

TOPOGRAFIA

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

Prof. Dr. Daniel Caetano

2017 - 1

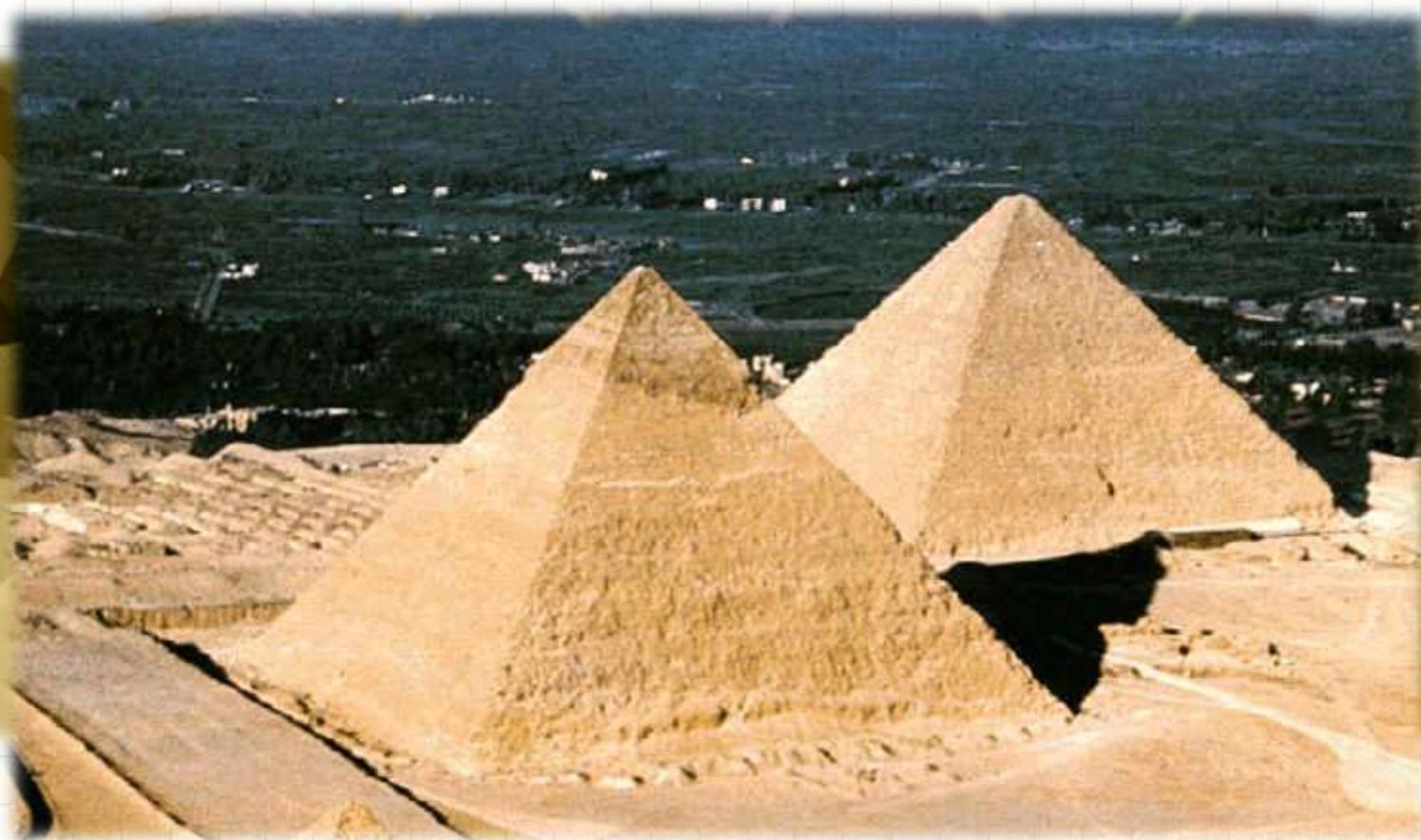
A geometria é importante para a natureza?



Muitas coisas são “geométricas” na natureza



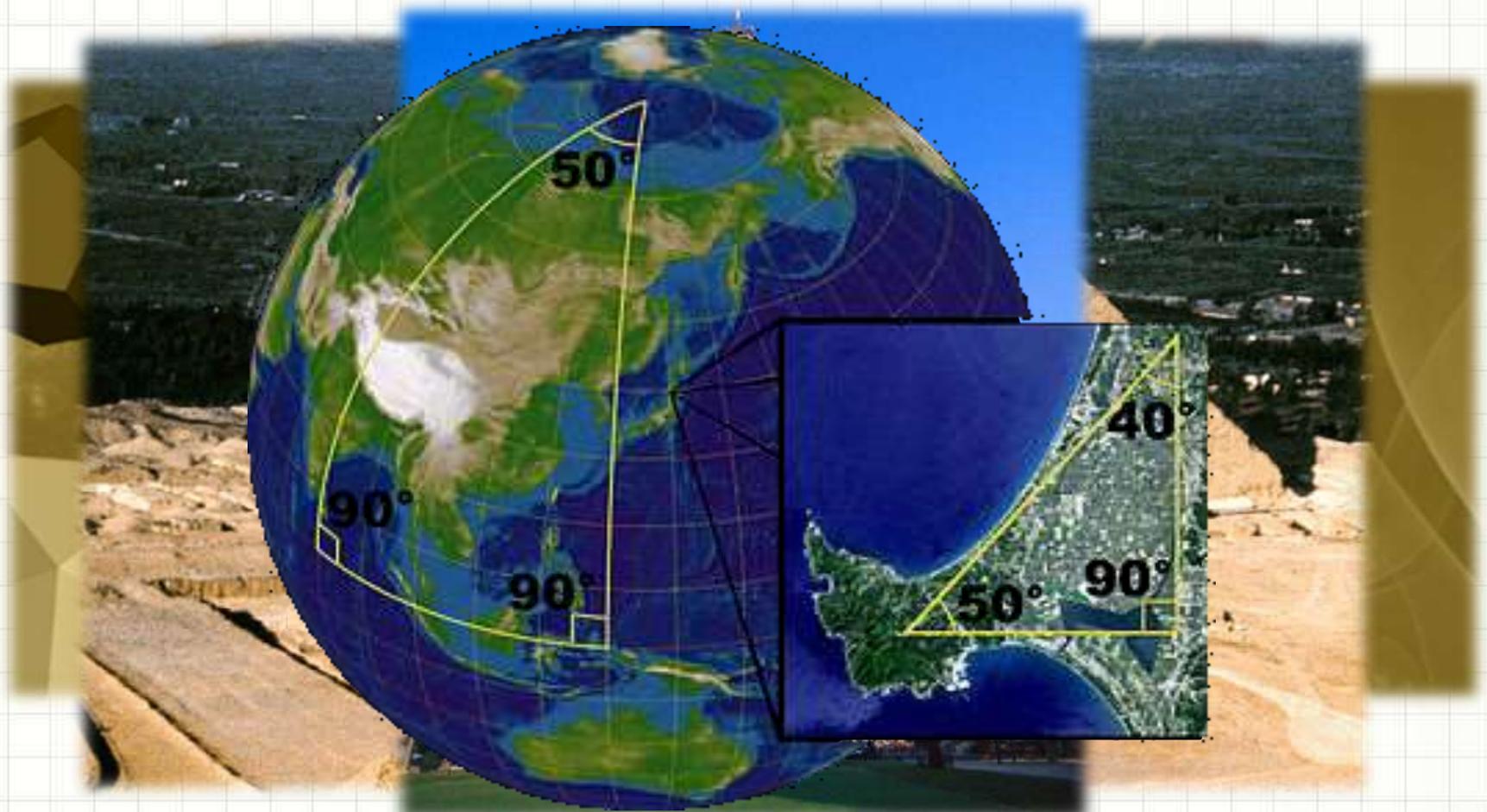
**Somos tão diferentes
da natureza?**



**A geometria é a base
de muito que fazemos...**



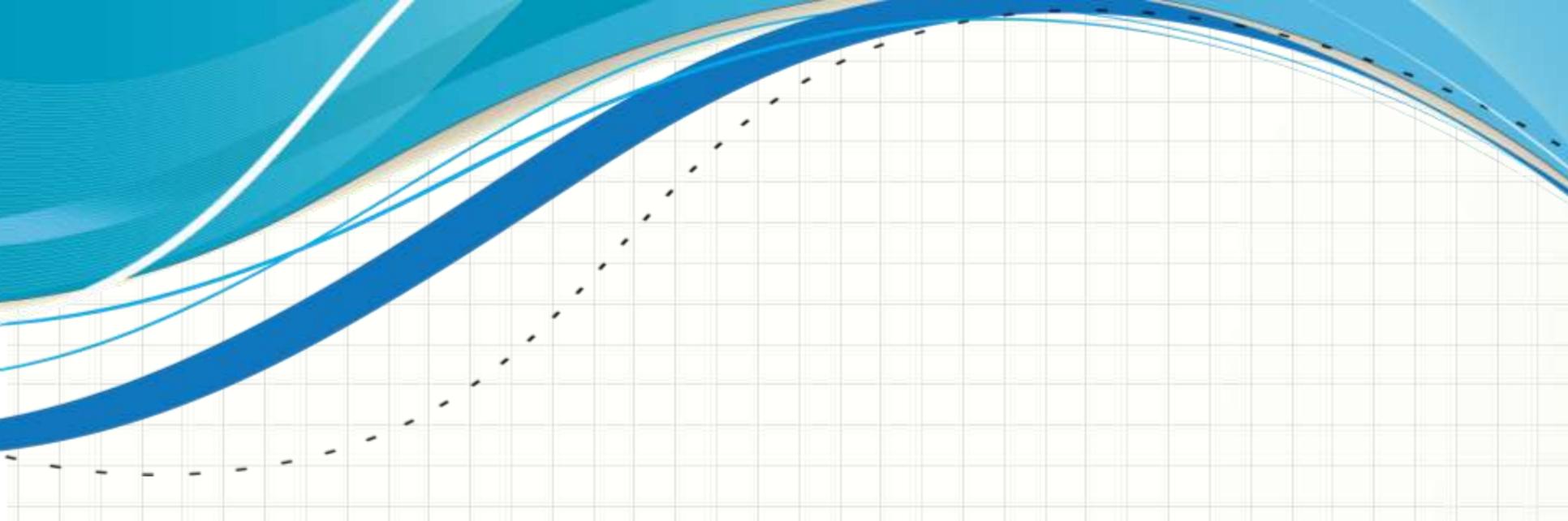
E a usamos para medir o mundo!



Objetivos

- Relação da Geometria e Trigonometria com Topografia
- Conceitos de Geometria
- Conceitos de Trigonometria





**ANTES DE
MAIS NADA...**

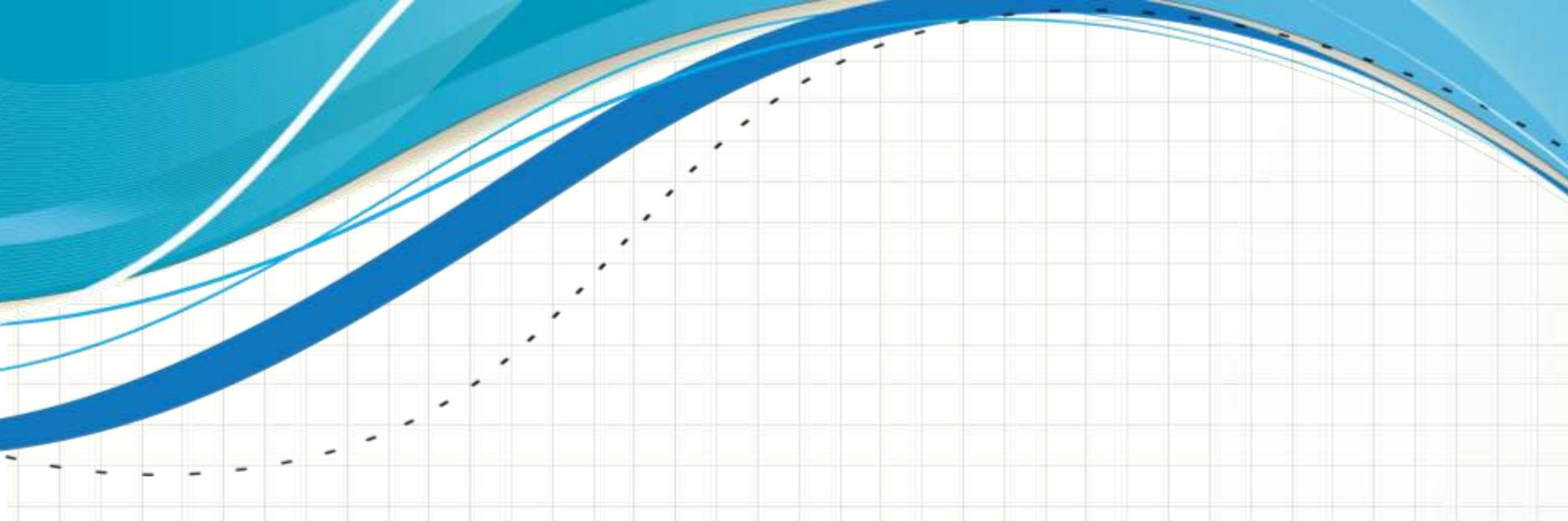
Para quem faltou...

Professor	Informações de Contato
Daniel Caetano	prof@caetano.eng.br

- Datas/critérios, apresent., exercícios, bibliog...
<http://www.caetano.eng.br/>



The screenshot shows the top section of a website. On the left is a faded image of a man (Prof. Caetano) in a classroom setting. To the right of the image, the name "Prof. Caetano" is written in a large, elegant, black serif font. In the top right corner, there is a timestamp "17/07/2012, 10:55" and a small ID number "00021924". Below the timestamp are two small icons representing the flags of Brazil and the United Kingdom. At the bottom of the screenshot is a horizontal navigation menu with six buttons: "Home", "Ensino" (which is highlighted with a blue background), "Pesquisa", "Publicações", "Software", and "Pessoal". Below the navigation menu, there is a paragraph of text in Portuguese: "Nesta seção você encontra acesso ao material didático desenvolvido pelo Prof. Caetano para os cursos já ministrados. O material está dividido por períodos, visto que boa parte do material não está atualizado."

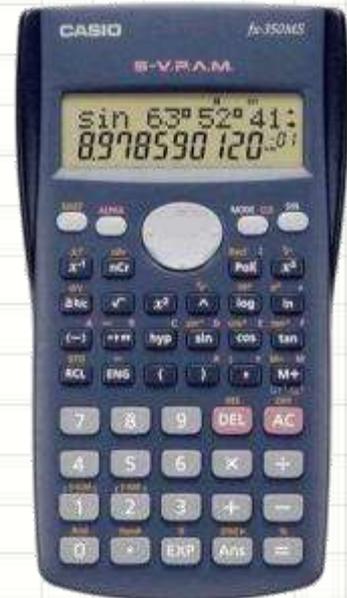
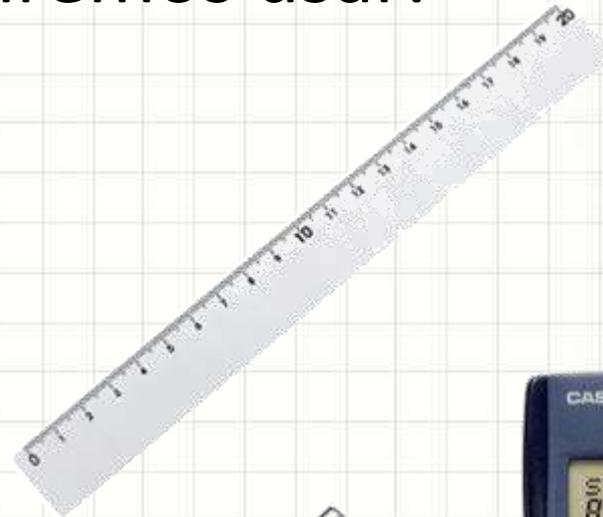


RELEMBRANDO:

MATERIAIS IMPORTANTES

Materiais Obrigatórios

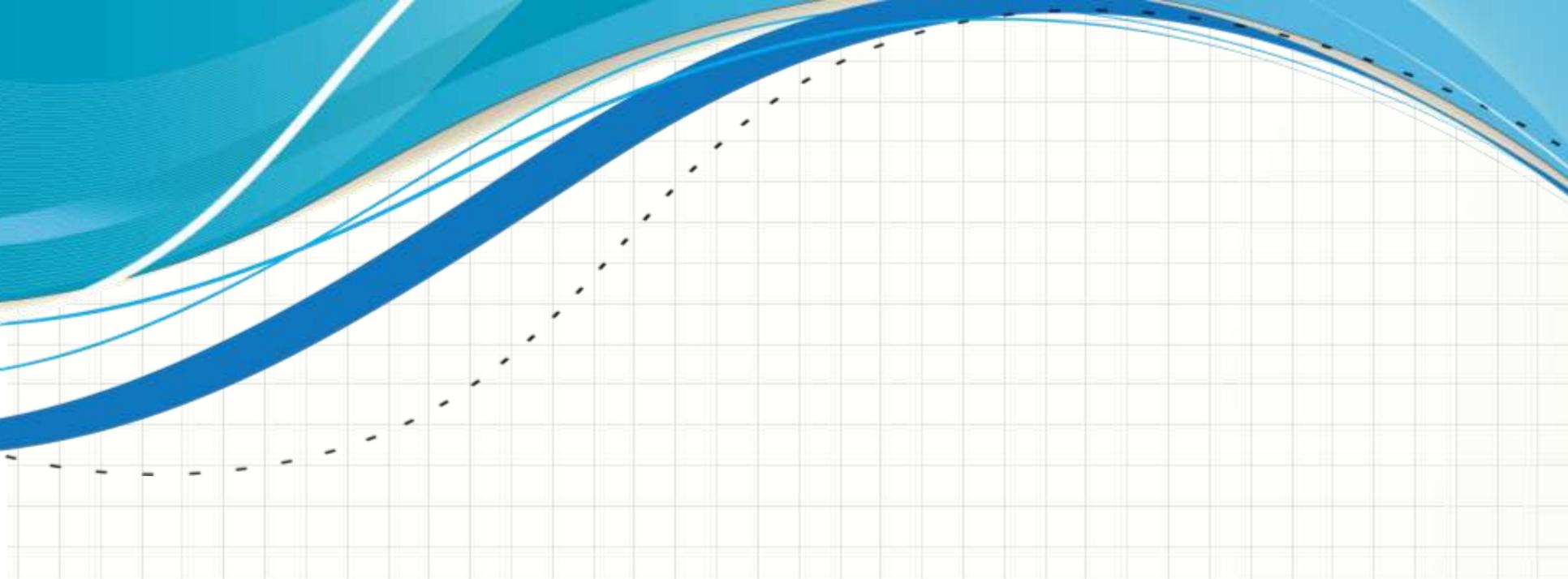
- Ao longo das aulas iremos usar:
 - Régua
 - Borracha
 - Lapiseira
 - Calculadora



Materiais Importantes (é bom ter)

- Ao longo das aulas iremos usar:
 - Trena
 - Papel A4 branco

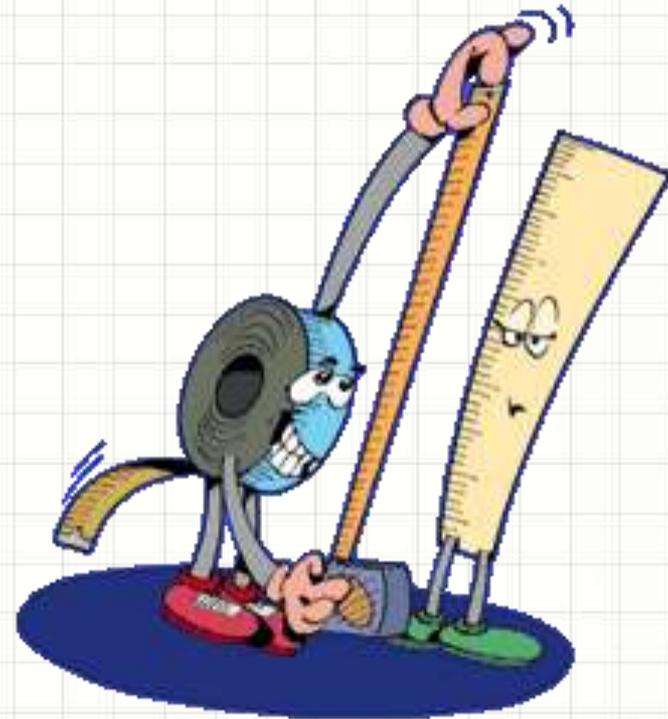




GEOMETRIA

Geometria

- Geometria: medição da Terra
 - Origem?
- Topografia: medição da superfície da Terra
 - São coisas parecidas?
- O que é medir?



