



MECÂNICA GERAL

MOMENTO DE UMA FORÇA

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

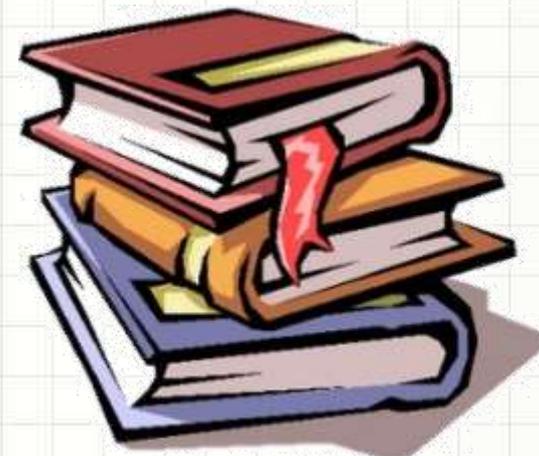
Objetivos

- Compreender o momento de uma força
- Recordar produto vetorial

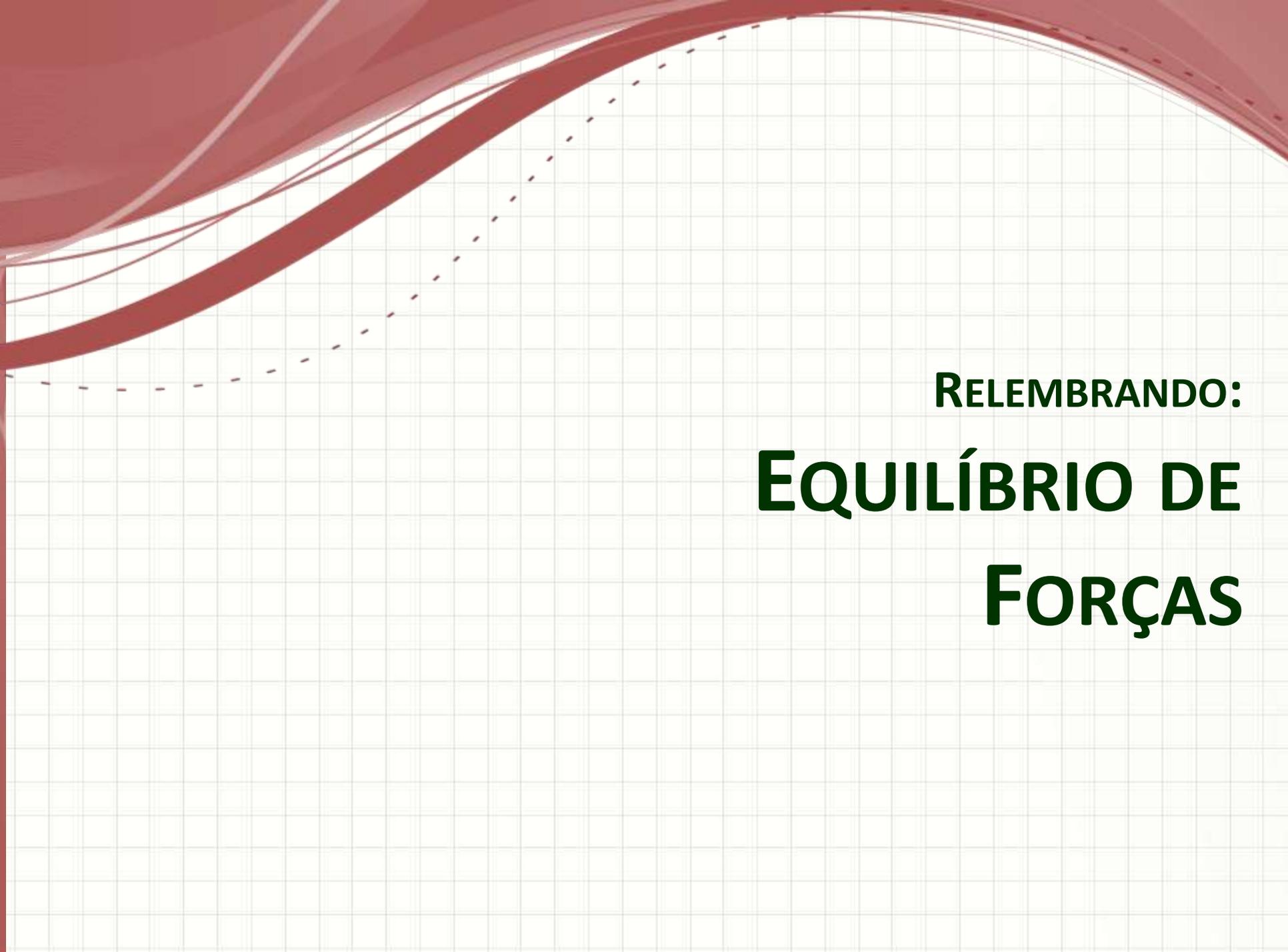
- **Atividade Aula 6 – SAVA!**



Material de Estudo



Material	Acesso ao Material
Apresentação	http://www.caetano.eng.br/ (Mecânica Geral – Aula 6)
Material Didático	Mecânica Geral (MACIEL), Cap 2 - páginas 31 a 37
Minha Biblioteca	Estática e Mecânica dos Materiais (BERR;JOHNSTON), Cap. 4
Biblioteca Virtual	Estática (Hibbeler), Cap.5
Aula Online	Aula 3



RELEMBRANDO:
EQUILÍBRIO DE
FORÇAS

Equilíbrio de Forças

- Sempre que a resultante em uma direção é 0
 - Existe um equilíbrio de forças naquela direção

Condição de
Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$



Se equilibram!

