MECÂNICA GERAL

TEOREMA DE VARIGNON: MOMENTO RESULTANTE

Prof. Dr. Daniel Caetano

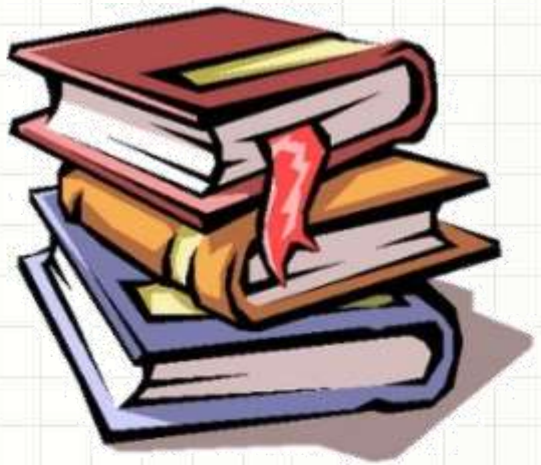
2019 - 1

Objetivos

- Compreender o Teorema de Varignon
- Aplicar o teorema para o cálculo de elementos com vários momentos atuantes

- **Atividade Aula 7 – SAVA!**

Material de Estudo

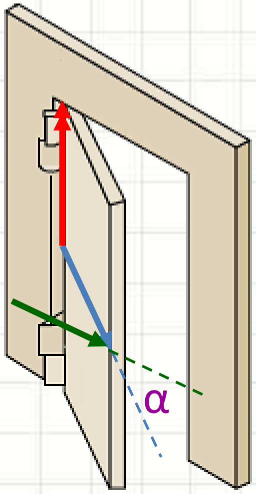


Material	Acesso ao Material
Apresentação	http://www.caetano.eng.br/ (Mecânica Geral – Aula 7)
Material Didático	Mecânica Geral (MACIEL), Cap 2 - páginas 31 a 37
Minha Biblioteca	Estática e Mecânica dos Materiais (BERR;JOHNSTON), Cap. 4
Biblioteca Virtual	Estática (Hibbeler), Cap.5
Aula Online	Aula 3

Representação Vetorial do Momento

Momento de Força (Vetorial)

- Se considerarmos o corpo um vetor $\vec{r}$
  - Do ponto de rotação ao ponto de aplicação
- E a força um vetor $\vec{F}$

