



MECÂNICA GERAL

EQUILÍBRIO TRIDIMENSIONAL DE PONTO MATERIAL

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

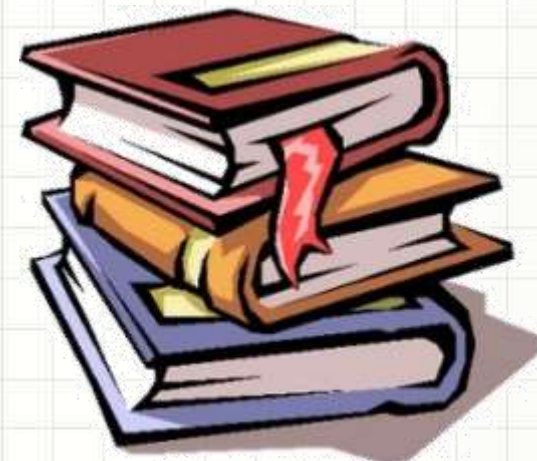
Objetivos

- Compreender a noção de equilíbrio 3D
- Identificar as forças atuando em um ponto
- Verificar o equilíbrio de um ponto

- **Atividade Aula 4 – SAVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>
(Mecânica Geral – Aula 4)

Material Didático

Páginas 70 a 74

Biblioteca Virtual

Estática, Mecânica para Engenharia (Hibbeler), Cap.3

Aula Online

Aulas 4, 5 e 6



RELEMBRANDO:

EQUILÍBRIO E DIAGRAMAS DE CORPO LIVRE

Equilíbrio de Ponto Material

- Sempre que a resultante em uma direção é 0
 - Existe um equilíbrio de forças naquela direção

