



ARQUITETURA DE COMPUTADORES

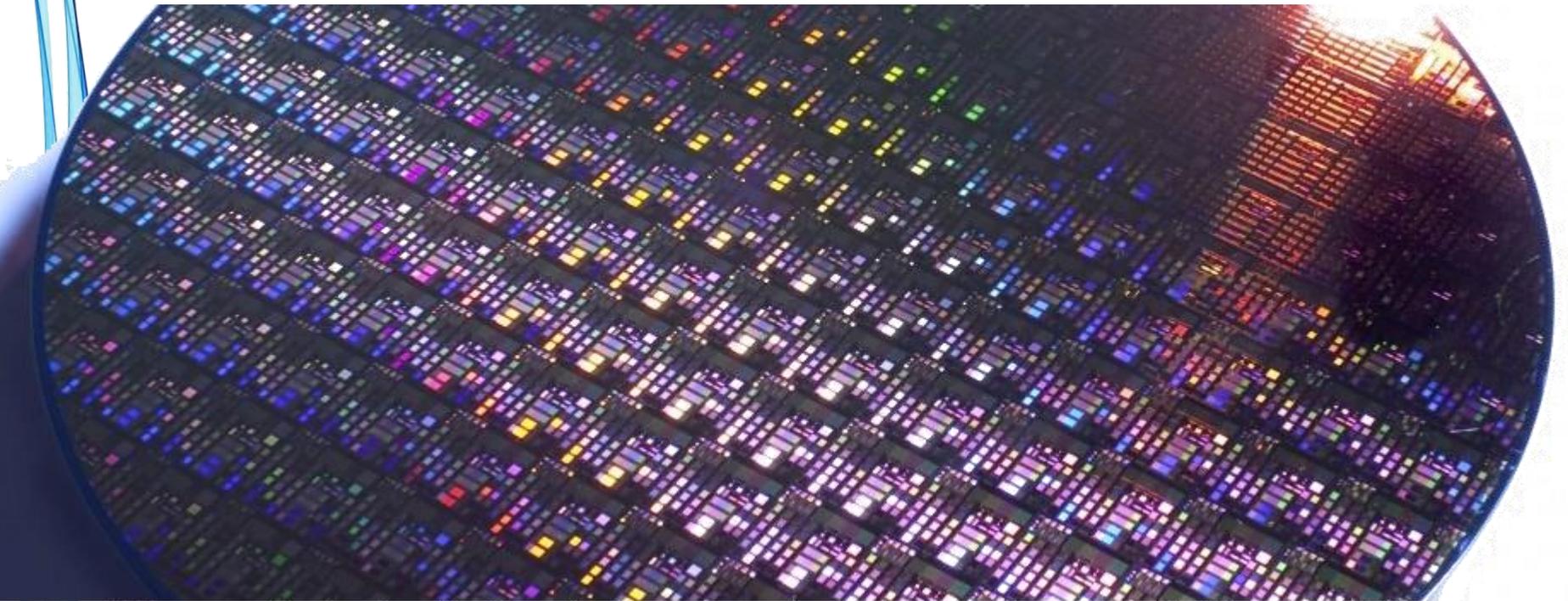
CONCEITOS DE LÓGICA DIGITAL: ÁLGEBRA, PORTAS E EXPRESSÕES LÓGICAS

Prof. Dr. Daniel Caetano

2022 - 1

Compreendendo o problema

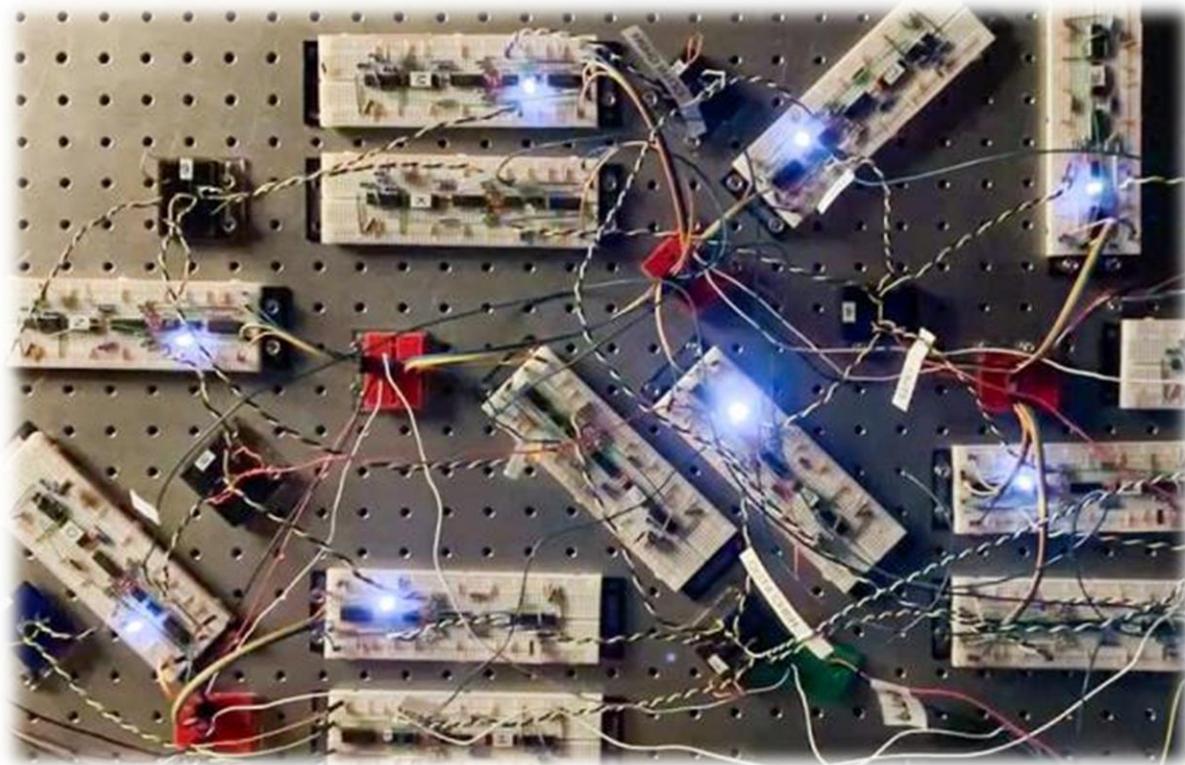
- **Situação:** os processadores são implementados com transístores...



Como isso funciona?

Compreendendo o problema

- **Situação:** E esses circuitos fazem contas... E eles evoluem com o tempo...



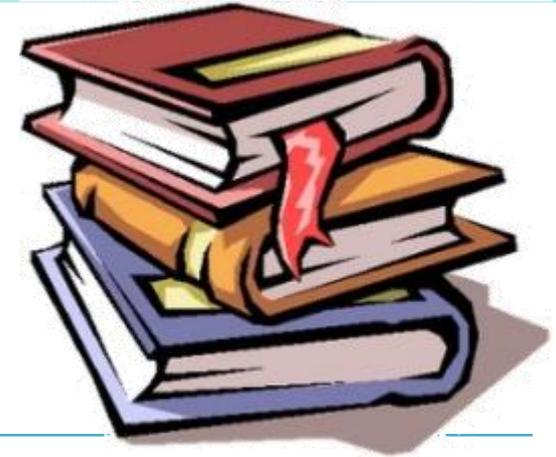
Como melhorá-los?

Objetivos

- Compreender como o computador trabalha com os valores binários
- Compreender a lógica binária
- Aprender a construir tabelas verdade
- Compreender a aplicação dessas técnicas



Material de Estudo



Material	Acesso ao Material
Notas de Aula e Apresentação	https://www.caetano.eng.br/aulas/2022a/ara0039.php (Arquitetura de Computadores – Aula 09)
Material Base	<ul style="list-style-type: none">• Sistemas Digitais: Fundamentos e Aplicações (Floyd) Cap. 4, itens 4.2 e 4.3.• Sistemas Digitais: Projeto, Otimização e HDLs (Vahid), Cap. 2, exemplos 2.11 e 2.14.
Material Adicional	<ol style="list-style-type: none">1) Leis da álgebra booleana: https://youtu.be/EPJf4owqwdA (inglês)2) Simplificando expressões complexas: https://youtu.be/XMCW6NFLMsg (inglês)



O QUE SIGNIFICA O “ZERO” E O “UM”