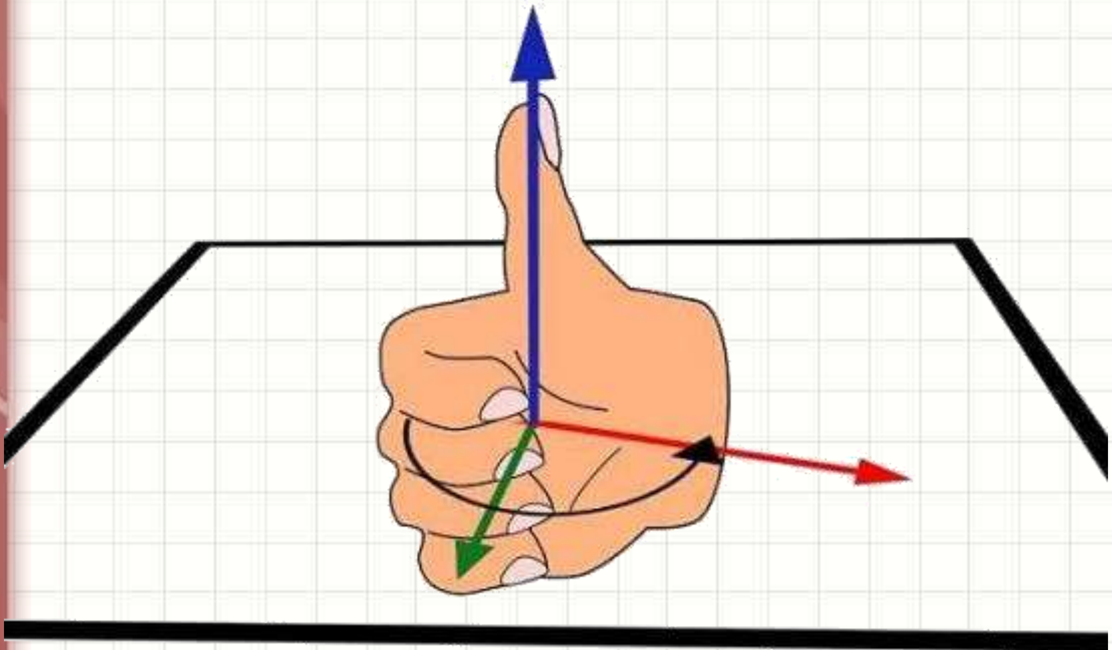


$$\vec{M} = \vec{r}\, x \vec{F}$$

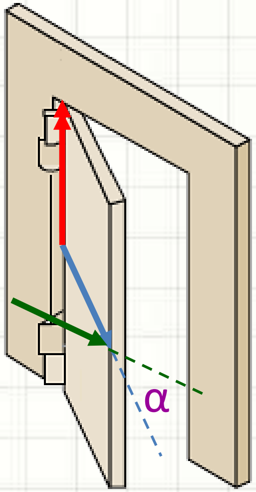
$$|\vec{M}| = |\vec{r}|.|\vec{F}|.\operatorname{sen}\alpha$$

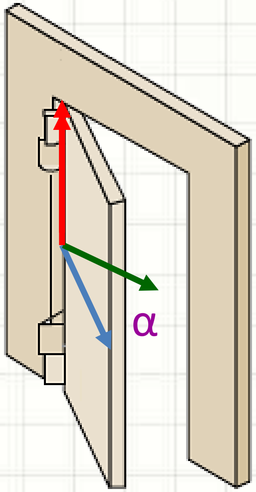
Direção do Momento Resultante

- Observa-se a regra da mão direita

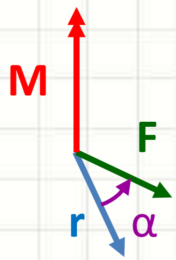


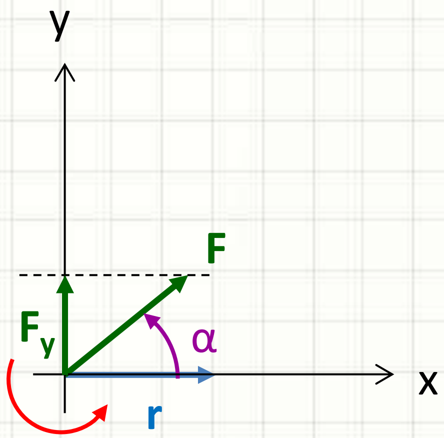
$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$





Forma de Visualizar





$$\vec{M} = \vec{r}\, x \vec{F}$$

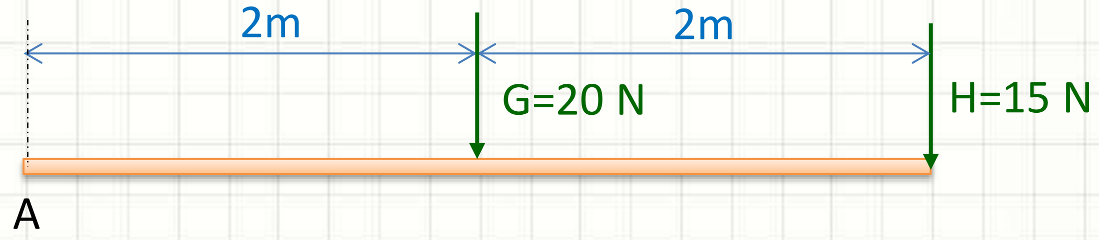
$$|\vec{M}| = |\vec{r}|\,.\,|\vec{F_y}|$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}|\,.\,|\vec{F}|\,.\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

$$\vec{M} = \vec{r}\, x \vec{F} = det\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

