



MECÂNICA GERAL

EQUILÍBRIO DE MOMENTOS E MOMENTO DE UM BINÁRIO

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

Objetivos

- Compreender o equilíbrio de momentos
- Compreender a noção de binário de forças
- Treinar o cálculo de momentos

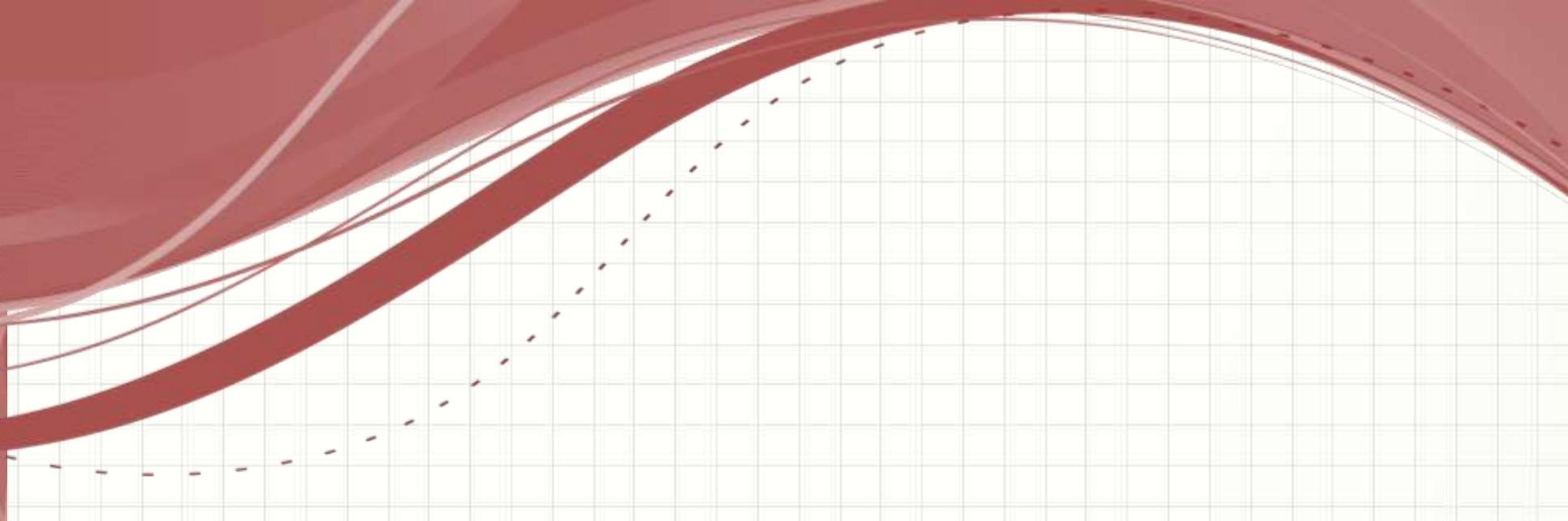
- **Atividade Aula 8 – SAVA!**



Material de Estudo



| Material | Acesso ao Material |
|--------------------|--|
| Apresentação | http://www.caetano.eng.br/ (Mecânica Geral – Aula 8) |
| Material Didático | Mecânica Geral (MACIEL), Cap 2 - páginas 31 a 37 |
| Minha Biblioteca | Estática e Mecânica dos Materiais (BERR;JOHNSTON), Cap. 4 |
| Biblioteca Virtual | Estática (Hibbeler), Cap.5 |
| Aula Online | Aula 2 |



RELEMBRANDO:

EQUILÍBRIO DE FORÇAS

Equilíbrio de Forças

- Sempre que a resultante em uma direção é 0
 - Existe um equilíbrio de forças naquela direção

Condição de
Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$



Se equilibram!

- Equilíbrio significa “parado”?
 - “Sem alterar estado de movimento” na direção!

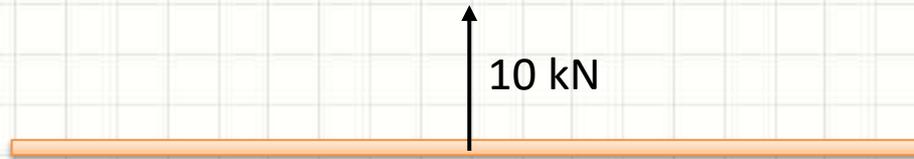


RECORDANDO:

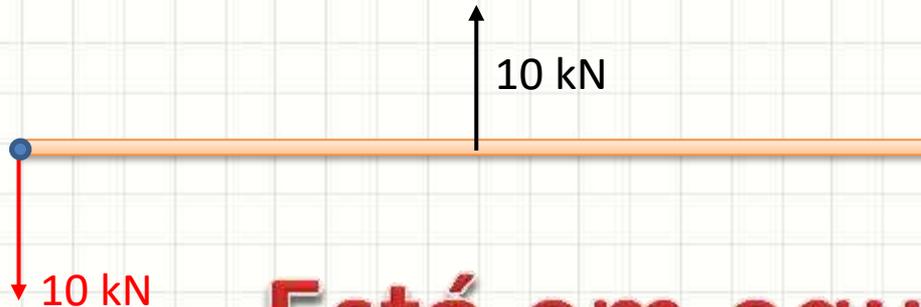
EQUILÍBRIO EM BARRAS

Equilíbrio em Barras

- O que acontece com essa barra? $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$



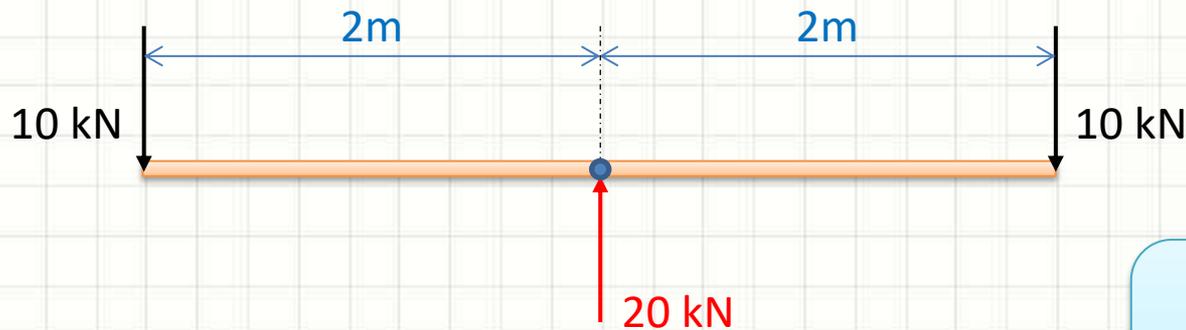
- E se ela estiver presa em uma articulação?



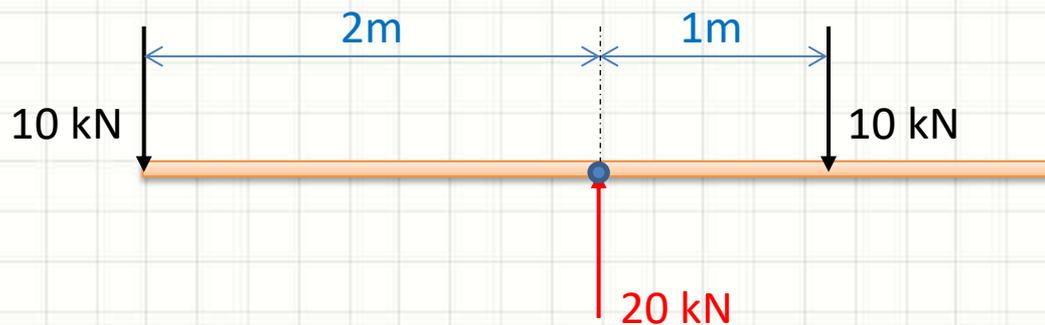
Está em equilíbrio?

Equilíbrio em Barras

- E nesse outro caso?



- E agora?



Condição de Equilíbrio

$$\vec{R}_X = \sum \vec{F}_X = 0$$

$$\vec{R}_Y = \sum \vec{F}_Y = 0$$

Parece que, para barras*, as condições que vimos não são suficientes!

The background features a light gray grid pattern. A thick, dark red curved line starts from the left edge and arches across the top of the page. A dashed red line follows a similar path below the solid line.

RETOMANDO:

MOMENTO DE UMA FORÇA

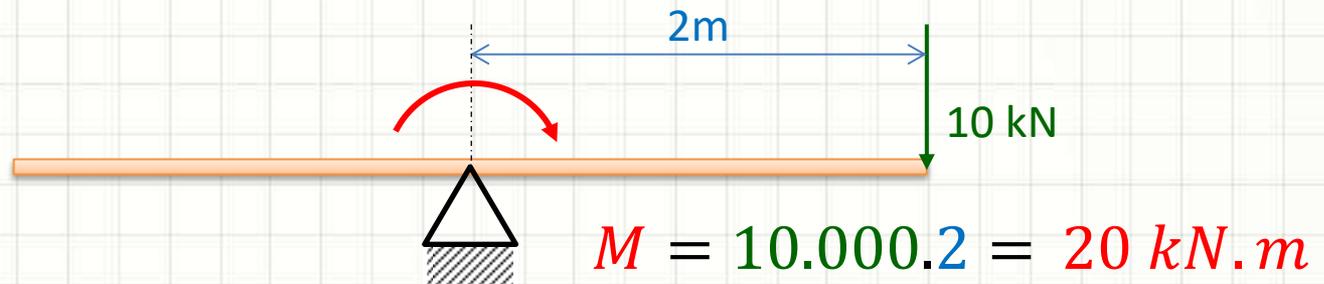
Momento de uma Força

- O **momento de uma força** em relação a um ponto nos dá a medida com que aquela força provoca uma **rotação ao redor do ponto**
- O momento é proporcional à:

– Força

$$M = F \cdot d$$

– Distância da linha de ação da força ao ponto

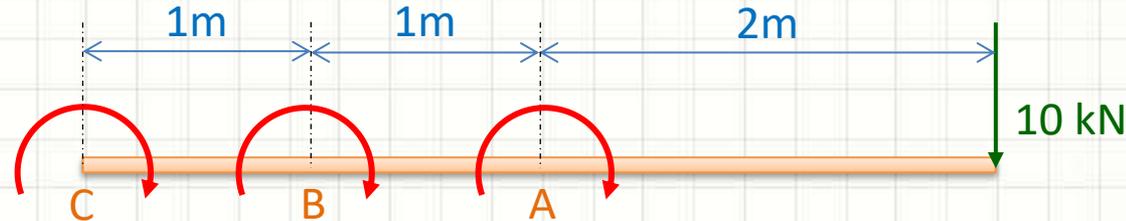


- A unidade do *momento* é **N.m**

Momento de uma Força

- O momento varia de acordo com o ponto!

$$M = F \cdot d$$



$$M_A = 10.000 \cdot 2 = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 10.000 \cdot (2 + 1) = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C = 10.000 \cdot (2 + 1 + 1) = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



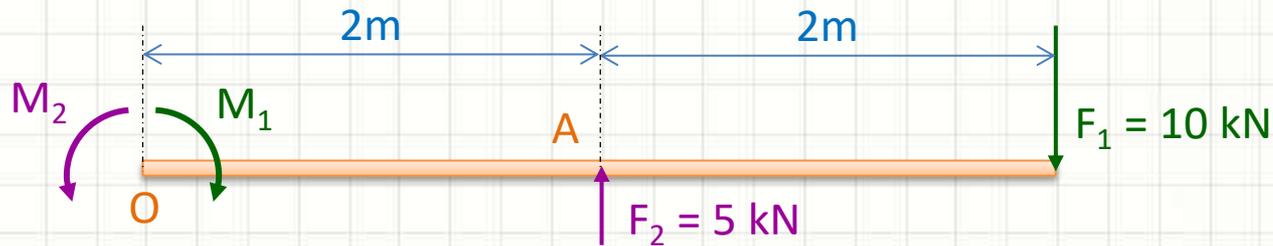
**RESULTANTE DE MOMENTOS:
APLICAÇÃO DO TEOREMA
DE VARIGNON**

Resultante de Momentos

- Se há várias forças agindo, pode-se calcular a resultante do momento dessas forças para um ponto qualquer da barra:

$$\vec{M}_R = \sum \vec{M}$$

Sentido positivo!