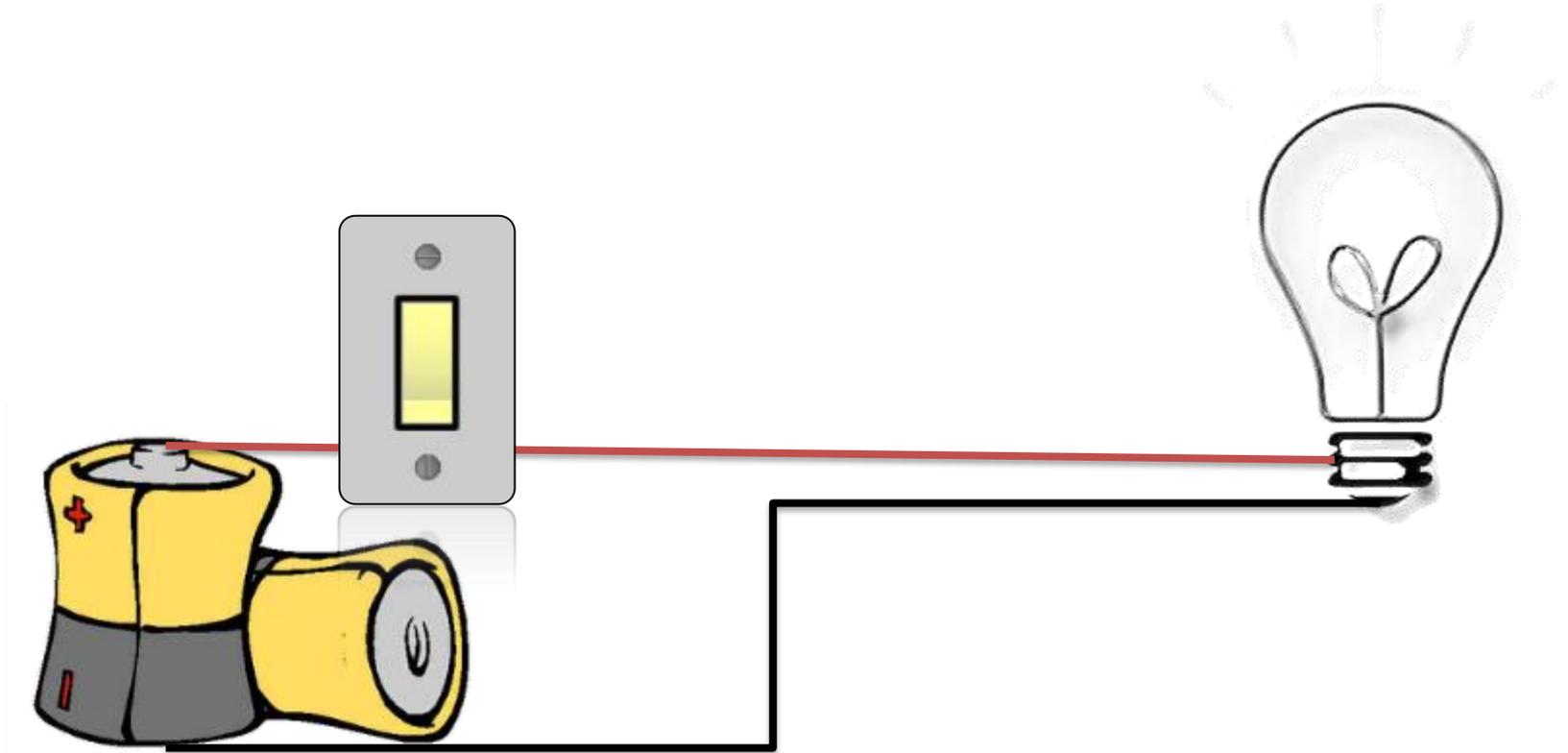
Com se acende uma lâmpada?

- Acender uma lâmpada...?



Com se acende uma lâmpada?

- Acender uma lâmpada...?



Com se acende uma lâmpada?

- Acender uma lâmpada...?



Construindo um Alarme de Chuva

- Acender uma lâmpada...
- Quando a janela está aberta...
- E começa a chover!



Construindo um Alarme de Chuva

- Fio 1: corrente quando janela está aberta
- Fio 2: corrente quando está chovendo
- Lâmpada: só acende se Fio 1 e 2 têm corrente

Fio 1 _____

Fio 2 _____

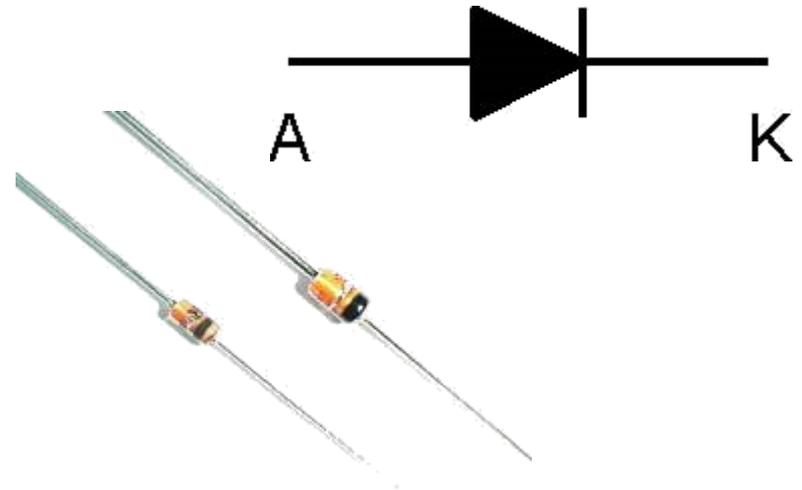
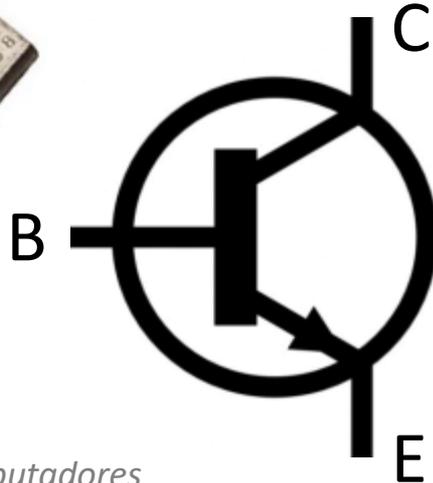
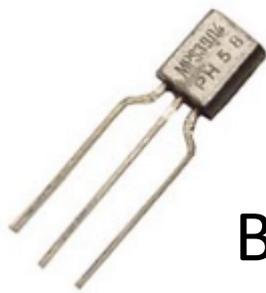




O QUE SÃO PORTAS LÓGICAS

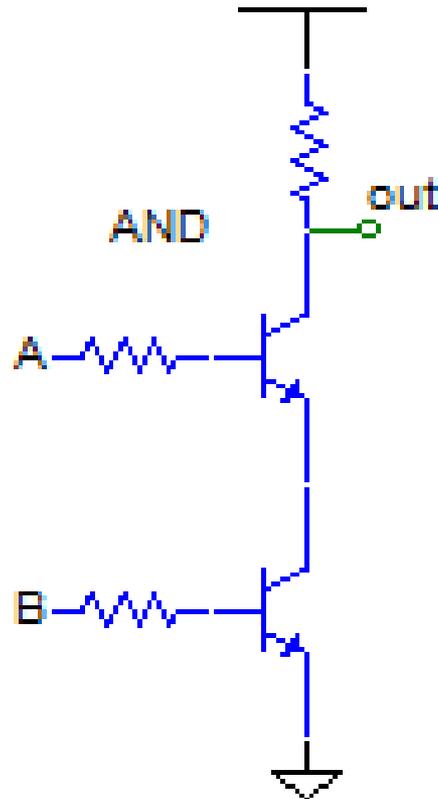
O Que São Portas Lógicas

- Portas Lógicas: combinam sinais elétricos
 - Sinal: corrente elétrica de baixa intensidade
 - 1mA
- São circuitos de semicondutores
 - Transístores e diodos