Geometria - Medidas

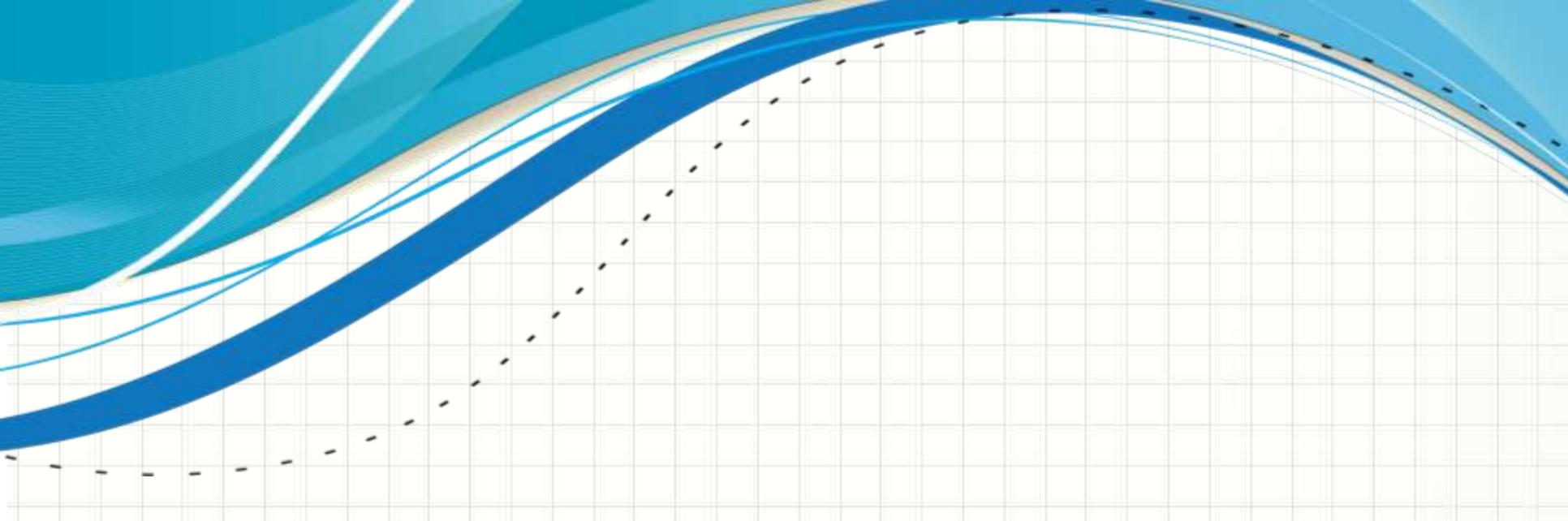
- Medir é...



Geometria - Medidas

- O que podemos medir?
 - Quase tudo!
- Medidas comuns
 - Distâncias
 - Perímetros
 - Áreas
 - Volumes
 - Ângulos
 - ...





UNIDADE DE MEDIDA DE DISTÂNCIA LINEAR

Medindo Distâncias Lineares

- Distância Euclidiana



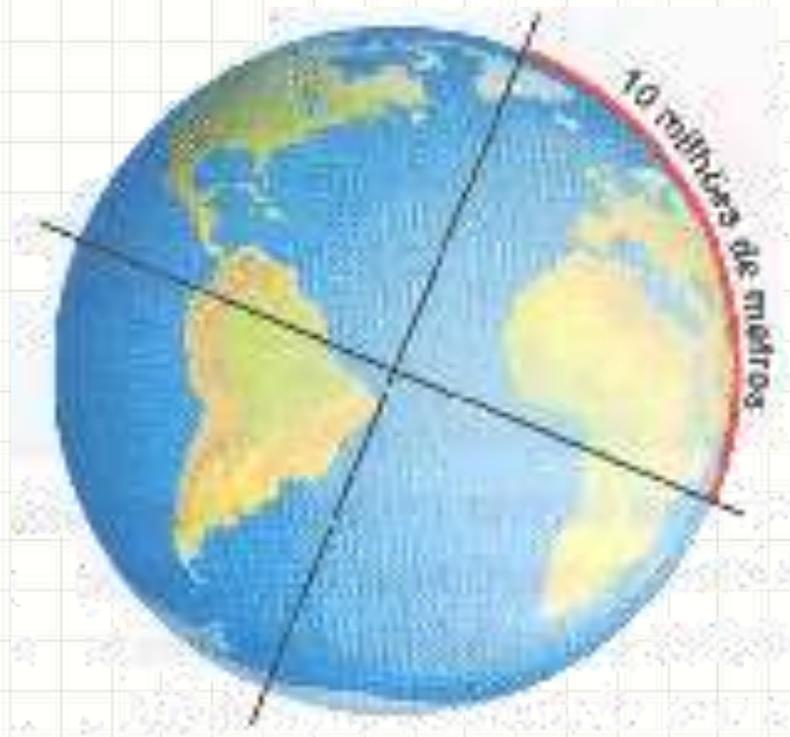
- Variáveis: letras do alfabeto latino (a, b, c...)

$$a = 7 \text{ [m]}$$

- A unidade de medida de distância é o **metro**

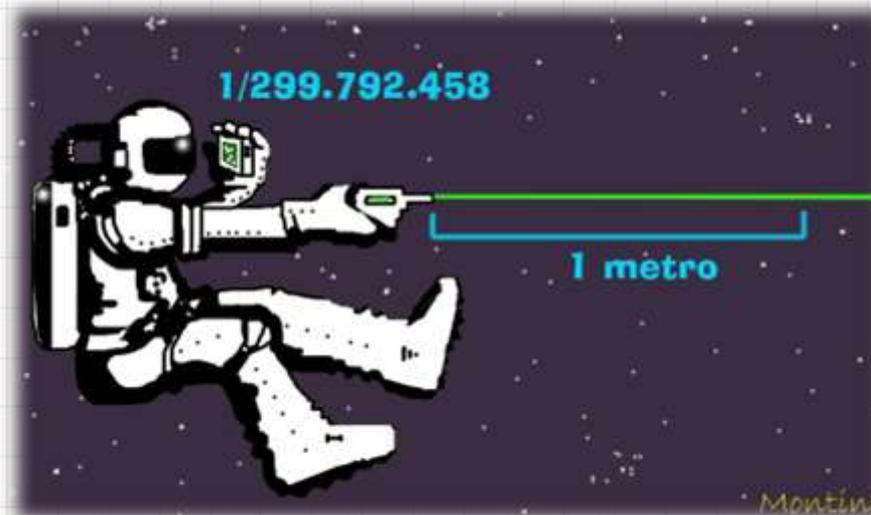
O Que é um Metro?

- Primeira definição



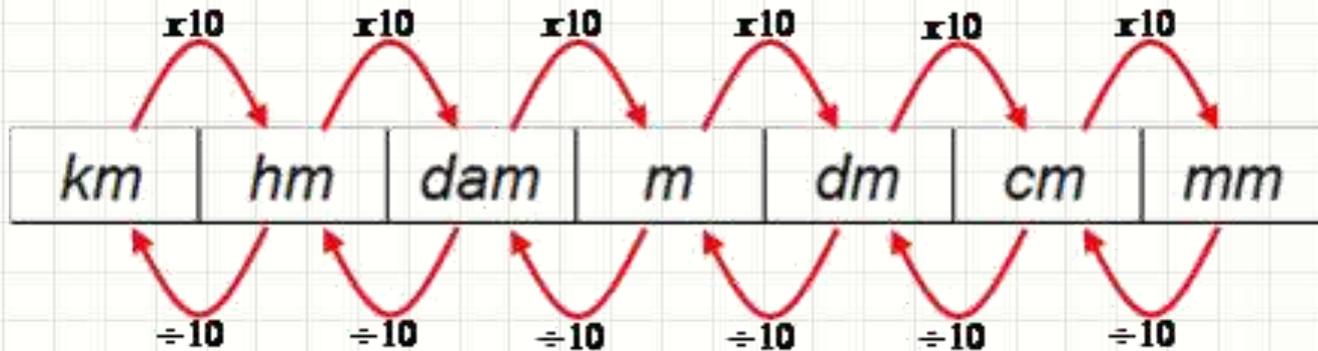
O Que é um Metro?

- Uma medida mais precisa relacionada a...



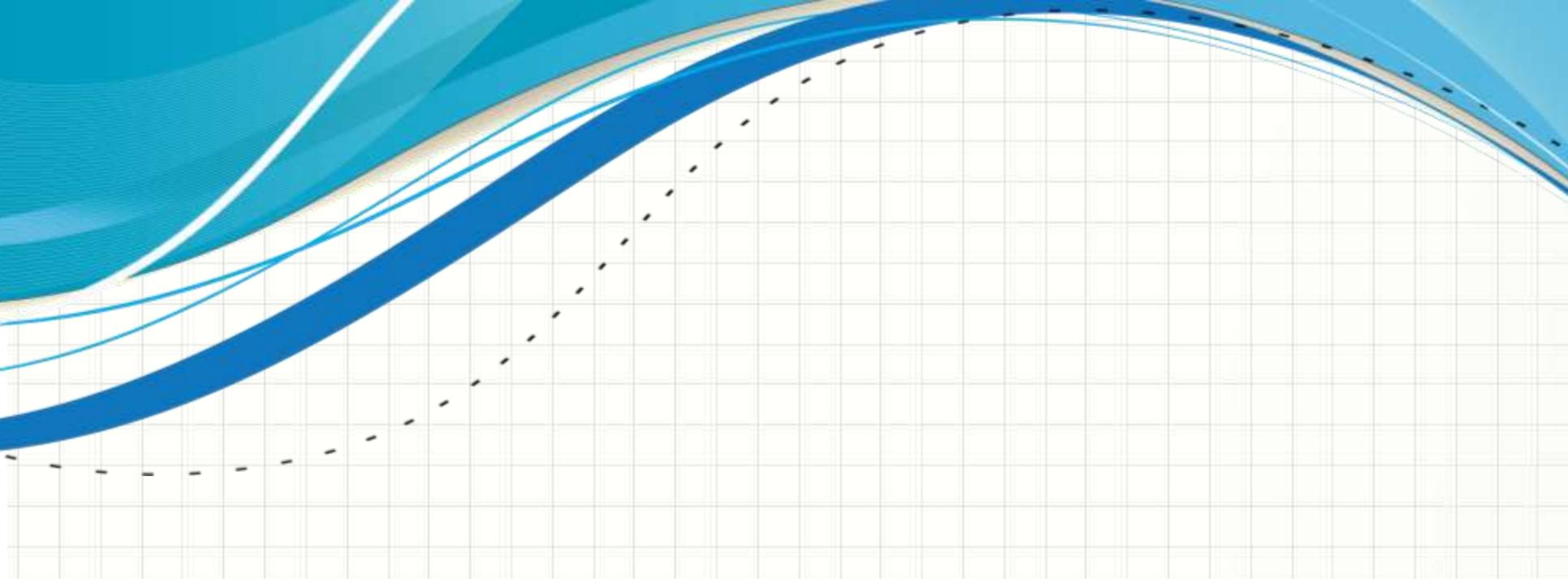
O Que é um Metro?

- Múltiplos e Submúltiplos



- Como converter?

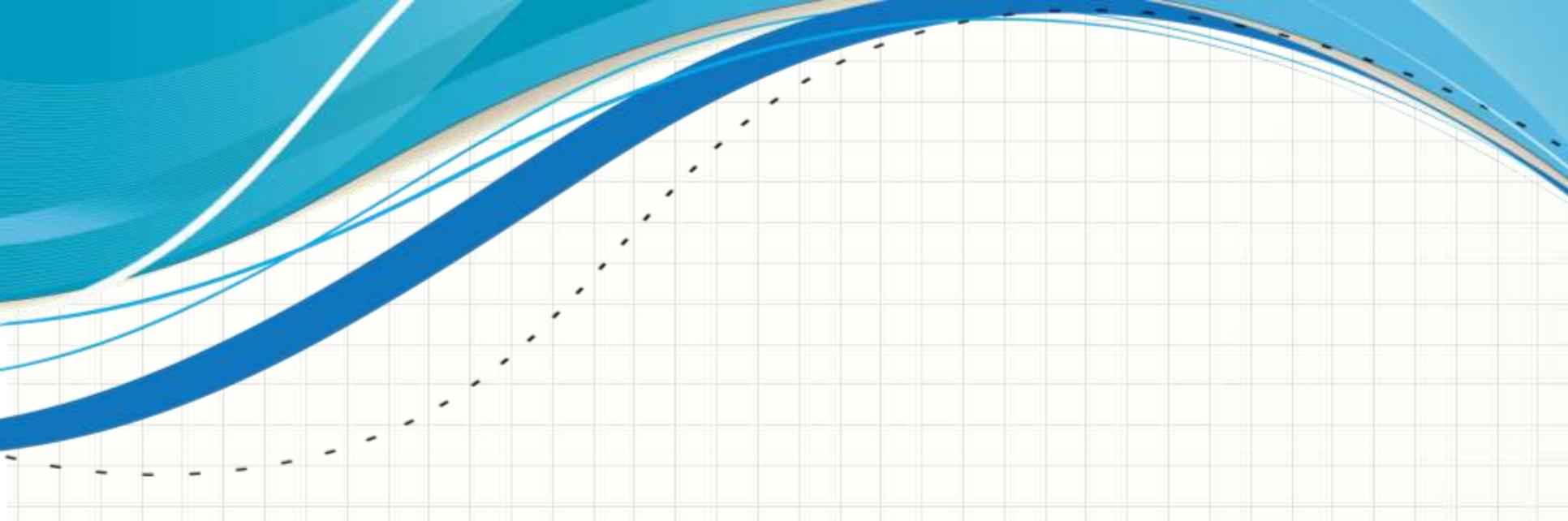
km	hm	dam	m	dm	cm	mm



EXERCÍCIOS

Exercícios

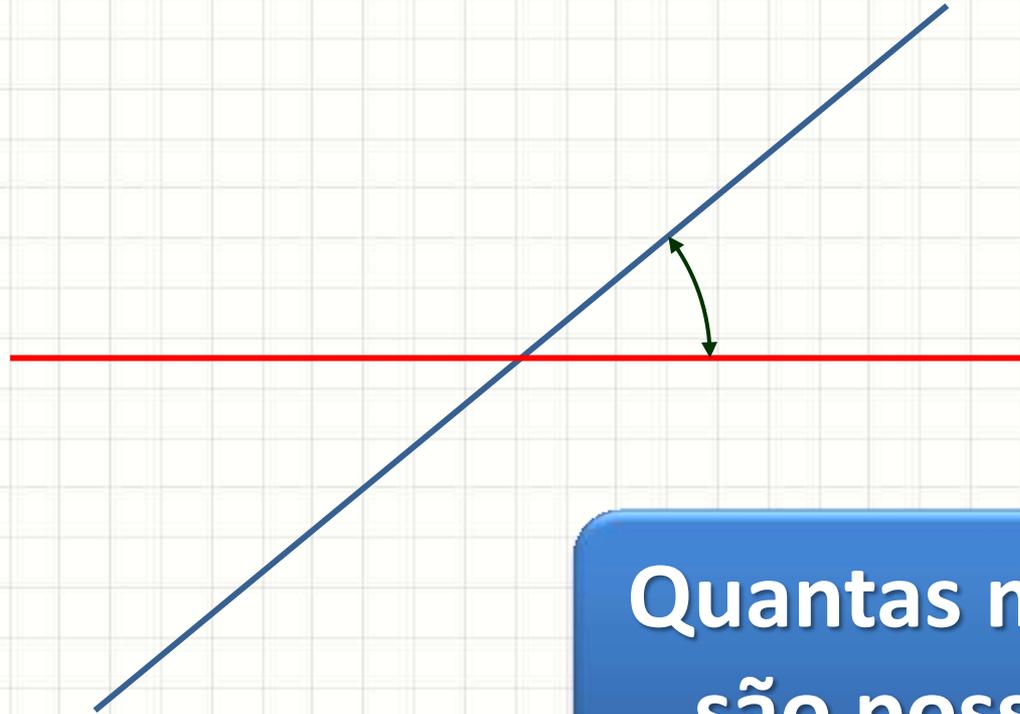
- Converta:
 - 100m para km
 - 10cm para km
 - 5km para m
 - 0,2km para mm
 - 50mm para km
 - 0,05mm para m



INCLINAÇÃO ENTRE RETAS: OS ÂNGULOS

O Que é um Ângulo?