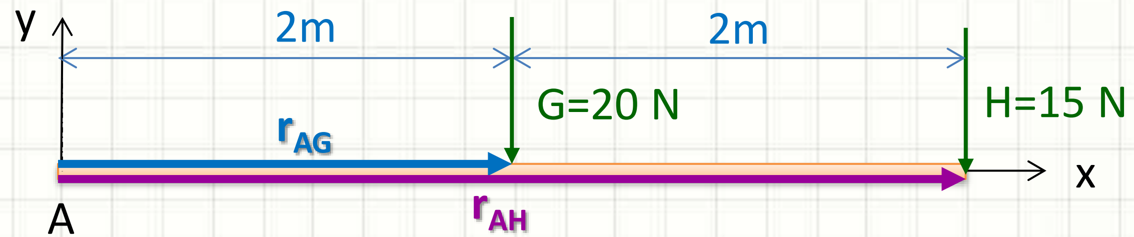
Exemplo

- Vamos analisar o momento gerado pelas forças G e H no ponto A



Exemplo

- Vamos analisar o momento gerado pelas forças G e H no ponto A

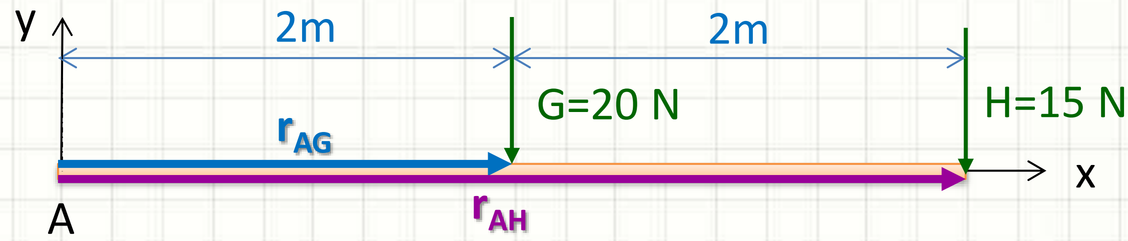


$$\overrightarrow{M_{AG}} = det\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} \\ 2 & 0 \\ 0 & -20 \end{matrix} = -40\vec{k}$$

$$\overrightarrow{M_{AH}} = det\begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & -15 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} \\ 4 & 0 \\ 0 & -15 \end{matrix} = -60\vec{k}$$