$$M_1 = 10.000.4 = 40 \text{ kN.m}$$

$$M_2 = 5.000.2 = -10 \text{ kN.m}$$

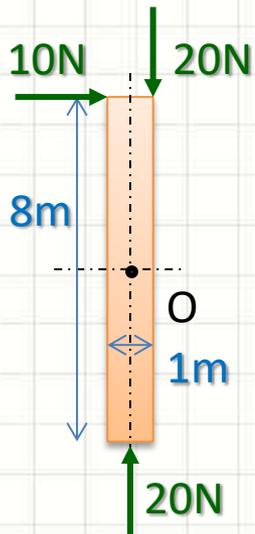
$$M_O = M_1 + M_2$$

$$M_O = 40.000 + (-10.000)$$

$$M_O = 30 \text{ kN.m}$$

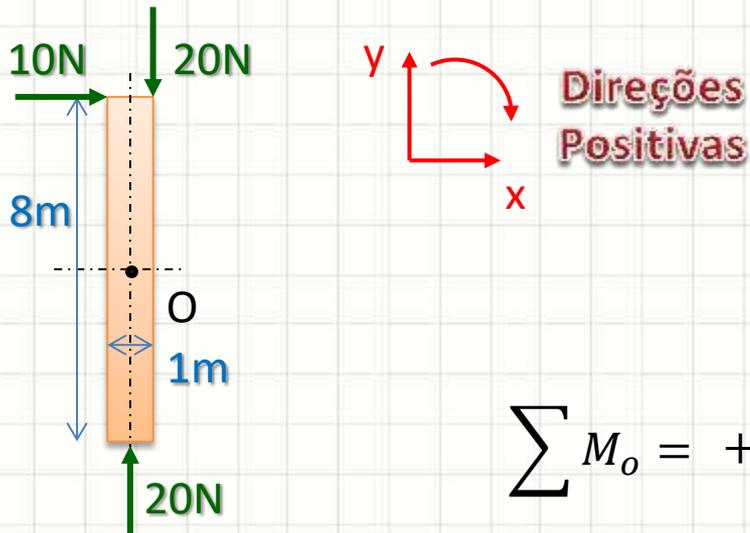
Exercício

- Calcule o momento resultante em O



Exercício

- Calcule o momento resultante em O



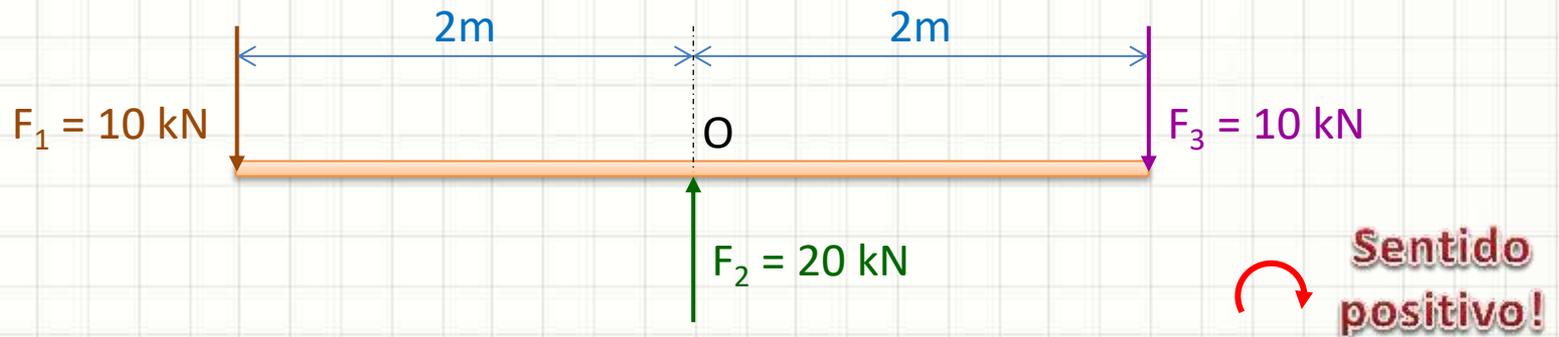
$$\begin{aligned}\sum M_o &= +(10 \cdot 4) + (20 \cdot 0,5) + (20 \cdot 0) \\ &= 40 + 10 = \mathbf{50N \cdot m}\end{aligned}$$



EQUILÍBRIO DE MOMENTOS

Equilíbrio de Momentos

- Calculemos o momento resultante em O



$$M_1 = 10.000.2 = -20 \text{ kN.m}$$

$$M_2 = 20.000.0 = 0 \text{ kN.m}$$

$$M_3 = 10.000.2 = 20 \text{ kN.m}$$

$$\vec{M}_R = \sum \vec{M}$$

$$M_R = M_1 + M_2 + M_3$$

$$M_R = -20.000 + 0 + 20.000$$

$$M_R = 0 \text{ kN.m}$$

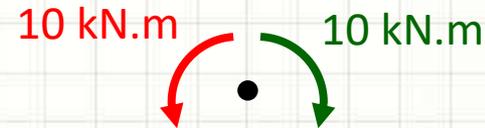
Os momentos estão em equilíbrio!

Equilíbrio de Momentos

- Sempre que a resultante dos momentos é 0
 - Momentos estão em equilíbrio!

Condição de Equilíbrio
de Momentos

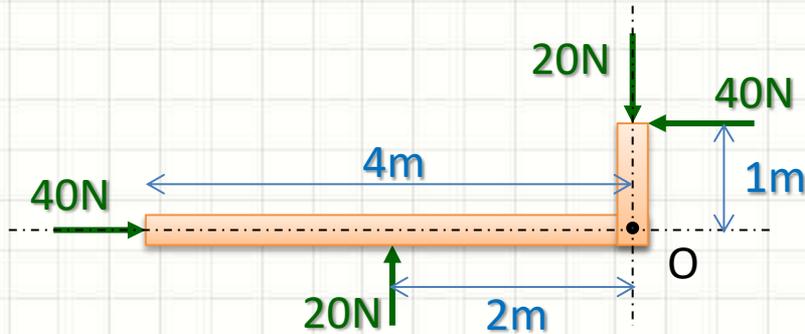
$$\vec{M}_R = \sum \vec{M} = 0$$



- Equilíbrio significa “parado”?
 - “Não alterar o estado de giro” naquele plano!