- Equilíbrio significa “parado”?
 - “Sem alterar estado de movimento” na direção!

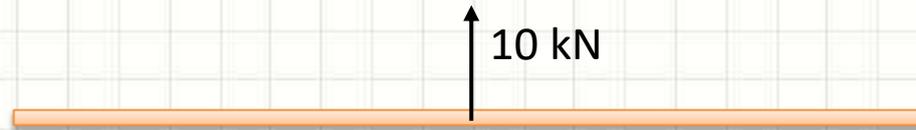


MOTIVAÇÃO:

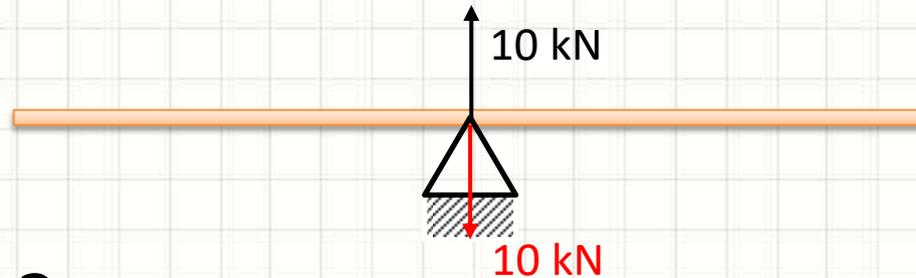
EQUILÍBRIO EM CORPOS

Equilíbrio em Corpos

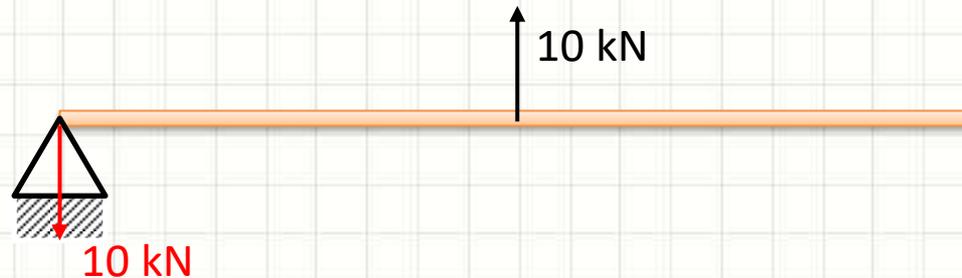
- O que acontece com essa barra? $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$



- E se ela estiver presa?

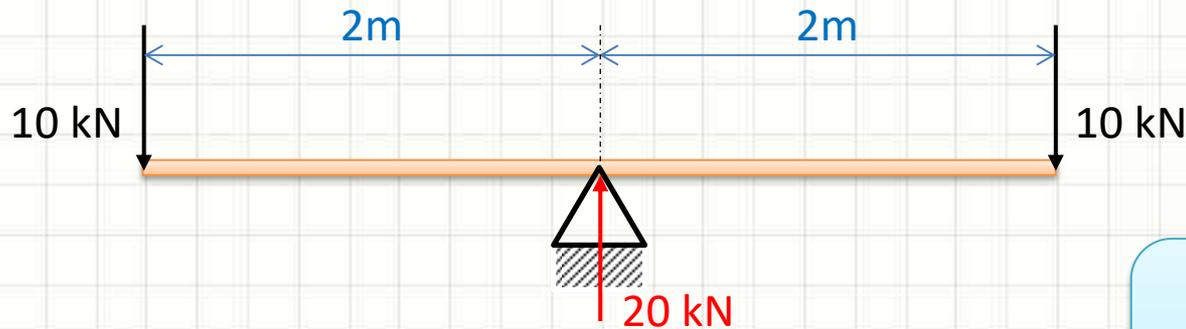


- E assim?

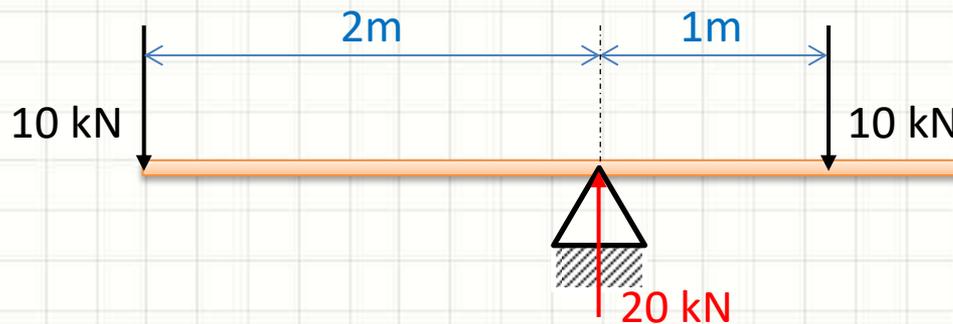


Equilíbrio em Corpos

- E nesse outro caso?



- E agora?



Condição de Equilíbrio

$$\vec{R}_X = \sum \vec{F}_X = 0$$

$$\vec{R}_Y = \sum \vec{F}_Y = 0$$

Parece que, para barras*, as condições que vimos não são suficientes!