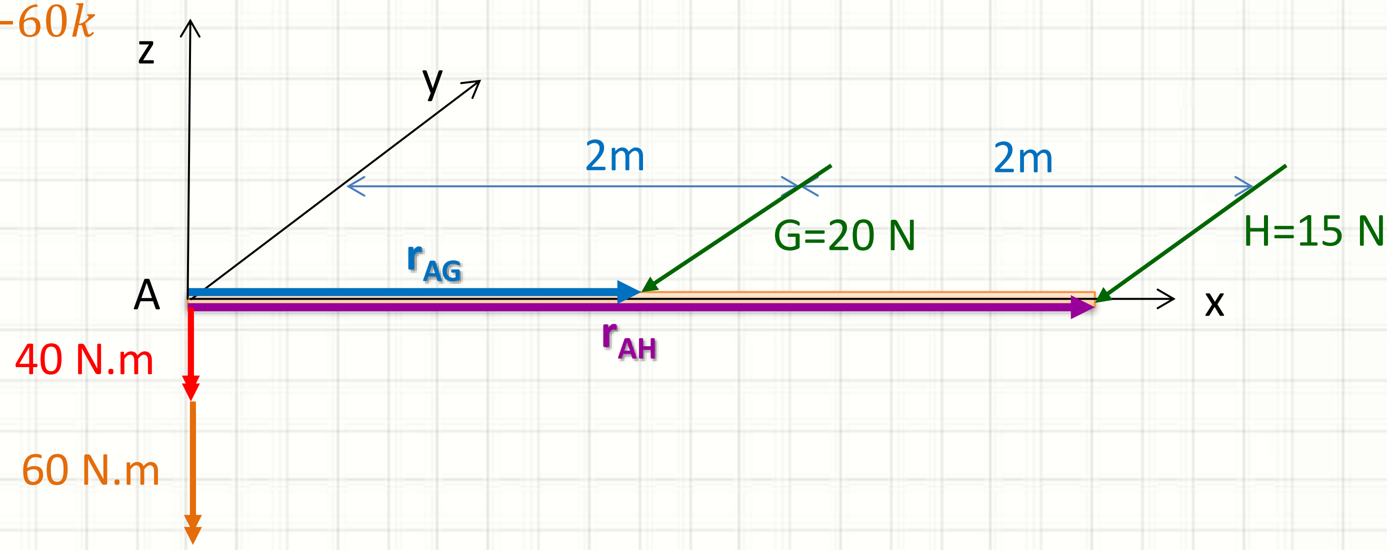
Exemplo

- Vamos analisar o momento gerado pelas forças G e H no ponto A



$$\overrightarrow{M_{AG}} = -40\vec{k}$$

$$\overrightarrow{M_{AH}} = -60\vec{k}$$

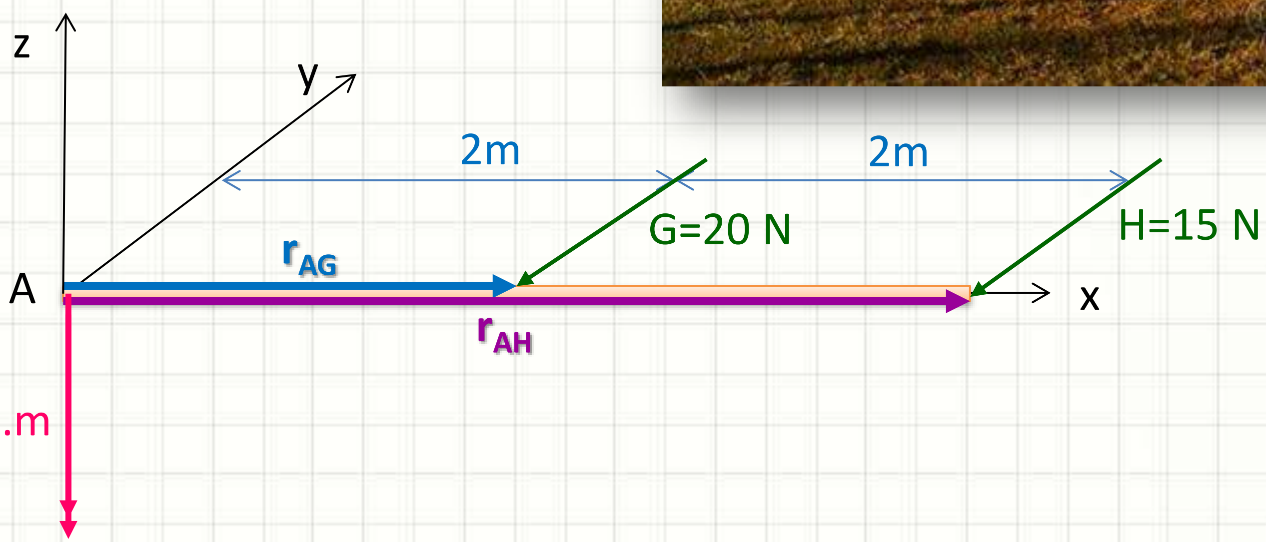


Exemplo

- Vamos analisar o momento gerado pelas forças G e H no ponto A

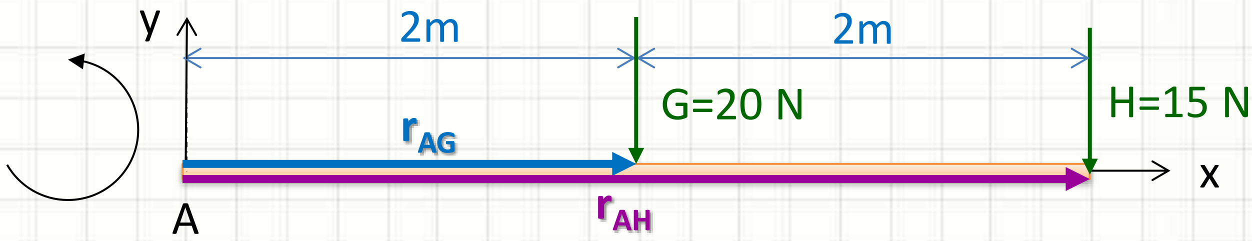
$\overrightarrow{M_{AG}} = -40\vec{k}$

$\overrightarrow{M_{AH}} = -60\vec{k}$



Exemplo

- Vamos analisar o momento gerado pelas forças G e H no ponto A



- Se momentos na mesma direção:

$$M_{AG} = r_{AG}.G = 2.20 = 40 \qquad \boxed{M_{AG} = -40 \text{ N.m}}$$

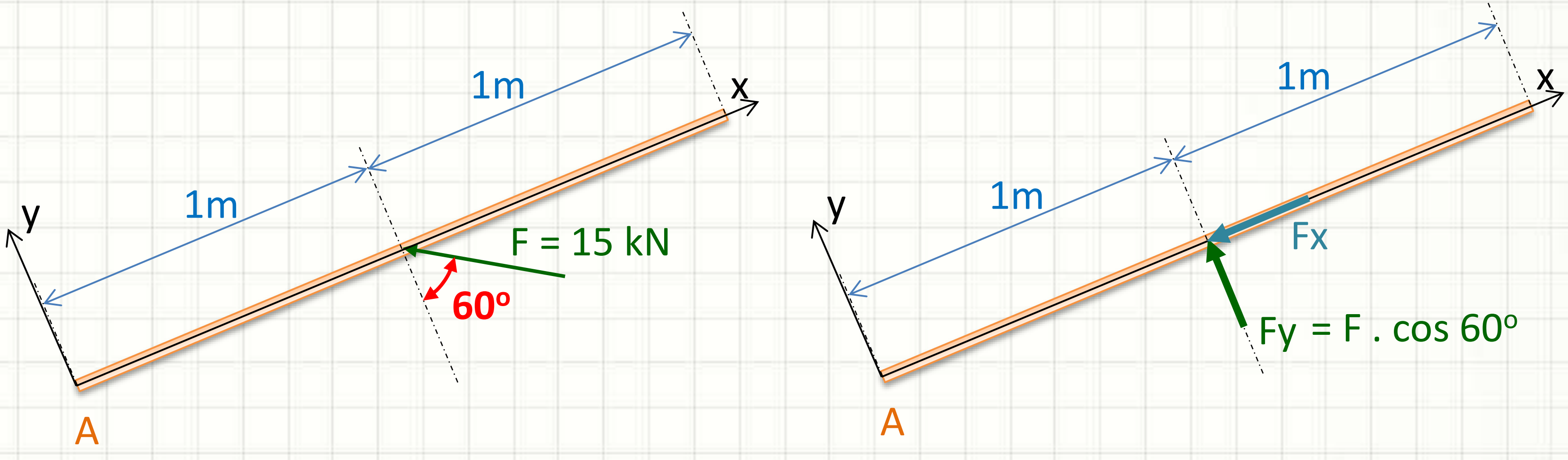
$$M_{AH} = r_{AH}.H = 4.15 = 60 \qquad \boxed{M_{AH} = -60 \text{ N.m}}$$