Condição de
Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

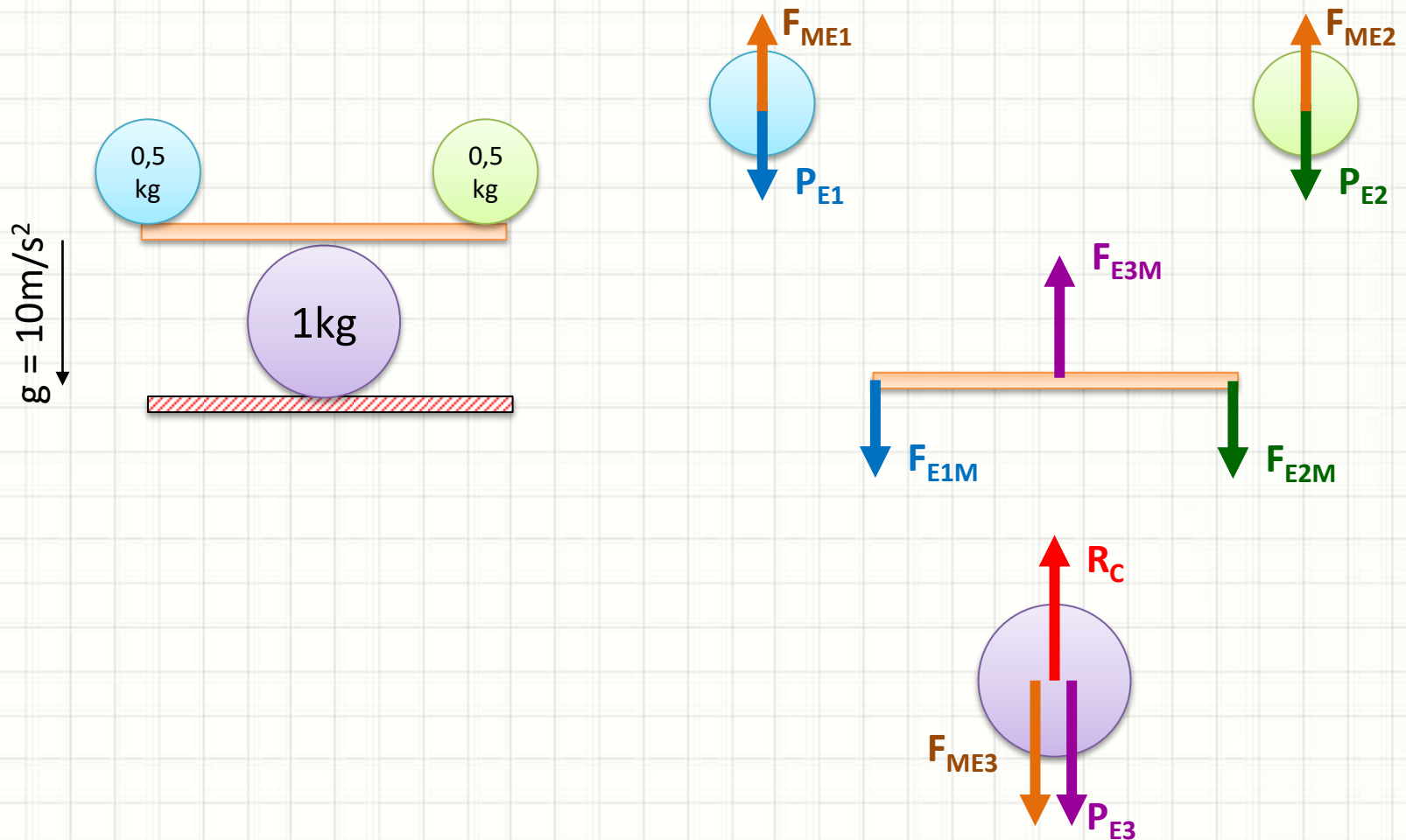


Se equilibram!

- Lembre-se: equilíbrio significa “parado”?
 - “Sem alterar estado de movimento” na direção!

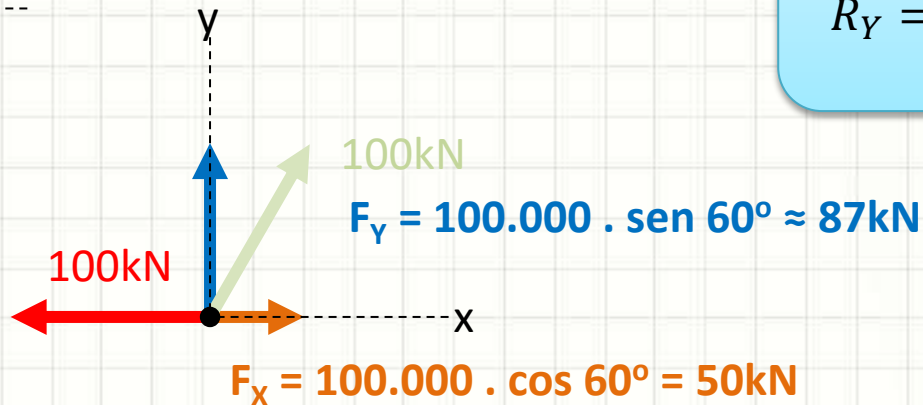
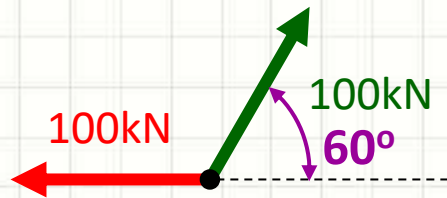
Diagrama de Corpo Livre

- Estudar as forças que agem no corpo



Cálculo do Equilíbrio

- Um ponto está em equilíbrio se $\vec{R} = 0$
 - Portanto, se: $R_x = 0$ e $R_y = 0$




Condição de Equilíbrio no Plano

$$R_x = \sum F_x = 0$$

$$R_y = \sum F_y = 0$$

- $R_x = - 50\text{kN}$
- $R_y = + 87\text{kN}$

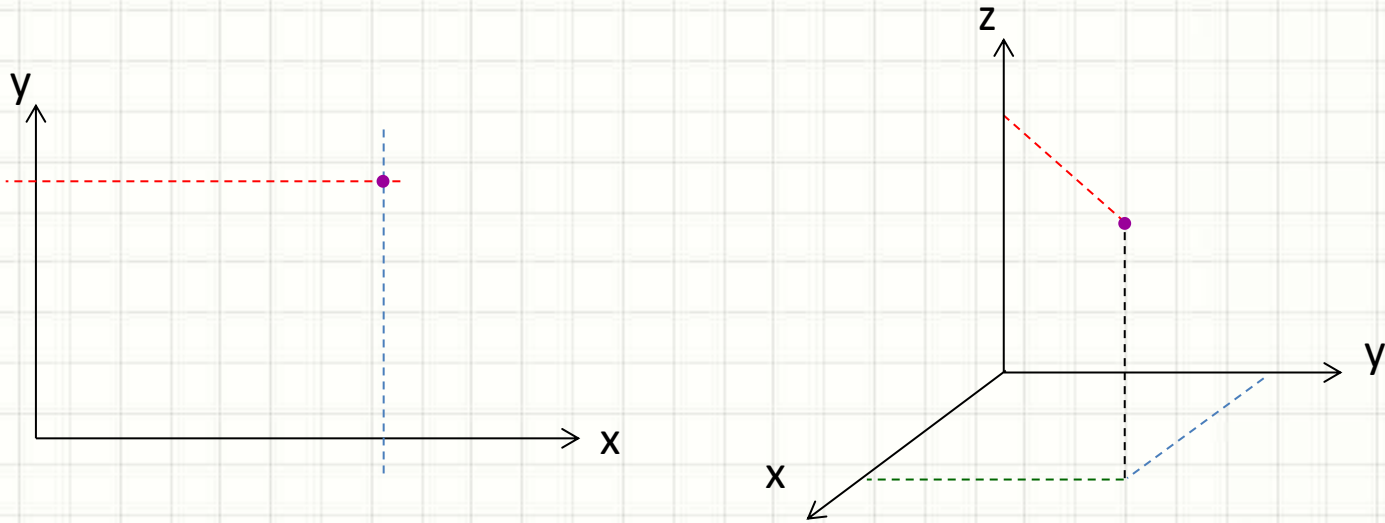
Não está em equilíbrio!



EQUILÍBRIO TRIDIMENSIONAL DE PONTO MATERIAL

Equilíbrio 3D de Ponto Material

- Plano: 2 dimensões para localizar um ponto



- “Tridimensional” significa “espaço”
 - Necessárias 3 dimensões para localizar um ponto

Equilíbrio 3D de Ponto Material

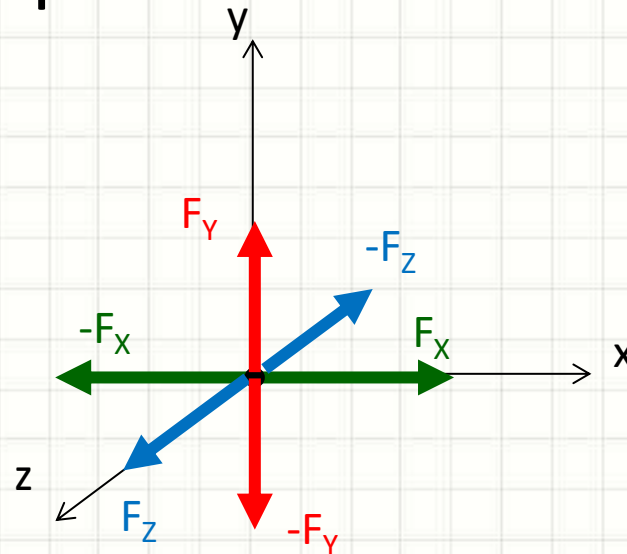
- Condição de equilíbrio:

- Permanece!

Condição de Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

- Mas agora é preciso verificar 3 dimensões

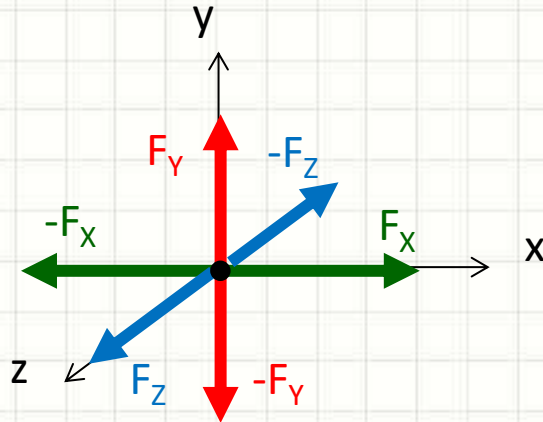


- Lembre-se: equilíbrio significa “parado”?

- “Sem alterar estado de movimento” na direção!

Equilíbrio 3D de Ponto Material

- Podemos reescrever:



Condição de Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

Equilíbrio em X

$$R_x = \sum F_x = 0$$

Equilíbrio em Y

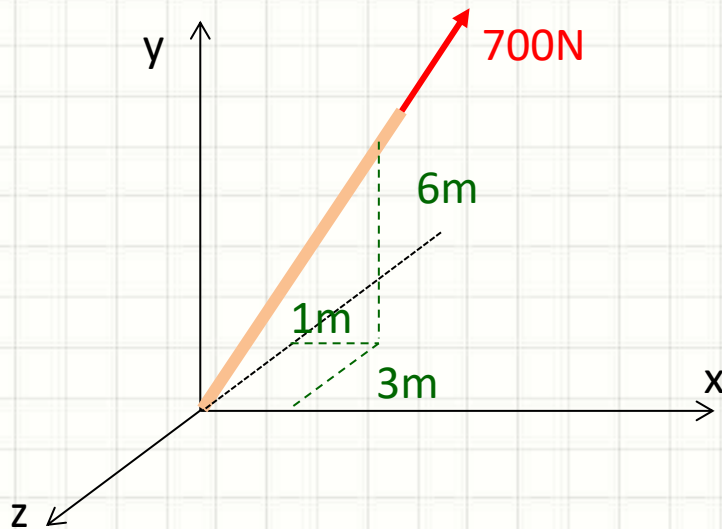
$$R_y = \sum F_y = 0$$

Equilíbrio em Z

$$R_z = \sum F_z = 0$$

Exemplo

- Determine as componentes da força F abaixo, aplicada na corda



Exemplo

- Determine as componentes da força F abaixo, aplicada na corda

1. Determinar o ângulo α_{xz}

$$\operatorname{tg} \alpha_{xz} = \frac{6}{c_{xz}} \quad \alpha_{xz} = \operatorname{atg} \frac{6}{c_{xz}}$$