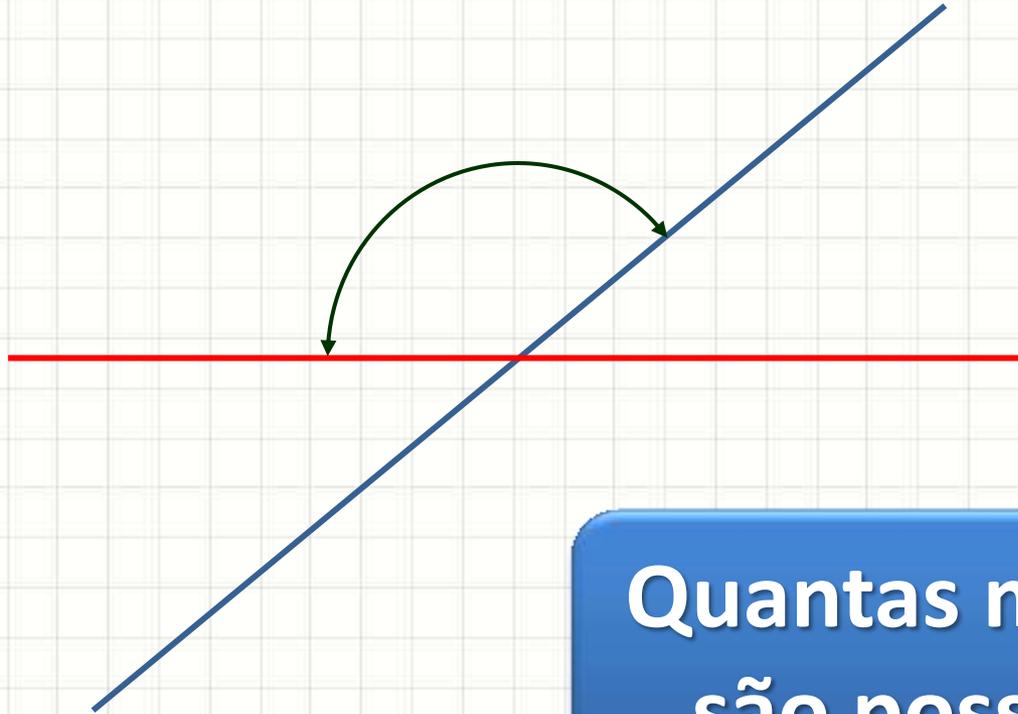
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



Quantas medidas
são possíveis?

O Que é um Ângulo?

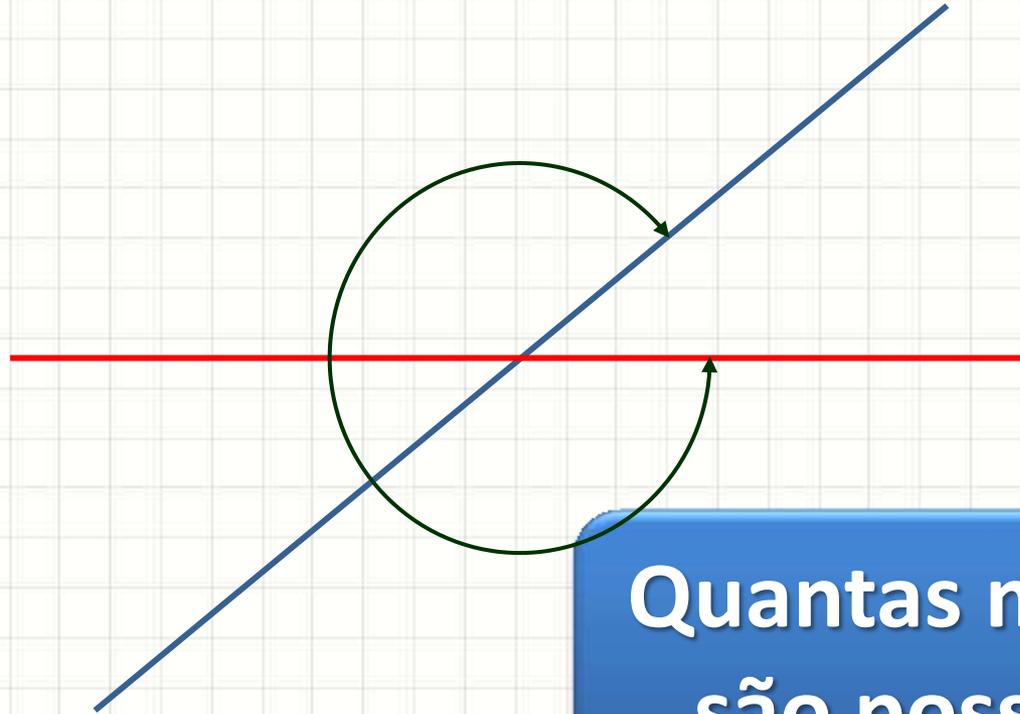
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



**Quantas medidas
são possíveis?**

O Que é um Ângulo?

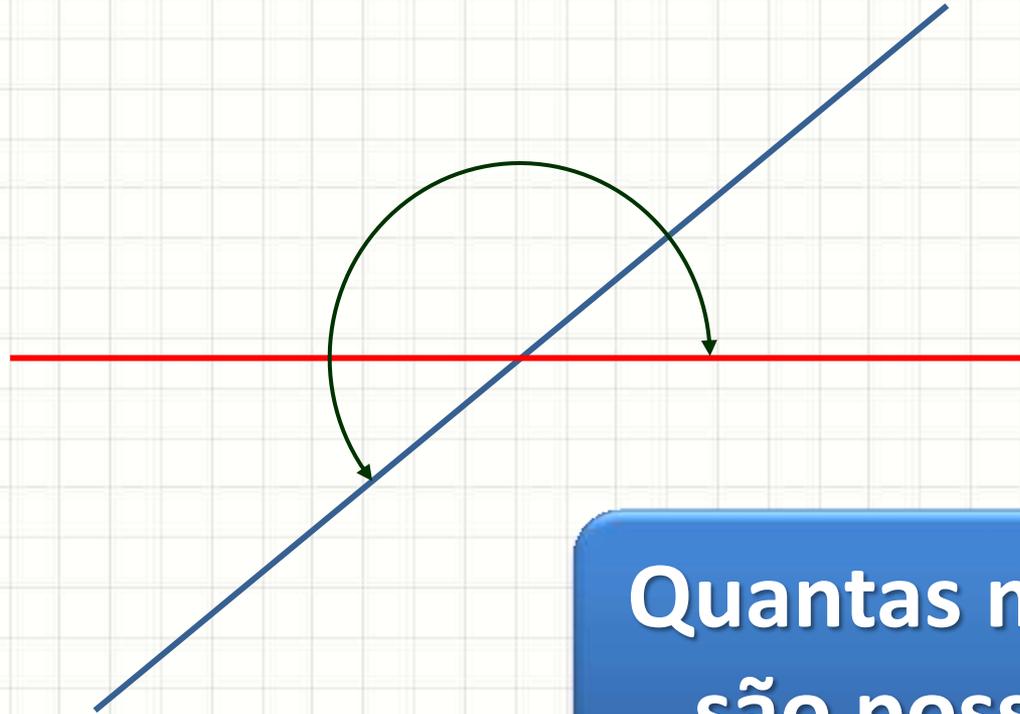
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



Quantas medidas
são possíveis?

O Que é um Ângulo?

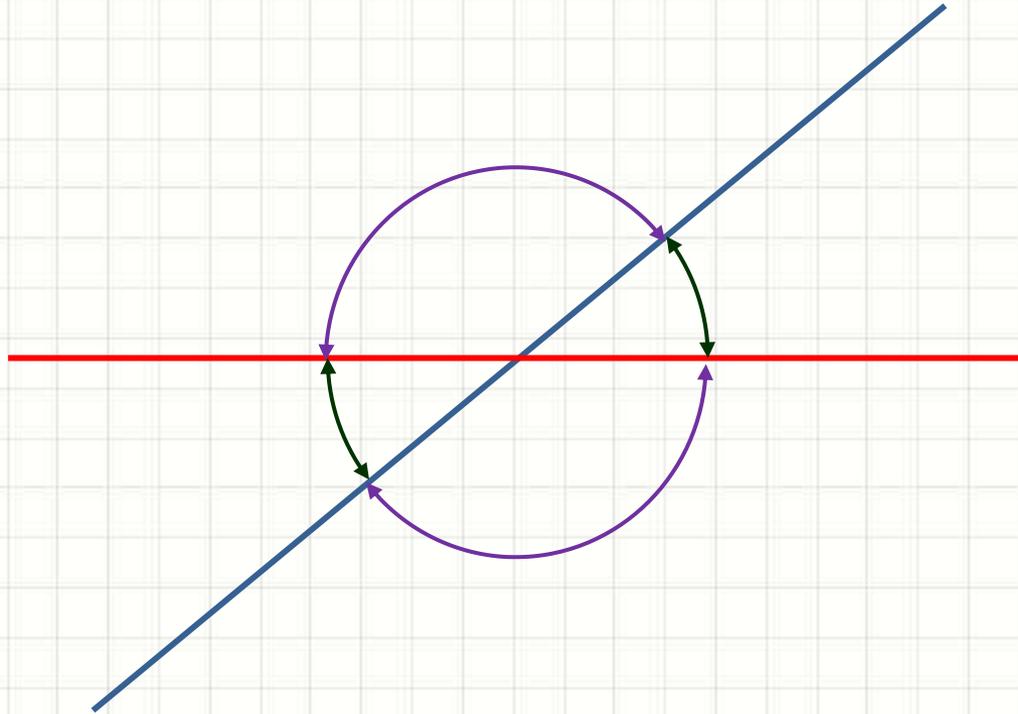
- É a “inclinação” de **uma reta** (direção)...
- ... com relação a **outra reta** (direção)



**Quantas medidas
são possíveis?**

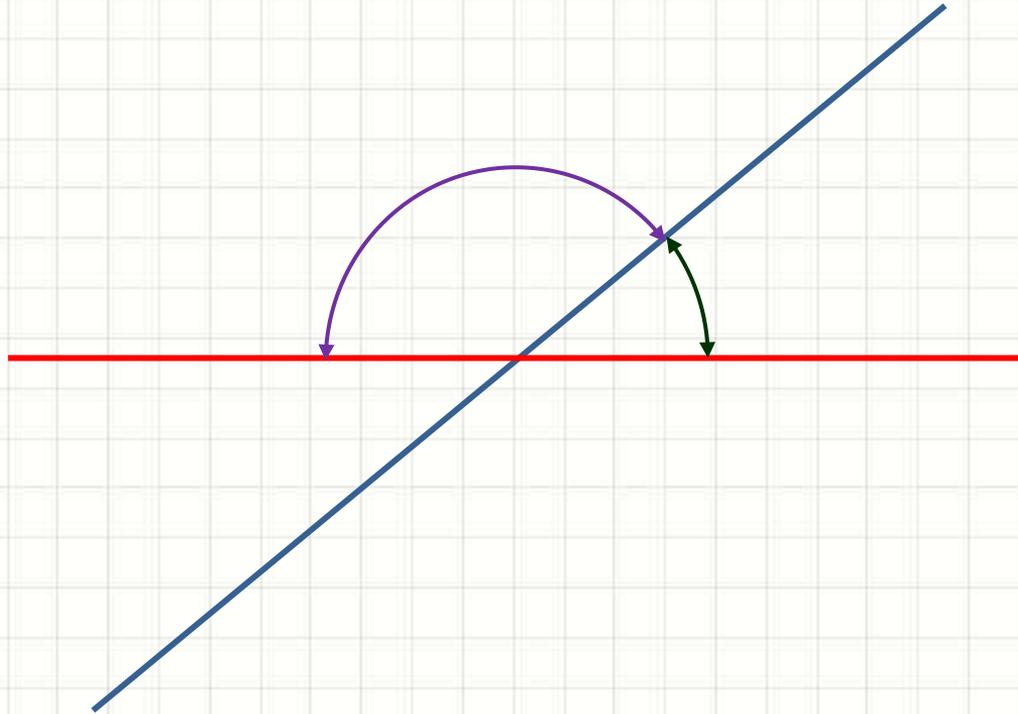
Ângulos Iguais

- Ângulos Opostos Pelo Vértice (OpV)



Ângulos Suplementares

- Somam 180°

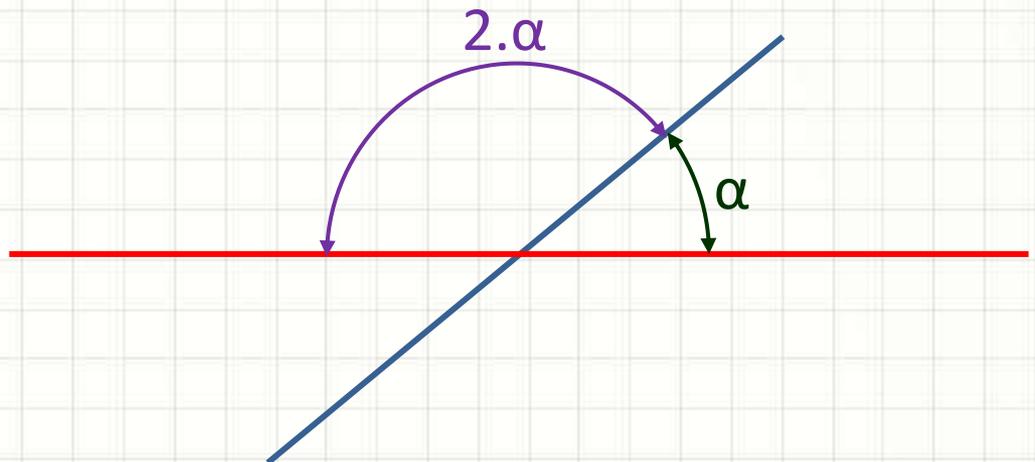
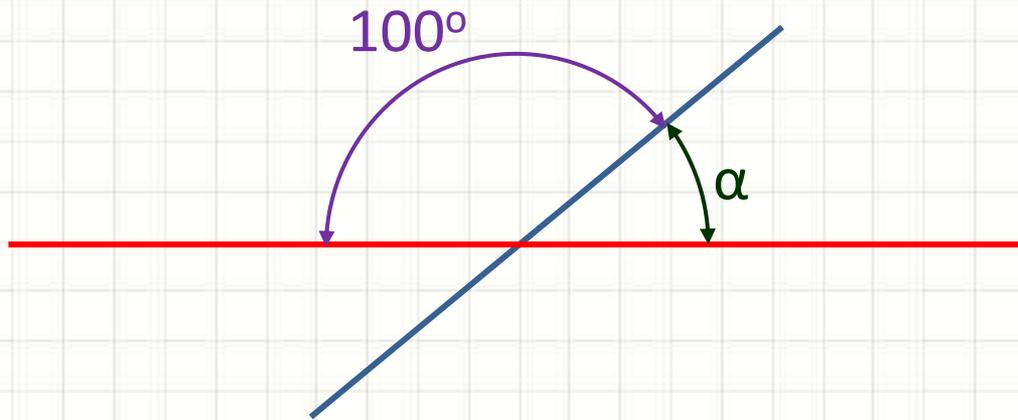


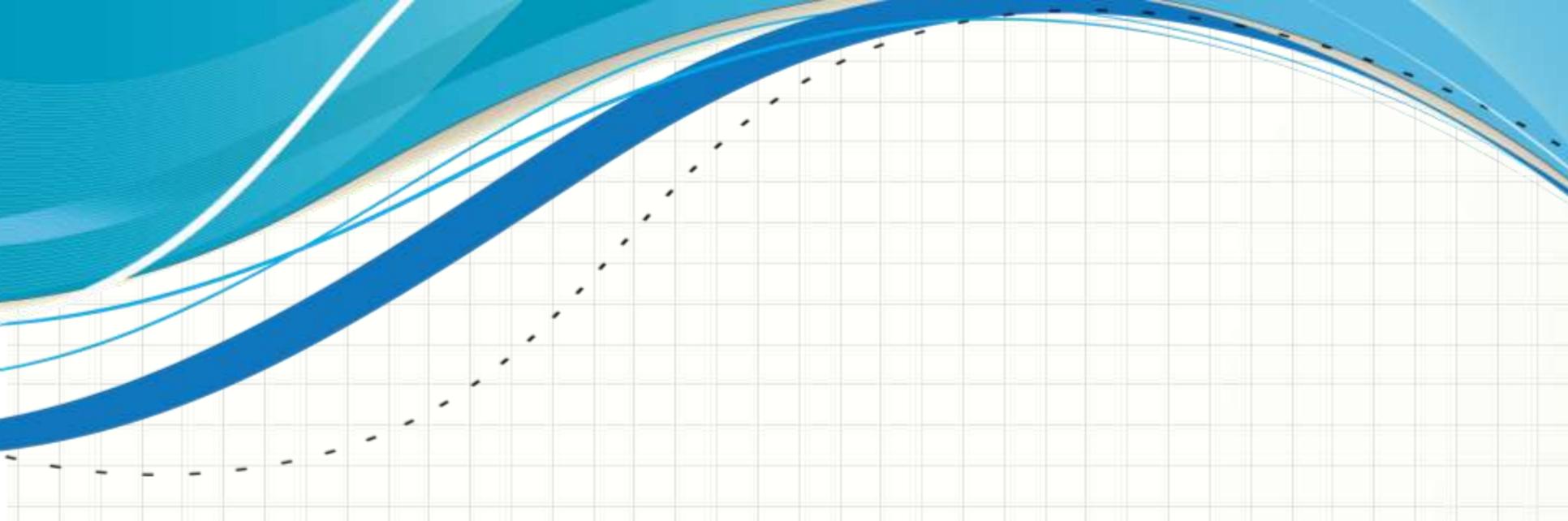


EXERCÍCIOS

Exercícios

- Indique o valor do ângulo α





UNIDADES DE MEDIDA PARA ÂNGULOS

Medindo Ângulos

- Medidas lineares: metro
- Unidade das medidas angulares?
 - Graus (*DEGrees*)
 - Radianos (*RADians*)
 - Gradianos (*GRADians*)

