

MODELAGEM DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE FROTA DE UMA EMPRESA AÉREA BRASILEIRA

Daniel J. Caetano

Nicolau D. F. Gualda

Programa de Doutorado em Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO

O principal objetivo desta tese de doutorado é modelar e resolver o Problema da Alocação de Frota (FAP) na malha doméstica de uma empresa aérea brasileira, considerando seus condicionantes específicos. Em casos reais, de grande escala, o problema é considerado NP-hard. Por esta razão, o trabalho apresenta a estrutura do modelo matemático básico para a solução do FAP e sugere a sua solução por meio de uma meta-heurística híbrida.

ABSTRACT

The main objective of this doctorate research is to model and solve the Fleet Assignment Problem (FAP) related to a Brazilian air transporter operating in our domestic network, with its specific impositions. The problem is considered to be NP-hard for large scale problems. So, a basic mathematical model is presented, along with the suggestion to solve it through a hybrid meta-heuristic.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho trata o problema da Alocação de Frota (*Fleet Assignment Problem* – FAP) para o caso de uma empresa aérea operando no mercado doméstico brasileiro, sendo esta uma das etapas do planejamento da operação deste tipo de empresa. Neste texto será apresentada uma breve revisão conceitual destas etapas, seguida da apresentação de desafios para a contextualização e modelagem do problema de alocação de frota para o caso brasileiro e do encaminhamento de uma metodologia para resolvê-lo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O problema de planejamento operacional de linhas aéreas é, tradicionalmente, dividido em quatro subproblemas (BARNHART *et al.*, 2003), como pode ser visto na figura 1:



Figura 1: Planejamento da operação de linhas aéreas em quatro etapas
(Fonte: Baseado em BARNHART *et al.*, 2003)

Cada uma destas etapas representa a solução de um subproblema com características próprias, mas inter-relacionados. A seguir são apresentadas descrições para cada um destes problemas.

2.1. Definição das Rotas e Vôos (*Schedule Generation*)

Nesta primeira etapa do planejamento são definidas as rotas (pares origem-destino) a serem potencialmente oferecidas. Este planejamento é feito, em geral, com cerca de 12 meses de antecedência sobre o início das operações das linhas aéreas (KLABJAN, 2004; RABETANETY *et al.*, 2006). Esta decisão segue critérios de marketing, aprovados pela direção da empresa, considerando questões como a demanda entre uma dada origem e destino e o interesse em entrar em um determinado mercado (KLABJAN, 2004). Após a definição das rotas desejáveis, definem-se os vôos que serão executados, ou seja, a agenda de horários dos vôos entre aeroportos (BARNHART *et al.*, 2003), respeitando alguns critérios, como a

disponibilidade de aeronaves (RABETANETY *et al.*, 2006). Um planejamento diário é comum para os vôos nacionais e um semanal para os vôos internacionais (KLABJAN, 2004).

2.2. Alocação de Frota (*Fleet Assignment*)

Após o escalonamento de vôos é feita a alocação de frota, em que é definido o tipo de aeronave adequado para o cumprimento da agenda criada na etapa anterior, de acordo com a demanda prevista (BARNHART *et al.*, 2003). Modelos para resolver este problema (*Fleet Assignment Models* - FAM), têm por objetivo maximizar a receita ou minimizar custos operacionais. Nestes modelos existe a necessidade de se considerar o atendimento à demanda, respeitando o número disponível de aeronaves de cada frota, além da continuidade de aeronaves de uma mesma frota (ABARA, 1989; KLABJAN, 2004; RABETANETY *et al.*, 2006).

O problema de alocação de frota é comumente tratado como uma rede de interconexões, isto é, cada nó representa uma conexão entre *legs*, e os arcos representam as *legs* (ABARA, 1989; SHERALI *et al.*, 2006). Outra forma de representação é através de uma rede espaço-tempo, em que os nós representam horários de partida ou chegada em cada aeroporto, e os arcos representam as *legs* entre os aeroportos representados pelos nós aos quais estão ligadas, ou o tempo que as aeronaves ficam em solo entre uma *leg* e outra (BERGE e HOPERSTEAD, 1993 *apud* SHERALI *et al.*, 2006; HANE *et al.* 1995).

