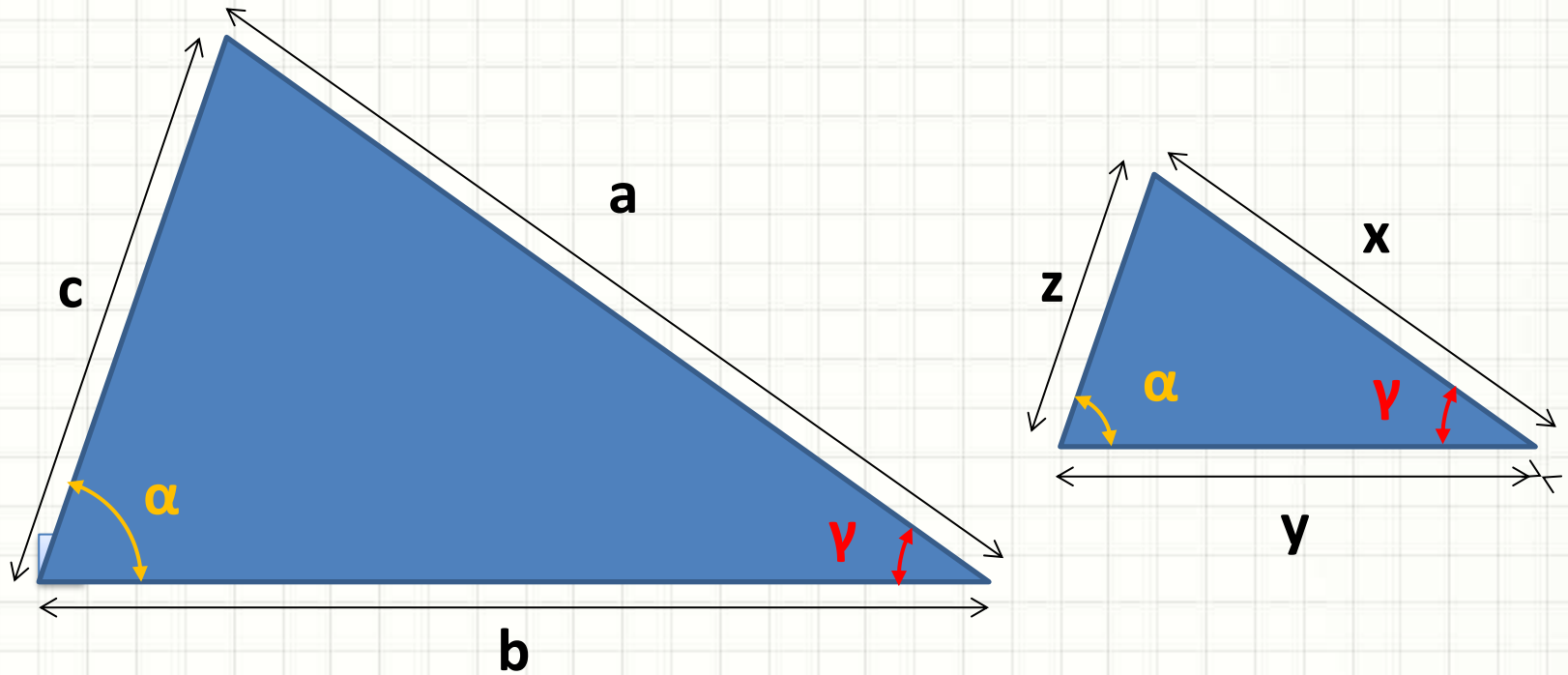
Trigonometria

- Soma dos ângulos internos: 180°



Trigonometria

- Semelhança de Triângulos

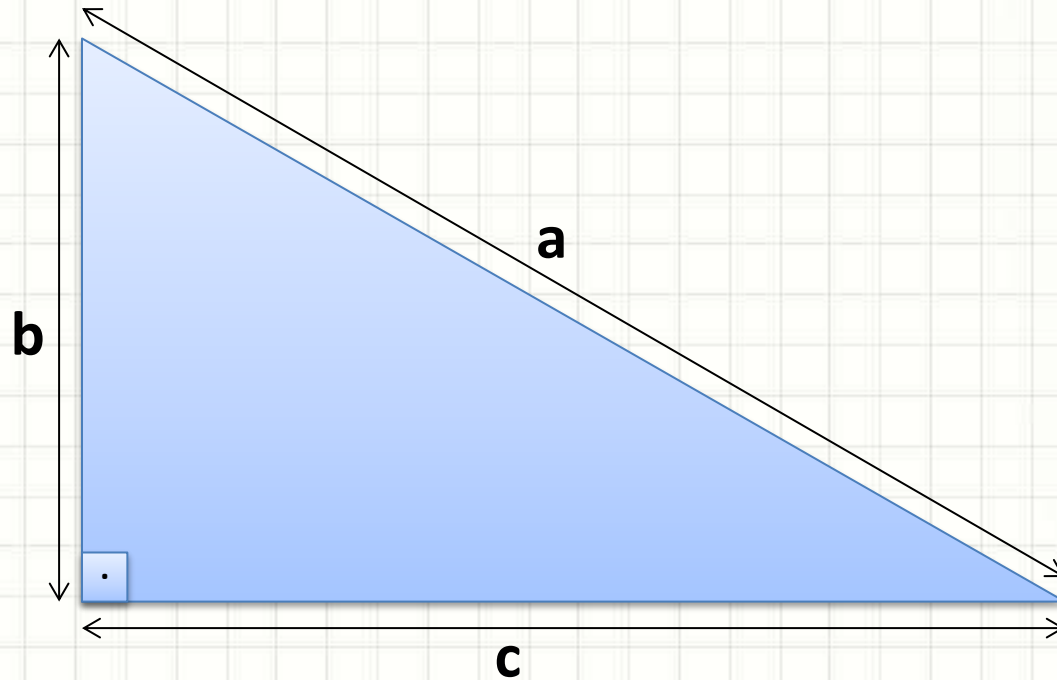


- AAA LLL
- ALA LAL