MOMENTO DE UMA FORÇA E RESULTANTE DE MOMENTOS

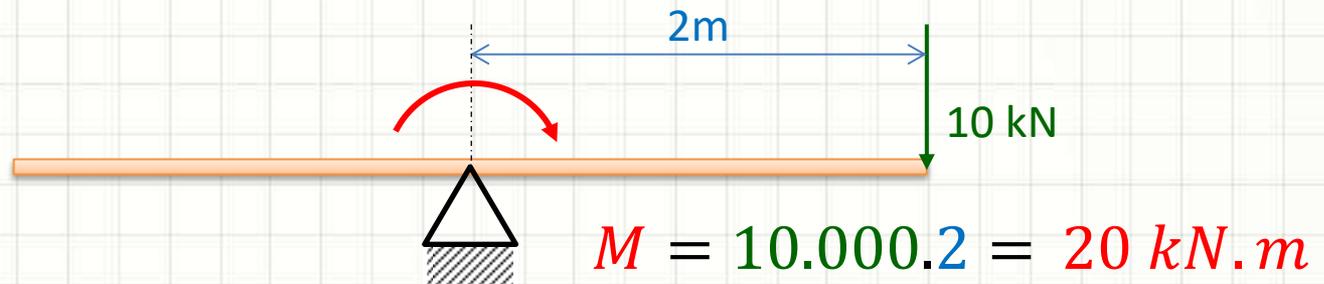
Momento de uma Força

- O **momento de uma força** em relação a um ponto nos dá a medida com que aquela força provoca uma **rotação ao redor do ponto**
- O momento é proporcional à:

– Força

$$M = F \cdot d$$

– Distância da linha de ação da força ao ponto

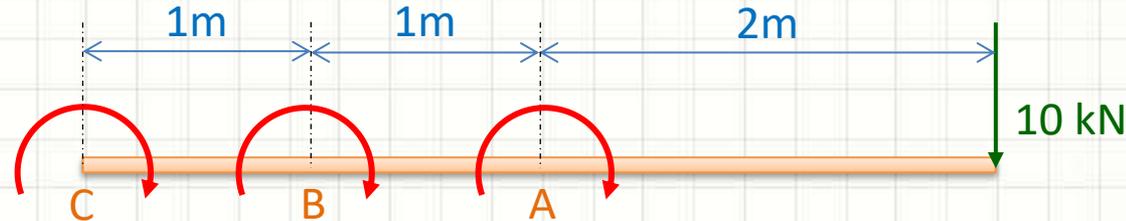


- A unidade do *momento* é **N.m**

Momento de uma Força

- O momento varia de acordo com o ponto!

$$M = F \cdot d$$



$$M_A = 10.000 \cdot 2 = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 10.000 \cdot (2 + 1) = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = 10.000 \cdot (2 + 1 + 1) = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Momento de uma Força

- A distância **d** deve ser sempre medida perpendicularmente à força $M = F \cdot d$



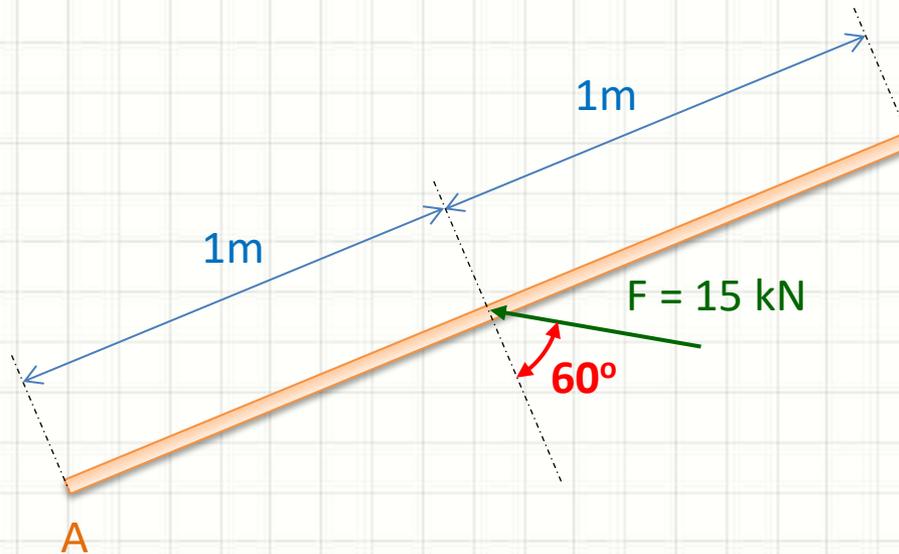
- Se a linha de ação passa pelo ponto...



