# Mecânica Geral

# Vetores Posição e Força

Prof. Dr. Daniel Caetano

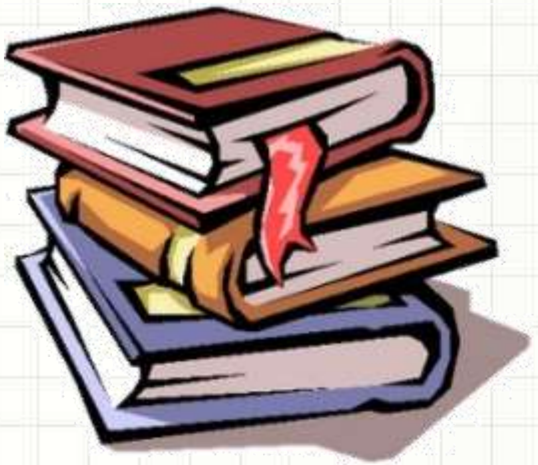
2019 - 1

# Objetivos

- Recordar o conceito de vetor posição
- Recordar o conceito de vetor força
- Recordar as operações vetoriais no plano

- **Atividade Aula 2 – SAVA!**

# Material de Estudo



| Material | Acesso ao Material |
|---|---|
| Apresentação | http://www.caetano.eng.br/<br>(Mecânica Geral – Aula 2) |
| Material Didático | Páginas 9 a 28 |
| Biblioteca Virtual | Estática, Mecânica para Engenharia (Hibbeler), Cap.2 |
| Aula Online | Aula 1 |

# Antes de Mais nada...

- **Não deixe de consultar o material da 1ª Aula!**
- **Otimize seus estudos!**
  - Toda semana acessar o SAVA!
  - Se preparar para conteúdo da semana seguinte!
- **Exercícios Semanais**
  - Exercícios propostos a cada aula: SAVA
- **Será controlada a presença**
  - Chamada ocorrerá sempre às 20:30/22:25
  - Nome fora da lista = falta
- **Contato**

| Professor | Informações de Contato |
|---|---|
| Daniel Caetano | prof@caetano.eng.br |

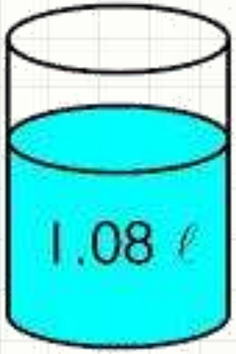
Relembrando:

# Grandezas Escalares x Vetoriais

# Grandezas Escalares

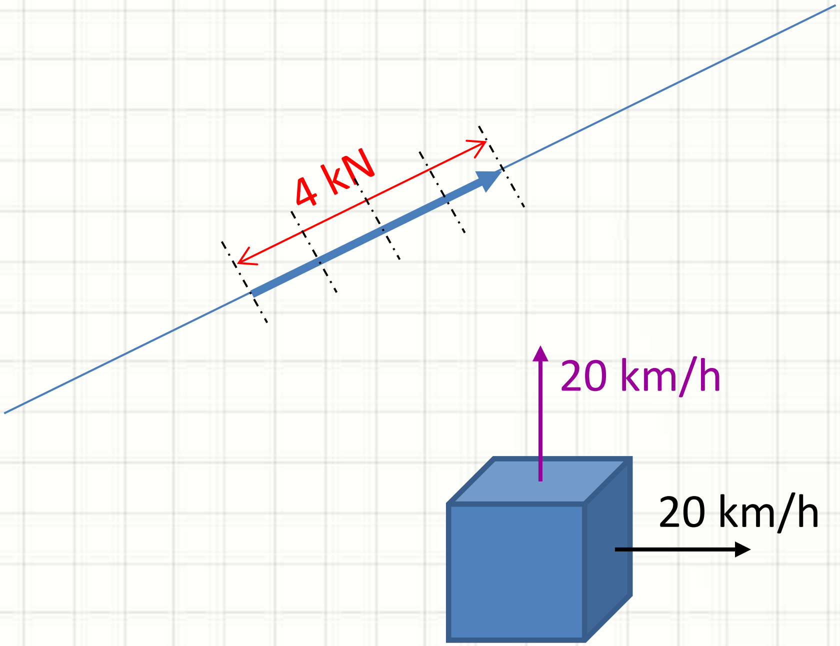
- O que é uma grandeza escalar?
- Aquela cuja medida é completa com:
  - Um valor (ou intensidade) [e sua unidade]

- Exemplos:
  - Massa
  - Temperatura
  - Volume


# Grandezas Vetoriais

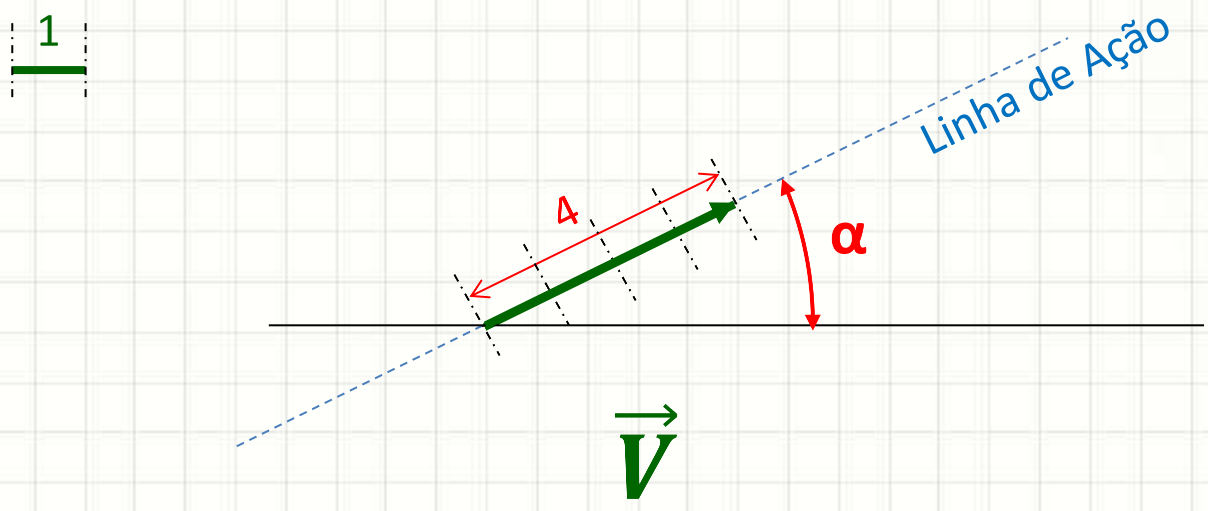
- O que é uma grandeza vetorial?
- Aquela cuja medida é completa depende de:
  - Um valor (ou intensidade) [e sua unidade]
  - Uma direção
  - Um sentido




- Exemplos:
  - Velocidade
  - Aceleração
  - Força

# A Representação Vetorial

- É uma representação gráfica
  - Intensidade: comprimento do segmento
  - Direção: é dada por um ângulo a um eixo fixo
  - Sentido: a ponta de uma seta



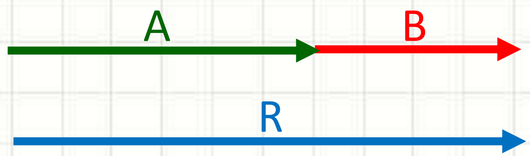
# Operações Vetoriais

# Somar / Subtrair Vetores

- Como somar vetores?


Se $|\vec{A}|$ = 3 e
$|\vec{B}|$ = 2...
$|\vec{R}|$ = ?

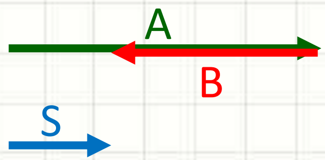
- "Encadeamos" os vetores:




$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$|\vec{R}|$ = 5

- E como fica $\vec{S} = \vec{A} - \vec{B}$ ?



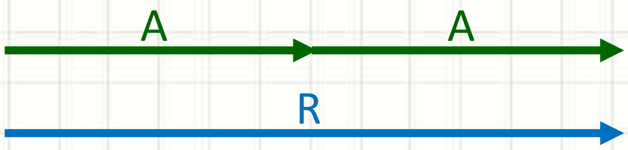

$|\vec{S}|$ = ?

$|\vec{S}|$ = 1

# Multiplicar Vetor por Escalar

- Como calcular $\vec{R} = 2.\,\vec{A}$ ?


- Mesma lógica da soma... $\vec{R} = 2.\,\vec{A} = \vec{A} + \vec{A}$




Se $|\vec{A}| = 3$

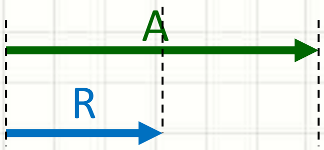
$|\vec{R}| = ?$

$|\vec{R}| = 6$

# Dividir Vetor por Escalar

- Como calcular $\vec{R} = \vec{A}/2$ ?


- Considere a divisão "geométrica"



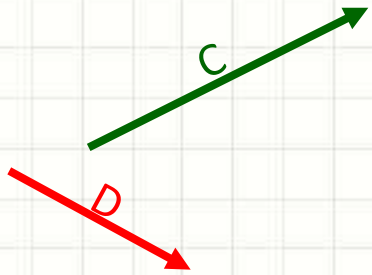

Se $|\vec{A}| = 3$
$|\vec{R}| = ?$

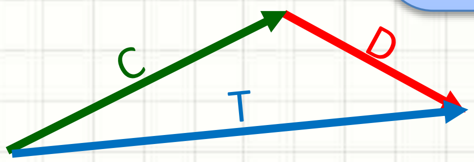
$|\vec{R}| = 1,5$

# Somar / Subtrair Vetores

- Como fica $\vec{T} = \vec{C} + \vec{D}$ ?

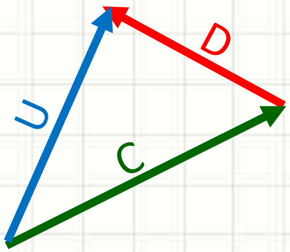
Se $|\vec{C}| = 3$ e
$|\vec{D}| = 2$...
$|\vec{T}| = ?$




- E como fica $\vec{U} = \vec{C} - \vec{D}$ ?

$|\vec{U}| = ?$



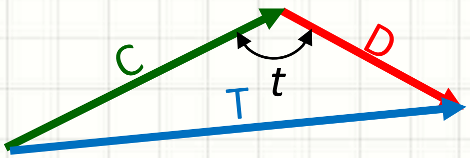

**Lei dos Cossenos**
**e Lei dos Senos**

Mais detalhes no livro indicado!

# Lei dos Cossenos

Se $|\vec{C}|$ = 3 e
$|\vec{D}|$ = 2... $|\vec{T}|$ = ?

- Para calcular $|\vec{T}|$ precisamos deste ângulo:




$$|\vec{T}| = \sqrt{|\vec{C}|^2 + |\vec{D}|^2 - 2.|\vec{C}|.|\vec{D}|.\cos t}$$

- Por exemplo, se $t$ = 120º ...

$$|\vec{T}| = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2.3.2.\cos 120°}$$

$$|\vec{T}| = \sqrt{9 + 4 - 12.(-0,5)}$$

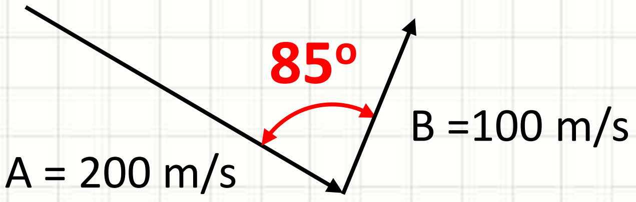
$$|\vec{T}| = \sqrt{13 + 6}$$

$$\boxed{|\vec{T}| \approx 4,4}$$

**Não é muito prático, não?**

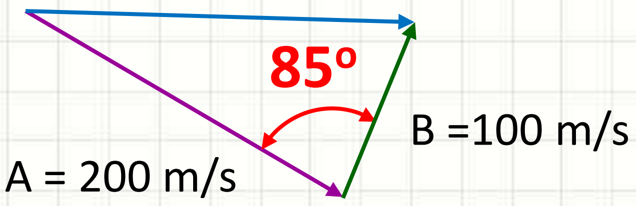
# Exercício

- Calcule $\overrightarrow{\boldsymbol{R}} = \overrightarrow{\boldsymbol{A}} + \overrightarrow{\boldsymbol{B}}$



# Exercício

- Calcule $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$




$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2.|\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos 85°}$$

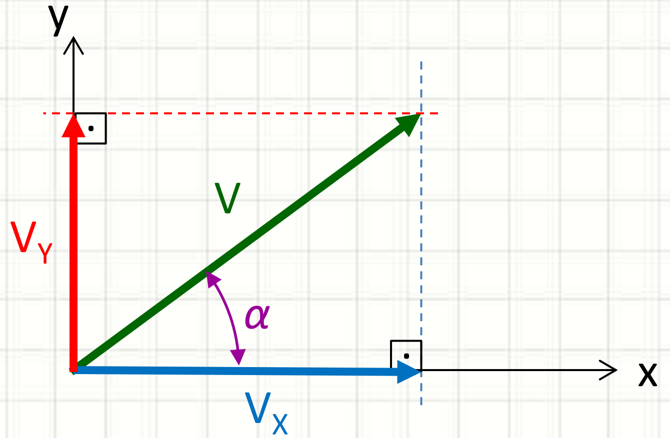
$$|\vec{R}| = \sqrt{200^2 + 100^2 - 2.200.100.\cos 85°}$$

$$|\vec{R}| = 215,67\ m/s$$

# Vetores em um Plano e a Notação Cartesiana

# Vetores em um Plano

- Sistema com dois eixos perpendiculares




- Vetor V pode ***decomposto*** em 2 componentes
  - $V_X$ $\quad |\vec{V_x}| = |\vec{V}|.\cos\alpha$
  - $V_Y$ $\quad |\vec{V_y}| = |\vec{V}|.\,\mathrm{sen}\,\alpha$

**Ou...**

$$V_x = V.\cos\alpha$$

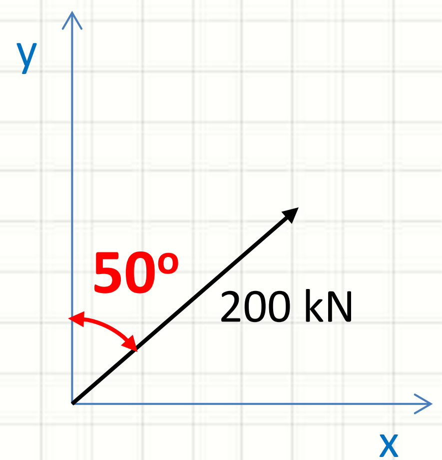
$$V_y = V.\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

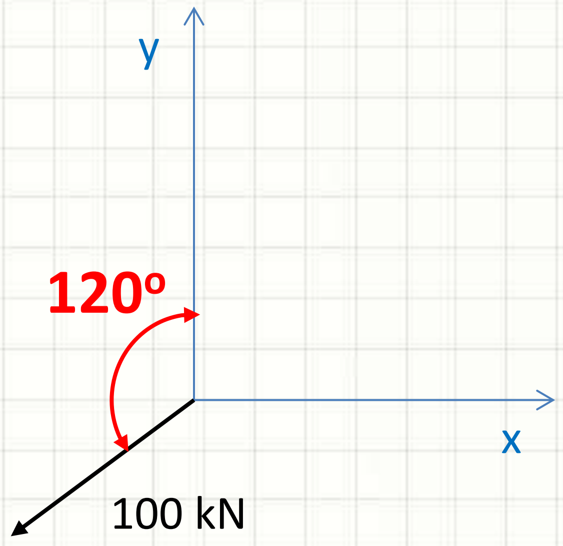
**Notação Escalar**

$$V = |\vec{V}| = \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2}$$

# Exercício

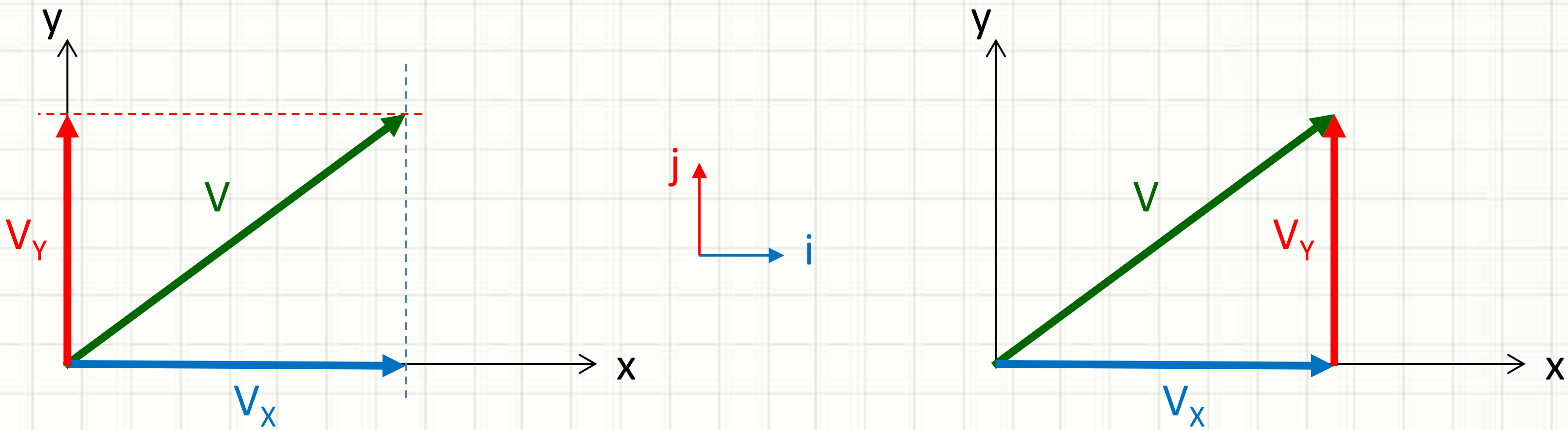
- Calcule as projeções em x e y (decomponha):



# Notação Cartesiana

- Sistema cartesiano e os vetores ortonormais:




- Podemos descrever $\vec{V}$ como:

$$\vec{V} = |\vec{V_x}|\vec{\imath} + |\vec{V_y}|\vec{\jmath}$$

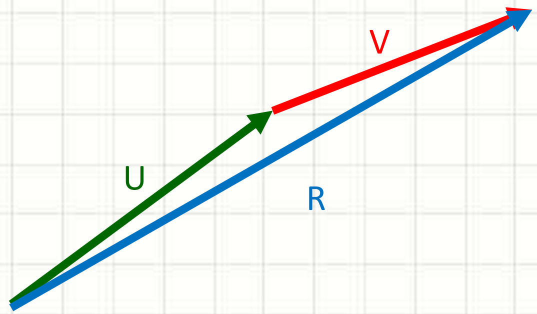
**Ou...**

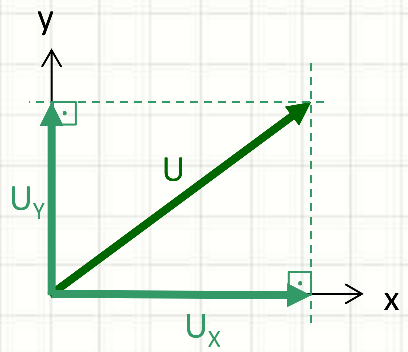
$$\vec{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$$

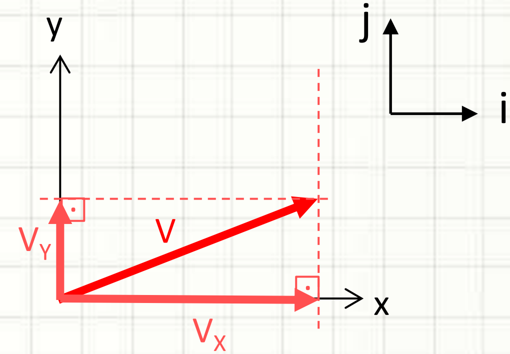
Vetor Cartesiano

# Somando Vetores em um Plano

- Para $\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{U}} + \vec{\boldsymbol{V}}$, podemos usar o recurso:




$$\vec{U} = U_x\mathbf{i} + U_y\mathbf{j} \qquad \vec{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$$

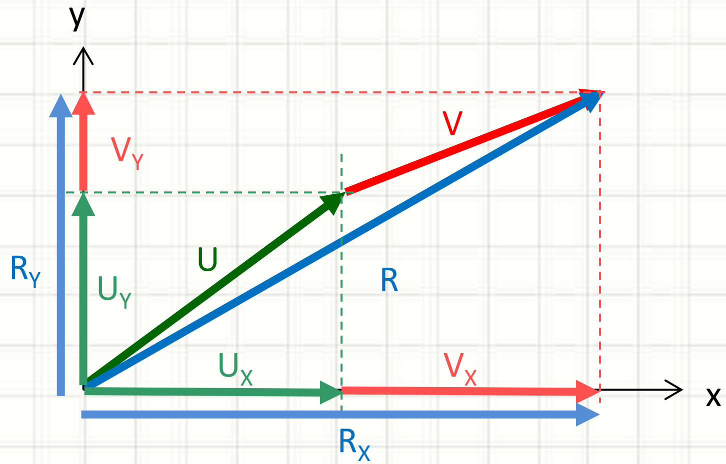
$$\vec{R} = \vec{U} + \vec{V} = U_x\mathbf{i} + U_y\mathbf{j} + V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$$