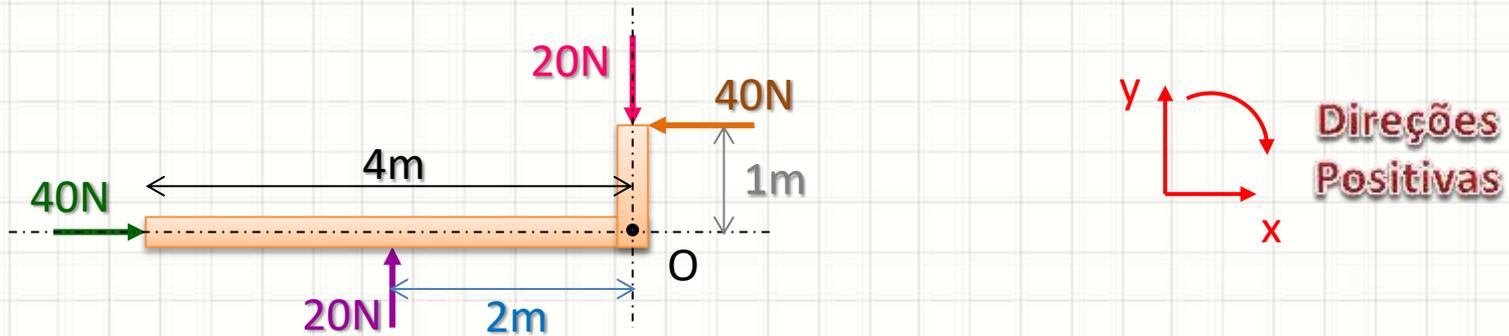
Exemplo

- Verifique se há equilíbrio de momentos em O



Exemplo

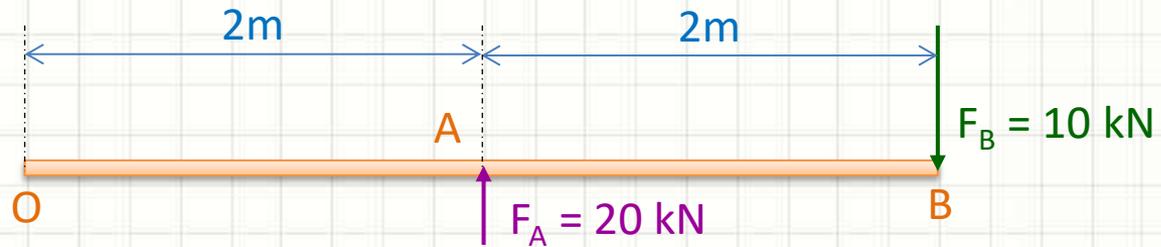
- Verifique se há equilíbrio de momentos em O



$$\sum M_o = 0 \Rightarrow +(20 \cdot 2) - (40 \cdot 1) = 0 \quad ? \quad \text{Ok!}$$