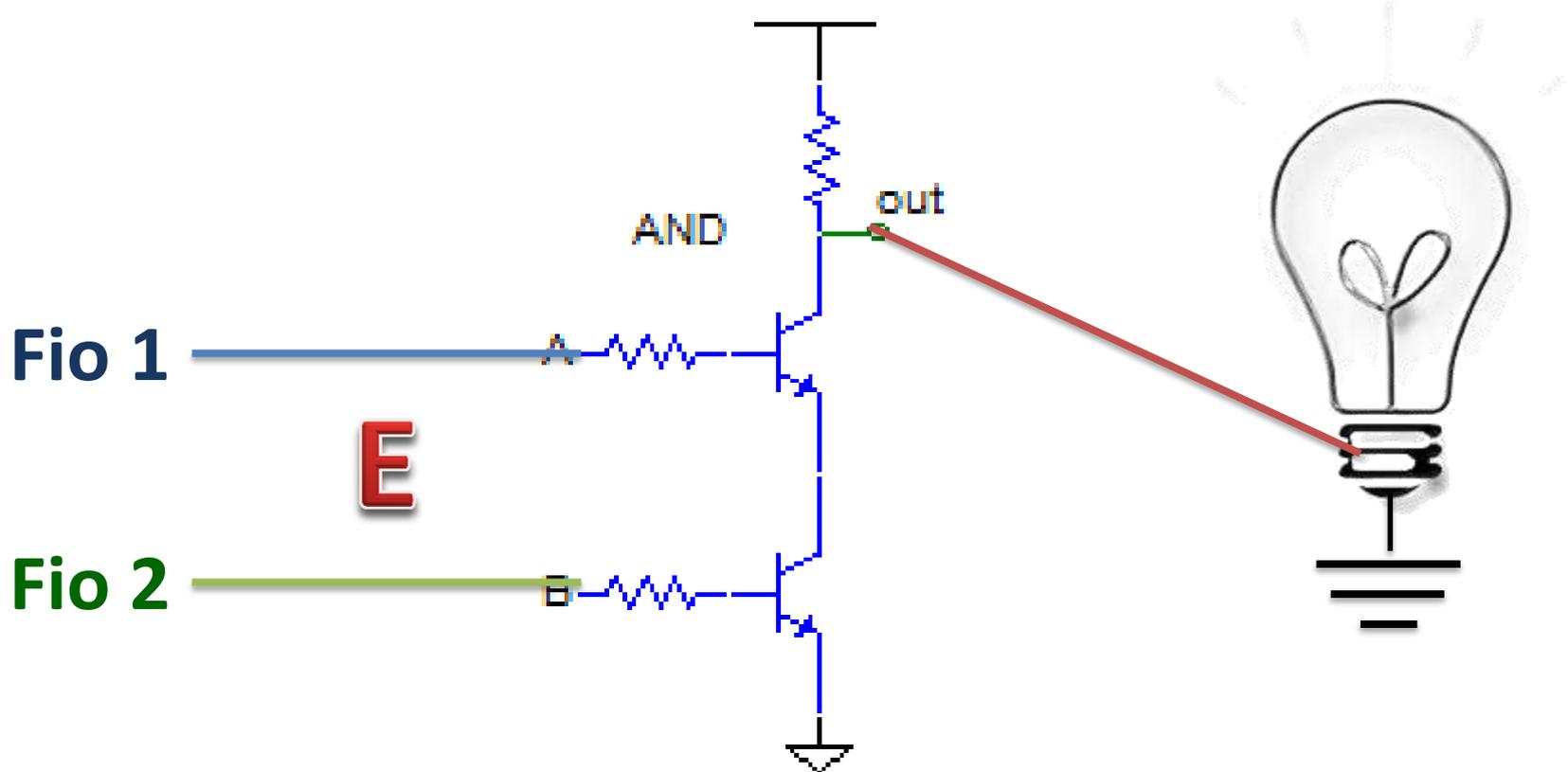
O Que São Portas Lógicas

- Combinam os sinais de maneira **lógica**
- Porta AND



O Que São Portas Lógicas

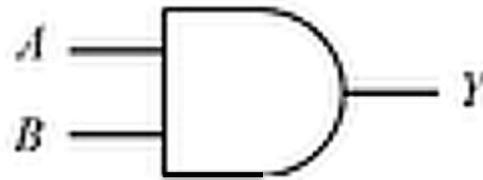
- Combinam os sinais de maneira **lógica**
- Porta AND



O Que São Portas Lógicas

- Existe uma simbologia mais cômoda!

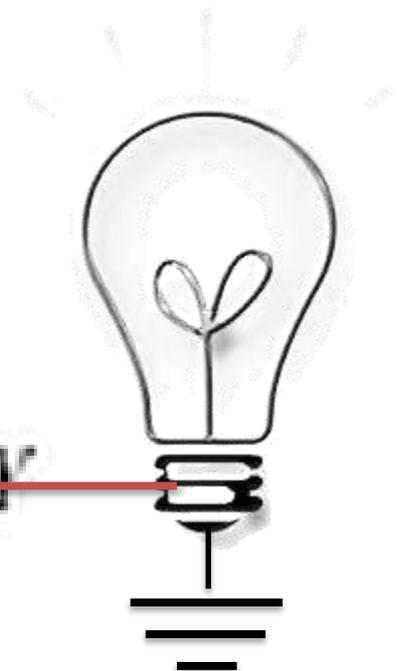
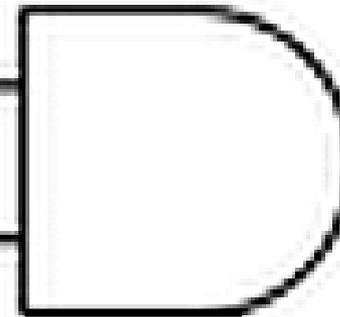
- Porta AND



Fio 1



Fio 2

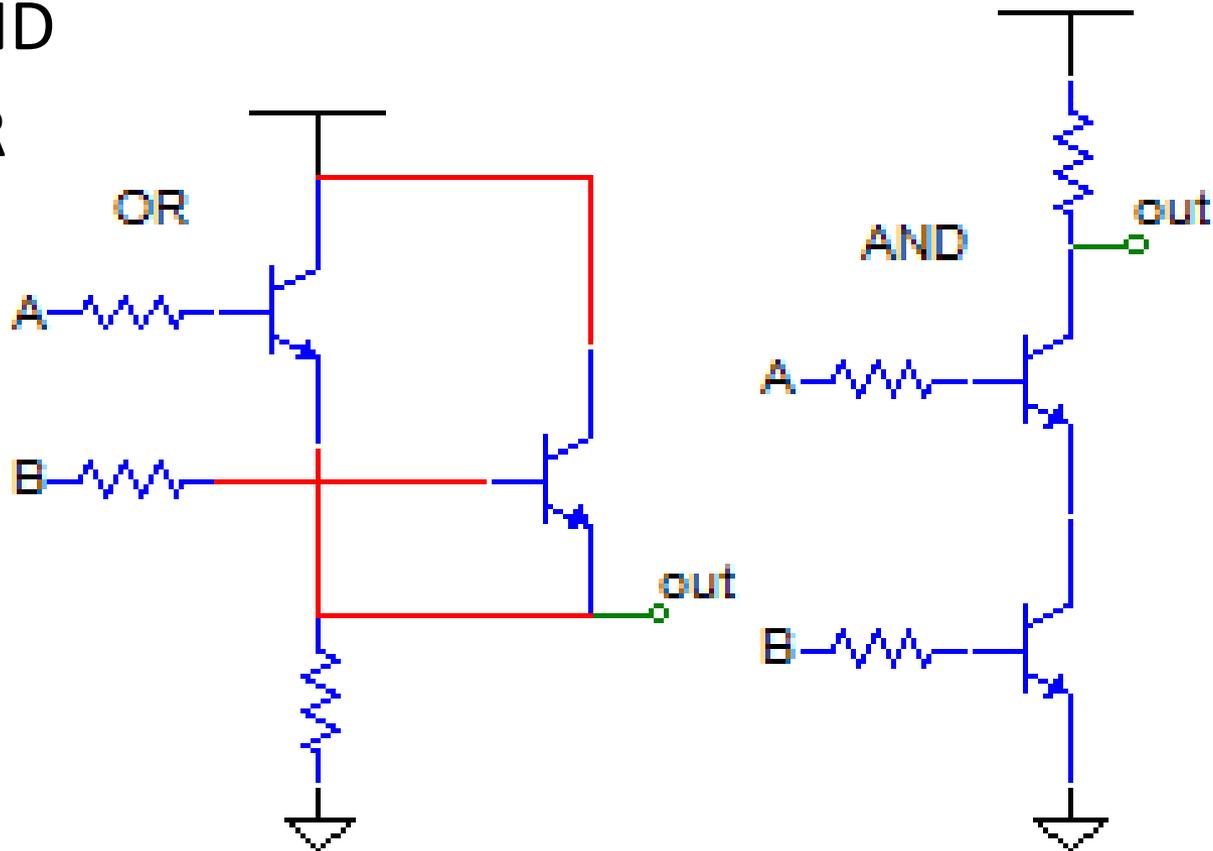




As PORTAS LÓGICAS

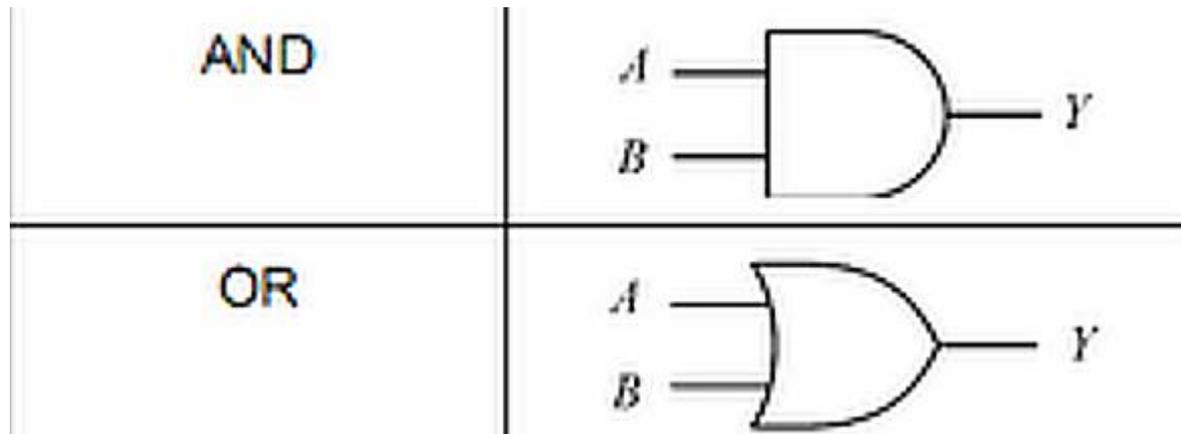
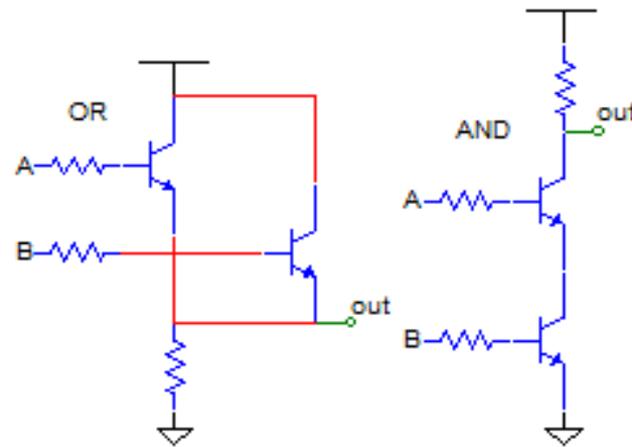
Portas Lógicas