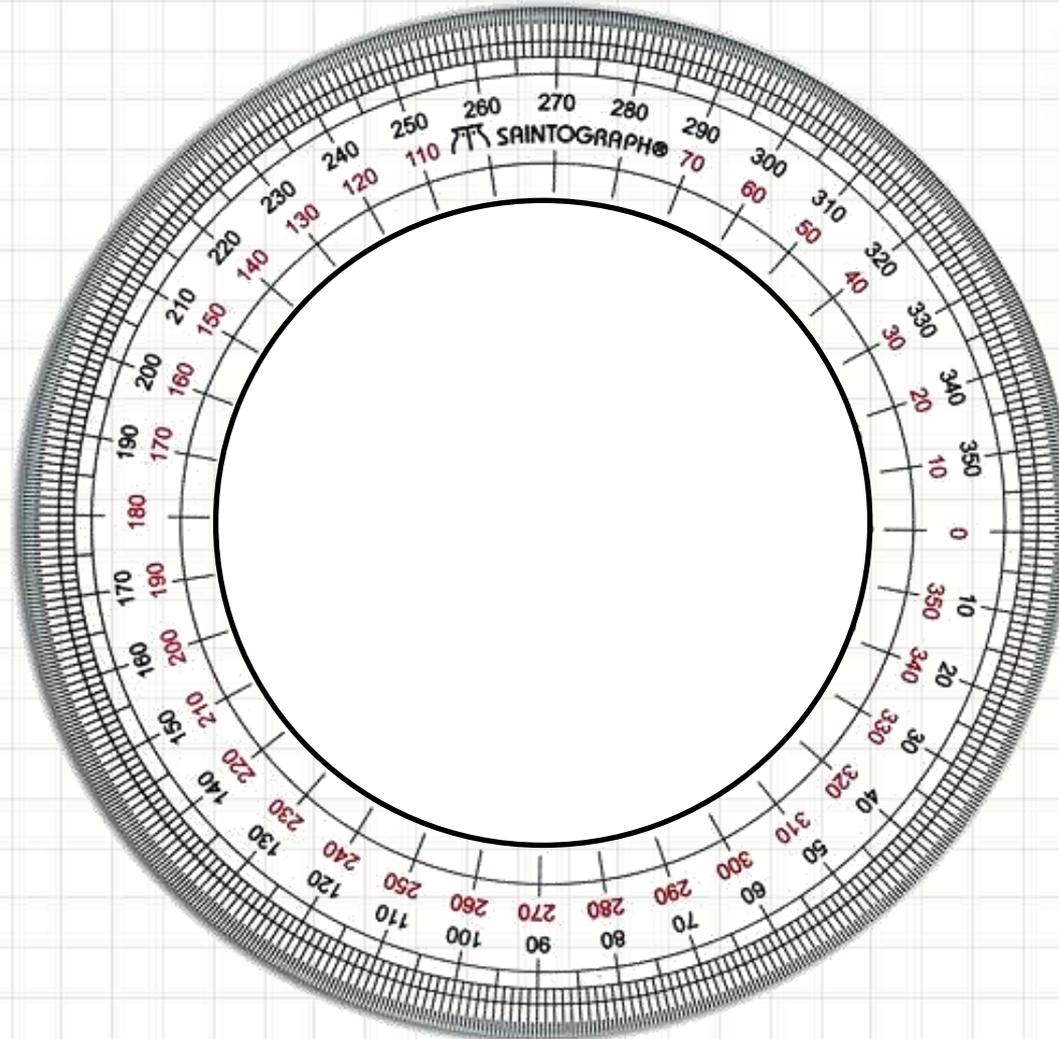
α β γ

- Variáveis angulares: letras do **alfabeto grego**

$$\alpha = 35^\circ$$

O que é um Grau?

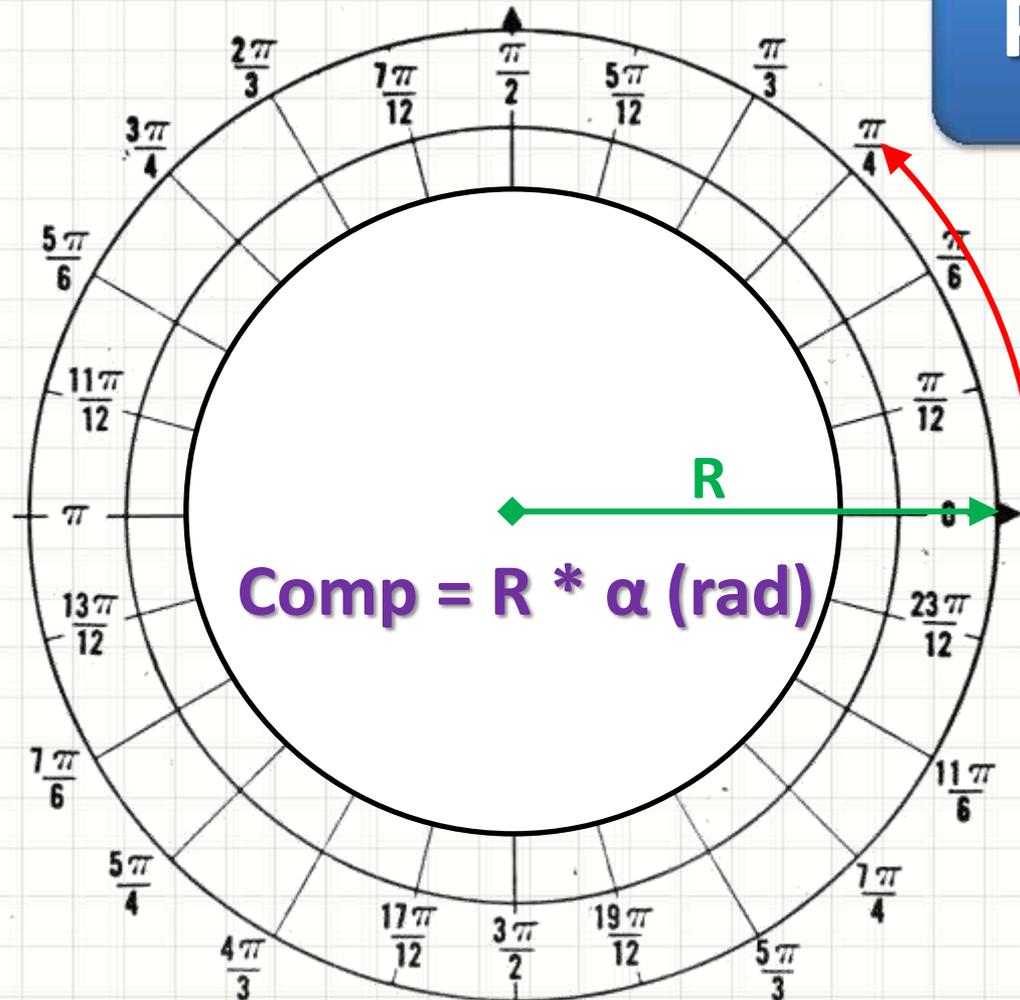
- É $1/360$ de uma circunferência:



O que é um Radiano?

- É $1/2\pi$ de uma circunferência:

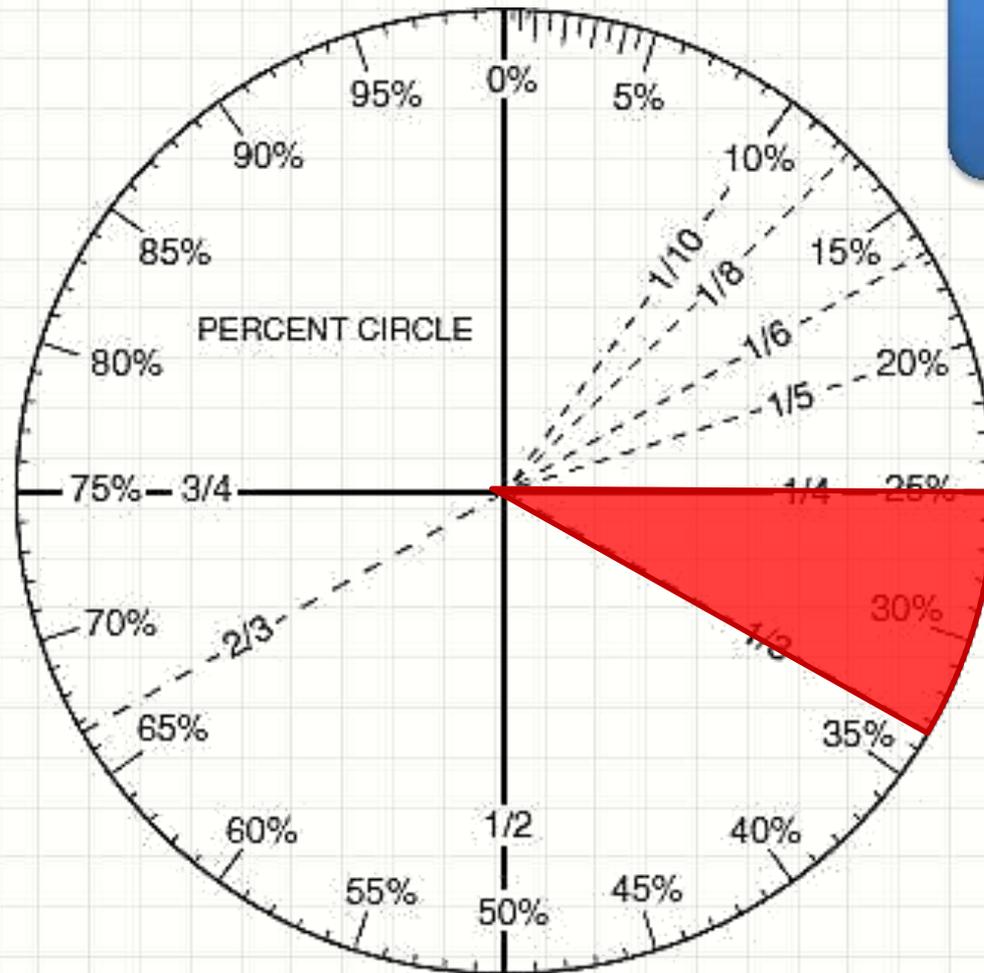
Pra quê?



Comprimento = ?

O que é um Gradiano?

- É 1/100 de uma circunferência:

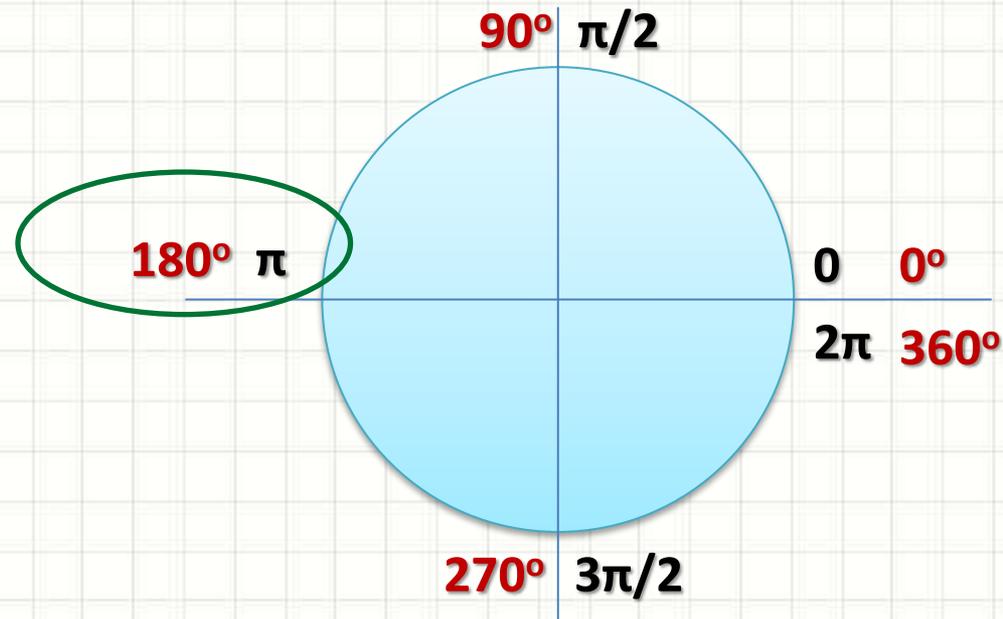


Pra quê?

Área = ?

Conversão de Ângulos

- Convertendo ângulo em graus para radianos



$$\frac{AR}{2\pi} \longrightarrow \frac{AG}{360}$$

Conversão de Ângulos

- Convertendo ângulo em graus para radianos

$$\frac{\text{AR}}{2\pi} = \frac{\text{AG}}{360}$$

$$\text{AR} * 360 = 2\pi * \text{AG}$$

$$\text{AR} = (\cancel{2\pi} * \text{AG}) / \cancel{360}$$

$$\text{AR} = (\pi * \text{AG}) / 180$$

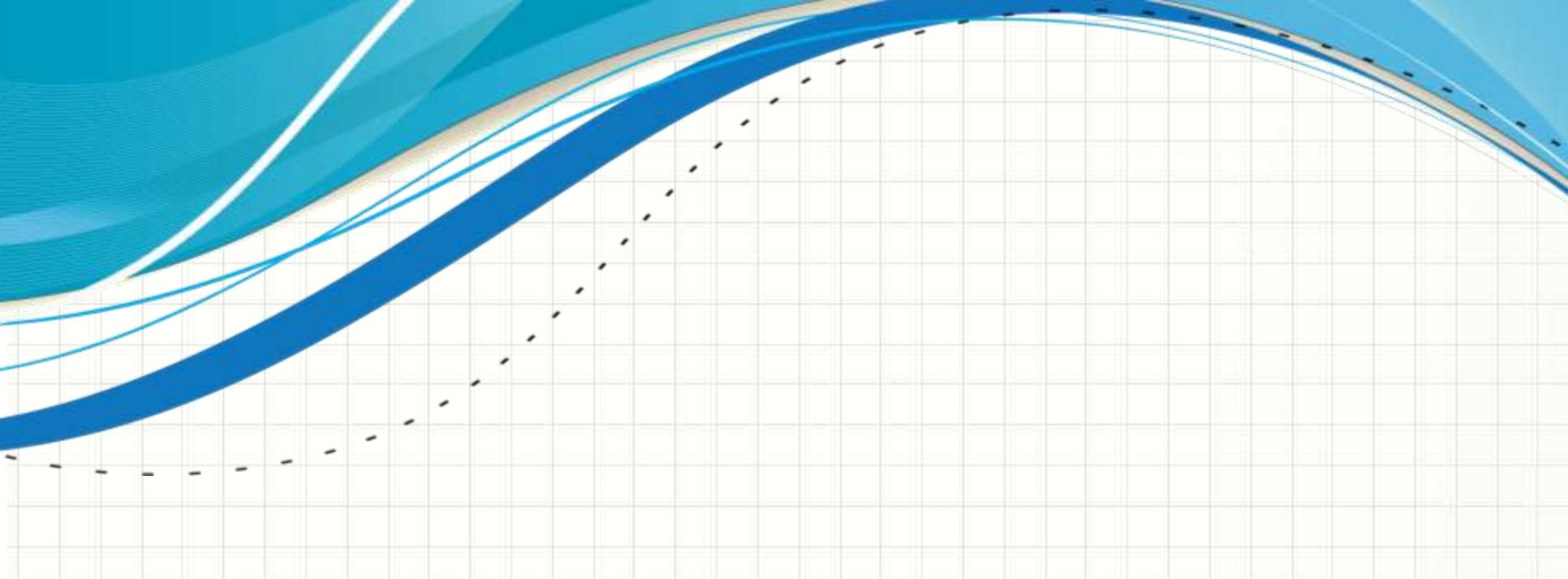
$$\text{AG} = (180 * \text{AR}) / \pi$$



EXERCÍCIOS

Exercícios

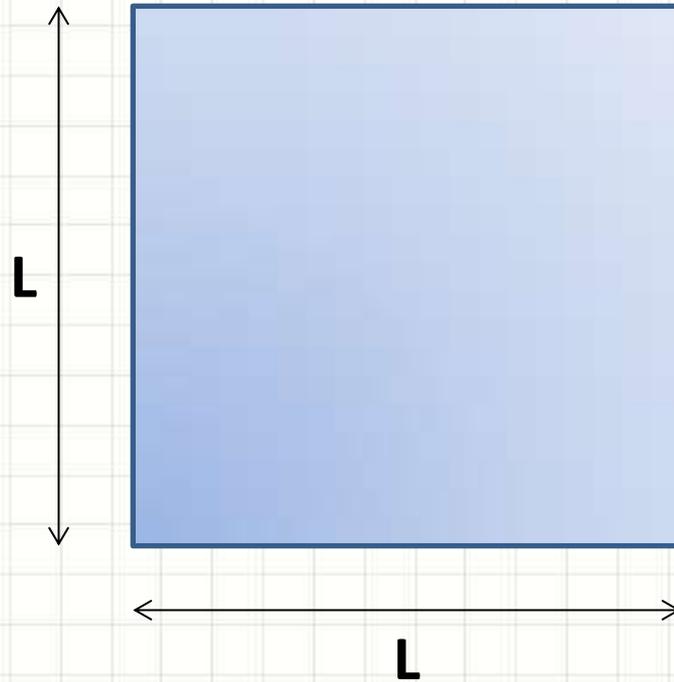
- Converta:
 - 120 graus para radianos
 - 1 radiano para graus