$$M_{AR} = M_{AG} + M_{AH} \qquad \boxed{M_{AR} = -100 \text{ N.m}}$$

Teorema de Varignon

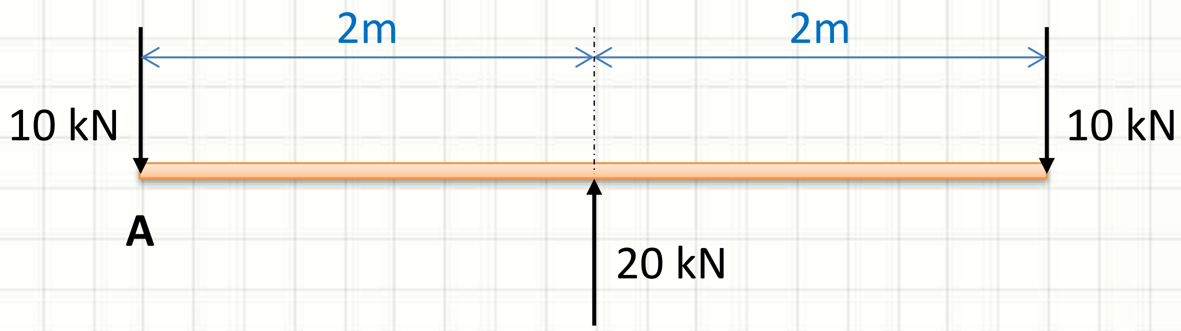
Teorema de Varignon

- "O momento resultante sobre um sistema de forças concorrentes é igual à soma dos momentos das forças aplicadas."
- Isso é muito útil se esforços e distâncias em um único plano!