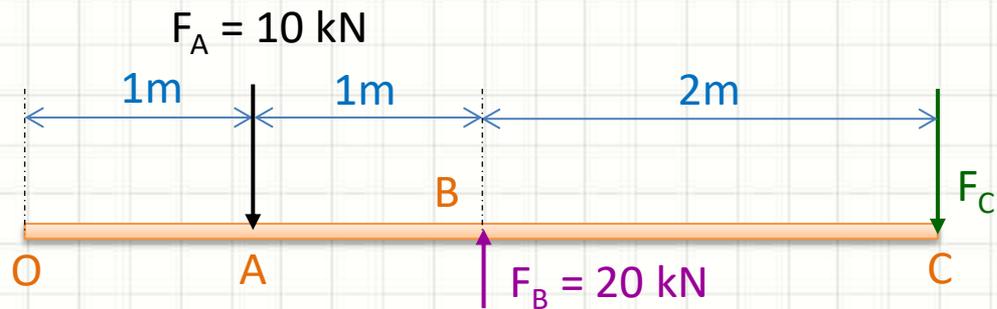
Exercício

- Verifique se há equilíbrio de momentos em O



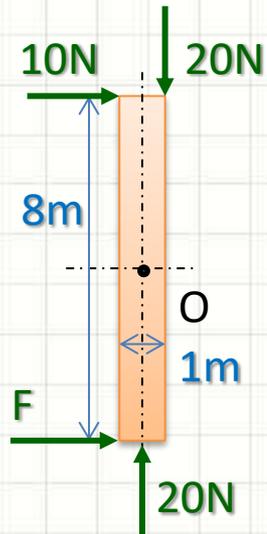
Exercício

- Determine a força que deveria haver em F_C para que haja equilíbrio em O



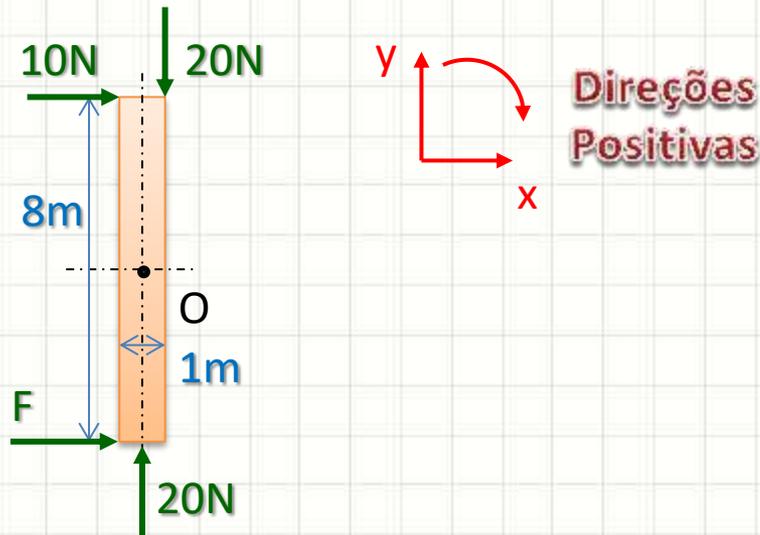
Exercício

- Qual o valor de F para equilíbrio de momentos em O ?



Exercício

- Qual o valor de F para equilíbrio de momentos em O ?



$$\sum M_o = 0 \Rightarrow +(10 \cdot 4) + (20 \cdot 0,5) + (20 \cdot 0) - (F \cdot 4) = 0$$

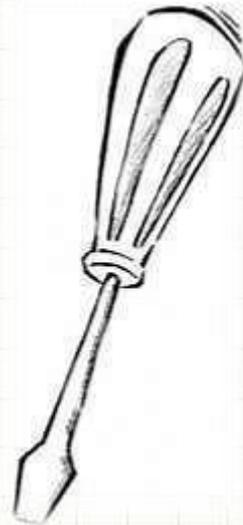
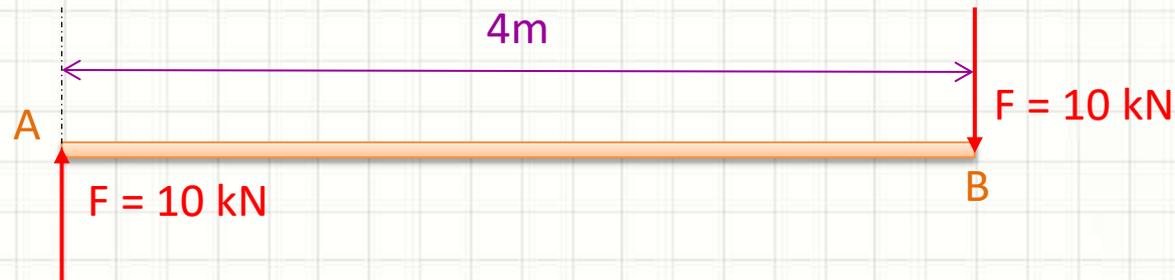
$$\Rightarrow 40 + 10 - 4F = 0 \quad \Rightarrow F = 12,5\text{N}$$



MOMENTO DE UM BINÁRIO

Momento de um Binário

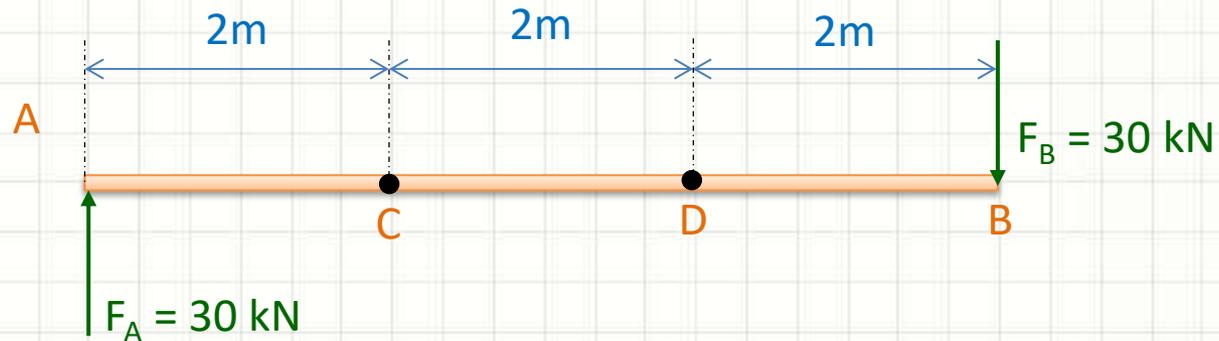
- Um binário é uma situação em que são aplicadas, em um elemento, **duas forças de igual intensidade, mesma direção e sentidos opostos**:



- Nesse caso: $M_R = F \cdot \text{braço}$
 - M_R será **constante** em qualquer ponto da barra!

Exercício

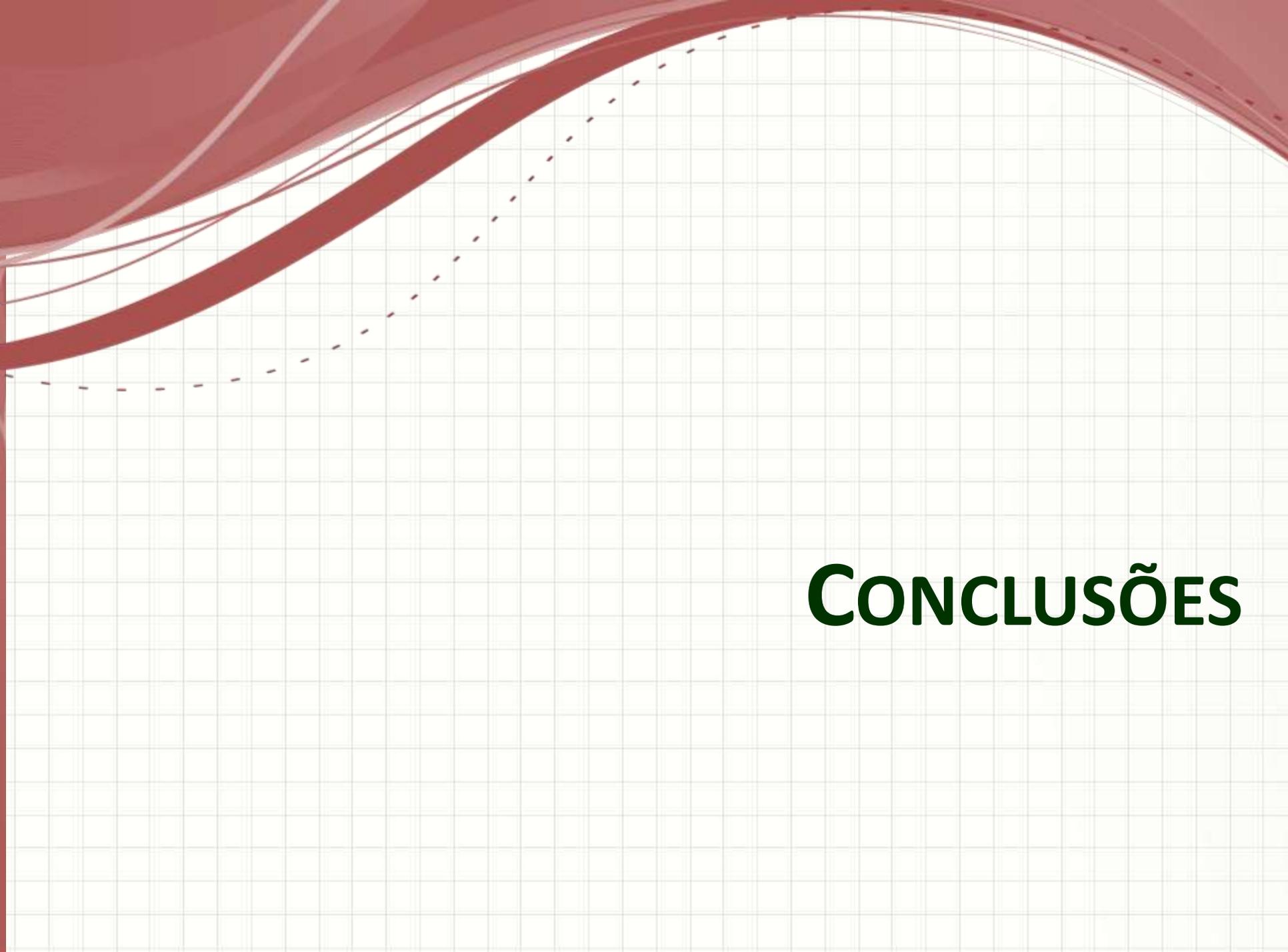
- Quais são os momentos resultantes em A, B, C e D?