- As mais comuns (e básicas) são:
 - AND
 - OR



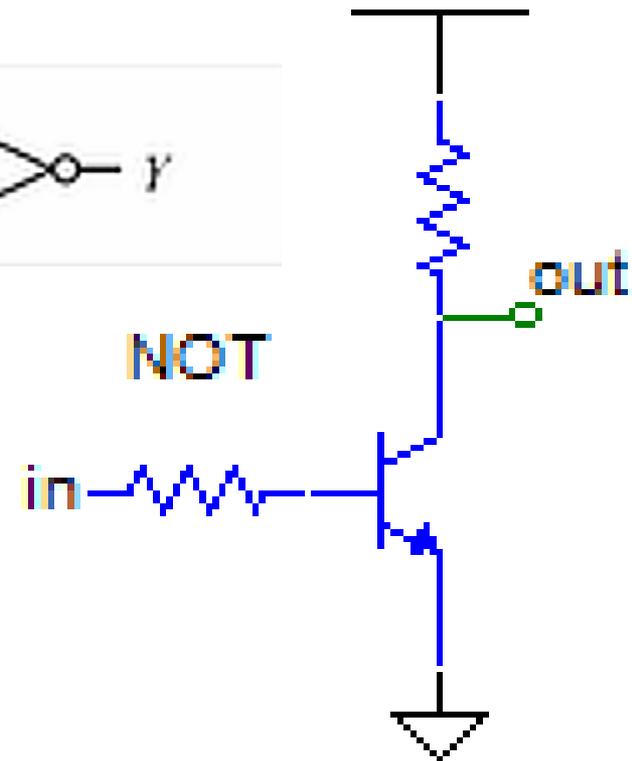
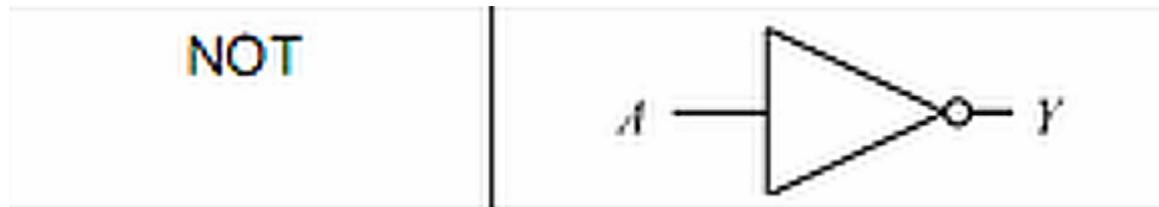
Portas Lógicas

- As mais comuns (e básicas) são:
 - AND
 - OR



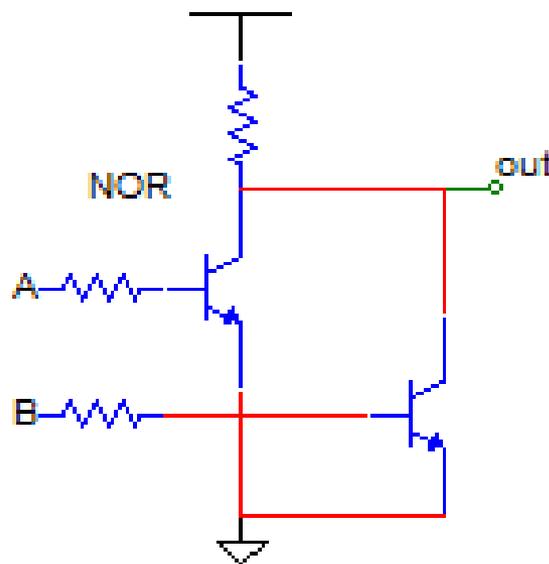
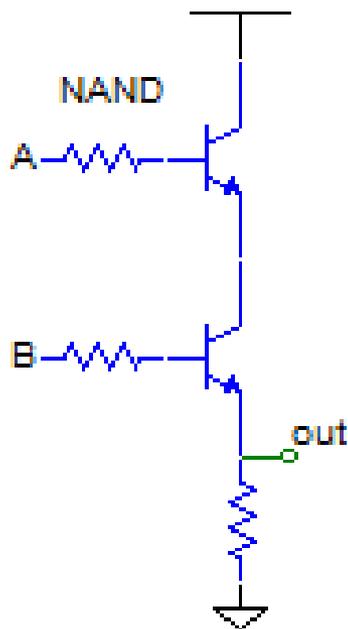
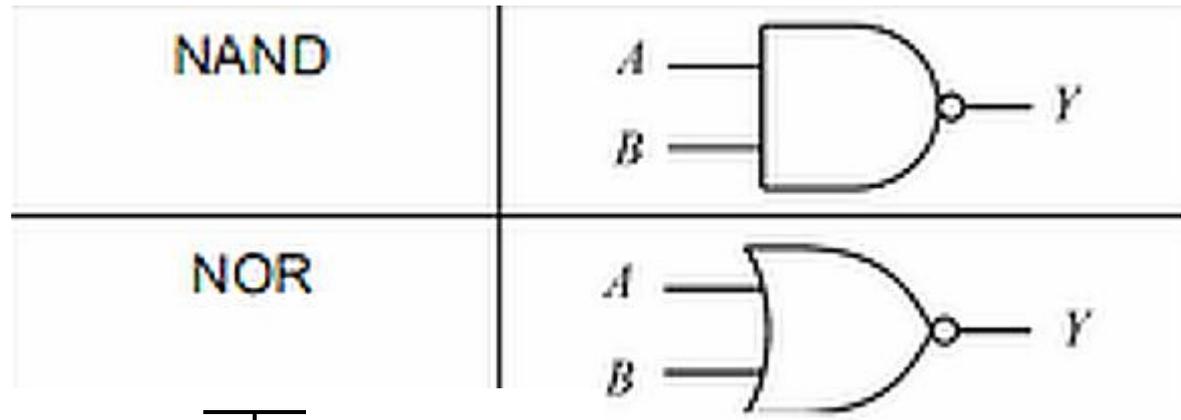
Portas Lógicas

- Existe a porta inversora: NOT



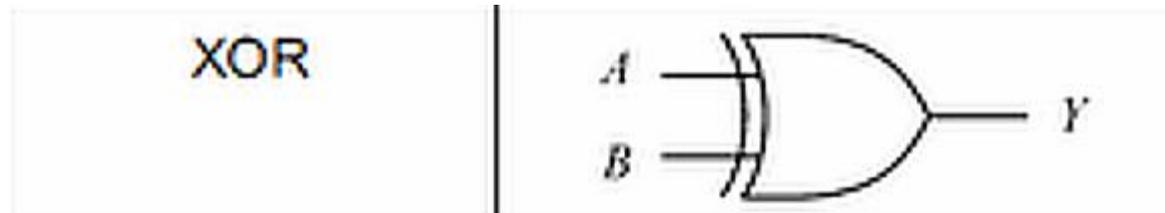
Portas Lógicas

- Combinações: básicas + inversora
 - NAND
 - NOR

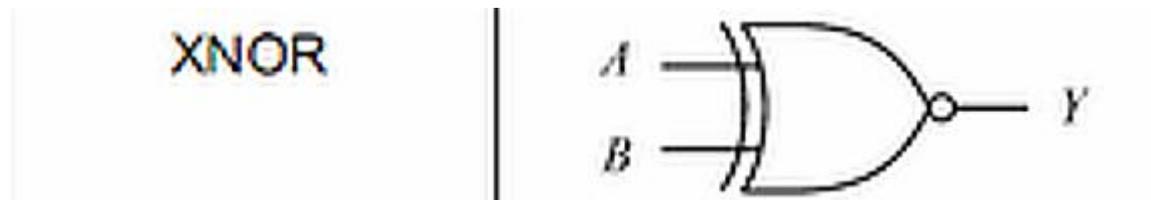


Portas Lógicas

- E, finalmente, a porta XOR e sua XNOR



- Sinal de saída: se entradas forem diferentes



- Sinal de saída: se entradas forem iguais

Portas Lógicas - Resumo

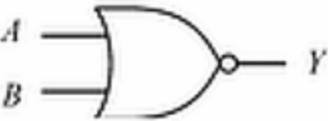
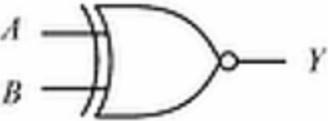
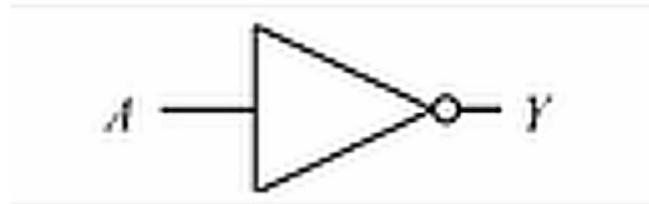
Função Lógica Básica	Símbolo Gráfico da Porta	Equação Booleana
AND		$Y = A \cdot B$
OR		$Y = A + B$
XOR		$Y = A \oplus B$
NOT		$Y = \bar{A}$
NAND		$Y = \overline{A \cdot B}$
NOR		$Y = \overline{A + B}$
XNOR		$Y = \overline{A \oplus B}$