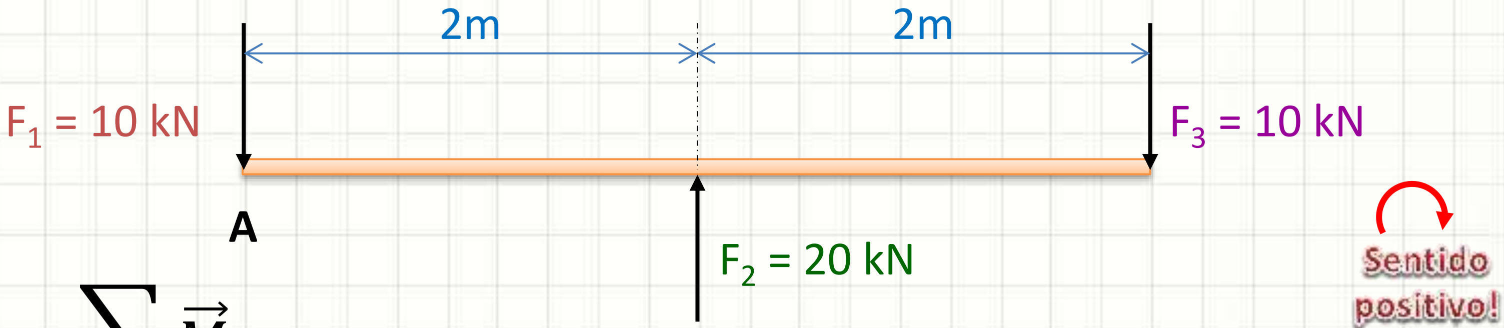
Exemplo

- Calcule o momento resultante em A



Exemplo

- Calcule o momento resultante em A



$$\overrightarrow{M_R} = \sum \vec{M}$$

$$M_1 = 10.000.0 = 0\ kN.m$$

$$M_2 = 20.000.2 = -40\ kN.m$$

$$M_2 = 10.000.4 = 40\ kN.m$$

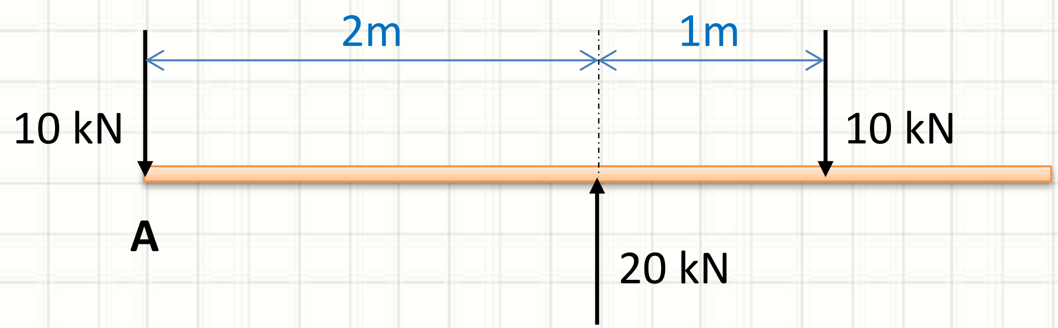
$$M_R = M_1 + M_2 + M_3$$

$$M_R = 0 + (-40.000) + 40.000$$

$$\boxed{M_R = 0\ kN.m}$$

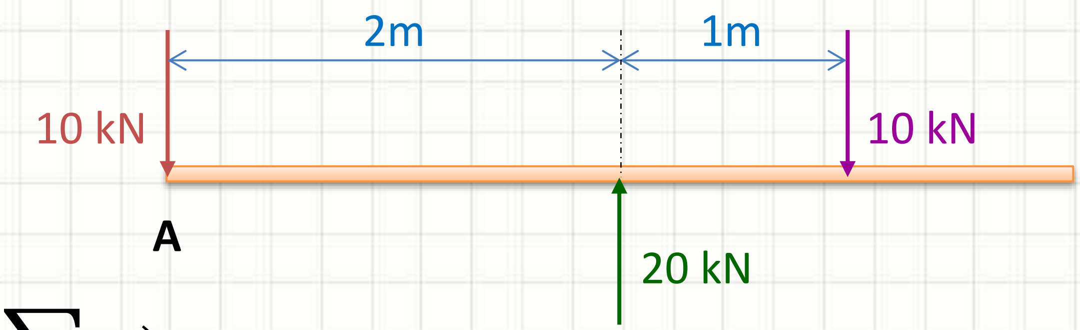
Exercício

- Calcule o momento resultante em A



Exercício

- Calcule o momento resultante em A



$$\overrightarrow{M_R} = \sum \vec{M}$$

$$M_1 = 10.000.0 = 0\ kN.m$$

$$M_2 = 20.000.2 = -40\ kN.m$$

$$M_2 = 10.000.3 = 30\ kN.m$$