Exercício

- Qual é o momento em O?



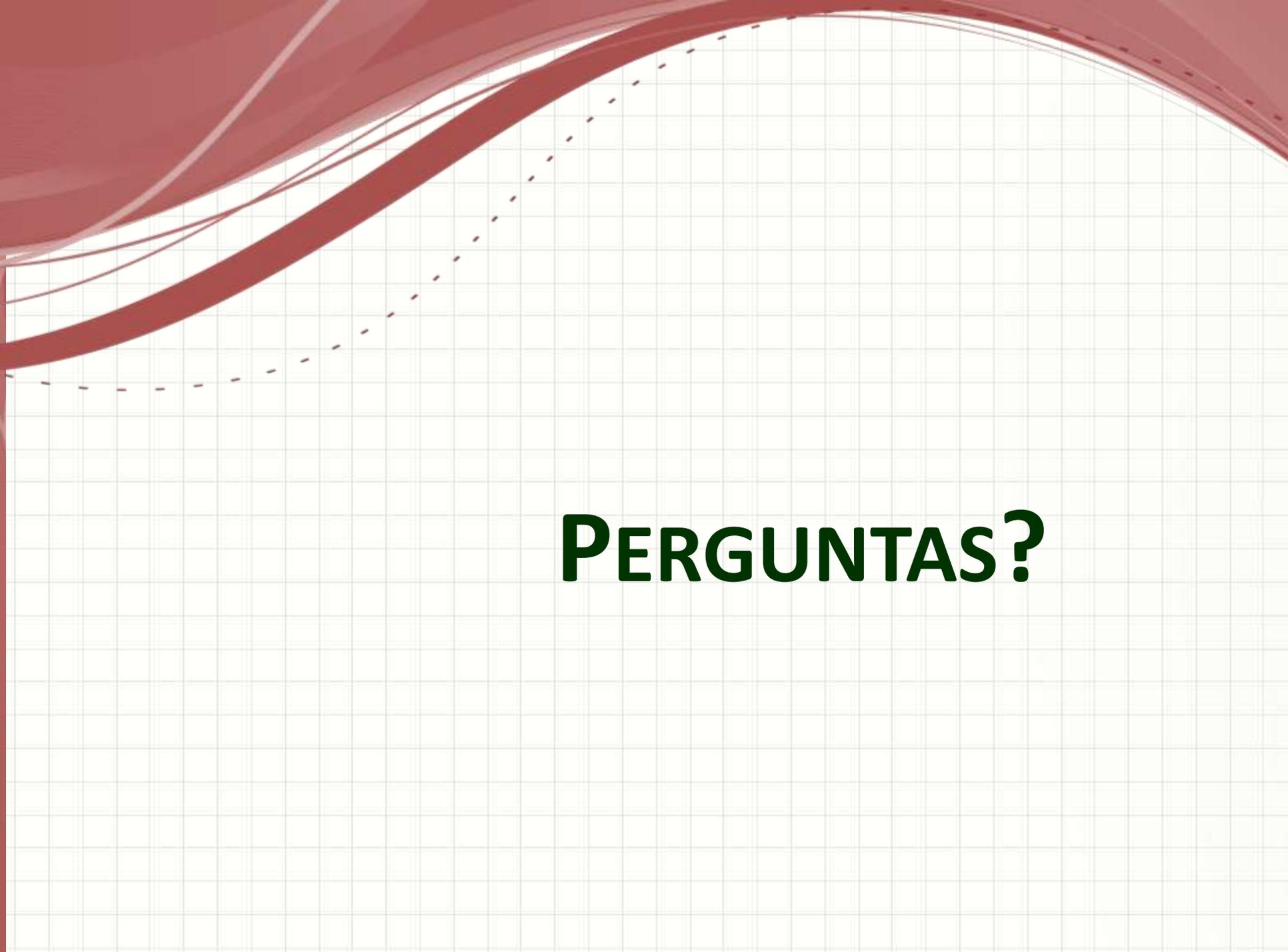


CONCLUSÕES

Resumo

- Varignon: Momento Resultante
 - Equilíbrio de Momentos
 - Binário de Forças
 - **TAREFA:** Exercícios Aula 8
-

- Resultantes de forças e momentos
 - Combinando os conhecimentos!
- Mais exercícios!



PERGUNTAS?

Exercício para Casa

- Determine o valor de F_2 para equilíbrio de momentos em O