TABELA VERDADE

Tabela Verdade

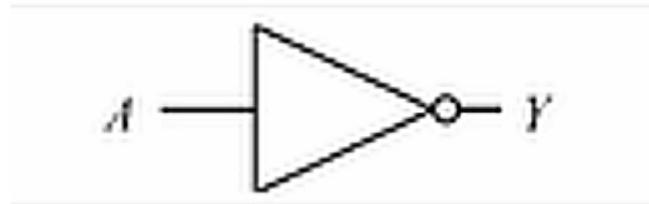
- Indica todas as variações do circuito lógico
- Relaciona **todas entradas** com **todas saídas**
- Exemplo: **NOT**
- Notação: **$Y = \bar{A}$**



Entrada (A)	Saída (Y)

Tabela Verdade

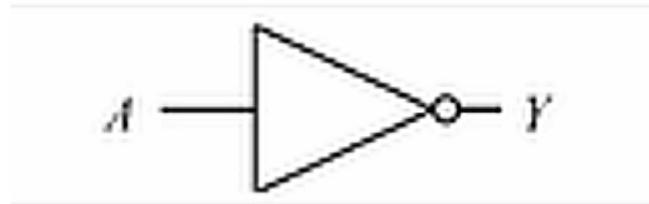
- Indica todas as variações do circuito lógico
- Relaciona **todas entradas** com **todas saídas**
- Exemplo: **NOT**
- Notação: $Y = \bar{A}$



Entrada (A)	Saída (Y)
0	
1	

Tabela Verdade

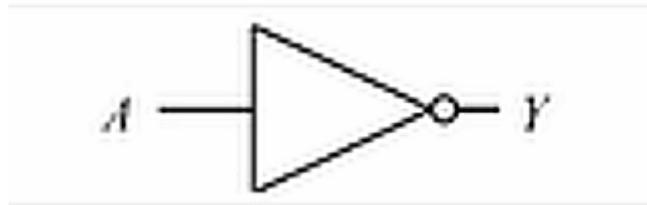
- Indica todas as variações do circuito lógico
- Relaciona **todas entradas** com **todas saídas**
- Exemplo: **NOT**
- Notação: $Y = \bar{A}$



Entrada (A)	Saída (Y)
0	1
1	0

Tabela Verdade

- Indica todas as variações do circuito lógico
- Relaciona **todas entradas** com **todas saídas**
- Exemplo: **NOT**
- Notação: $Y = \bar{A}$

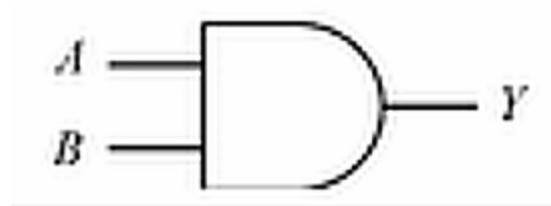


Entrada (A)	Saída (Y)
0	1
1	0

Inverte a entrada!

Tabela Verdade

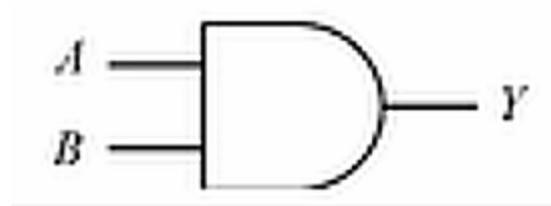
- Exemplo: **AND**
- Notação: **$Y = A \cdot B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela Verdade

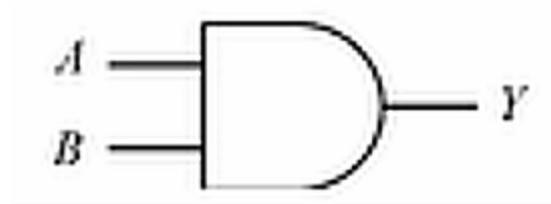
- Exemplo: **AND**
- Notação: **$Y = A \cdot B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela Verdade

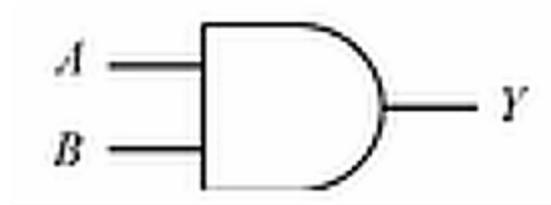
- Exemplo: **AND**
- Notação: **$Y = A \cdot B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela Verdade

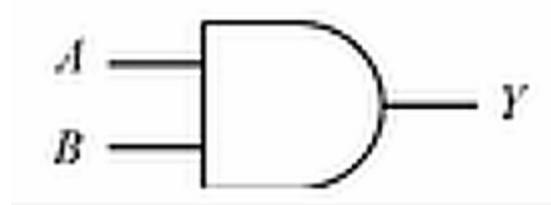
- Exemplo: **AND**
- Notação: **$Y = A \cdot B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela Verdade

- Exemplo: **AND**
- Notação: **$Y = A \cdot B$**

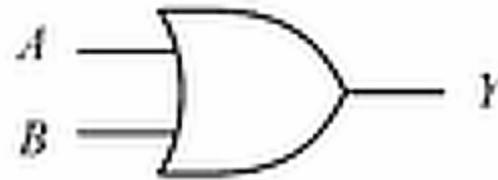


Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Só sai se duas entradas ativas!

Tabela Verdade

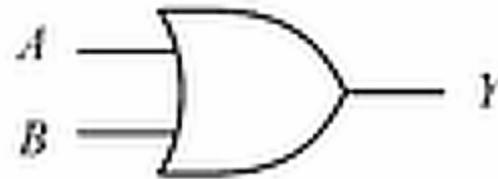
- Exemplo: **OR**
- Notação: **$Y = A + B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Tabela Verdade

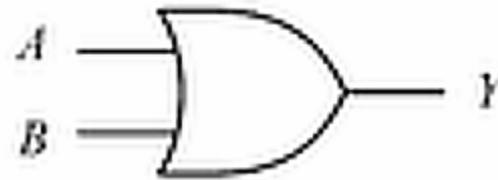
- Exemplo: **OR**
- Notação: **$Y = A + B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade

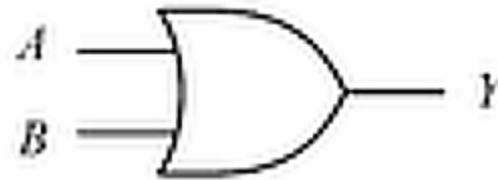
- Exemplo: **OR**
- Notação: **$Y = A + B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade

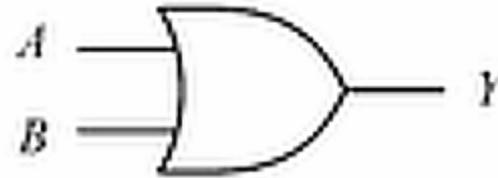
- Exemplo: **OR**
- Notação: **$Y = A + B$**



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabela Verdade

- Exemplo: **OR**
- Notação: **$Y = A + B$**

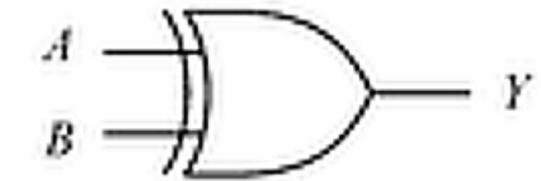


Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Só não sai se nada ativo!

Tabela Verdade

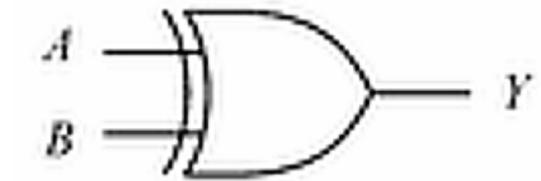
- Exemplo: **XOR**
- Notação: $Y = A \oplus B$



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela Verdade

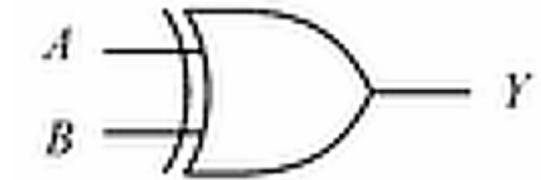
- Exemplo: **XOR**
- Notação: $Y = A \oplus B$



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela Verdade

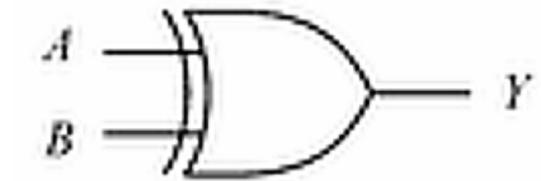
- Exemplo: **XOR**
- Notação: $Y = A \oplus B$



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela Verdade

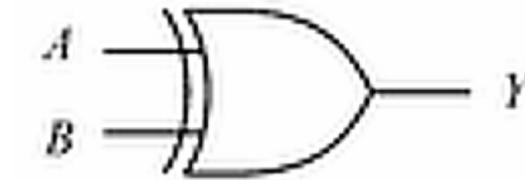
- Exemplo: **XOR**
- Notação: $Y = A \oplus B$



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela Verdade

- Exemplo: **XOR**
- Notação: $Y = A \oplus B$



Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

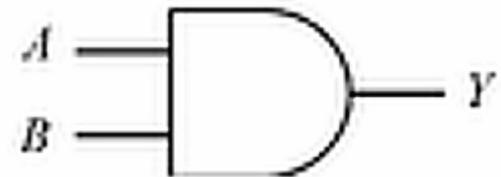
Só sai se entradas diferentes!

Tabela Verdade

- E as combinadas?
- **AND**

Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

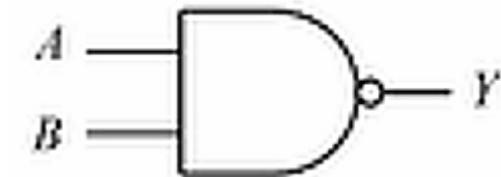
$$Y = A \cdot B$$



- **NAND = AND + NOT**

Entrada 1 (A)	Entrada 2 (B)	Saída (Y)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Y = \overline{A \cdot B}$$





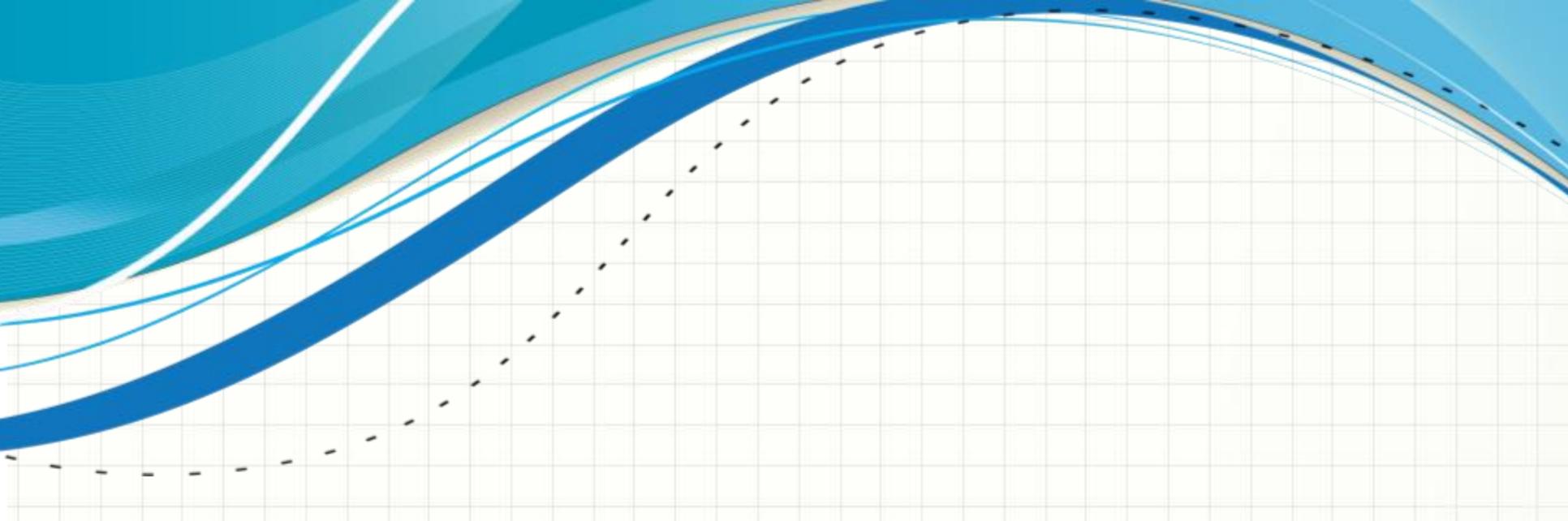
PRECEDÊNCIA

Precedência

- Circuito complexo: descrito como expressão:

$$Y = \overline{A \cdot B} \oplus (C + \overline{D})$$

- Em que ordem executar as operações?
- ()
- NOT
- AND
- XOR
- OR

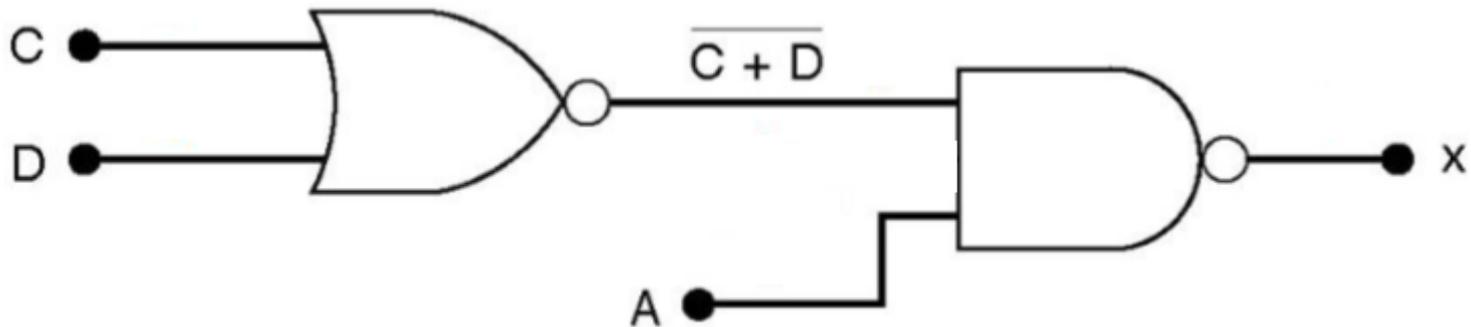


CIRCUITOS E EXPRESSÕES

Circuitos e Expressões

- Desenhe o circuito para a expressão abaixo:

$$X = \overline{A \cdot (\overline{C + D})}$$





ATIVIDADE

Exercício

- Construa a tabela verdade de $F = X + Y$

Exercício

- Construa a tabela verdade de $F = X + Y$

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Exercício

- Construa a tabela verdade de $F = X + Y \cdot Z$

X	Y	Z	Y.Z	F
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Exercício

- Construa a tabela verdade de $F = X + Y \cdot Z$

X	Y	Z	Y · Z	F
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Exercício

- Construa a tabela verdade de $X = A \cdot \overline{(C + D)}$

Exercício

- Construa a tabela verdade de $X = A \cdot \overline{(C + D)}$

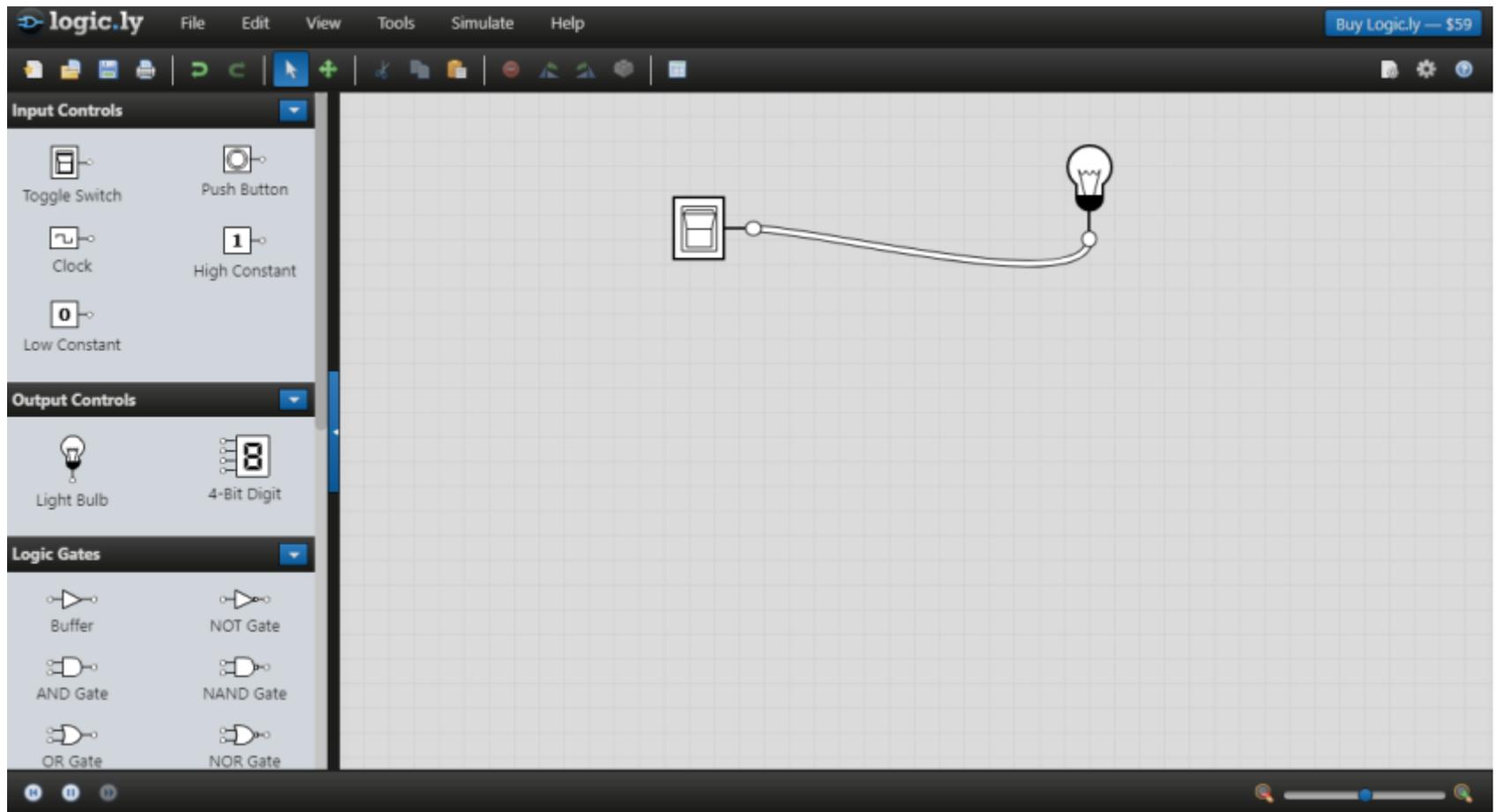
A	C	D	C+D	$\overline{C + D}$	$A \cdot \overline{C + D}$	X
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1



USANDO O LOGIC.LY

Logic.ly

- Acesso: <https://logic.ly/demo/>

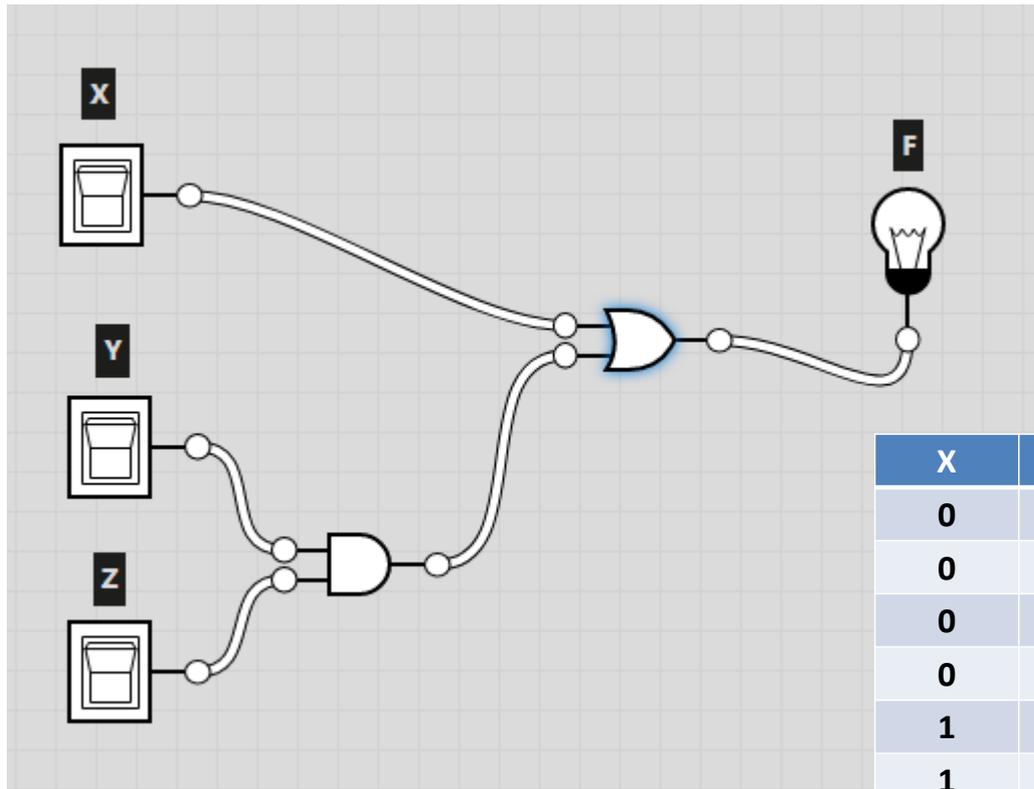


Logic.ly

- Construir: $F = X + Y \cdot Z$

Logic.ly

- Construir: $F = X + Y \cdot Z$



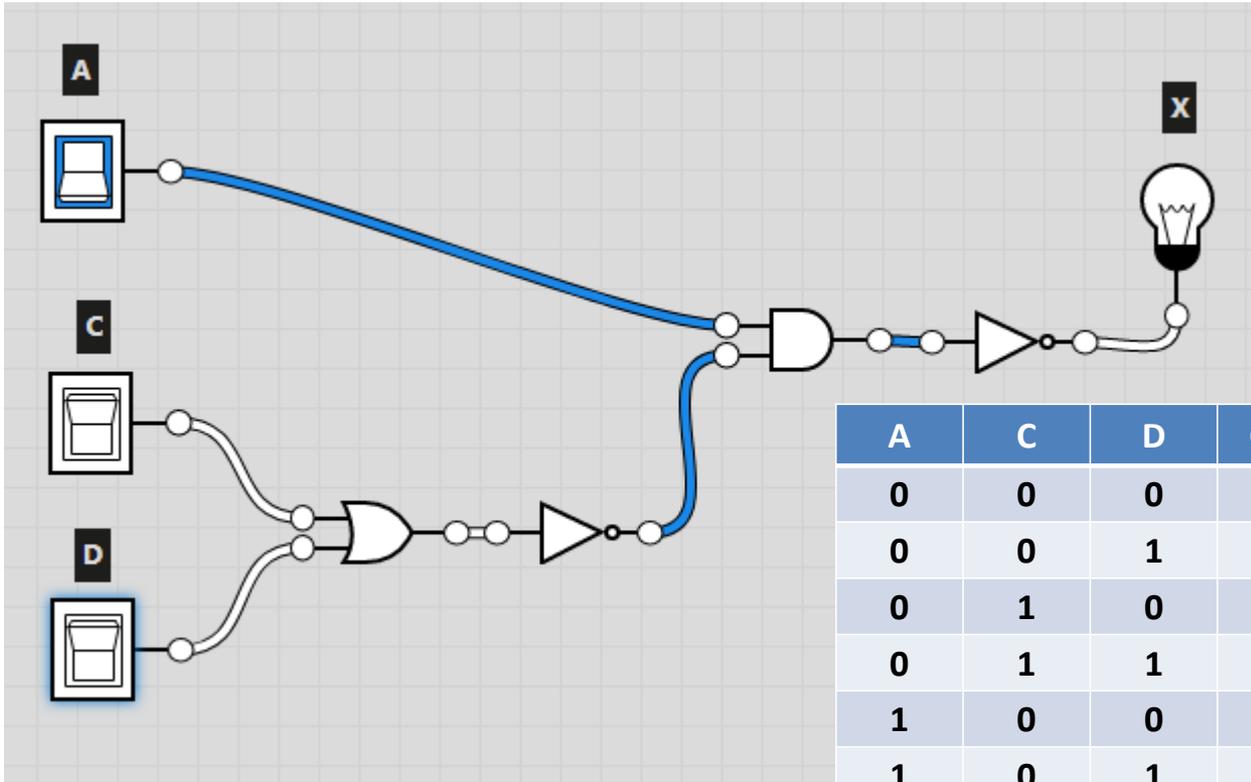
X	Y	Z	Y · Z	F
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Exercício