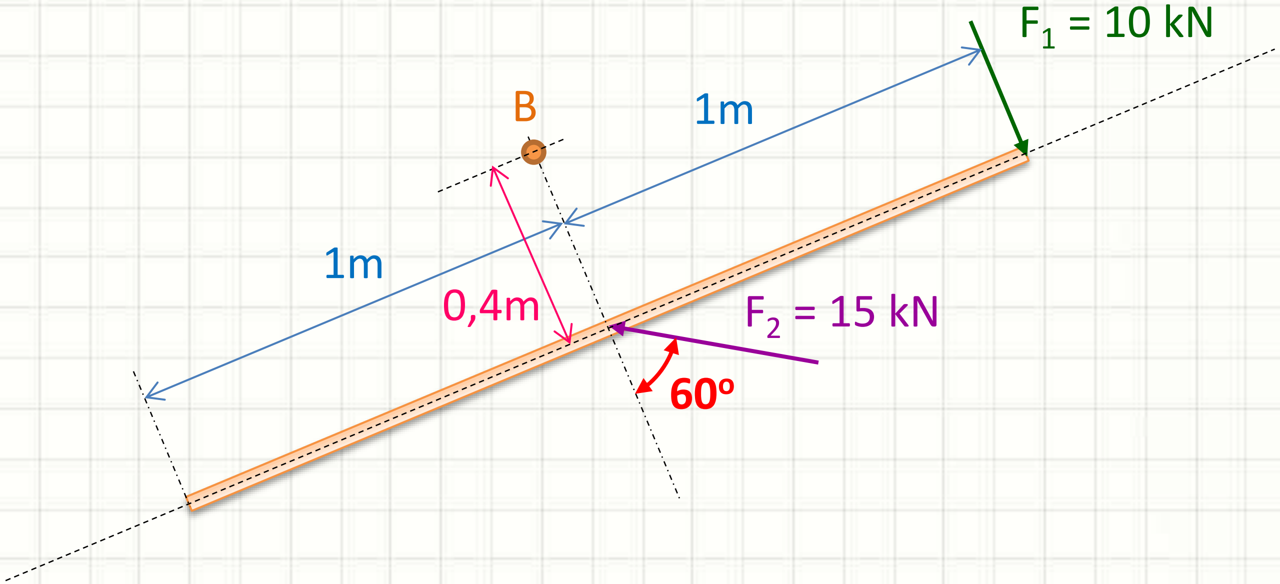
$$M_R = M_1 + M_2 + M_3$$

$$M_R = 0 + (-40.000) + 30.000$$

$$\boxed{M_R = -10\ kN.m}$$

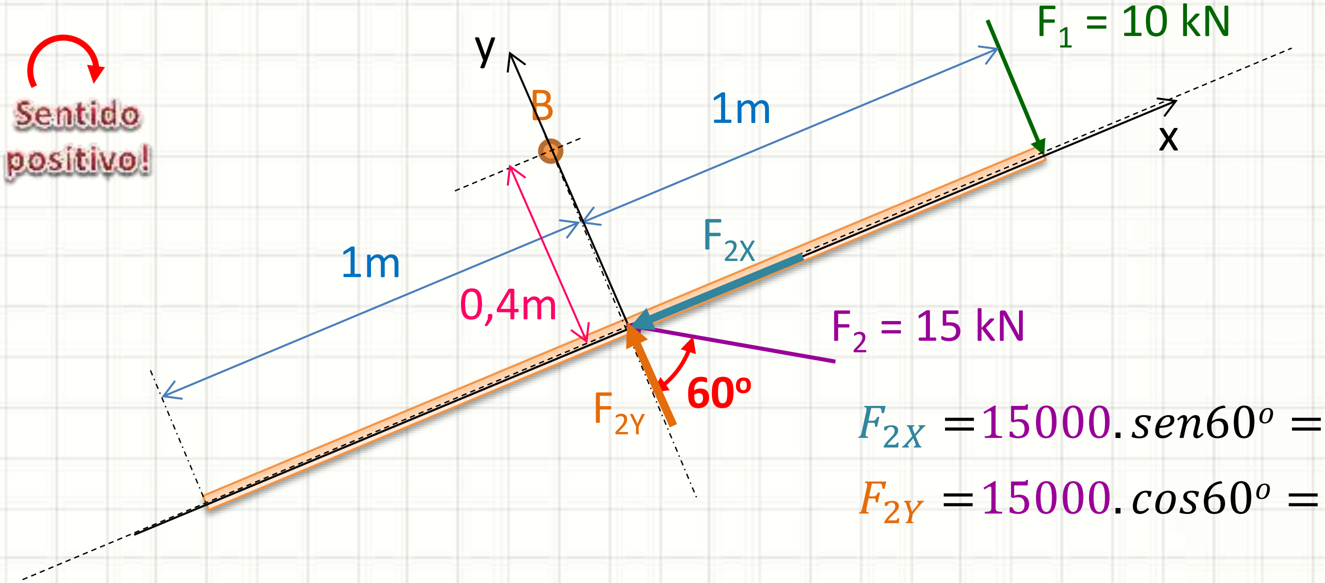
Exercício

- Calcule o Momento Resultante em B



Exercício

- Calcule o Momento Resultante em B



$F_{2X} = 15000.sen60^o = 13\ kN.m$

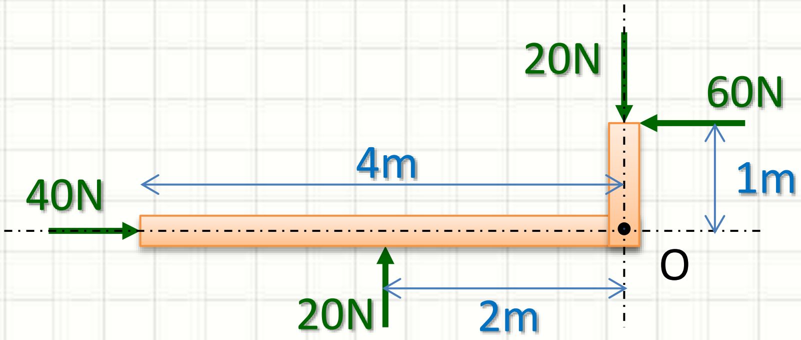
$F_{2Y} = 15000.cos60^o = 7{,}5\ kN.m$

$$M_R = \sum M = +10000.1 + 13000.0{,}4 + 7500.0$$

$$\boxed{M_R = +15{,}2\ kN.m}$$

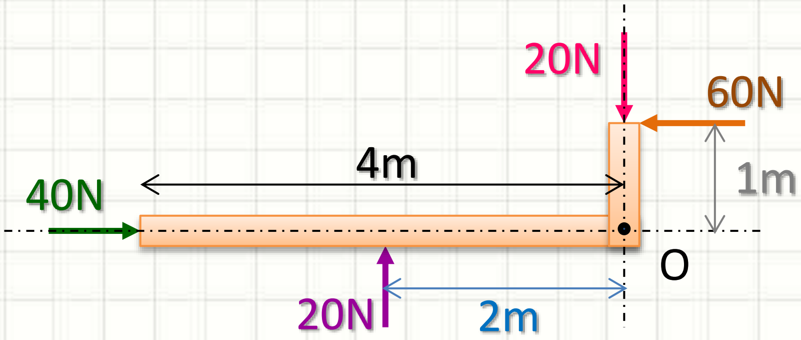
Exercício

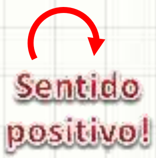
- Calcule o momento resultante em O



Exercício

- Calcule o momento resultante em O