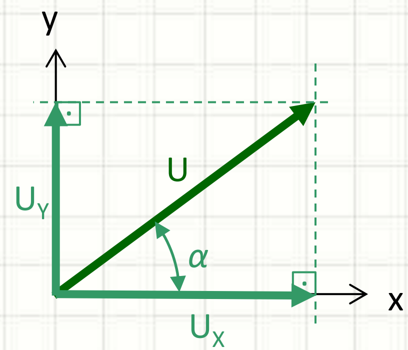
$$\vec{R} = (U_x + V_x)\mathbf{i} + (U_y + V_y)\mathbf{j}$$

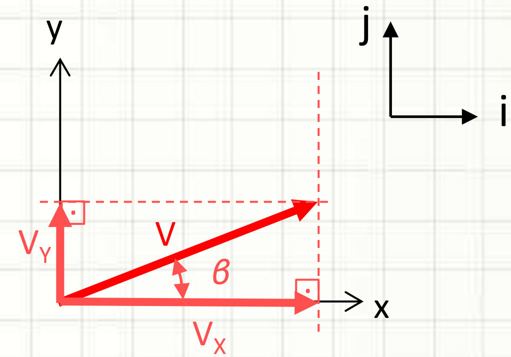
$$\boxed{R_x = U_x + V_x} \qquad \boxed{R_y = U_y + V_y}$$

# Somando Vetores em um Plano

- Para $\vec{R} = \vec{U} + \vec{V}$, podemos usar o recurso:




$$\vec{U} = U_x\mathbf{i} + U_y\mathbf{j} \qquad \vec{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$$

$$\vec{R} = \vec{U} + \vec{V} = U_x\mathbf{i} + U_y\mathbf{j} + V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$$

$$\vec{R} = (U_x + V_x)\mathbf{i} + (U_y + V_y)\mathbf{j}$$

$$R = \sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2}$$

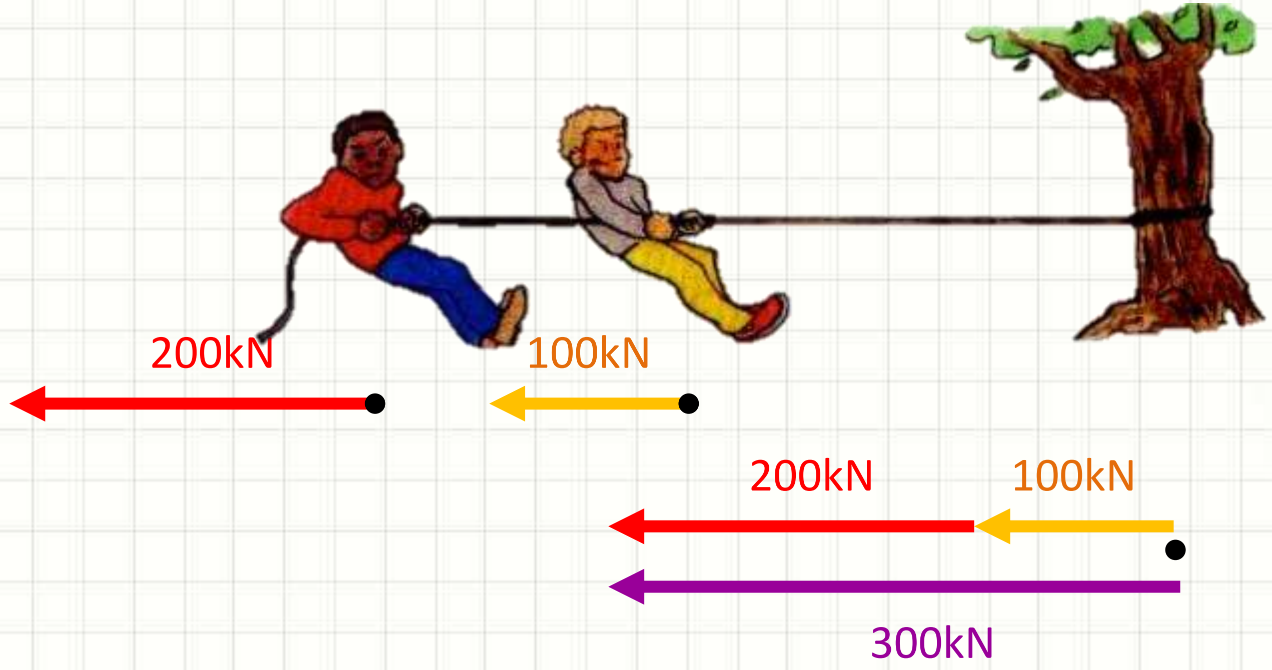
$$\boxed{R_x = U_x + V_x} \qquad \boxed{R_y = U_y + V_y}$$