PERÍMETROS E ÁREAS

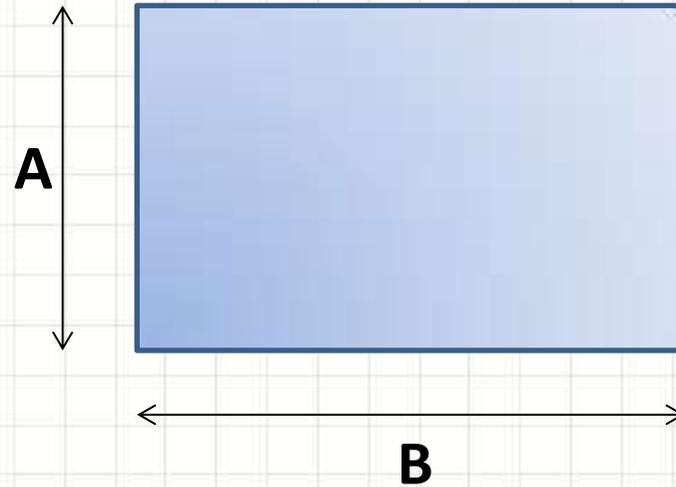
Geometria

- Perímetro e Área



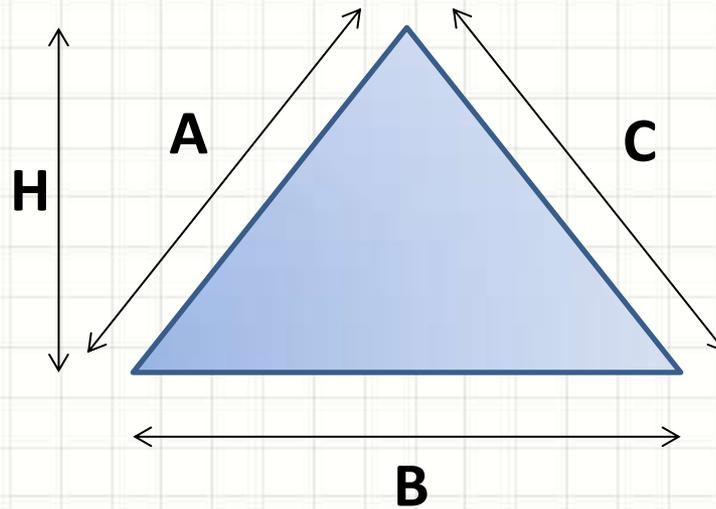
Geometria

- Perímetro e Área



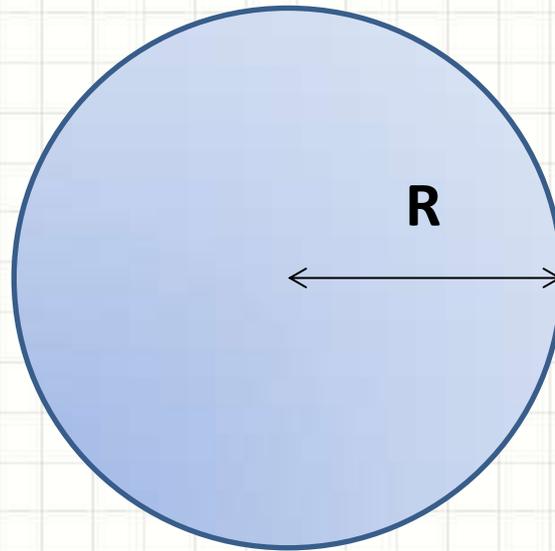
Geometria

- Perímetro e Área



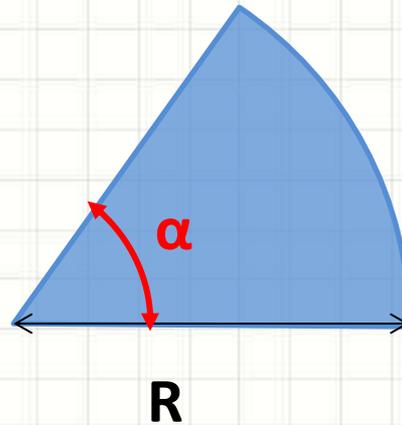
Geometria

- Perímetro e Área



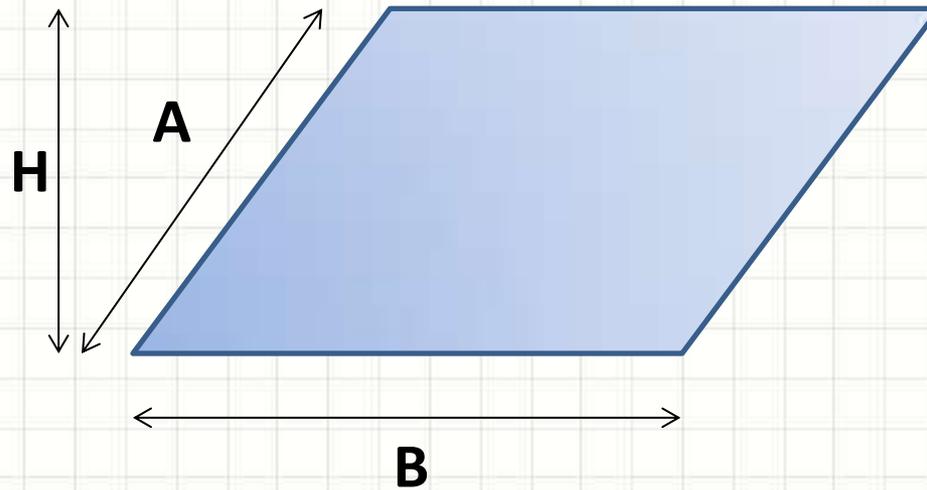
Geometria

- Perímetro e Área



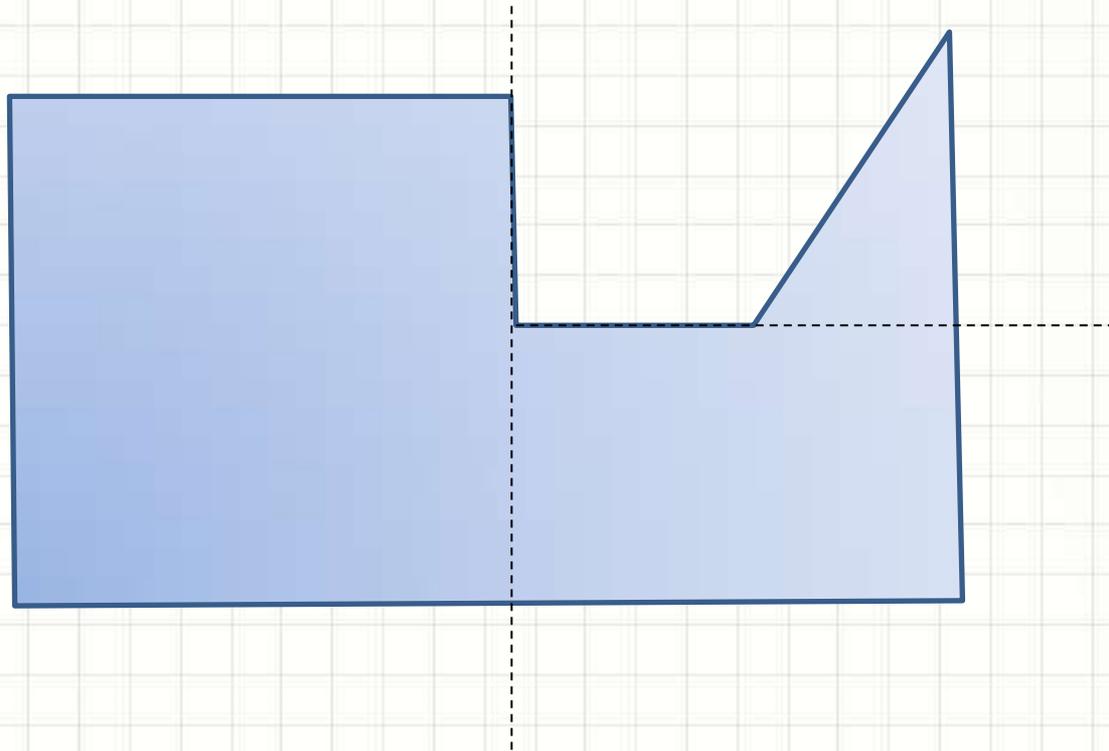
Geometria

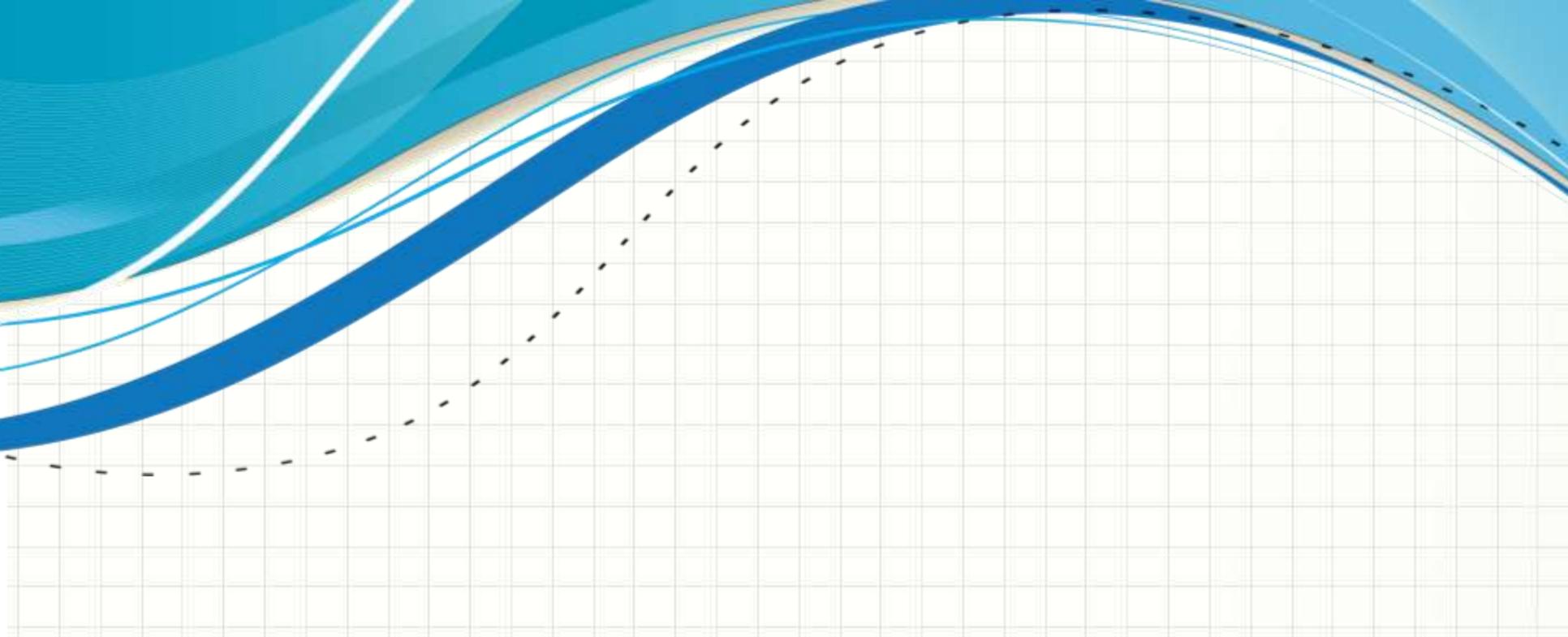
- Perímetro e Área



Geometria

- Perímetro e Área

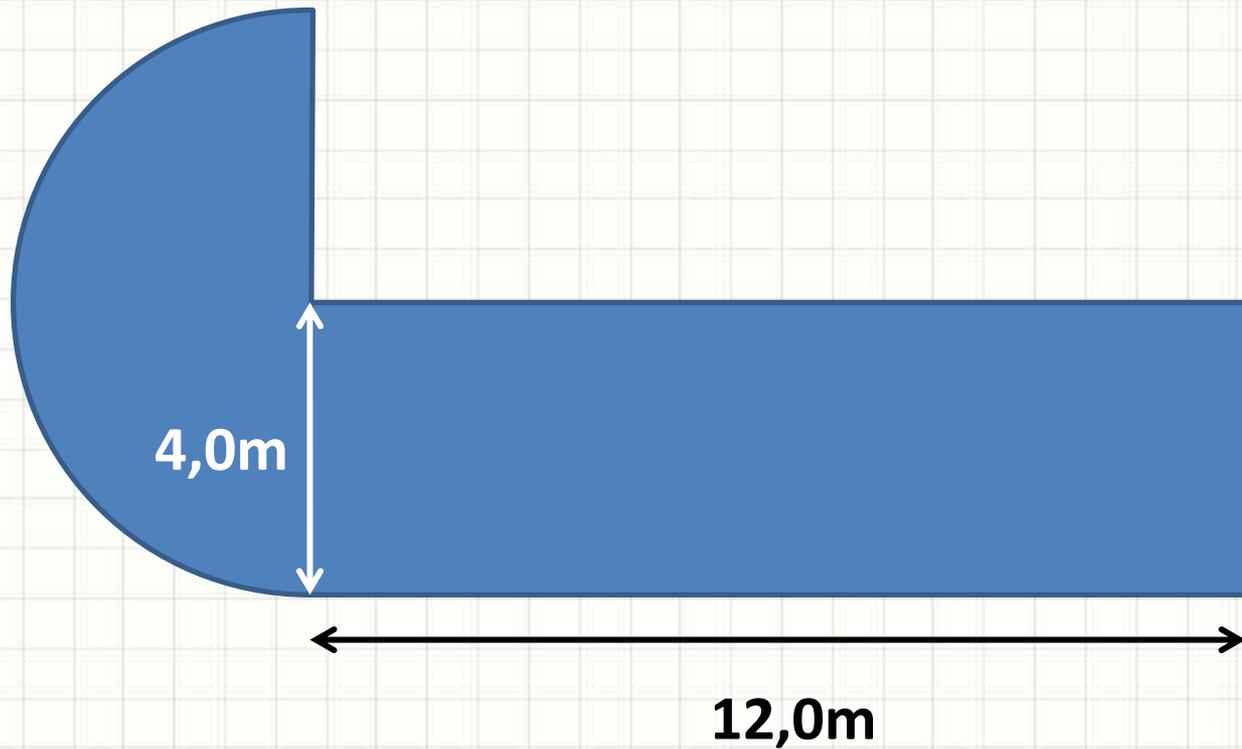


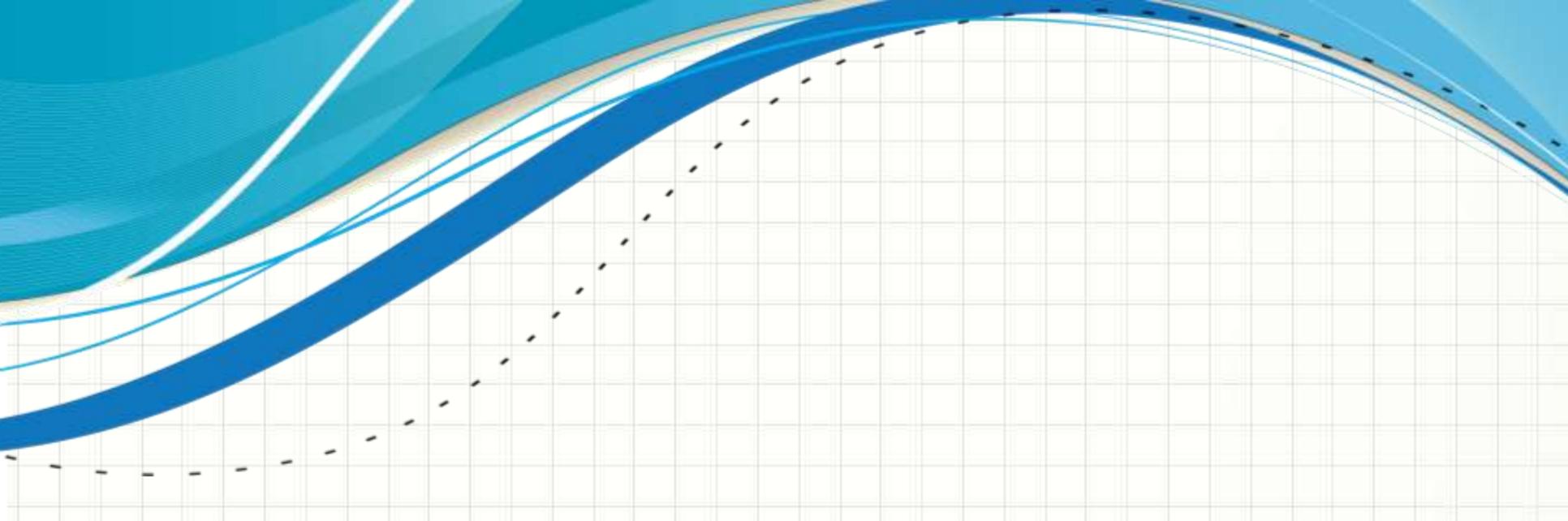


EXERCÍCIO

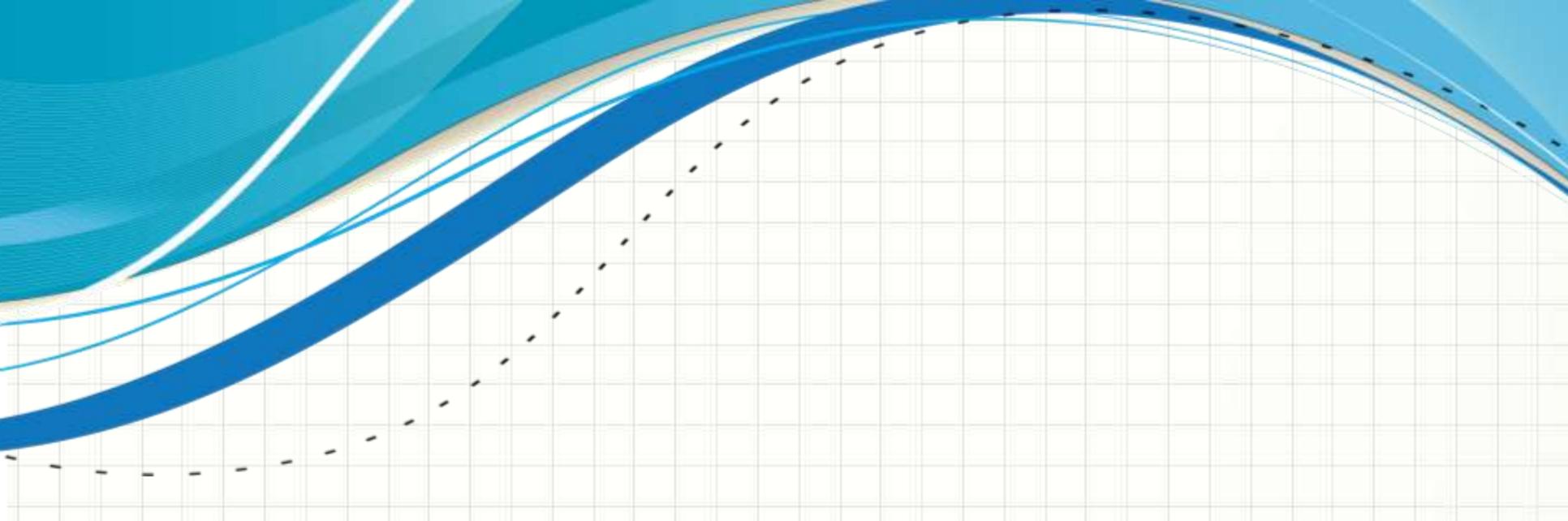
Exercício

- Calcule o perímetro e a área:





PAUSA PARA O CAFÉ!