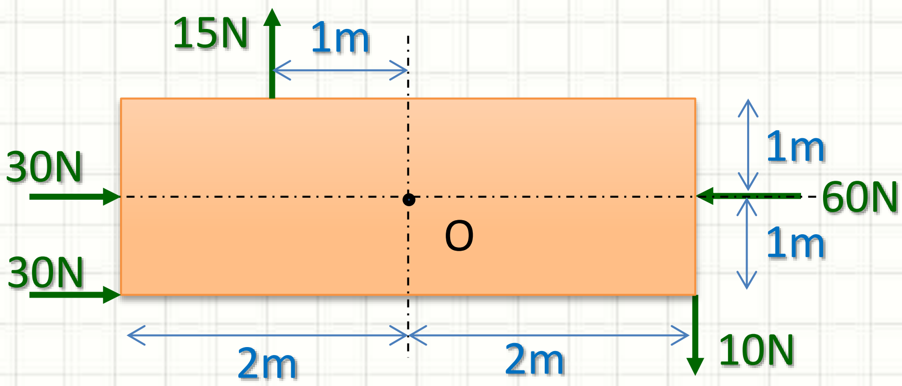




$$\sum M_o = +(20.2) - (60.1) = -20\ \mathrm{N.m}$$

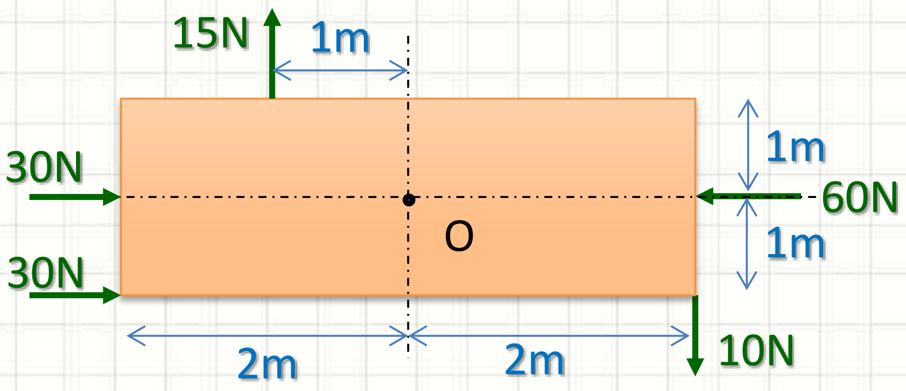
Exercício

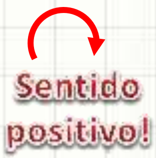
- Calcule o momento resultante em O



Exercício

- Calcule o momento resultante em O





$$\sum M_o = +(30.0) - (30.1) + (10.2) + (60.0) + (15.1) = +5\ N.m$$

Conclusões

Resumo

- Momento resultante: soma dos momentos
- Pormos usar Varignon
  – Simplificar o cálculo de momentos resultantes
- **TAREFA**: Exercícios Aula 7

- Momento de um Binário
  – O que é um binário de forças?
  – Quais as propriedades?
- Mais exercícios!

PERGUNTAS?

Exercício para Casa

- Determine o momento resultante em O