## Aplicação e Exercício

# Resultantes de Forças

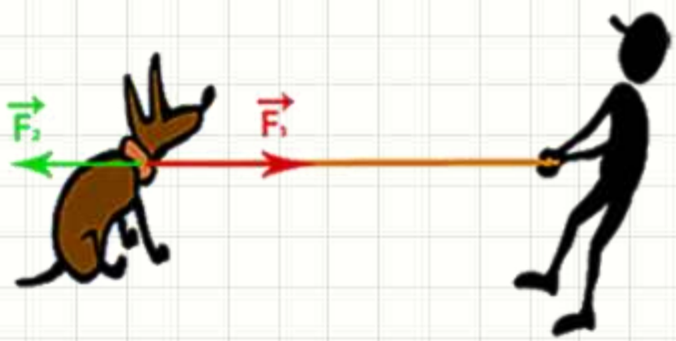
# Resultante de Forças

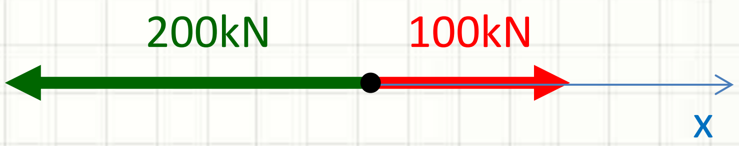
- Sempre que houver várias forças atuando em um ponto, podemos combiná-las por meio de suas componentes e calcular a **resultante**



# Resultante de Forças

- Matematicamente, podemos dizer que a **resultante** é calculada por: $\vec{R} = \sum \vec{F}$
- Outro exemplo:



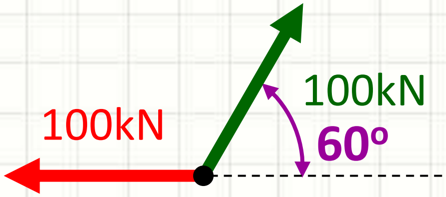

$$R_x = -200.000 + 100.000$$

$$R_x = -100.000$$

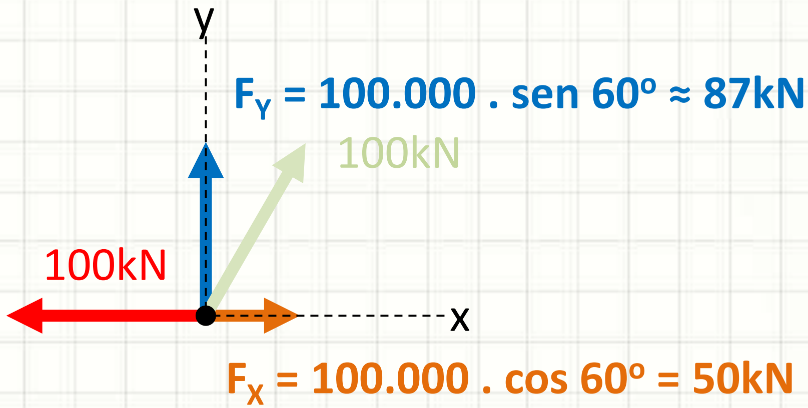
- Aplicar tais forças é **equivalente** a aplicar:

# Resultante de Forças

- E quando não estão na mesma direção?



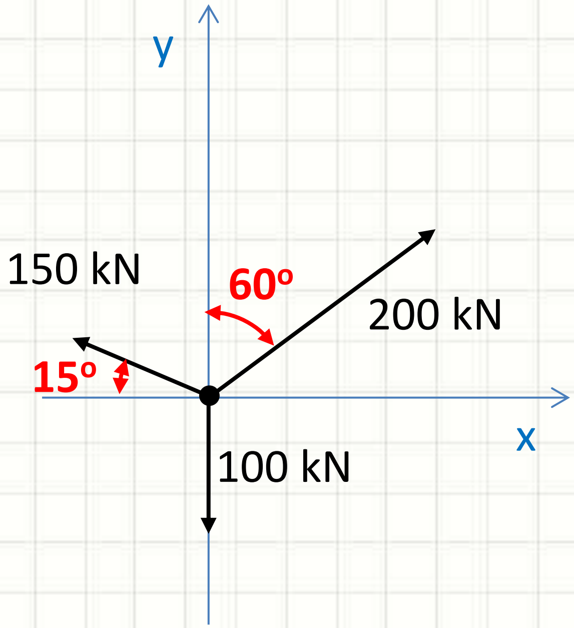

- Calculamos pelas componentes!