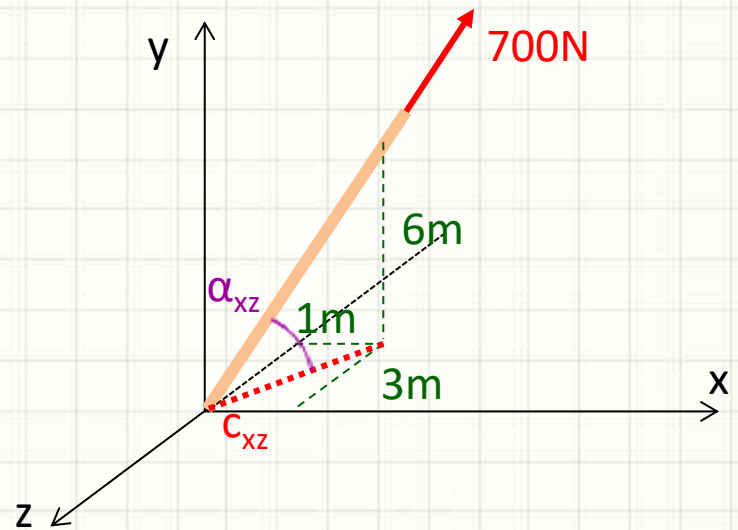
- a. Comprimento da projeção em xz

$$c_{xz}^2 = 1^2 + 3^2 \quad c_{xz} = \sqrt{10}$$

$$c_{xz} \cong 3,16m$$

- b. Calcular o ângulo

$$\alpha_{xz} = \operatorname{atg} \frac{6}{3,16} \quad \boxed{\alpha_{xz} \cong 62,23^\circ}$$



Exemplo

- Determine as componentes da força F abaixo, aplicada na corda

- Determinar o ângulo α_{xz}

$$\alpha_{xz} \cong 62,23^\circ$$

- Calcular a componente F_y

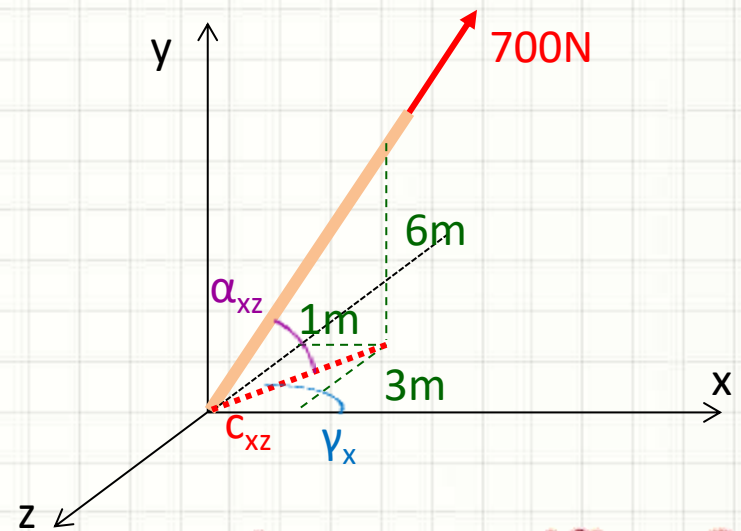
$$F_y = 700 \cdot \sin 62,23^\circ \quad F_y \cong 619N$$

- Calcular a projeção F_{xz}

$$F_{xz} = 700 \cdot \cos 62,23^\circ \quad F_{xz} \cong 326N$$

- Calcular o ângulos γ_x

$$\gamma_x = \text{atg} \frac{3}{1} \quad \gamma_x \cong 71,57^\circ$$



Como verificar?

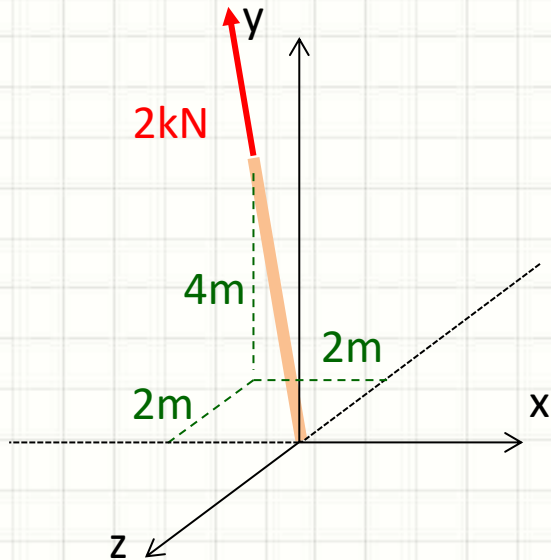
- Calcular F_x e F_z

$$F_x = 326 \cdot \cos 71,57^\circ \quad F_x \cong 103N$$

$$F_z = -326 \cdot \text{sen} 71,57^\circ \quad F_z \cong -309N$$

Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo



Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo

1. Determinar o ângulo α_{xz}

$$\operatorname{tg} \alpha_{xz} = \frac{4}{c_{xz}} \quad \alpha_{xz} = \operatorname{atg} \frac{4}{c_{xz}}$$

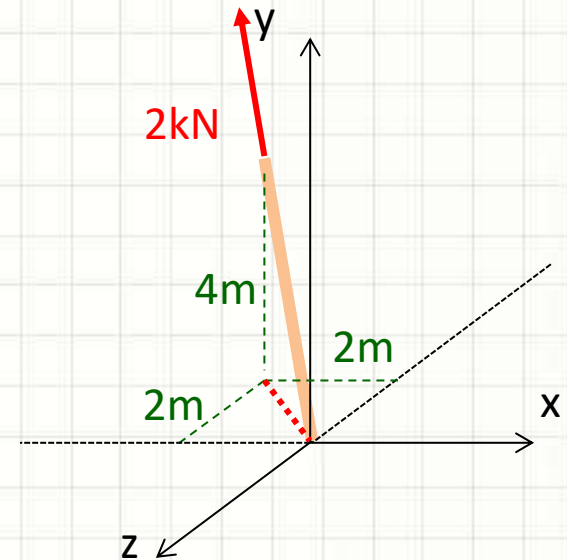
a. Comprimento da projeção em xz

$$c_{xz}^2 = 2^2 + 2^2 \quad c_{xz} = \sqrt{8}$$

$$c_{xz} \cong 2,83m$$

b. Calcular o ângulo

$$\alpha_{xz} = \operatorname{atg} \frac{4}{2,83} \quad \boxed{\alpha_{xz} \cong 54,72^\circ}$$



Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo

- Determinar o ângulo α_{xz}

$$\alpha_{xz} \cong 54,72^\circ$$

- Calcular a componente F_y

$$F_y = 2000 \cdot \sin 54,72^\circ \quad F_y \cong 1633N$$

- Calcular a projeção F_{xz}

$$F_{xz} = 2000 \cdot \cos 54,72^\circ \quad F_{xz} \cong 1155N$$

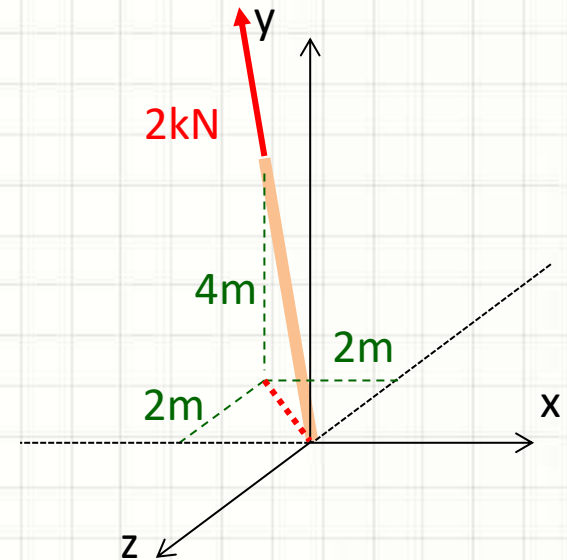
- Calcular o ângulos γ_x

$$\gamma_x = \text{atg} \frac{2}{2} \quad \gamma_x = 45^\circ$$

- Calcular F_x e F_z

$$F_x = -1155 \cos 45^\circ \quad F_x \cong -817N$$

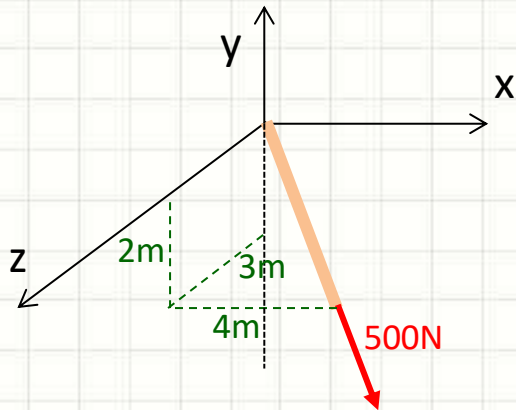
$$F_z = -1155 \cdot \text{sen} 45^\circ \quad F_z \cong -817N$$



Como verificar?

Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo



Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo

1. Determinar o ângulo α_{yz}

$$\operatorname{tg} \alpha_{xz} = \frac{4}{c_{yz}} \quad \alpha_{xz} = \operatorname{atg} \frac{4}{c_{yz}}$$

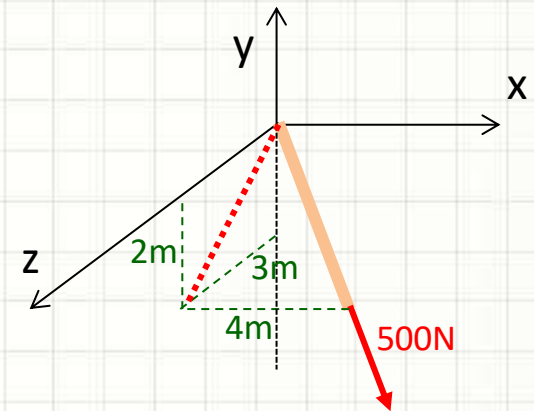
a. Comprimento da projeção em yz

$$c_{yz}^2 = 2^2 + 3^2 \quad c_{xz} = \sqrt{13}$$

$$c_{yz} \cong 3,61m$$

b. Calcular o ângulo

$$\alpha_{yz} = \operatorname{atg} \frac{4}{3,61} \quad \boxed{\alpha_{yz} \cong 47,93^\circ}$$



Exercício

- Determine as componentes da força F abaixo

1. Determinar o ângulo α_{yz}

$$\alpha_{yz} \cong 47,93^\circ$$

2. Calcular a componente F_x

$$F_x = 500 \cdot \sin 47,93^\circ$$

$$F_x \cong 371N$$

3. Calcular a projeção F_{yz}

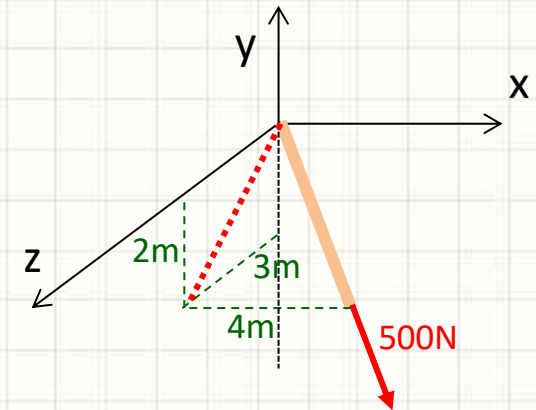
$$F_{yz} = 500 \cdot \cos 47,93^\circ$$

$$F_{yz} \cong 335N$$

4. Calcular o ângulo γ_z

$$\gamma_z = \operatorname{atg} \frac{3}{2}$$

$$\gamma_z = 56,31^\circ$$



Como verificar?

5. Calcular F_y e F_z

$$F_y = -335 \cdot \sin 56,31^\circ$$

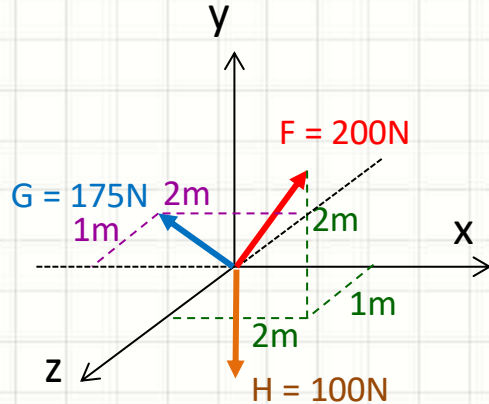
$$F_y \cong -279N$$

$$F_z = 335 \cdot \cos 56,31^\circ$$

$$F_z \cong 186N$$

Exemplo

- Determine se o sistema abaixo está em equilíbrio e, se não, calcule a resultante



Exemplo

- Determine se o sistema abaixo está em equilíbrio e, se não, calcule a resultante

- Decompondo a força F

$$cF_{xz}^2 = 1^2 + 2^2 \quad cF_{xz} \cong 2,24m$$

$$\alpha F_{xz} = \text{atg} \frac{2}{2,24} \quad \boxed{\alpha F_{xz} \cong 41,76^\circ}$$

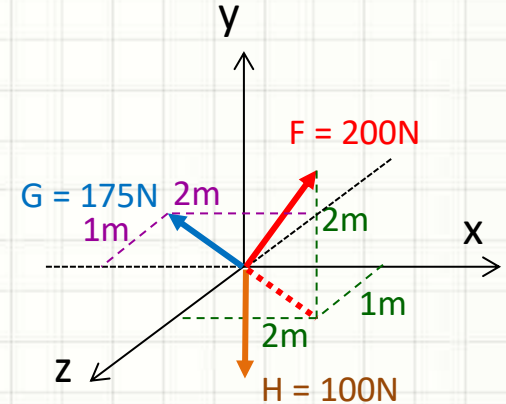
$$F_y = 200 \cdot \sin 41,76^\circ \quad \boxed{F_y \cong 133N}$$

$$F_{xy} = 200 \cdot \cos 41,76^\circ \quad \boxed{F_{xz} \cong 149N}$$

$$\gamma F_z = \text{atg} \frac{2}{1} \quad \boxed{\gamma F_z \cong 63,43^\circ}$$

$$F_z = 149 \cdot \cos 63,43^\circ \quad \boxed{F_z \cong 67N}$$

$$F_x = 149 \cdot \sin 63,43^\circ \quad \boxed{F_x \cong 133N}$$



Verifique!

Exemplo

- Determine se o sistema abaixo está em equilíbrio e, se não, calcule a resultante

- Decompondo a força F

$$F_x \cong 133N$$

$$F_y \cong 133N$$

$$F_z \cong 67N$$

- Decompondo a força G

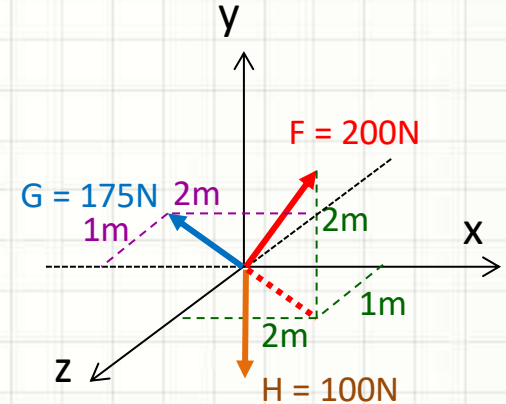
$$\gamma G_x = \operatorname{atg} \frac{1}{2}$$

$$\gamma G_x \cong 26,57^\circ$$

$$G_x = -175 \cdot \cos 26,57^\circ \quad G_x \cong -157N$$

$$G_z = -175 \cdot \sin 26,57^\circ \quad G_z \cong -78N$$

$$G_y = 0N$$



Exemplo

- Determine se o sistema abaixo está em equilíbrio e, se não, calcule a resultante

- Decompondo a força F

$$F_x \cong 133N \quad F_y \cong 133N \quad F_z \cong 67N$$

- Decompondo a força G

$$G_x \cong -157N \quad G_y = 0N \quad G_z \cong -78N$$

- Decompondo a força H

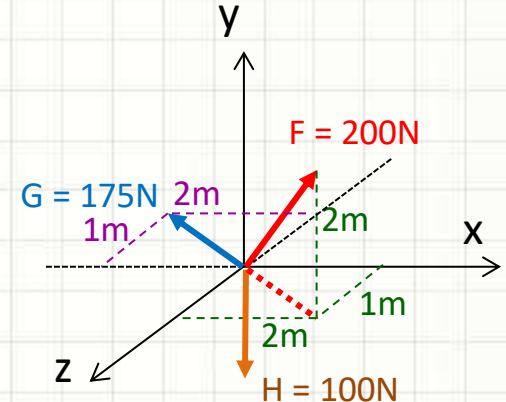
$$H_x = 0N \quad H_y = -100N \quad H_z = 0N$$

- Calculando componentes da resultante

$$R_x = 133 - 157 + 0 \quad R_x = -24N$$

$$R_y = 133 + 0 - 100 \quad R_y = 33N$$

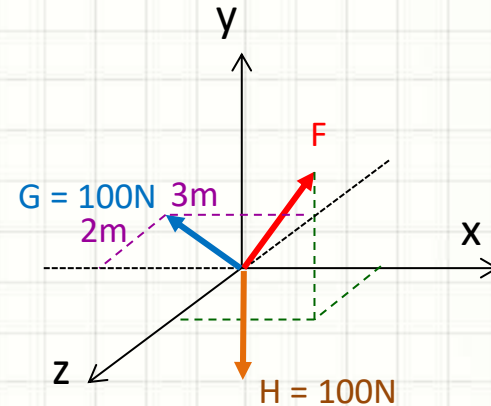
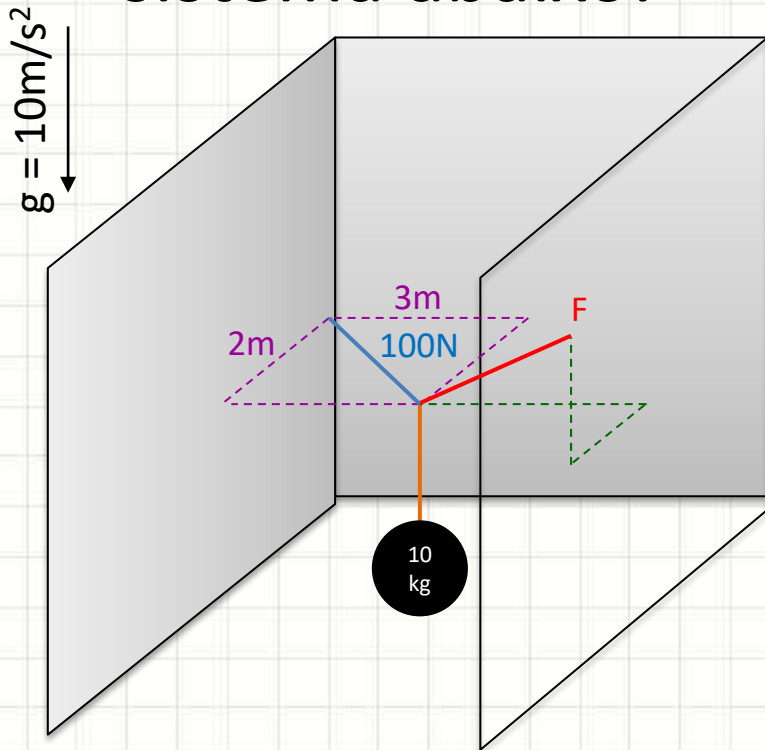
$$R_z = 67 - 78 + 0 \quad R_z = -11N$$