- Construir: $X = \overline{A \cdot (\overline{C + D})}$

Exercício

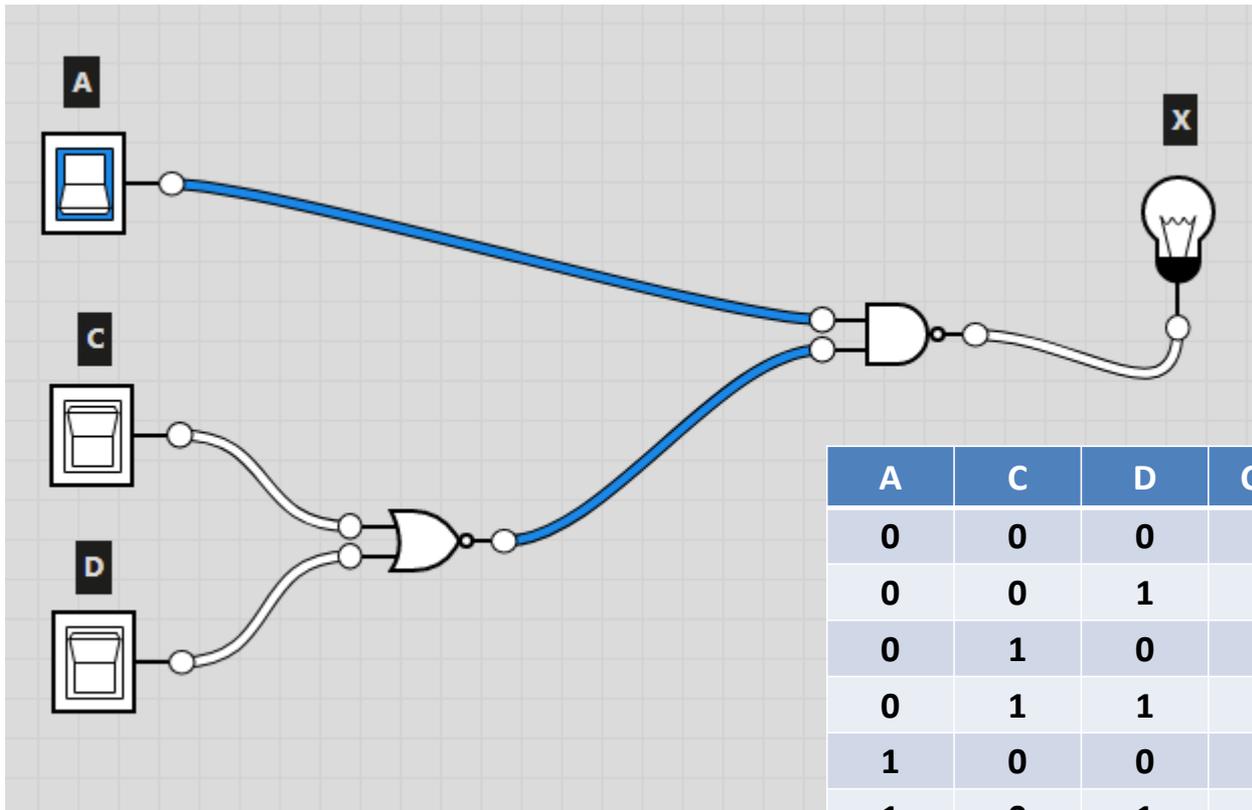
- Construir: $X = \overline{A \cdot (C + D)}$



A	C	D	C+D	$\overline{C+D}$	$A \cdot \overline{C+D}$	X
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

Exercício - ALT

- Construir: $X = A \cdot \overline{(C + D)}$



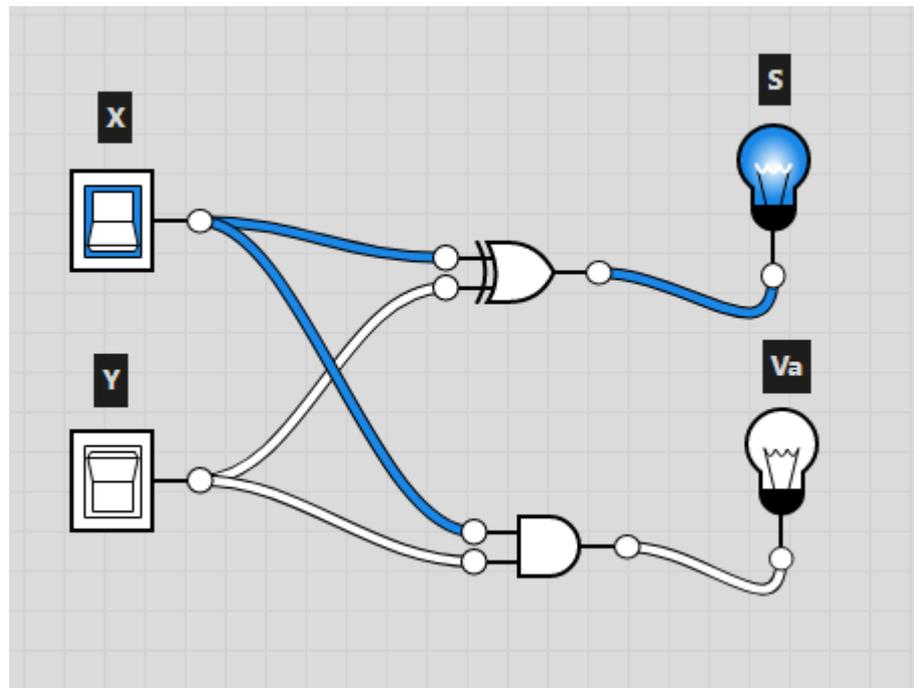
A	C	D	C+D	$\overline{C+D}$	$A \cdot \overline{C+D}$	X
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

Exemplo

- Meio Somador:

X_i	Y_i	S_i	Va_i
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

xor **and**



Teorema de De Morgan

- Estabelece duas relações importantes

$$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$$

$$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

- Como se aplica?

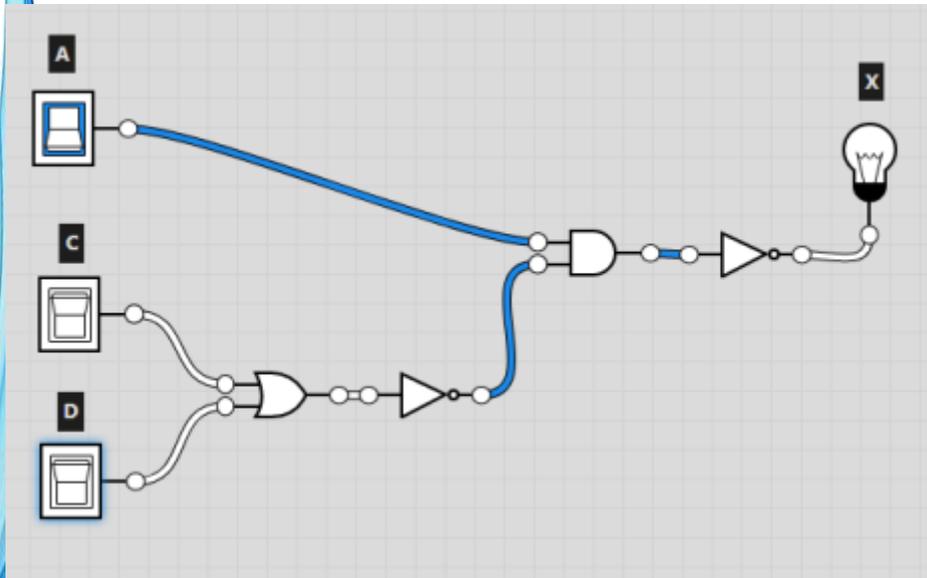
$$X = \overline{A \cdot (\overline{C + D})} = \overline{A} + \overline{(\overline{C + D})}$$

$$= \overline{A} + C + D$$

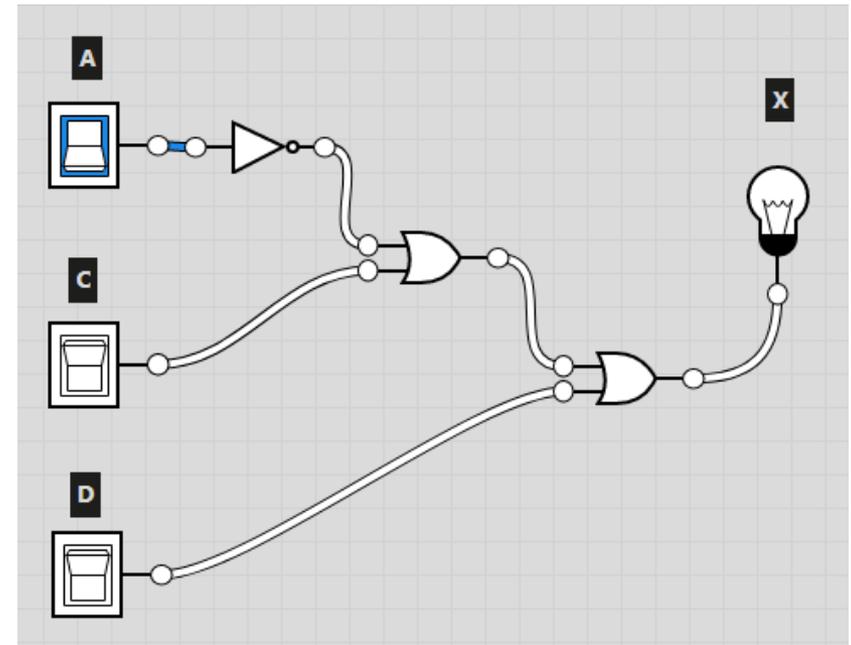
Teorema de De Morgan

$$X = \overline{A \cdot (C + D)}$$

$$X = \overline{A} + C + D$$



4 Portas Lógicas



3 Portas Lógicas



ENCERRAMENTO

Resumo e Próximos Passos

- Há operações com bits
 - Operações lógicas
 - Forma de expressão ou circuito
 - Teorema de De Morgan
 - **Pós Aula:** Saiba Mais, A Seguir e Desafio!
 - No mural: <https://padlet.com/djcaetano/arquitetura/>
-
- O que é processamento paralelo?
 - Como ele acontece?
 - Quais são os tipos?



PERGUNTAS?