O momento será zero: $M = 0!$

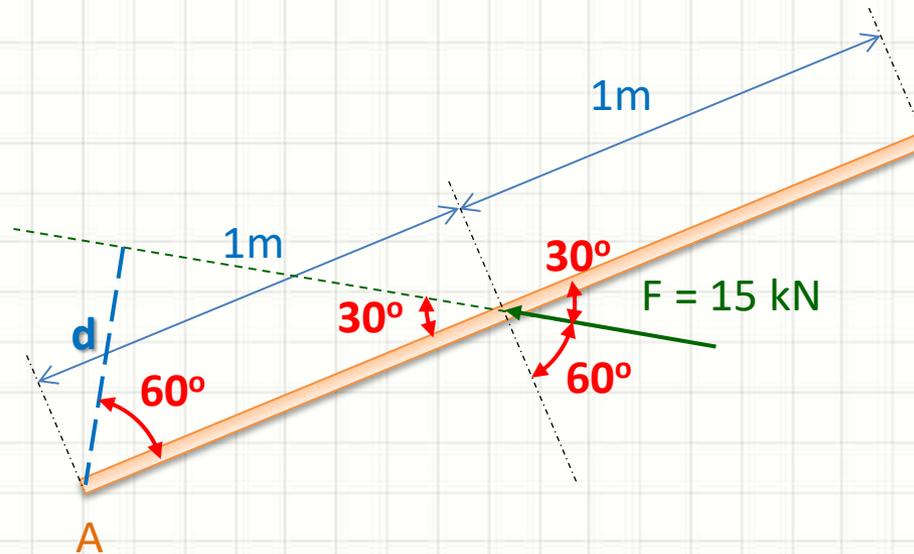
Exemplo

- Calcule o Momento em A



Exemplo

- Calcule o Momento em A

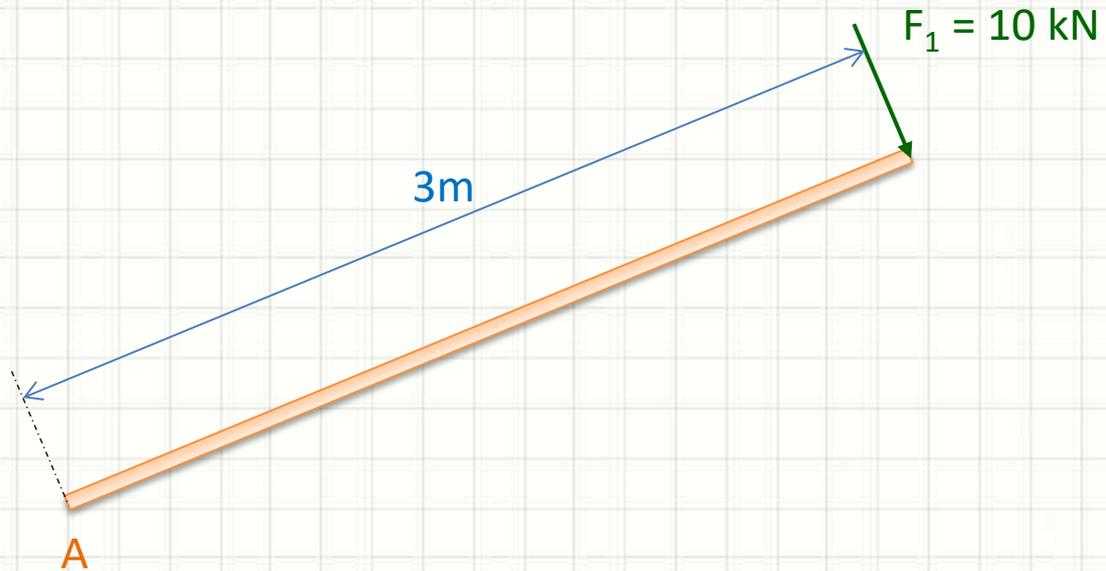


$$\cos 60^\circ = \frac{d}{1} \Rightarrow d = 0,5m$$

$$M = F \cdot d = 15000 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ kN} \cdot m$$

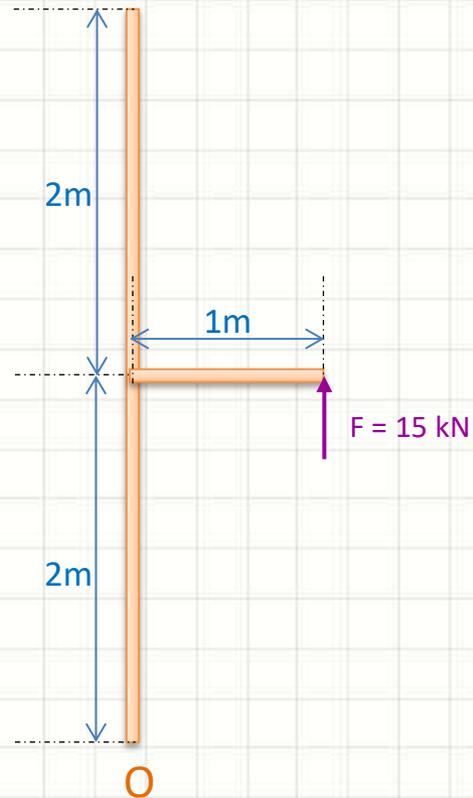
Exercício

- Calcule o Momento em A



Exercício

- Calcule o Momento em O

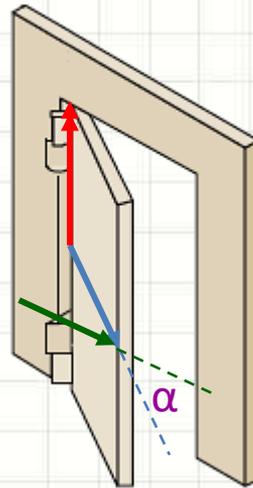




REPRESENTAÇÃO VETORIAL DE UM MOMENTO

Momento de Força (Vetorial)

- Se considerarmos o corpo um vetor \vec{r}
 - Do ponto de rotação ao ponto de aplicação
- E a força um vetor \vec{F}