$$|\vec{R}| \cong 42N$$

Exercício

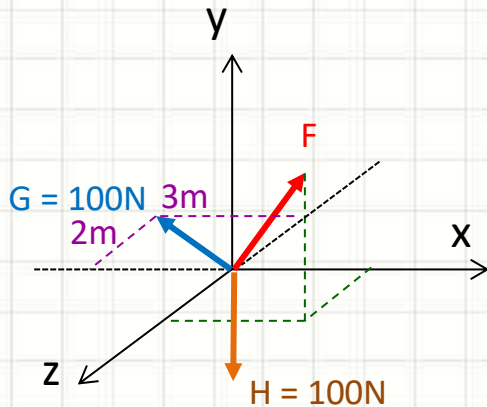
- Determine as componentes da força F e sua intensidade para que haja equilíbrio no sistema abaixo:



Exercício

- Determine as componentes da força F e sua intensidade para que haja equilíbrio no sistema abaixo:

$g = 10\text{m/s}^2$



- Decompondo a força G

$$\gamma G_x = \text{atg} \frac{2}{3} \quad \boxed{\gamma G_x \cong 33,69^\circ}$$

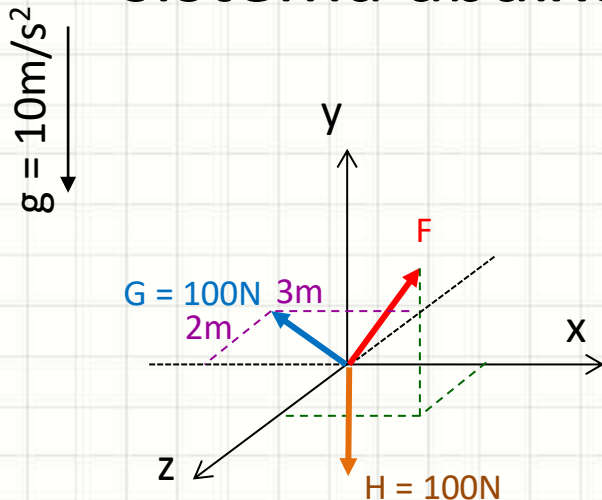
$$G_x = -100 \cdot \cos 33,69^\circ \quad \boxed{G_x \cong -83\text{N}}$$

$$G_z = -100 \cdot \sin 33,69^\circ \quad \boxed{G_z \cong -55\text{N}}$$

$$\boxed{G_y = 0\text{N}}$$

Exercício

- Determine as componentes da força F e sua intensidade para que haja equilíbrio no sistema abaixo:



$$|\vec{F}| \cong 141N$$

- Decompondo a força G

$$G_x \cong -83N$$

$$G_y = 0N$$

$$G_z \cong -55N$$

- Decompondo a força H

$$H_x = 0N$$

$$H_y = -100N$$

$$H_z = 0N$$

- Para equilíbrio:

$$R_x = F_x - 83 + 0 = 0$$

$$F_x = 83N$$

$$R_y = F_y + 0 - 100 = 0$$

$$F_y = 100N$$

$$R_z = F_z - 55 + 0 = 0$$

$$F_z = 55N$$



CONCLUSÕES

Resumo

- Equilíbrio de um ponto no espaço
 - Decomposição de forças: mais trabalhosa
 - Cálculo do equilíbrio de pontos

 - **TAREFA:** Exercícios Aula 4
-
- Sistemas de Formas Tridimensionais
 - Aplicando os conceitos em sistemas



PERGUNTAS?