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

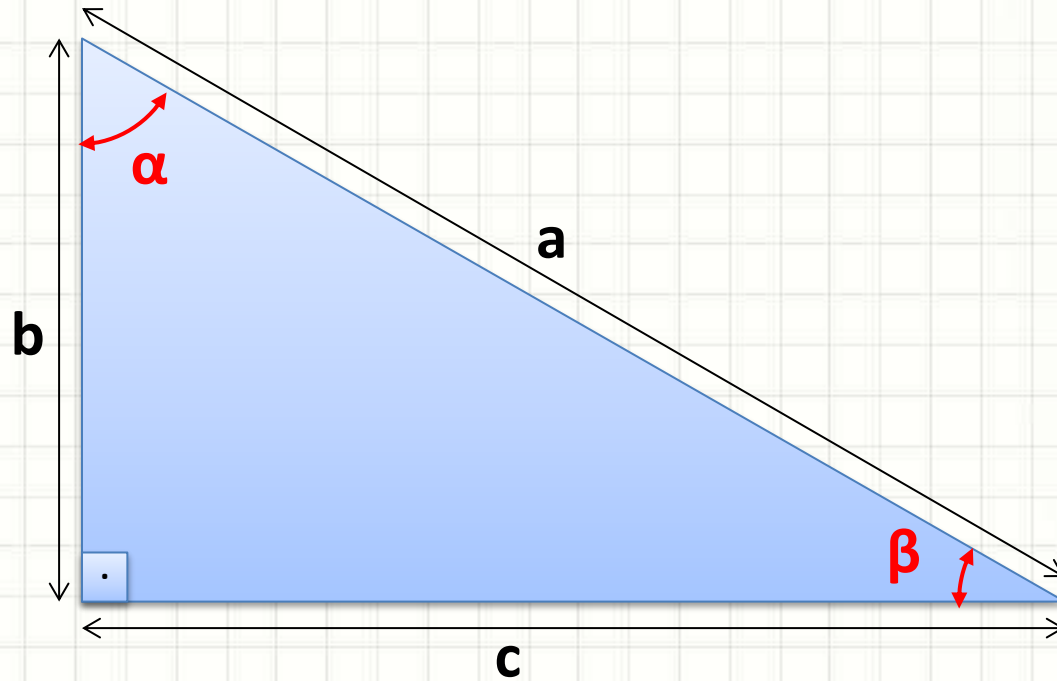
Trigonometria

- Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$



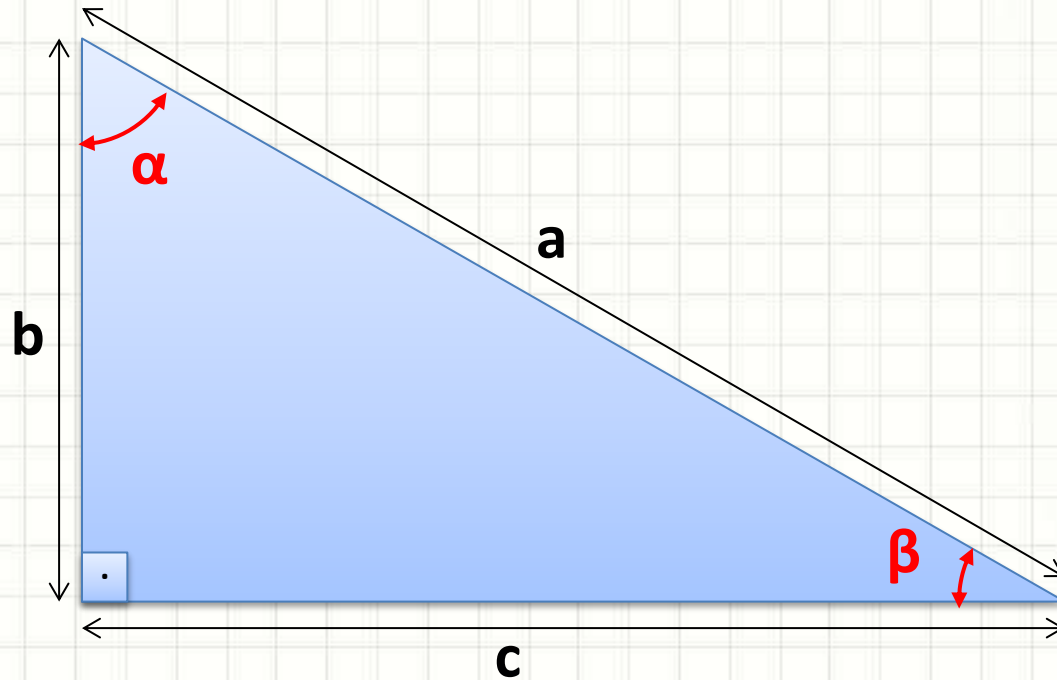
Trigonometria

- Cossenos: $b = a \cdot \cos \alpha$ $c = a \cdot \cos \beta$



Trigonometria

- Tangentes: $\text{tg } \alpha = c / b$ $\text{tg } \beta = b / c$

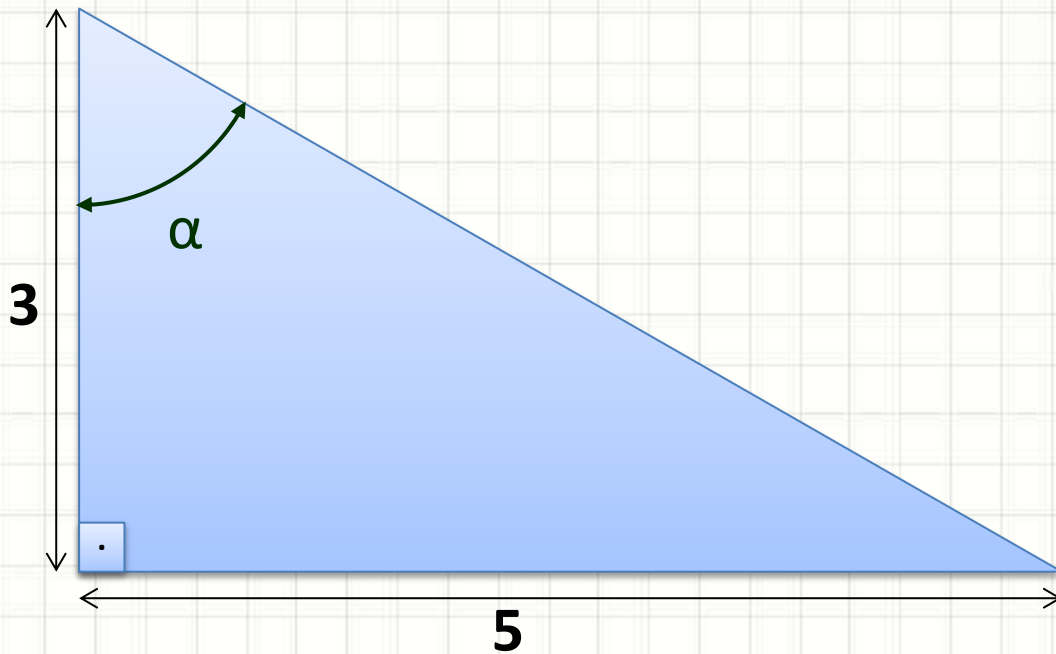




EXERCÍCIOS

Exercícios

- Qual o valor do ângulo α ?

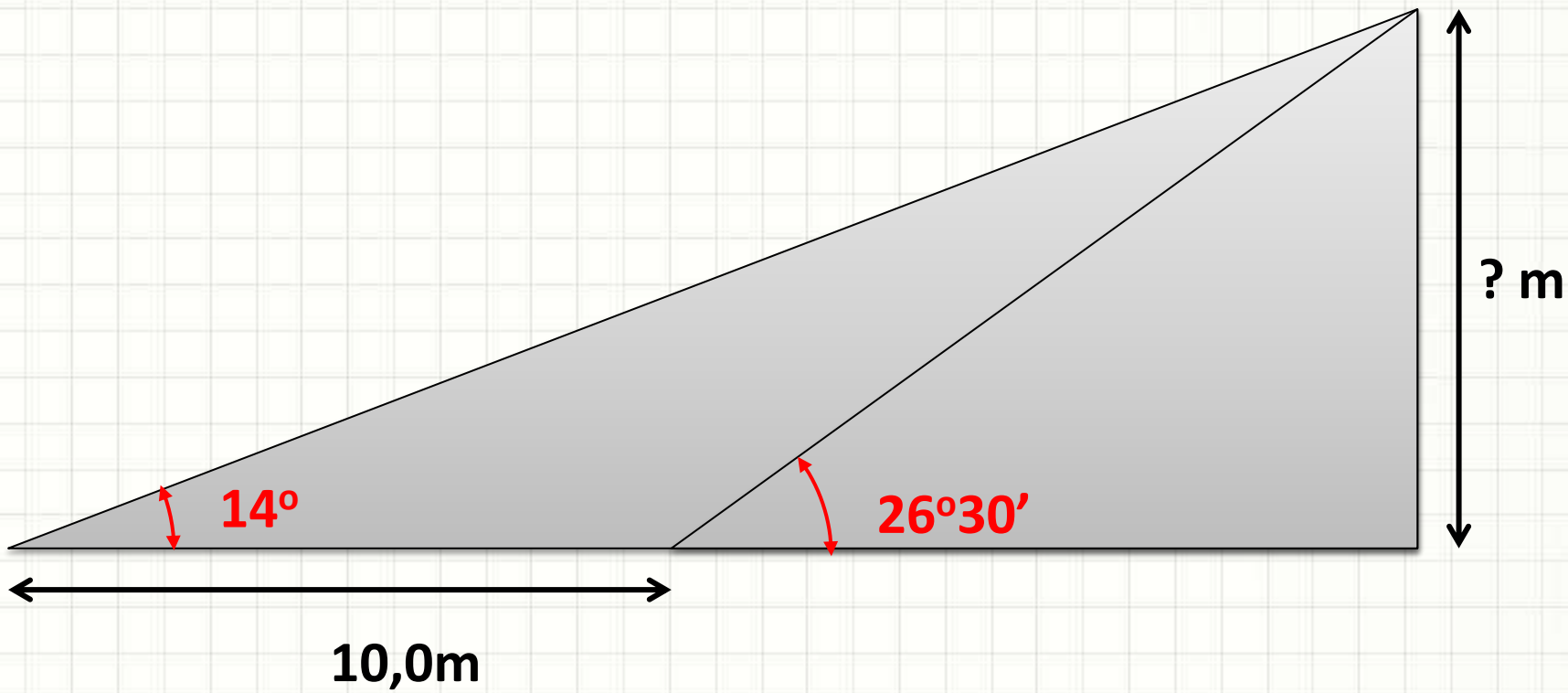




EXERCÍCIO MAIS COMPLETO

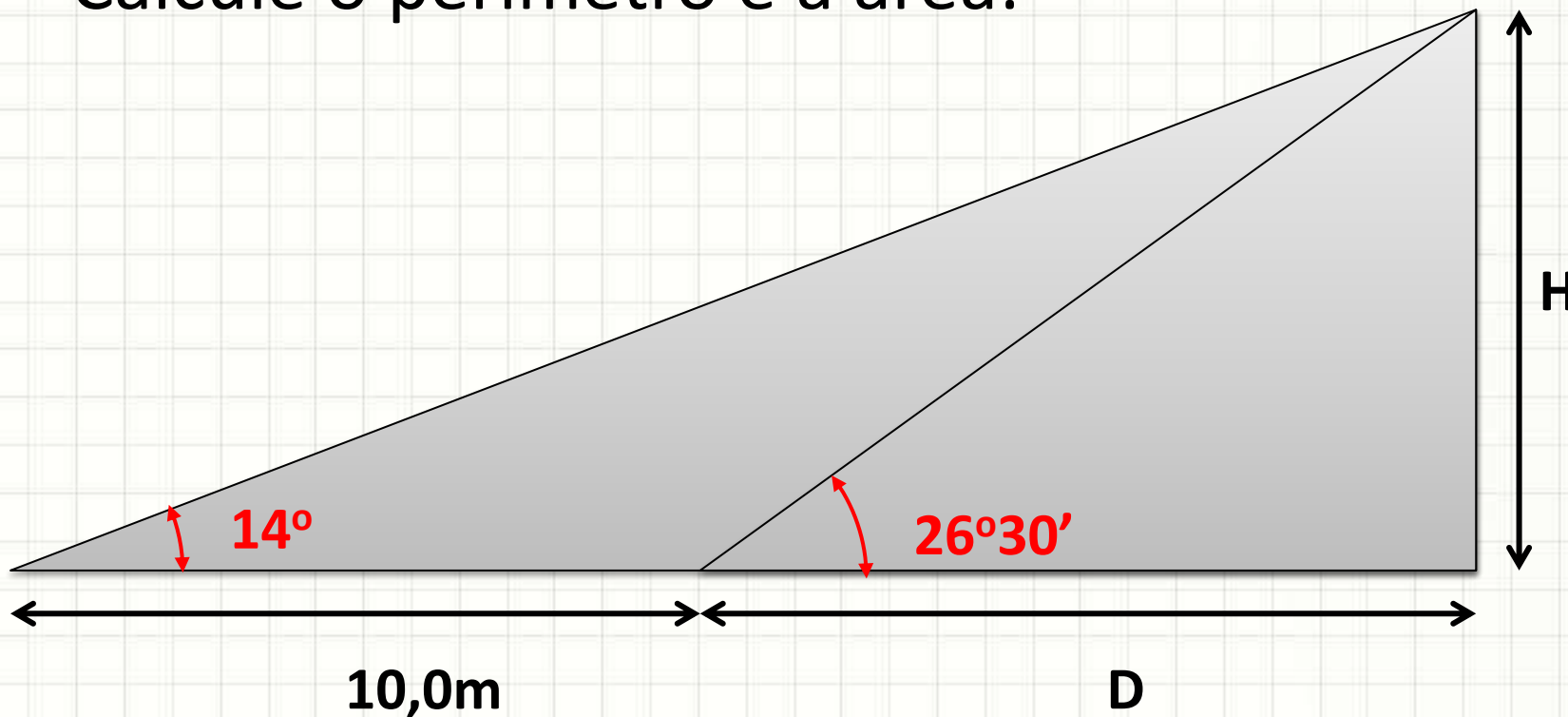
Exercícios

- Calcule a área:



Exercício

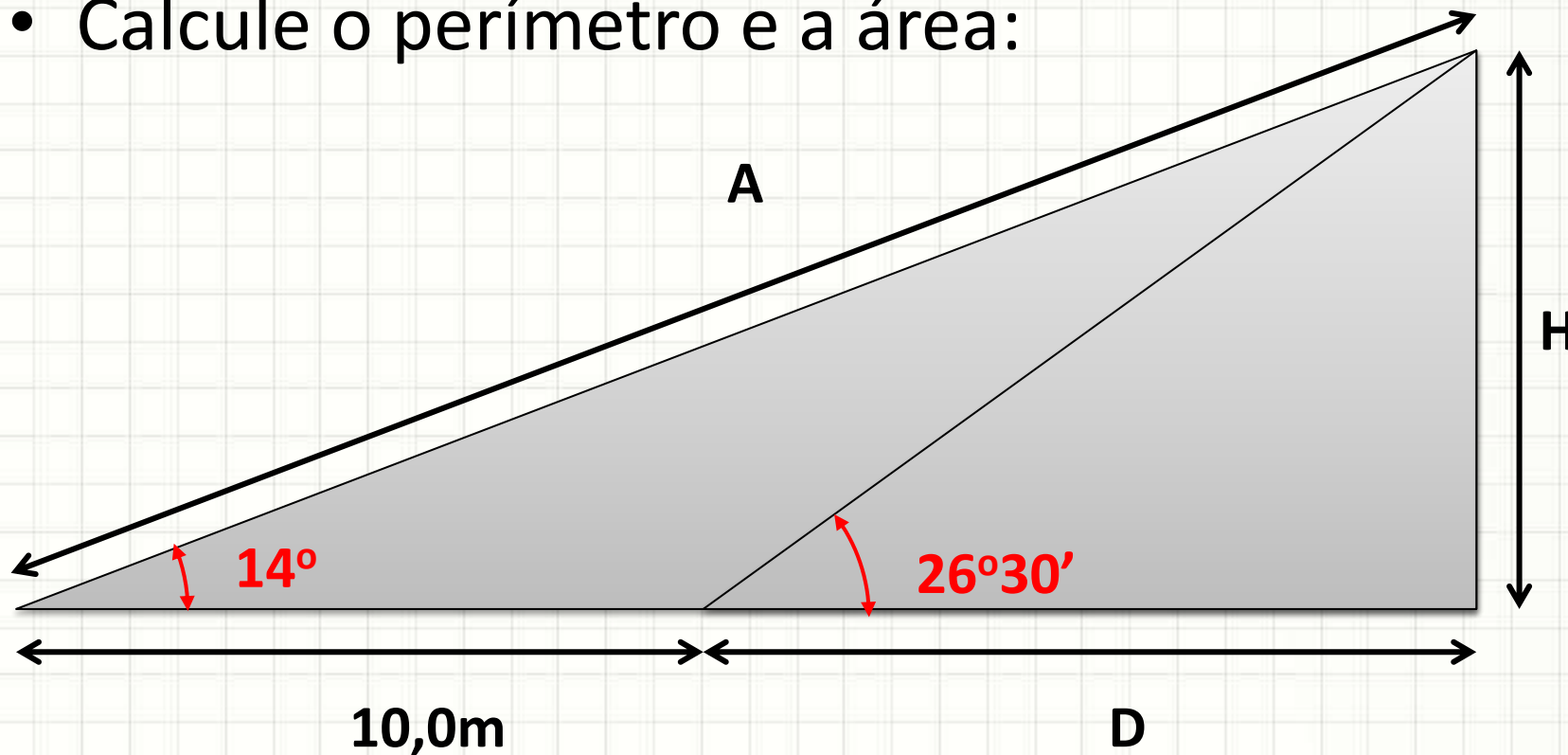
- Calcule o perímetro e a área:



- $\text{tg } 14^\circ = H / (10+D)$
- $\text{tg } 26^\circ 30' = H / D$

Exercício

- Calcule o perímetro e a área:



- $A^2 = (10,0 + D)^2 + H^2$



PERGUNTAS?



CONCLUSÕES

Resumo

- O que é geometria
 - A relação entre geometria e topografia
 - O que é trigonometria
 - Relações trigonométricas importantes
-
- Mais detalhes sobre medidas...
 - Referências e o formato da Terra



ATIVIDADE

Atividade

- Em grupo (4) na sala, entrega individual
- Cada aluno deve contar, quatro vezes, quantos passos tem o comprimento da sala
- Cada aluno deve calcular o número médio de passos (some as quatro medidas e divida por 4)
- Meça (se necessário, com ajuda do professor) a mesma distância em metros, usando uma trena.
- Cada aluno deve determinar o tamanho do seu passo, dividindo a distância em metros pela distância em passos
- Determine o “passo médio” do grupo