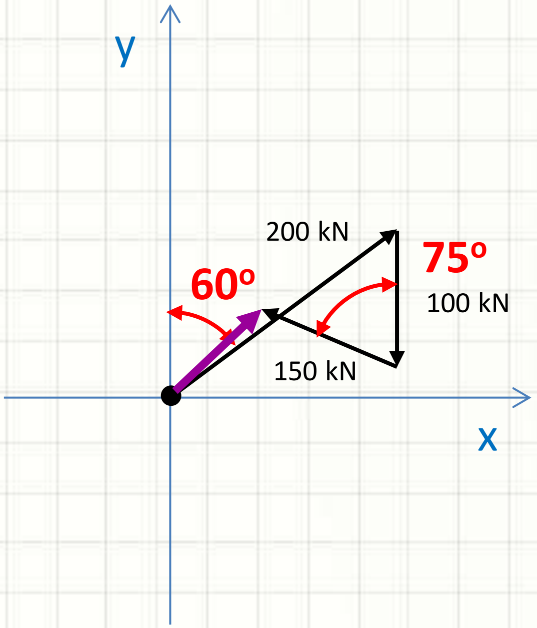



**Qual a resultante?**

# Exercício

- Calcule a resultante:



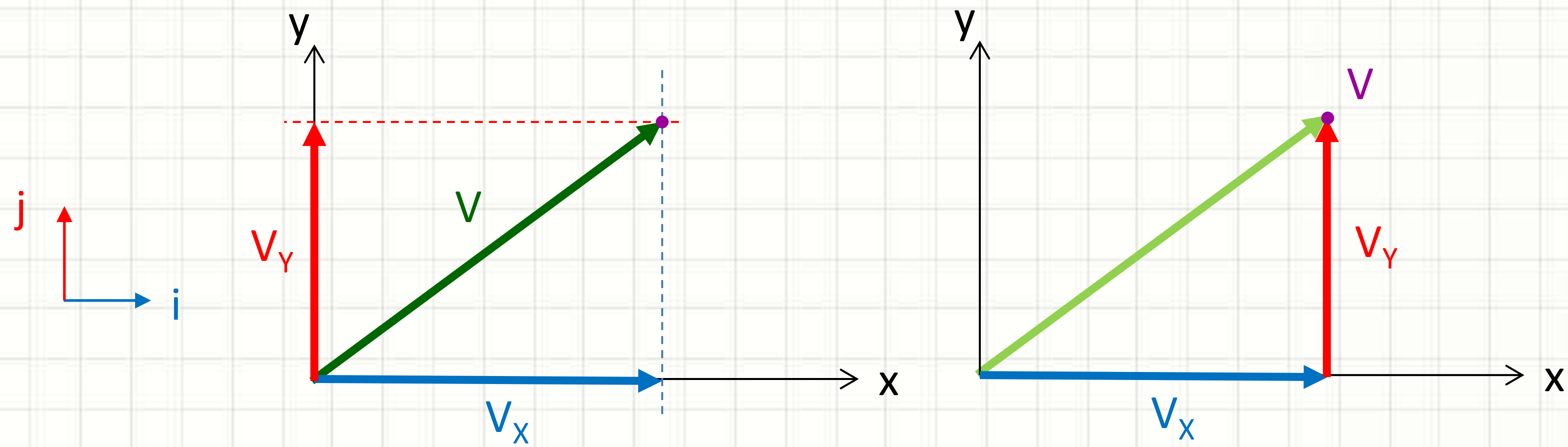




**Equivalente!**

# Vetor Posição

# Vetor Posição

- Considere $\vec{V}$ e suas projeções cartesianas




- Pode-se interpretar $\vec{V} = V_x\mathbf{i} + V_y\mathbf{j}$
  - Como a indicação de um ponto “V” no espaço!
- As coordenadas desse ponto são: $\vec{V}(V_x, V_y)$
- Observe que os vetores levam ao ponto V

# CONCLUSÕES

# Resumo

- Vetores são mais complexos que escalares...
- Mas são necessários para expressar forças
- Existem várias formas de representar
- Podem expressar posições no espaço
- **TAREFA**: Exercícios Aula 2

---

- Equilíbrio de Ponto Material
  - Aplicando vetores na engenharia: equilíbrio!
  - Primeiras noções para algo "parar em pé"!

# PERGUNTAS?