USANDO A CALCULADORA COM ÂNGULOS

Ângulos na Calculadora

- Qual a diferença entre $30^{\circ} 30'$ e $30,30^{\circ}$
- Calcule, na calculadora, o SENO de ambos!
- Quanto deu o primeiro?
 - Se deu 0,5075... você acertou!
- Quanto deu o Segundo?
 - Se deu 0,5045... você acertou!
- Lembre-se de deixar a calculadora em **DEG**

Ângulos na Calculadora

- Qual a diferença entre
 $30^{\circ} 30'$ e $30,30^{\circ}$

$$30^{\circ}30' = 30,5^{\circ}$$

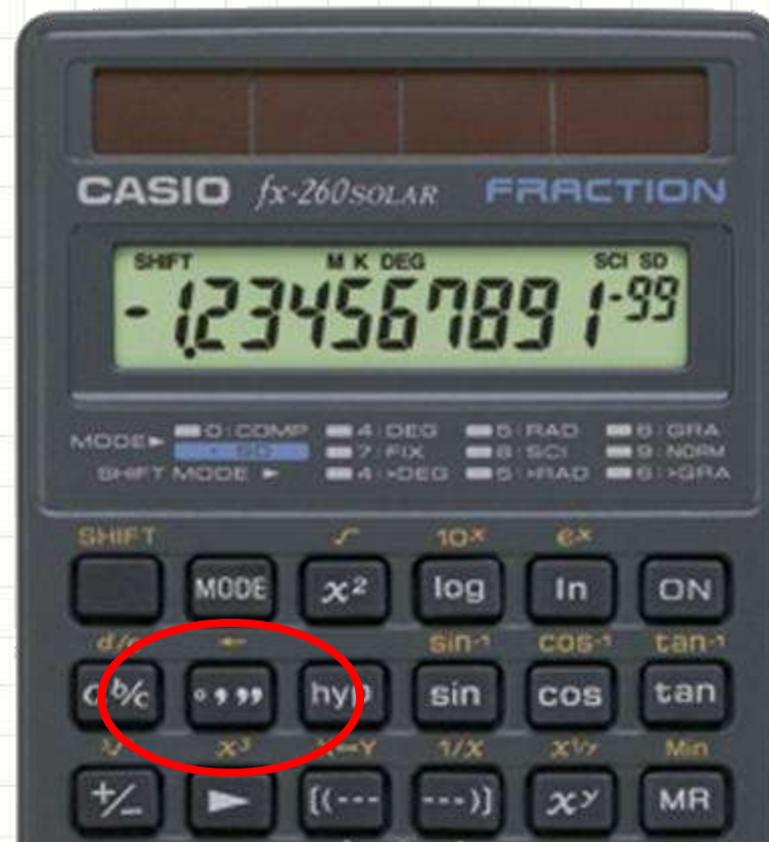
- Por quê?

$$1^{\circ} = 60'$$

Ângulos na Calculadora

- Nas calculadoras CASSIO:

$$30^{\circ} 21' 17'' \rightarrow 30^{\circ} 21^{\circ} 17^{\circ}$$

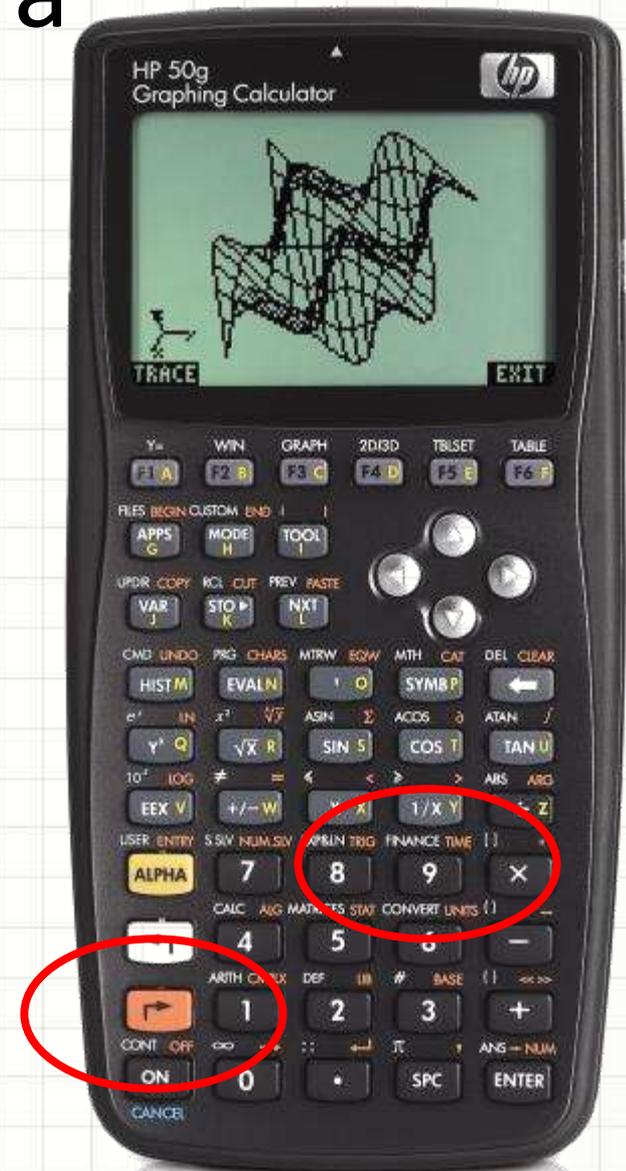


Grau
Minuto
Segundo

Ângulos na Calculadora

- Nas calculadoras HP, entre no menu TIME, escolha a opção “HMS→” e digite 30,2117
- O resultado será 30,35472222 (em graus)

Grau
Minuto
Segundo



Ângulos na Calculadora

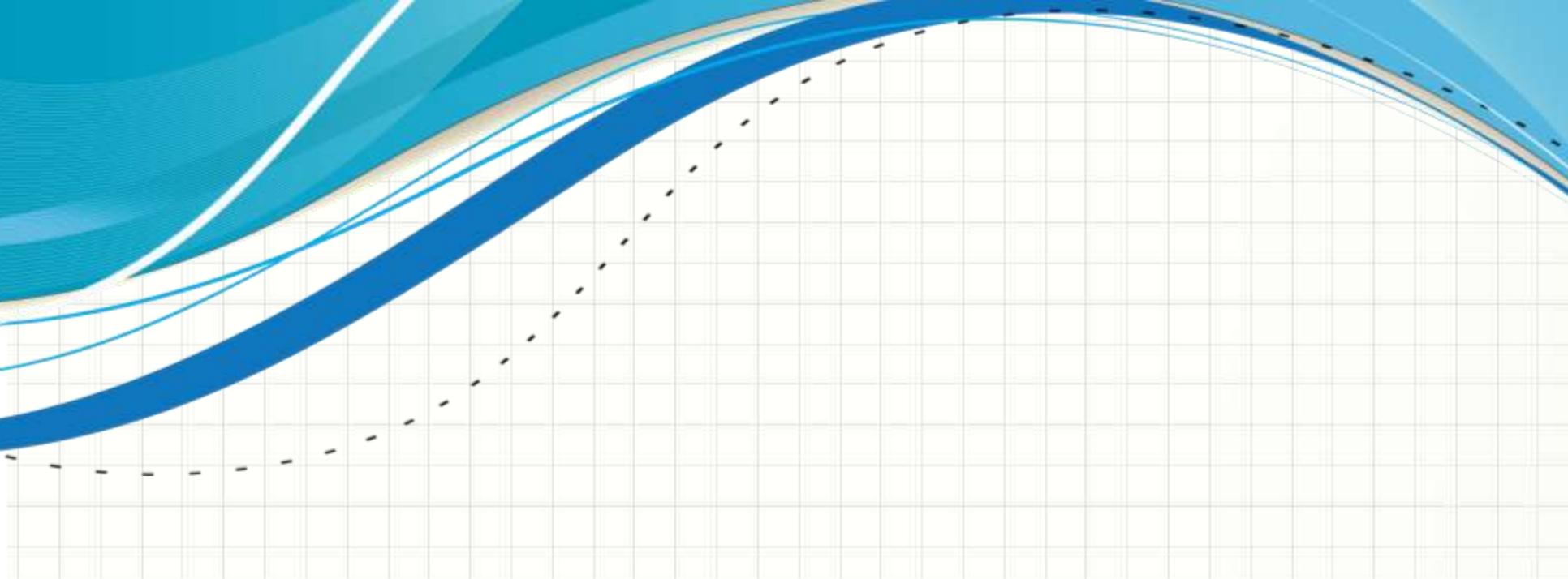
- Para voltar o valor à forma grau/min/seg, entre no menu TIME, escolha a opção “→ HMS” e digite 30,35472222
 - O resultado será 30,2117
- Grau**
Minuto
Segundo
- DICA: Aprenda a usar a calculadora HP no modo RPN. Apesar de “complicado” no início, 11 pessoas de cada 10 que aprendem o **RPN** preferem o modo RPN. 😊

Ângulos na Calculadora

- Calcule agora o COSSENO de

$86^{\circ} 25' 32''$

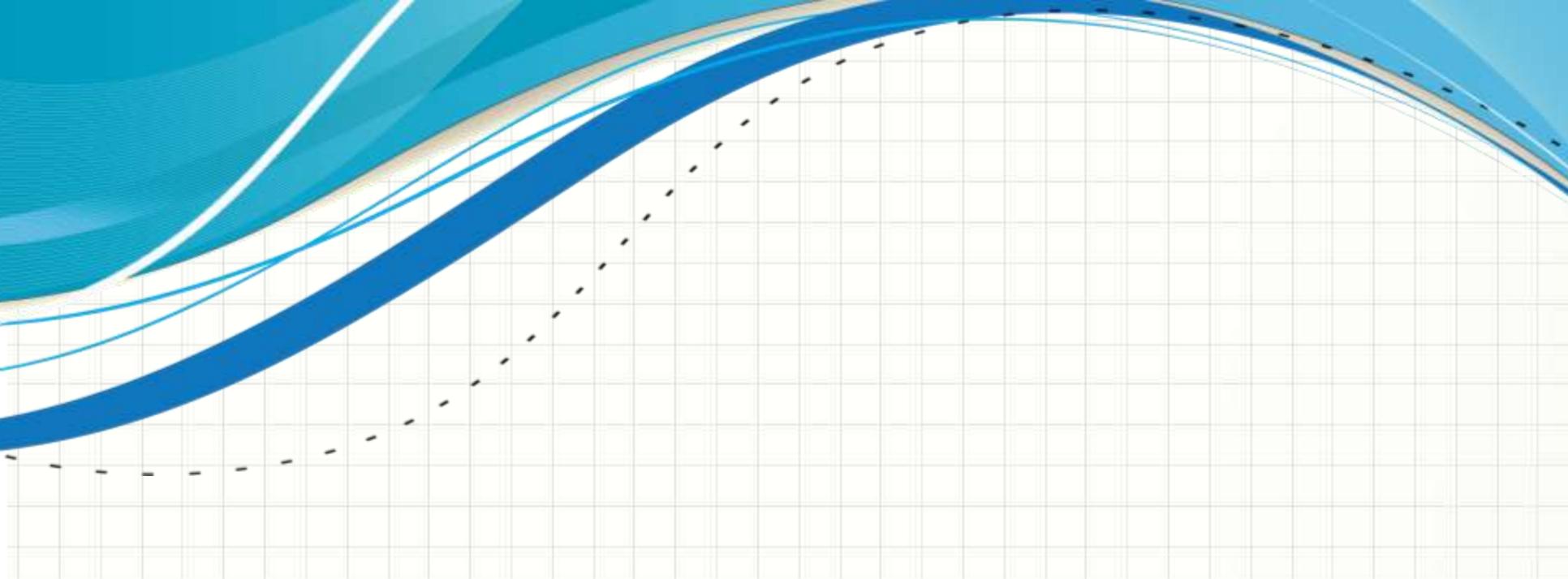
- São $86,42555556^{\circ}$
- O COSSENO é: 0,0623



EXERCÍCIOS

Exercícios

- Converta:
 - $10^{\circ}20'30''$ para graus
 - $10^{\circ}20'30''$ para segundos
 - $60,375^{\circ}$ para grau, minuto e segundo
 - Calcule o seno de $17^{\circ}22'$
 - Calcule o seno de $17,87^{\circ} - 7^{\circ}32'16''$



TRIGONOMETRIA

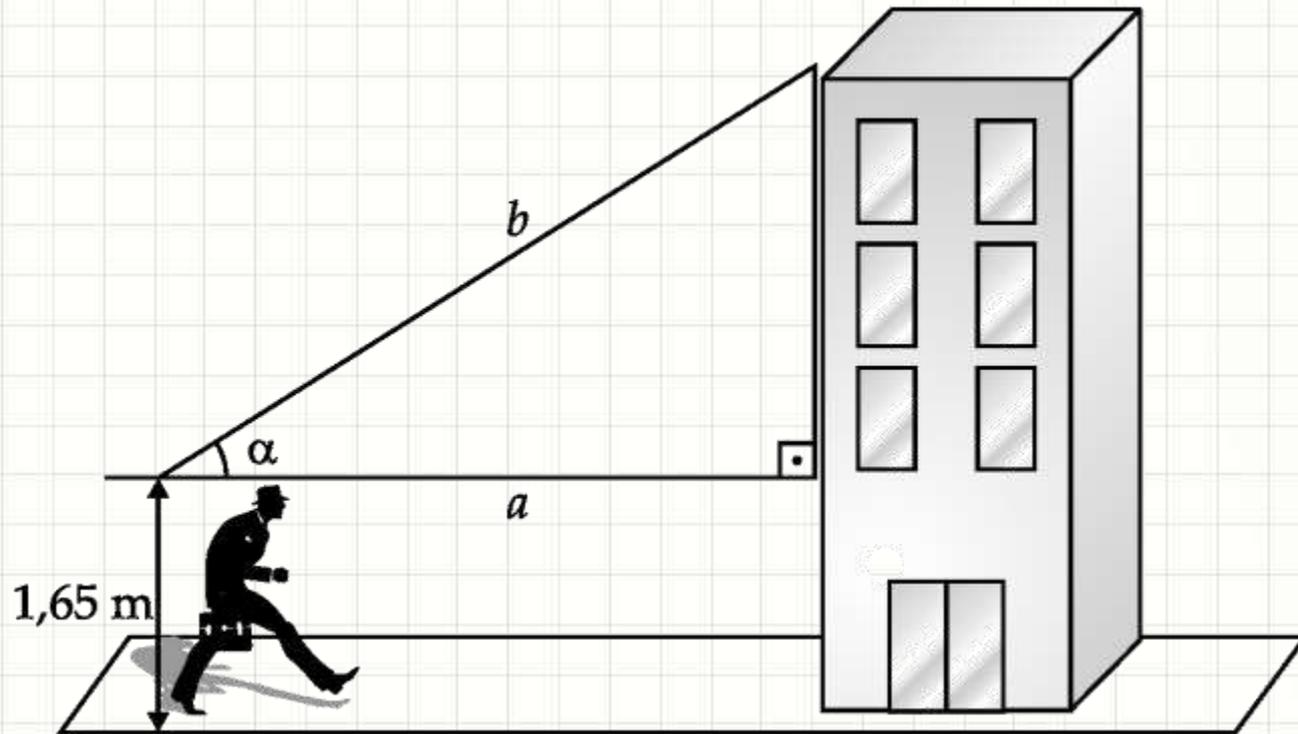
Trigonometria

- Trigonometria: medidas dos triângulos
 - Suas relações
- Para quê?
 - Auxiliar na geometria



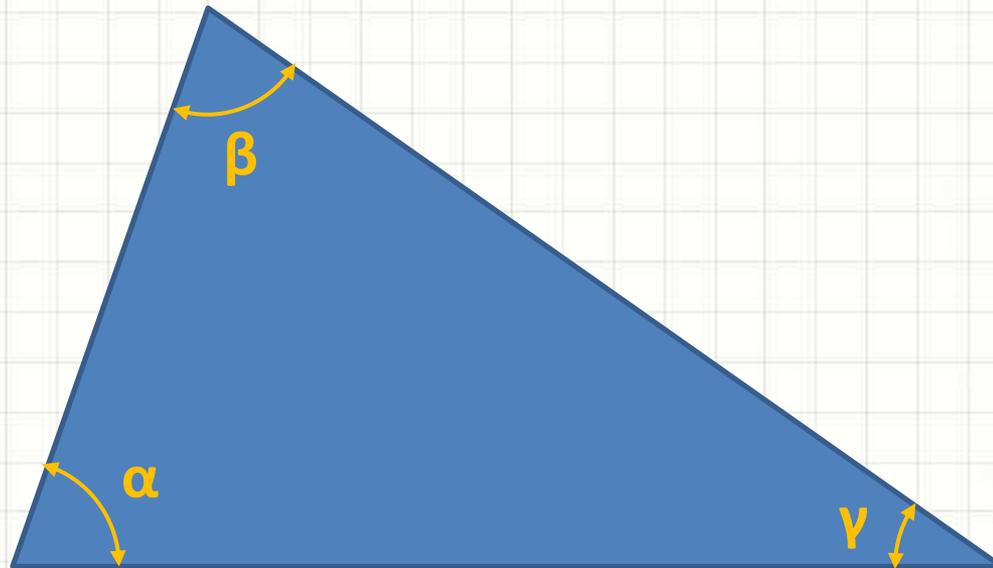
Trigonometria

- Qual a altura do prédio?