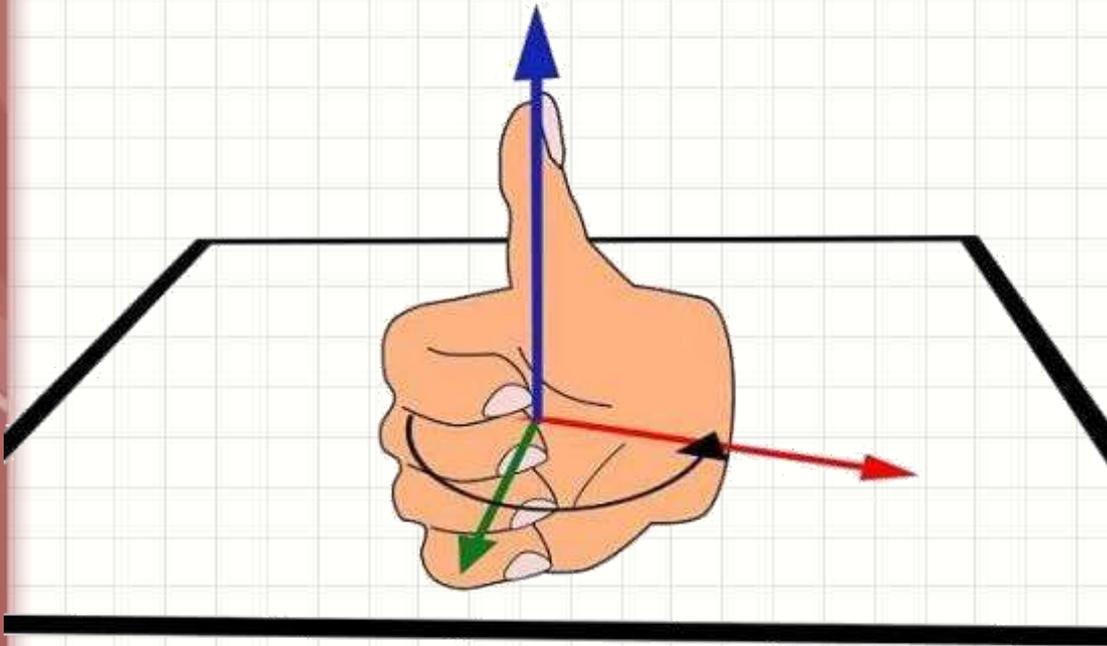


$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

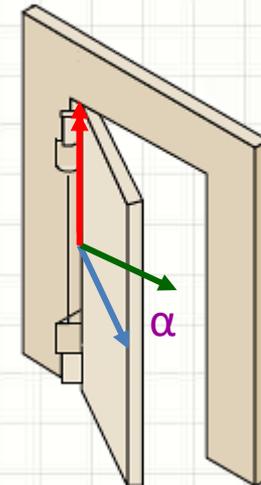
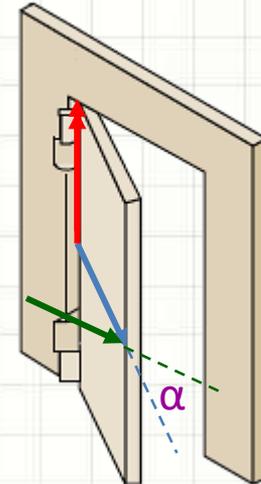
$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \text{sen } \alpha$$

Direção do Momento Resultante

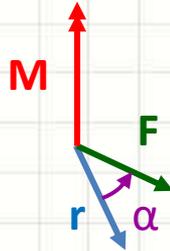
- Observa-se a regra da mão direita



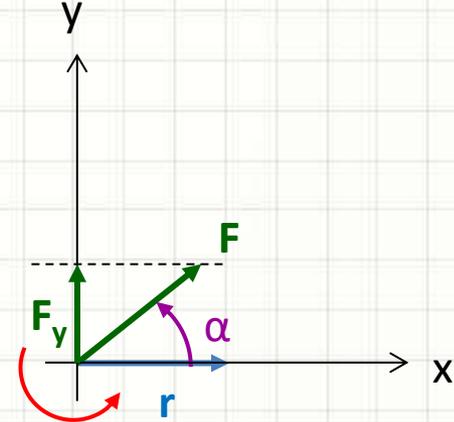
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$



Forma de Visualizar



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



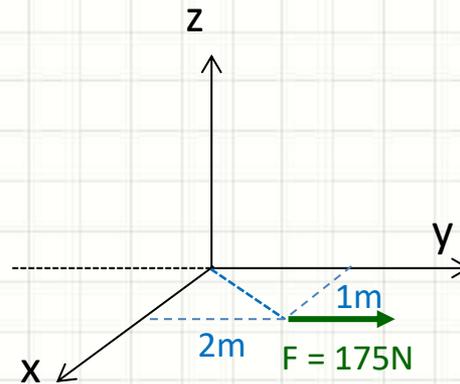
$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}_y|$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

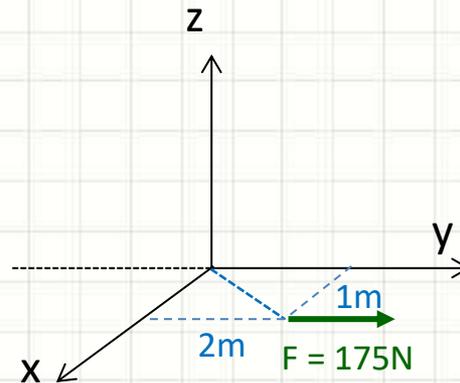
Exemplo

- Determine a intensidade e as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação na origem:



Exemplo

- Determine a intensidade e as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação na origem:



$$M = F \cdot d$$

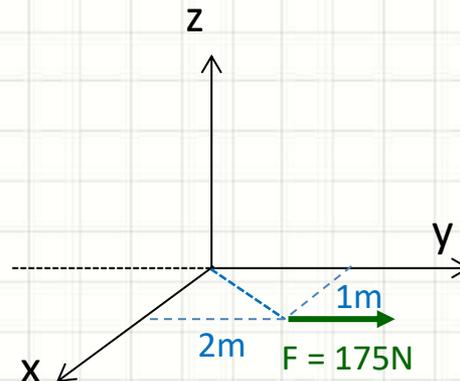
$$M = 175 \cdot 1$$

$$M = 175 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Exemplo



- Determine a intensidade e as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação na origem:



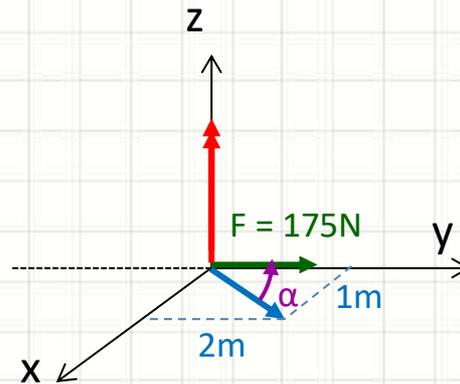
$$M = F \cdot d$$

$$M = 175 \cdot 1$$

$$M = 175 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Exemplo

- Determine a intensidade e as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação na origem:



Exemplo

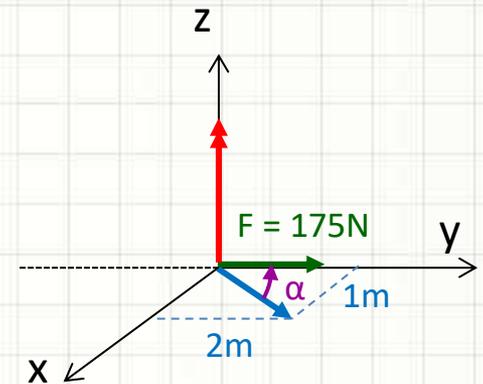
- Determine a intensidade e as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação na origem:

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \text{sen } \alpha \quad \alpha = \text{atg} \frac{1}{2} = 26,6^\circ$$

$$|\vec{M}| = \sqrt{2^2 + 1^2} \cdot 175 \cdot \text{sen } 26,6^\circ$$

$$|\vec{M}| = 2,236 \cdot 175 \cdot 0,448$$

$$|\vec{M}| = 175,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$



$$\vec{M} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 175 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

$$\det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 175 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}(2 \cdot 0 - 0 \cdot 175) - \vec{j}(1 \cdot 0 - 0 \cdot 0) + \vec{k}(1 \cdot 175 - 0 \cdot 0)$$

$$+0\vec{i} + 0\vec{j} + 175\vec{k} - 0\vec{k} - 0\vec{i} - 0\vec{j}$$

$$+175\vec{k}$$

Exercício

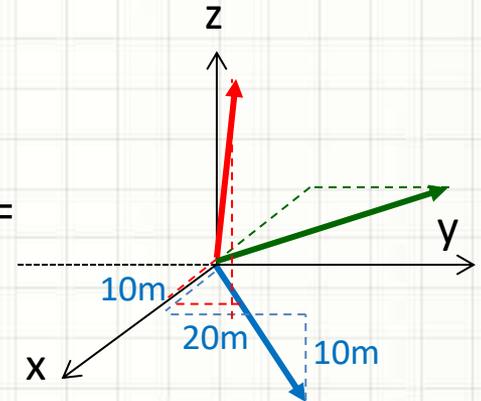
- Sabendo que o vetor posição do ponto de rotação ao ponto de aplicação da força é $\vec{r} = 10\vec{i} + 20\vec{j} - 10\vec{k}$ e o vetor força $\vec{F} = -2000\vec{i} + 2000\vec{j} + 0\vec{k}$, determine as componentes do vetor momento e sua intensidade.

Exercício

- Sabendo que o vetor posição do ponto de rotação ao ponto de aplicação da força é $\vec{r} = 10\vec{i} + 20\vec{j} - 10\vec{k}$ m e o vetor força $\vec{F} = -2000\vec{i} + 2000\vec{j} + 0\vec{k}$ N, determine as componentes do vetor momento e sua intensidade.

$F = 175\text{N}$

$$\vec{M} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10 & 20 & 10 \\ -2000 & 2000 & 0 \end{vmatrix} =$$



$$\begin{vmatrix} + & + & + & - & - \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ 10 & 20 & -10 & 10 & 20 \\ -2000 & 2000 & 0 & -2000 & 2000 \end{vmatrix}$$

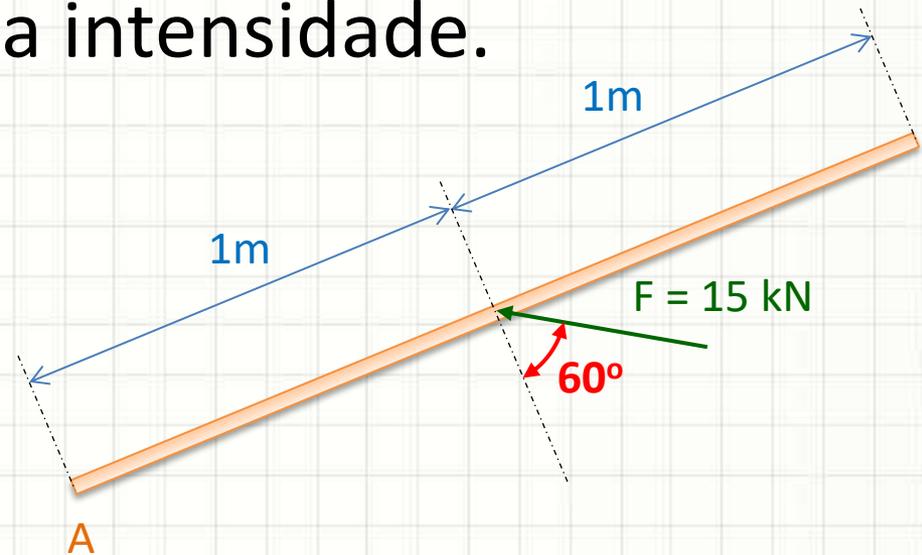
$$+0\vec{i} + 20000\vec{j} + 20000\vec{k} + 40000\vec{k} + 20000\vec{i} - 0\vec{j}$$

$$\vec{M} = +20000\vec{i} + 20000\vec{j} + 60000\vec{k} \text{ N.m}$$

$$|\vec{M}| \cong 66,3 \text{ kN.m}$$

Exercício

- Determine as componentes do vetor momento em A e sua intensidade.