2.3. Alocação de Aeronaves (*Maintenance Routing*)

Após a definição de frota para todas as *legs*, é feita a alocação de aeronaves propriamente dita, respeitando as definições das etapas anteriores e assegurando que cada uma das aeronaves fique tempo o suficiente em cada aeroporto para que sejam executadas todas as tarefas de manutenção (BARNHART *et al.*, 2003; KLABJAN, 2004).

2.4. Alocação de Tripulação (*Crew Scheduling*)

Com base nos resultados da alocação de frota é feita a alocação de tripulação para cada vôo, atendendo às necessidades técnicas, como períodos de treinamento e restrições trabalhistas locais. O objetivo usual é a minimização dos custos envolvidos (BARNHART *et al.*, 2003), podendo ou não considerar os interesses e desejos dos tripulantes (KLABJAN, 2004).

3. DESAFIOS PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE FROTA

A alocação de frota envolve não só a associação de tipos de aeronaves a *legs*, mas também o tratamento de continuidade dos passageiros dos vôos. Quando se define uma frota para um trecho de um vôo (*leg*), é necessário considerar a existência de assentos vazios ou perda de passageiros nos custos e na receita, sendo que a perda de passageiros em um trecho pode significar uma mudança na demanda determinada para os trechos seguintes (KLABJAN, 2004; SHERALI *et al.*, 2006).

Mesmo quando não se consideram algumas das restrições, como a de disponibilidade de aeronaves, o problema é considerado *NP-hard* para três ou mais frotas de aeronaves (GU *et al.*, 1994 *apud* SHERALI *et al.*, 2006). Por esta razão, alternativas para reduzir o tamanho da rede foram propostas, como agregação de nós, eliminação de arcos de fluxo nulo e eliminação de conexões impossíveis (HANE *et al.*, 1995).

Um problema adicional na alocação de frota para vôos domésticos no Brasil é dado pela dificuldade na obtenção de dados de demanda. Os dados fornecidos pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC, 2008) e pela gestora dos aeroportos (INFRAERO, 2008) são apresentados de forma agregada, sendo inadequados para este uso.

4. METODOLOGIA

O modelo básico para a solução do FAP pode ser baseado em redes de conexões (ABARA, 1989) ou de espaço-tempo (BERGE e HOPERSTEAD, 1993 *apud* SHERALI *et al.*, 2006), sendo normalmente resolvido com técnicas de programação linear inteira, usando algum tipo de relaxação e o método *branch-and-bound* ou *branch-and-price* (KLABJAN, 2004). O modelo básico proposto é (HANE *et al.*, 1995 *apud* SHERALI *et al.*, 2006):

$$\text{Minimize } \sum_{l \in L} \sum_{f \in F} c_{fl} x_{fl} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{f \in F} x_{fl} = 1 \quad \forall l \in L \quad (2)$$

$$\sum_{o \in S} x_{fost} + y_{fst^-t} - \sum_{d \in S} x_{fsdt} - y_{fstt^+} = 0 \quad \forall \{fst\} \in N \quad (3)$$

$$\sum_{l \in O(f)} x_{fl} + \sum_{s \in S} y_{fst_s t_s} \leq A_f \quad \forall f \in F \quad (4)$$

$$x \text{ binary, } y \geq 0 \quad (5)$$

- Onde: S: conjunto de aeroportos na rede, indexado por s, o ou d.
F: conjunto de tipos de frota, indexado por f.
L: conjunto de *legs* programados, indexados por l ou {odt}, onde o, d ∈ S e t indica a hora que o vôo parte de o ou está pronto para partir de d.
N: conjunto de nós da rede, indexados por {fst}, onde f ∈ F, s ∈ S, e t indica o momento do evento.
O(f): conjunto de arcos do tipo de frota f que cruza a linha temporal de contagem de aeronaves, f ∈ F.
c_{fl}: custo de alocar a frota do tipo f à leg l, f ∈ F e l ∈ L.
A_f: número de aeronaves disponíveis do tipo f, f ∈ F.
x_{fl} = 1, se o tipo de frota f cobre a leg l, f ∈ F e l ∈ L.
0, caso contrário.
y_{fstt'}: fluxo de aeronaves no arco de solo do nó {fst} ∈ N para o nó {fst'} ∈ N no aeroporto s ∈ S na rede da frota f, para f ∈ F, onde t' > t em geral e t' ≤ t em arcos de retorno.
t⁻, t⁺: o horário anterior e posterior a t, respectivamente, na linha de tempo.

A função objetivo, na expressão 1, visa a minimizar o custo total das alocações de frota. A restrição 2 garante a cobertura. A restrição 3 garante o equilíbrio de aeronaves e a restrição 4 força o respeito à disponibilidade de aeronaves.

O caminho adotado neste trabalho será a consideração da malha básica e demandas já existentes e, com um modelo de alocação de frota modificado com as restrições necessárias, definir quais vôos domésticos seriam de interesse econômico e financeiro para uma empresa aérea brasileira. O problema é complexo e de grande escala, com soluções exatas possíveis apenas para problemas de pequena escala. Assim, a abordagem será a adequação do modelo à

realidade brasileira, sua implementação e validação em problemas de pequena escala. Após esta etapa, será proposta uma heurística híbrida, baseada nas meta-heurísticas *ant-colony* (DORIGO e STÜTZLE, 2004) e do *simulated annealing* (KIRKPATRICK *et al.*, 1983), a qual será implementada e validada com base nos problemas de pequena escala resolvidos de maneira exata. Finalmente, a heurística desenvolvida será testada em problemas de grande escala e os resultados serão comparados com a operação atual das empresas em estudo.

5. CONCLUSÕES

Apesar de muito estudado internacionalmente, o problema de alocação de frota para uma empresa aérea que atue no mercado doméstico brasileiro possui peculiaridades suficientes para torná-lo um problema distinto e merecedor de tratamento diferenciado. Os problemas relativos à escala, complexidade computacional, dentre outros, permanecem válidos em contexto nacional. Por outro lado, há dificuldades adicionais, como a dificuldade de obtenção e estimação das demandas Origem-Destino, restrições de operação pré-definidas, dentre outras. Ainda que a solução do problema da malha aérea como um todo seja bastante complexa, os subproblemas que o compõem podem ser considerados individualmente sem prejuízo da relevância dos resultados.

Pretende-se que a pesquisa contribua para aumentar a eficácia e a eficiência das empresas aéreas brasileiras e, portanto, para a economia do país e o bem-estar da população.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro através da bolsa de doutorado concedida e também ao Laboratório de Planejamento e Operação de Transportes da Escola Politécnica (LPT/EPUSP) pelo apoio técnico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABARA, J. (1989) Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem. *Interfaces*, v.19, n.4, p.21-28.
- ANAC – Agência Nacional de Aviação Civil: Anuários Estatísticos do Transporte Aéreo (2008). Disponível em: < <http://www.anac.gov.br/estatistica/estatisticas1.asp> >
- BARNHART, C.; COHN, A. M.; JOHNSON, E. L.; KLABJAN, D.; NEMHAUSER, G. L.; VANCE, P. H. (2003) Airline Crew Scheduling in *Handbook of Transportation Science*. 2nd ed. *Kluwer's International Series*.
- DORIGO, M; STÜTZLE, T. (2004) *Ant colony optimization*. Bradford Book.
- HANE, C.; BARNHART, C.; JOHNSON, E.; MARSTEN, R.; NEMHAUSER, G.; SIGISMONDI, G. (1994) A fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program, Technical report, Georgia Institute of Technology, School of Industrial and System Engineering. Report Series 92-04.
- INFRAERO: Movimento operacional acumulado da Rede Infraero (2008). Disponível em: < <http://www.infraero.gov.br/> >. Consultado em 03/07/2008.
- KIRKPATRICK, S; GELATT Jr. C.D; VECCHI, M. P. (1983) Optimization by simulated annealing. *Science*, v.220, n.4598, p.671-680.
- KLABJAN, D. (2004) Large-scale models in the airline industry, in G. Desaulniers, J. Desrochers, M. M. Solomon, editors, *Column Generation*, Kluwer Academic Publishers.
- RABETANETY, A.; CALMET J.; SCHOEN, C. (2006) *Airline Schedule Planning Integrated Flight Schedule Design and Product Line Design*. Tese. Universität Karlsruhe. Karlsruhe.
- SHERALI, H.D; BISH, E. K; ZHU, X. (2006) Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms, *European Journal of Operational Research*, n.172, p.1-30.

Endereços dos autores:

Daniel Jorge Caetano
E-mail: daniel@caetano.eng.br

Nicolau Dionísio Fares Gualda
E-mail: ngualda@usp.br