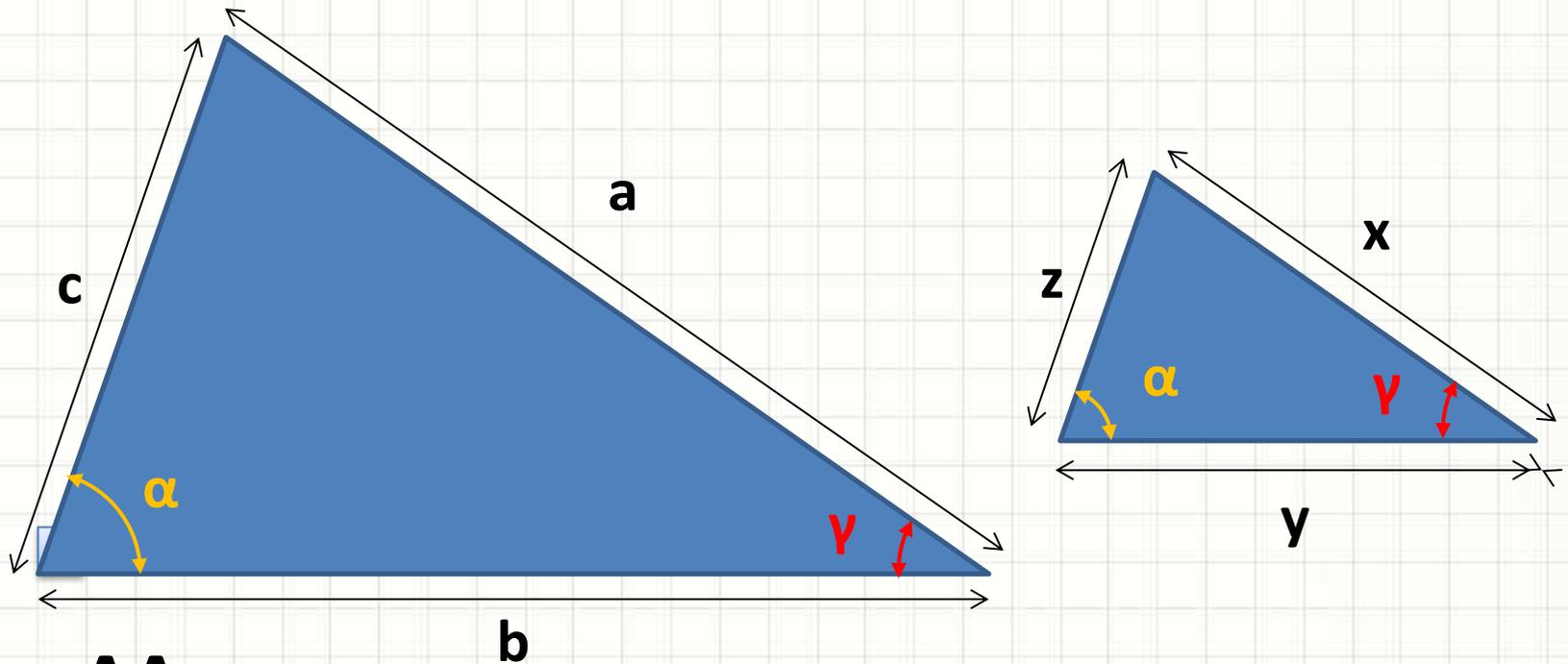
Trigonometria

- Soma dos ângulos internos: 180°



Trigonometria

- Semelhança de Triângulos

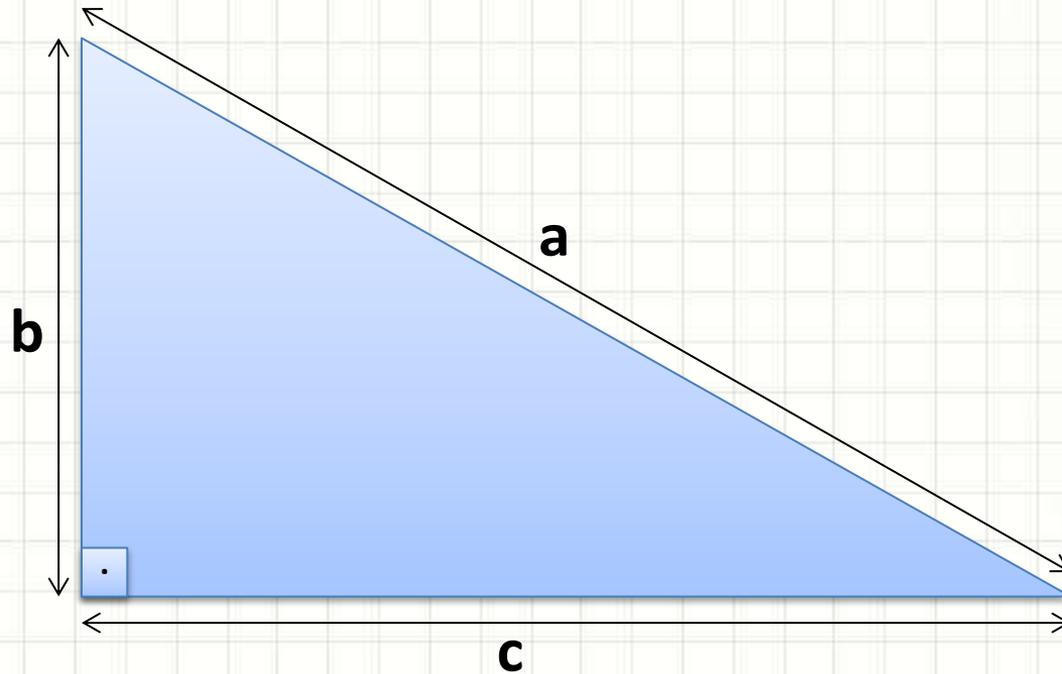


- AA
- LAL
- LLL

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

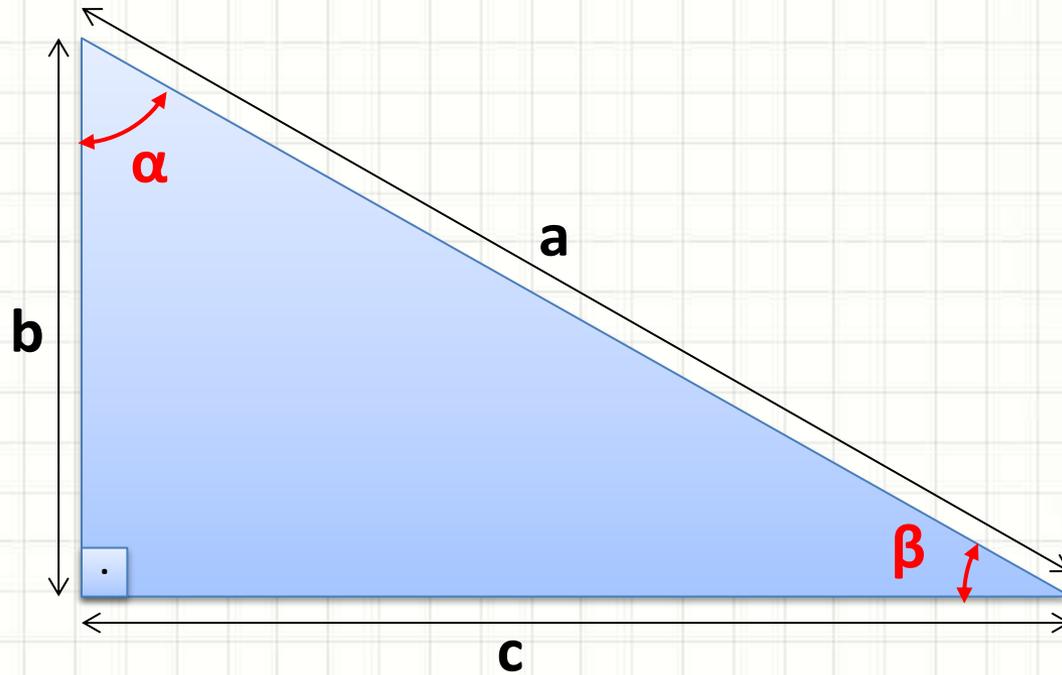
Trigonometria

- Teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$



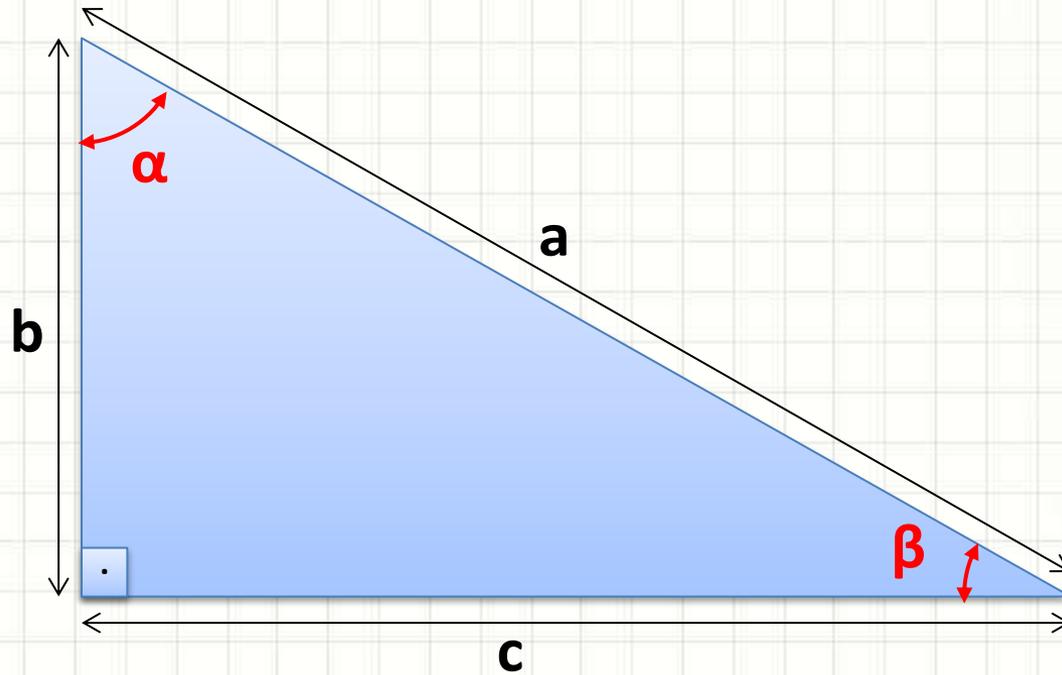
Trigonometria

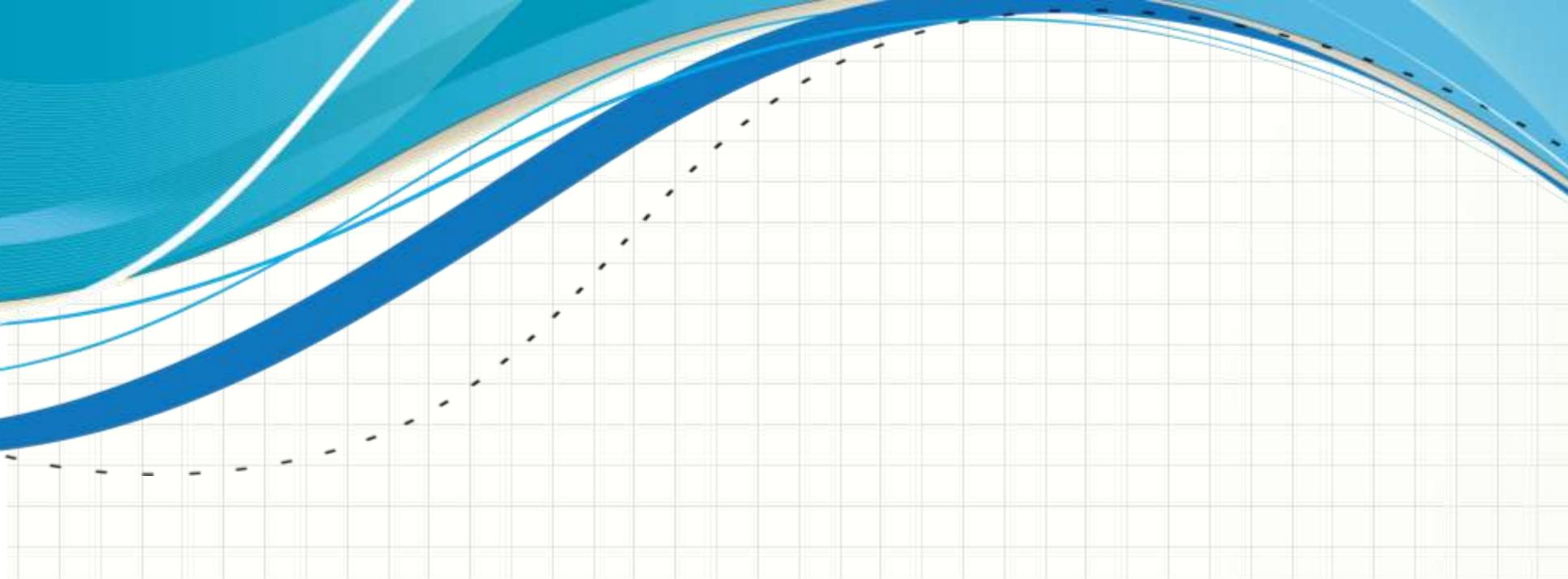
- Cossenos: $b = a \cdot \cos \alpha$ $c = a \cdot \cos \beta$



Trigonometria

- Tangentes: $\text{tg } \alpha = c / b$ $\text{tg } \beta = b / c$

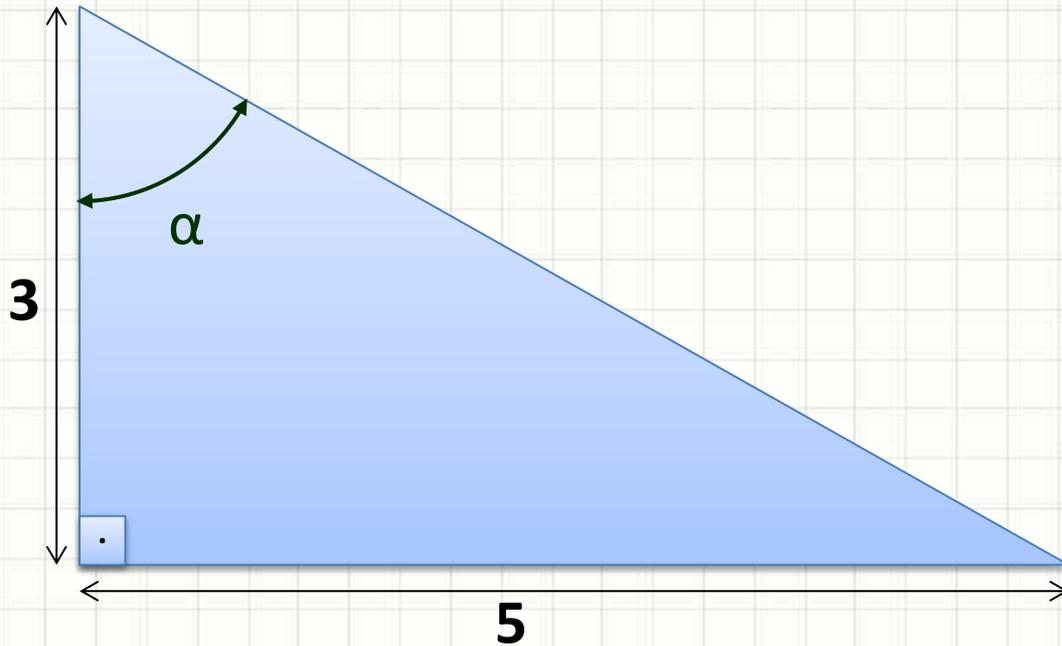


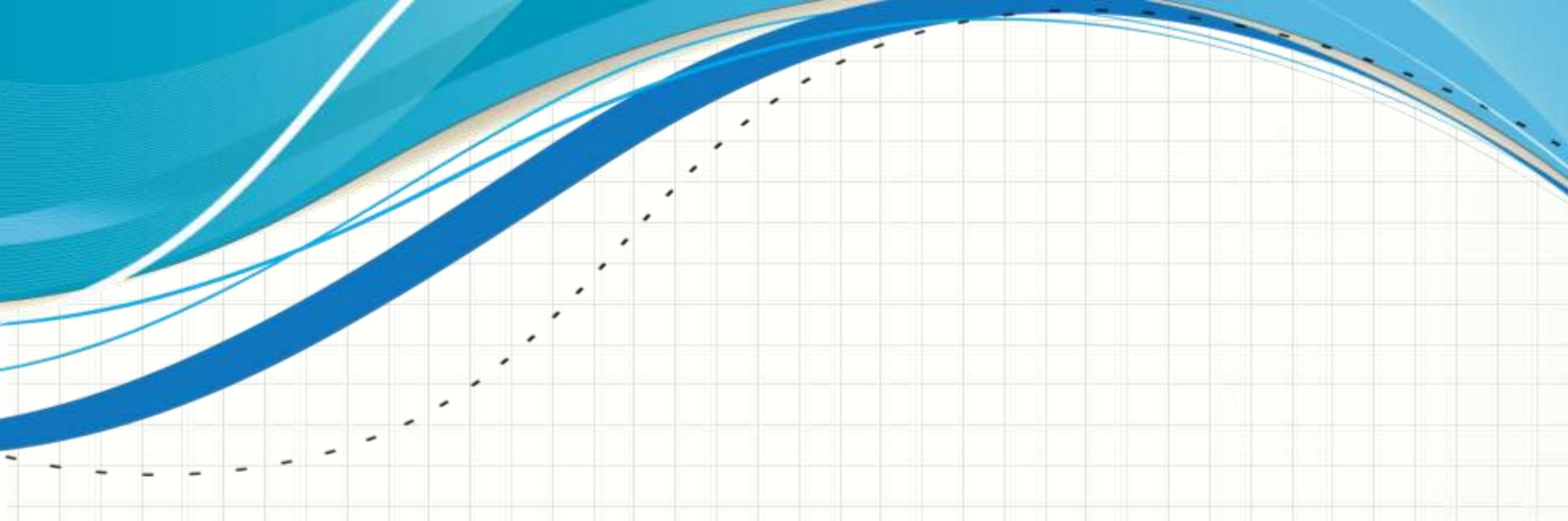


EXERCÍCIOS

Exercícios

- Qual o valor do ângulo α ?





**EXERCÍCIO
MAIS COMPLETO**

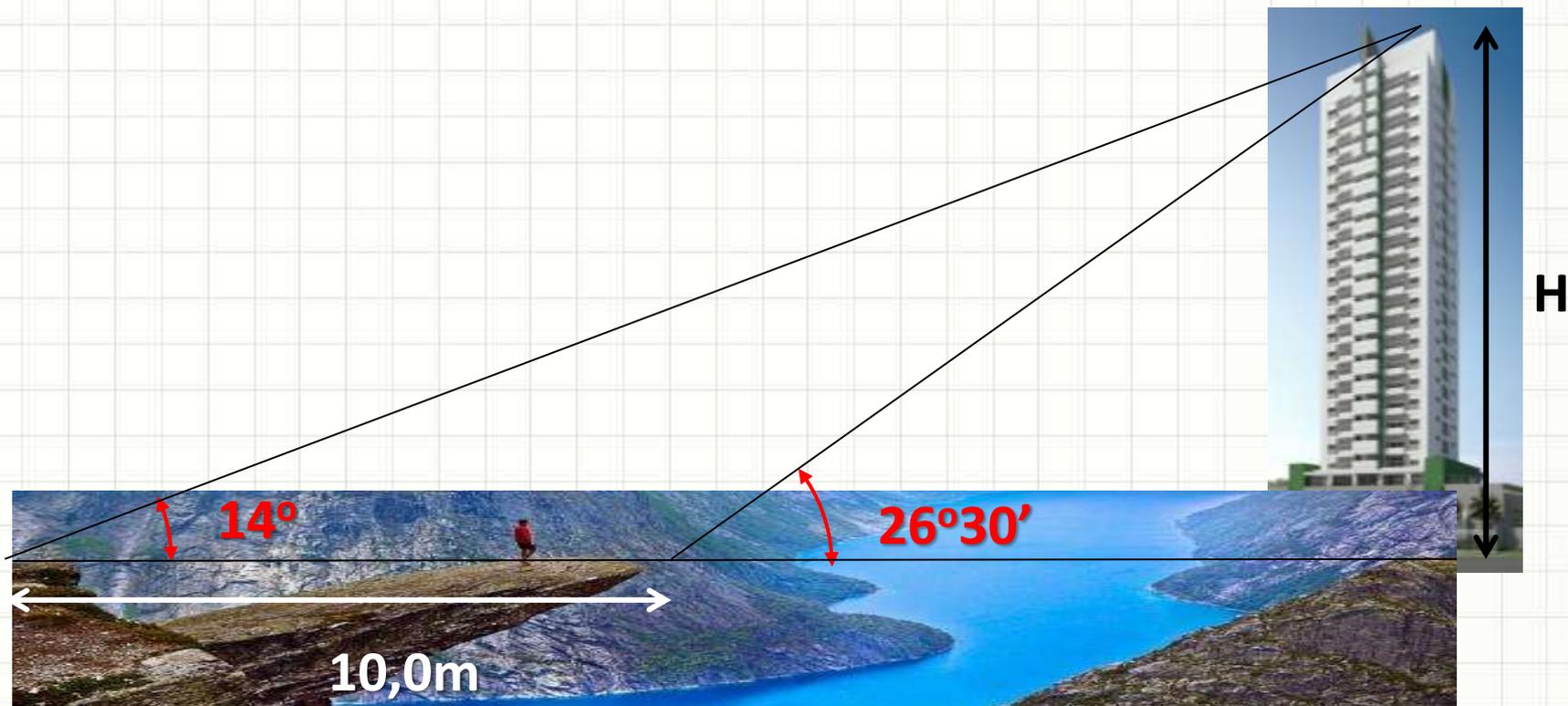
Exercício

- Calcule a altura H :



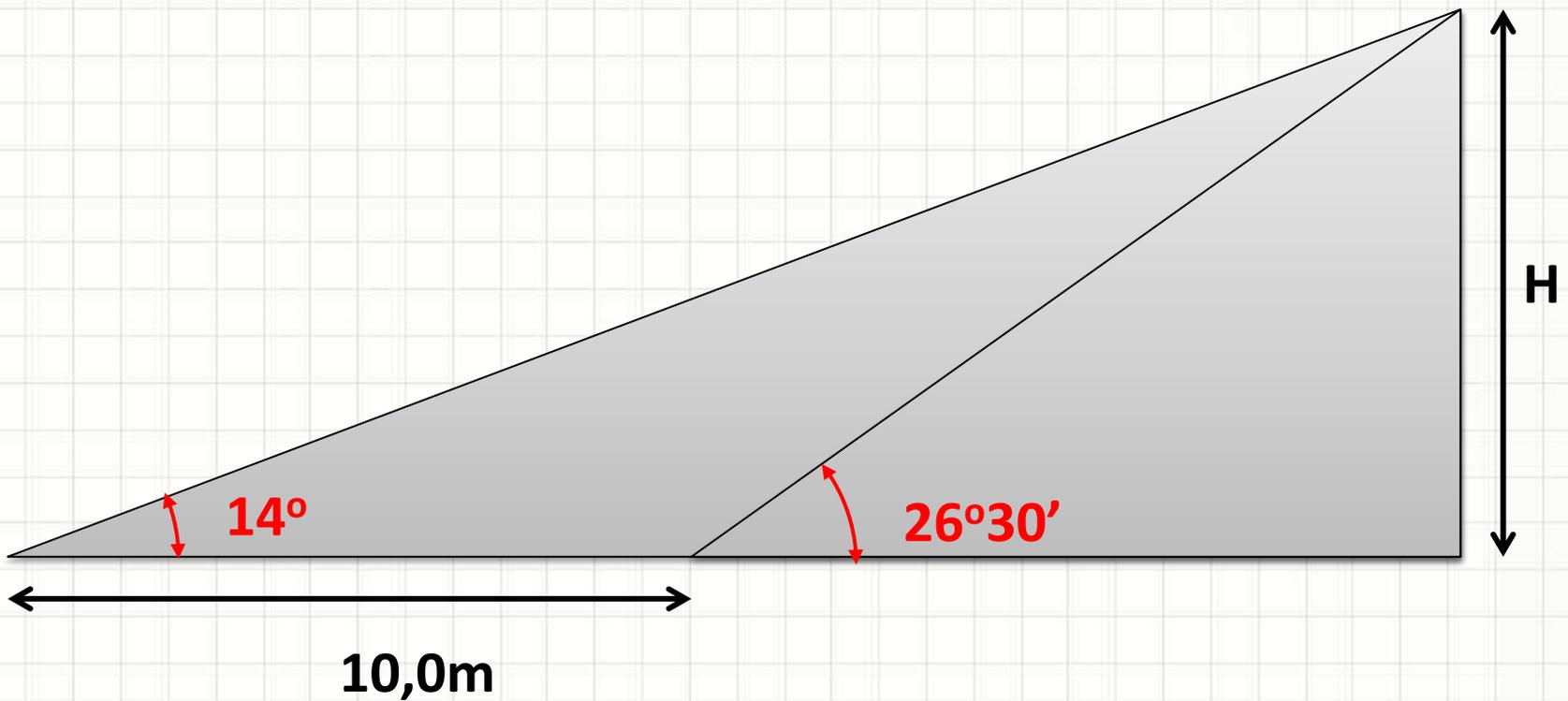
Exercício

- Calcule a altura H:



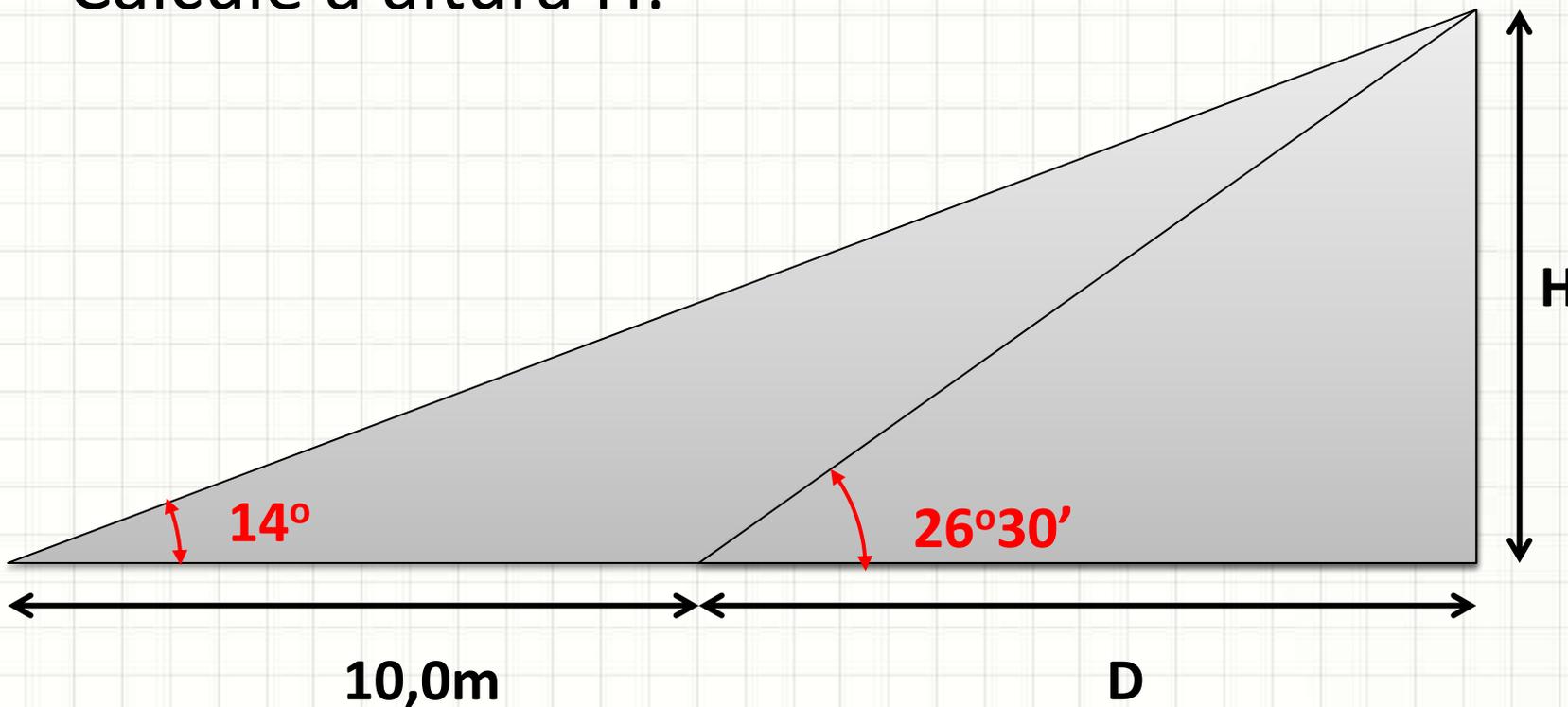
Exercício

- Calcule a altura H:

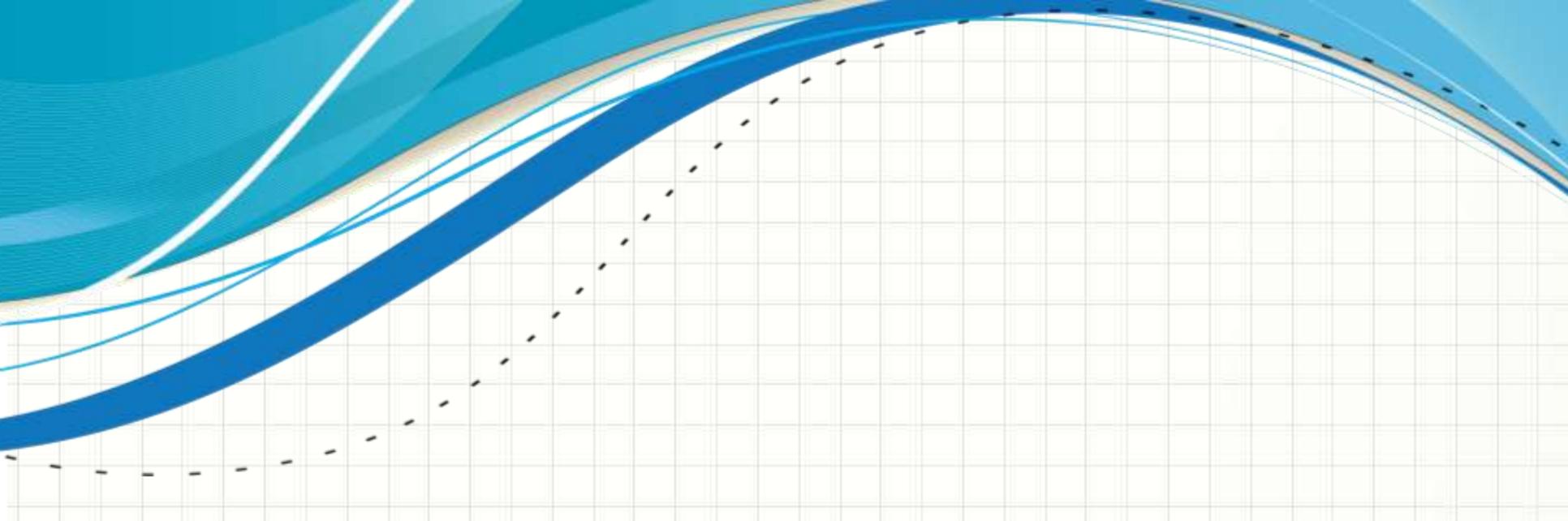


Exercício

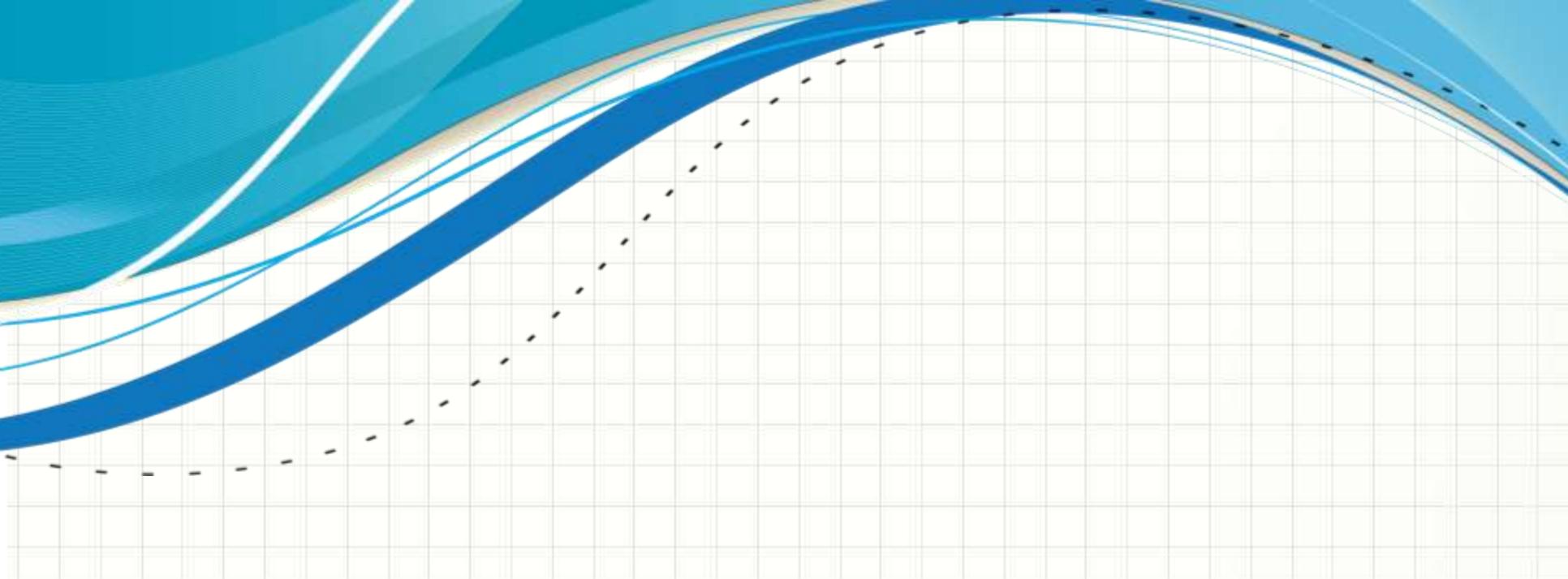
- Calcule a altura H:



- $\text{tg } 14^\circ = H / (10+D)$
- $\text{tg } 26^\circ 30' = H / D$



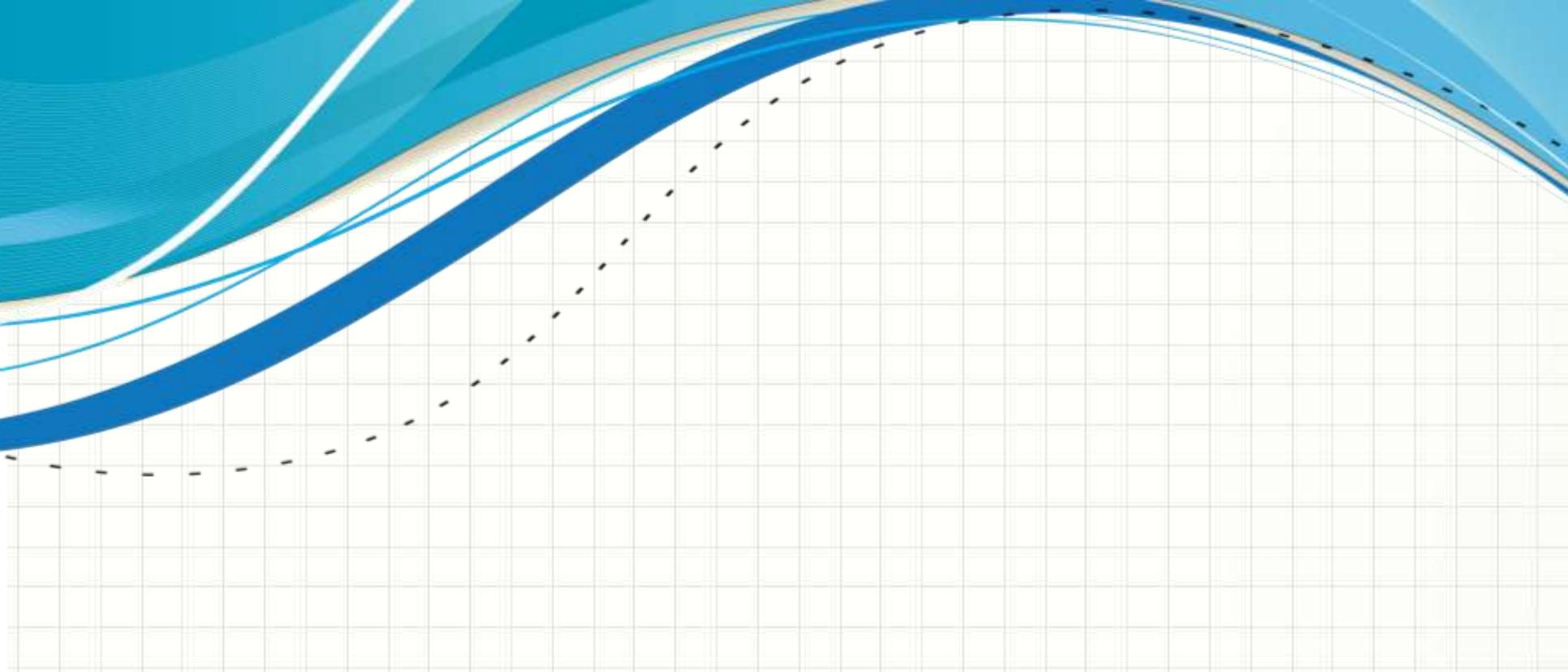
PERGUNTAS?



CONCLUSÕES

Resumo

- O que é geometria
 - A relação entre geometria e topografia
 - O que é trigonometria
 - Relações trigonométricas importantes
-
- Mais detalhes sobre medidas...
 - Referências e o formato da Terra



ATIVIDADE

Atividade

- Atividade Individual
 1. Conte quantos passos tem o comprimento da sala. Anote o número de passos, ESTIMANDO uma casa após a vírgula (Ex.: 20,3 passos)
 2. Repita quatro vezes a medida acima do item 1.
 3. Faça a média das quatro medidas.
 4. Usando uma trena, determine o comprimento da sala em metros.
 5. Divida o comprimento em metros (item 4) pelo número de passos (item 3)
 6. O resultado do item 5 é o tamanho do seu passo em metros!