Exercício

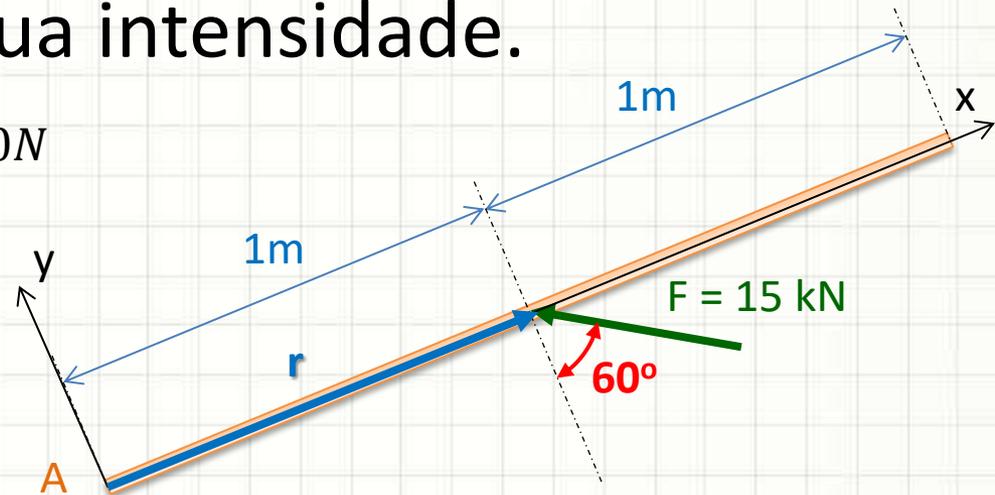
- Determine as componentes do vetor momento em A e sua intensidade.

$$F_x = -15000 \cdot \sin 60^\circ = -12990 \text{ N}$$

$$F_y = 15000 \cdot \cos 60^\circ = 7500 \text{ N}$$

$$\vec{F} = -12990\vec{i} + 7500\vec{j} + 0\vec{k} \text{ N}$$

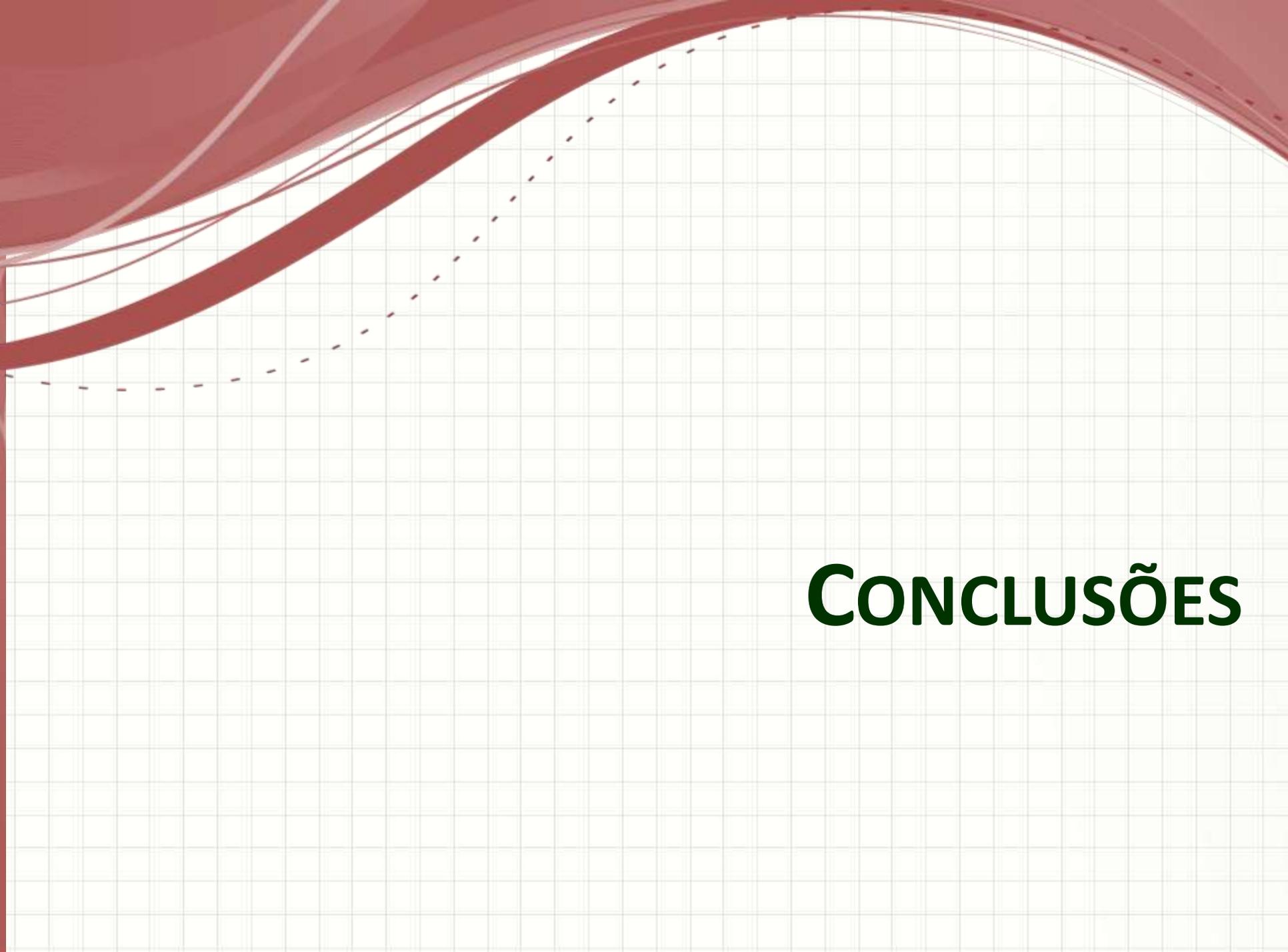
$$\vec{r} = 1\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \text{ m}$$



$$\vec{M} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ -12990 & 7500 & 0 \end{vmatrix} = ?$$

$$\begin{vmatrix} + & + & + & - & - & - \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -12990 & 7500 & 0 & -12990 & 7500 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M} = +7500\vec{k}$$

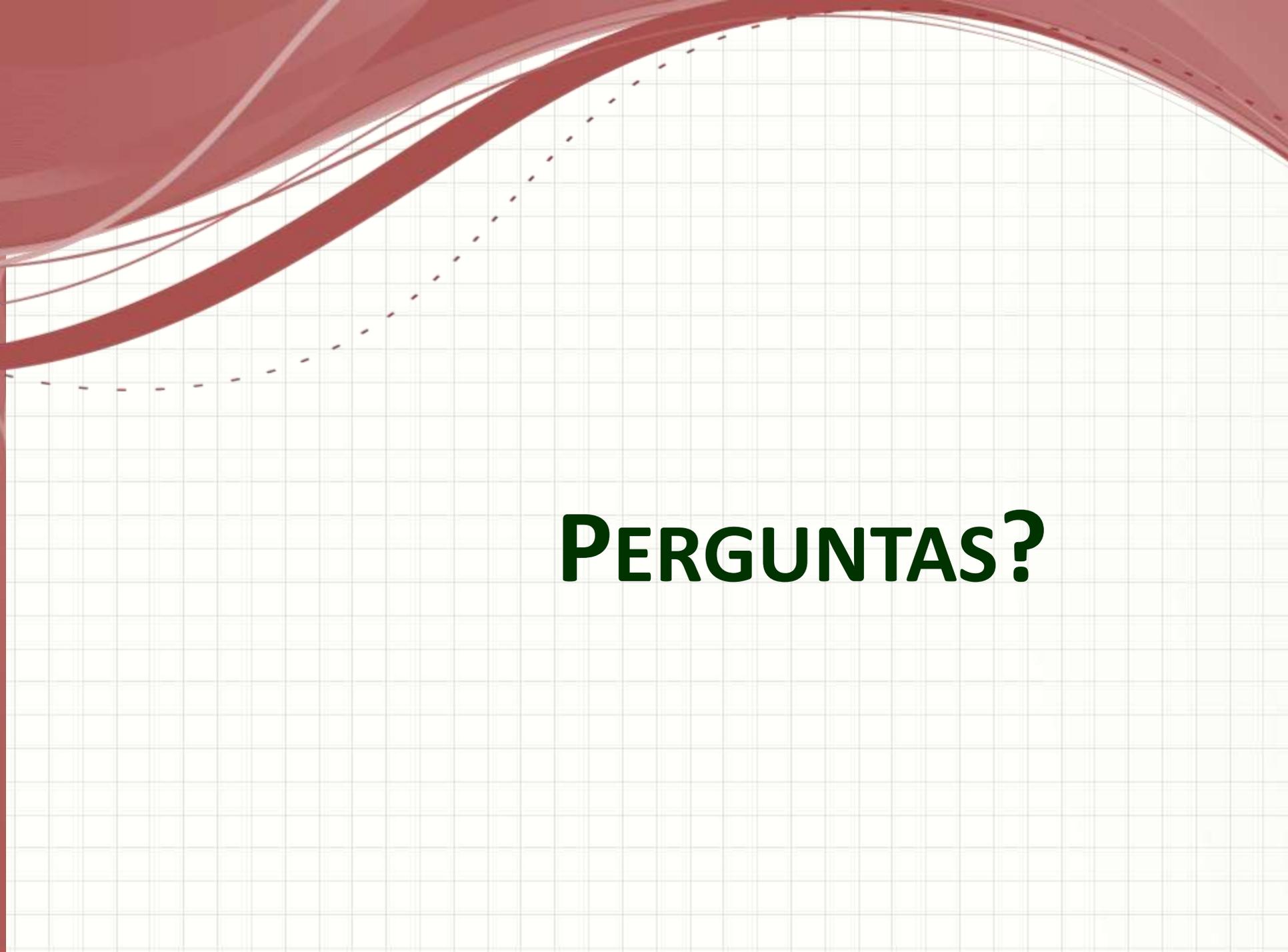


CONCLUSÕES

Resumo

- Momento: equilíbrio dos corpos
 - Noção Escalar do Momento
 - Noção Vetorial do Momento

 - **TAREFA:** Exercícios Aula 6
-
- Resultantes de Momentos
 - Teorema de Varignon
 - Trabalhando com as componentes das forças



PERGUNTAS?

Exercício para Casa

- Determine as componentes do momento que resulta da aplicação da força abaixo, com a rotação em O, e determine sua intensidade:

