



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS II

CARREGAMENTO AXIAL PARTE II

Prof. Dr. Daniel Caetano

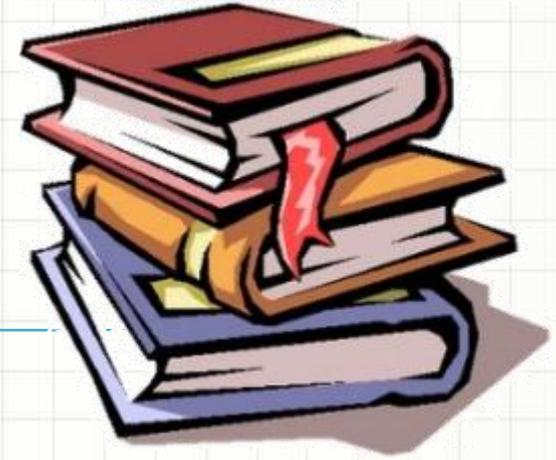
2013 - 1

Objetivos

- Compreender o surgimento de tensões por dilatação/contração térmica
- Compreender o que são concentrações de tensões
- Compreender as deformações inelásticas



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Notas de Aula

-

Apresentação

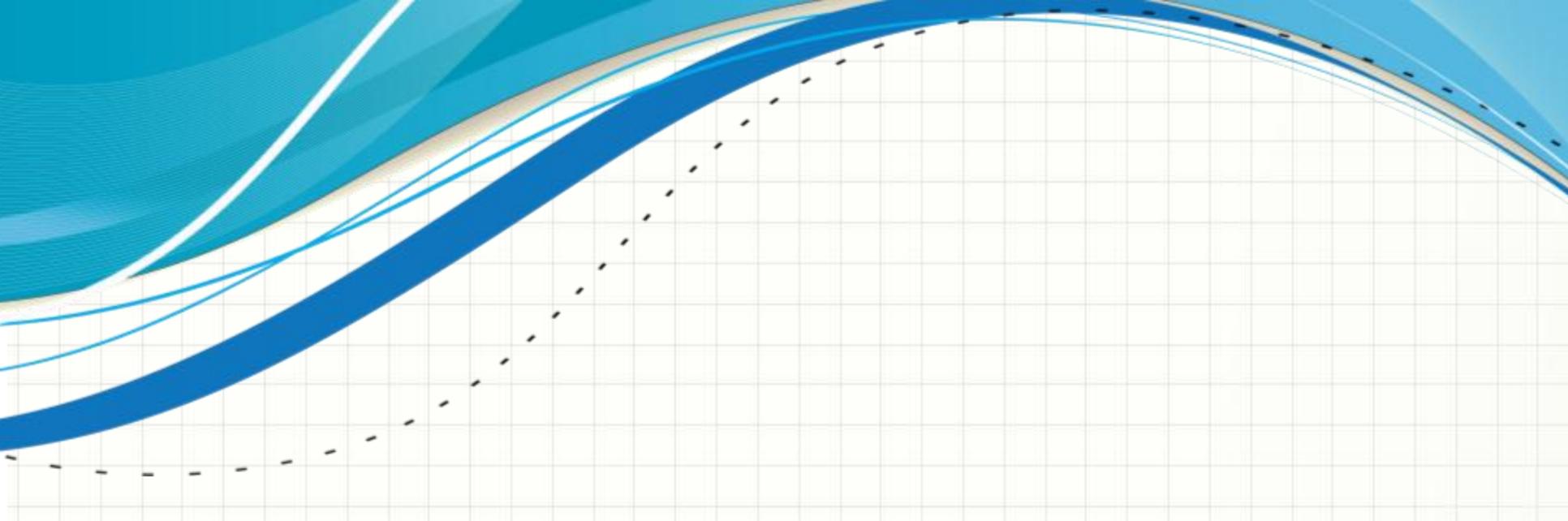
<http://www.caetano.eng.br/>
(Aula 4)

Material Didático

-

Resistência dos
Materiais (Hibbeler)

7ª Ed., páginas 106 a 124.
Biblioteca Virtual, páginas 114 a 129.

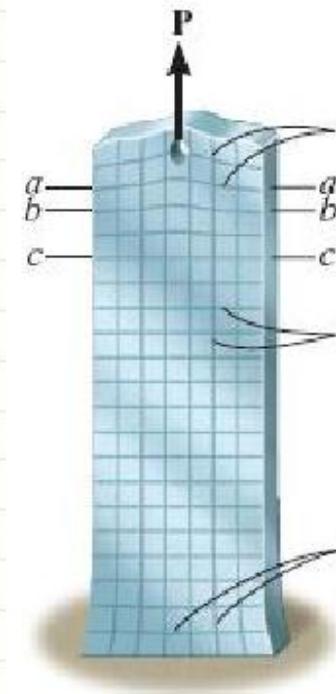


RELEMBRANDO:

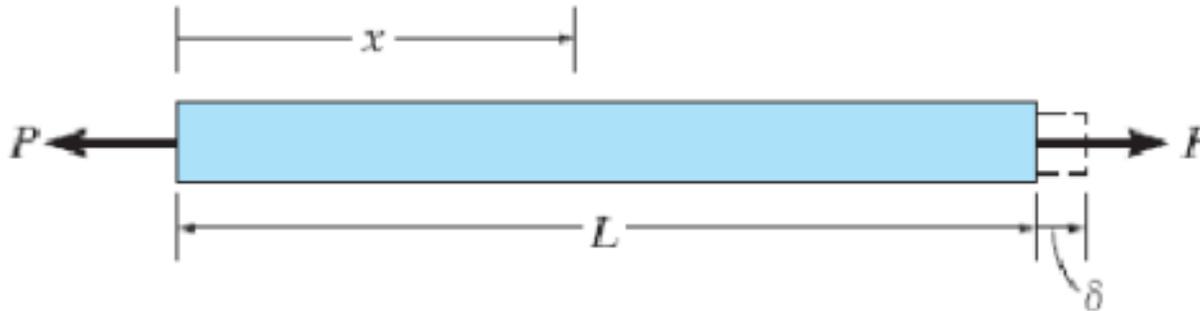
CARREGAMENTOS AXIAIS

Deformações Axiais

- Princípio de Saint-Venant



- Deformação de uma viga de seção constante



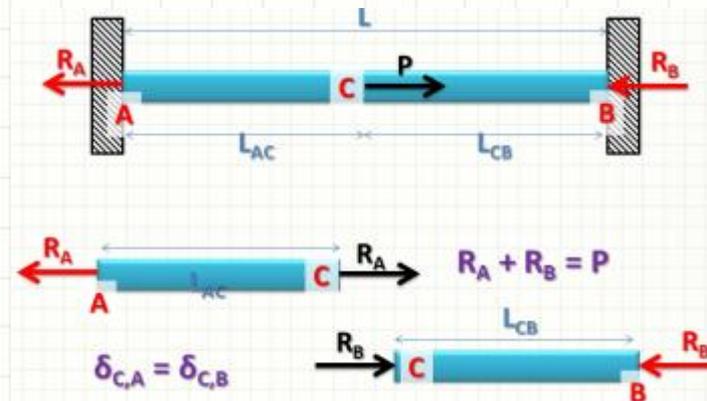
$$\delta = \int_0^L \frac{P(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)} = \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$$

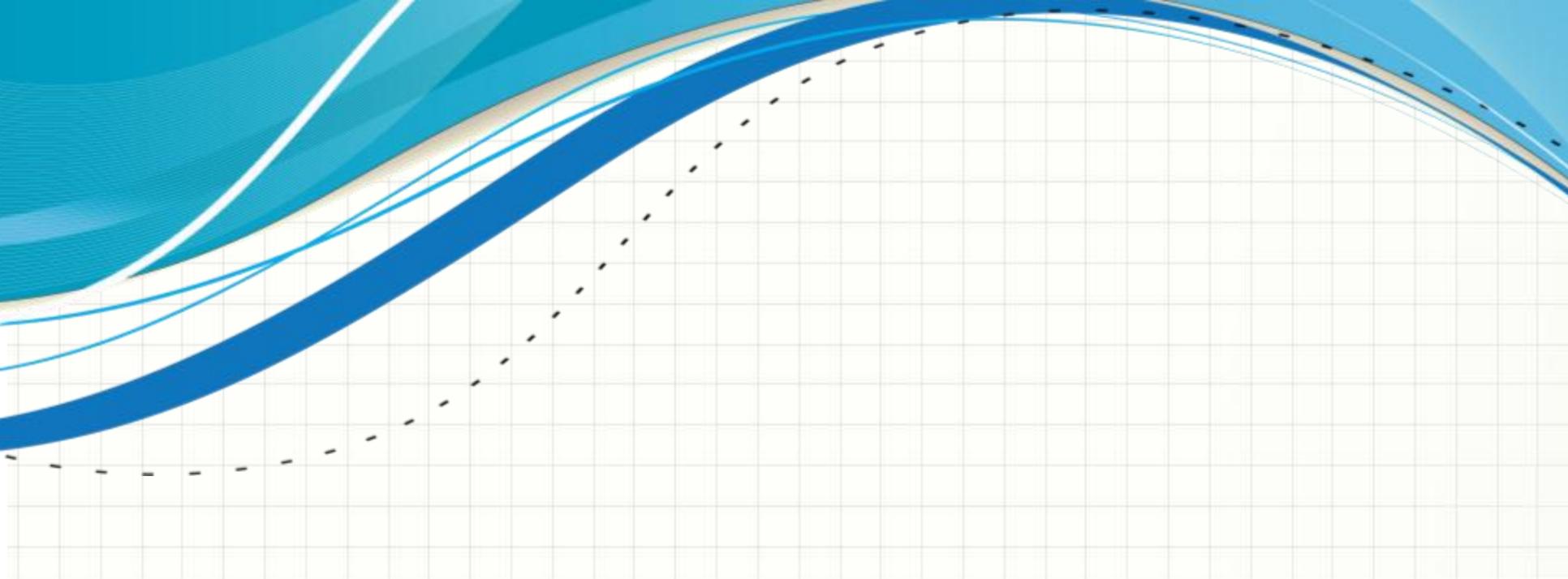
Deformações Axiais

- Princípio da Superposição de efeitos



- Estruturas Estaticamente Indeterminadas

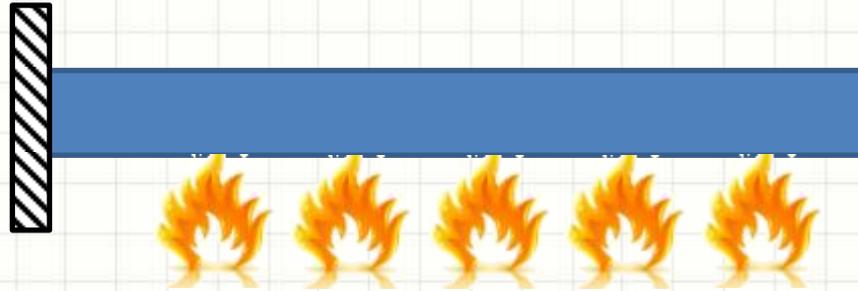




TENSÕES TÉRMICAS

Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



α : coeficiente linear de
expansão térmica

- Dilatação térmica
- Podemos calcular δ_T , se ΔT for constante

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



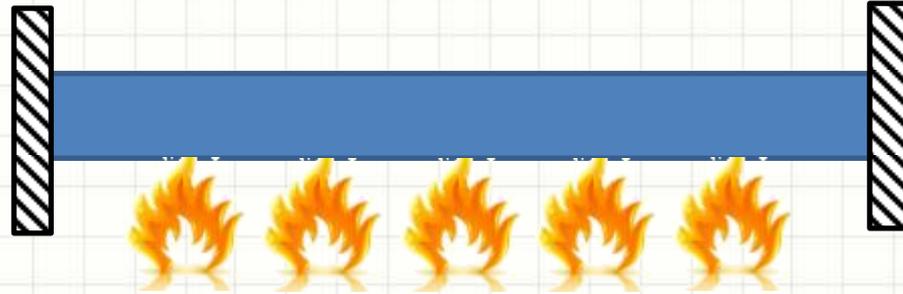
$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

- Se ΔT é variável, $\Delta T = \Delta T(x)$

$$\delta_T = \int_0^L \alpha \cdot \Delta T(x) \cdot dx$$

Tensões Térmicas

- E agora?



Tensões Térmicas

- E agora?



- O corpo vai querer dilatar de δ_T ...
- Mas os apoios não vão deixar!
- Vão aparecer reações que vão provocar um encurtamento... $-\delta_T$!

Tensões Térmicas - Exemplo

- Considere a barra abaixo



$A = 0,0001 \text{ m}^2$
 $E = 200 \text{ GPa}$
 $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
 $T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$
 $T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$

- Por superposição de efeitos...



$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$\delta + \delta_T = 0$$



$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$

Tensões Térmicas - Exemplo

$$A = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$$

$$T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$$

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \delta = -\frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$

$$\delta + \delta_T = 0$$

- Calculando...

$$-\frac{R \cdot L}{E \cdot A} + \alpha \cdot \Delta T \cdot L = 0 \Rightarrow \frac{R \cdot L}{E \cdot A} = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \Rightarrow$$

$$\frac{R}{E \cdot A} = \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow R = \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot A$$

$$R = 12 \cdot 10^{-6} \cdot (60 - 30) \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-4}$$

Tensões Térmicas - Exemplo

$$A = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = 0)}$$

$$T_2 = 60 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (R = ?)}$$

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

$$-\delta = \frac{R \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \delta = -\frac{R \cdot L}{E \cdot A}$$

$$\delta + \delta_T = 0$$

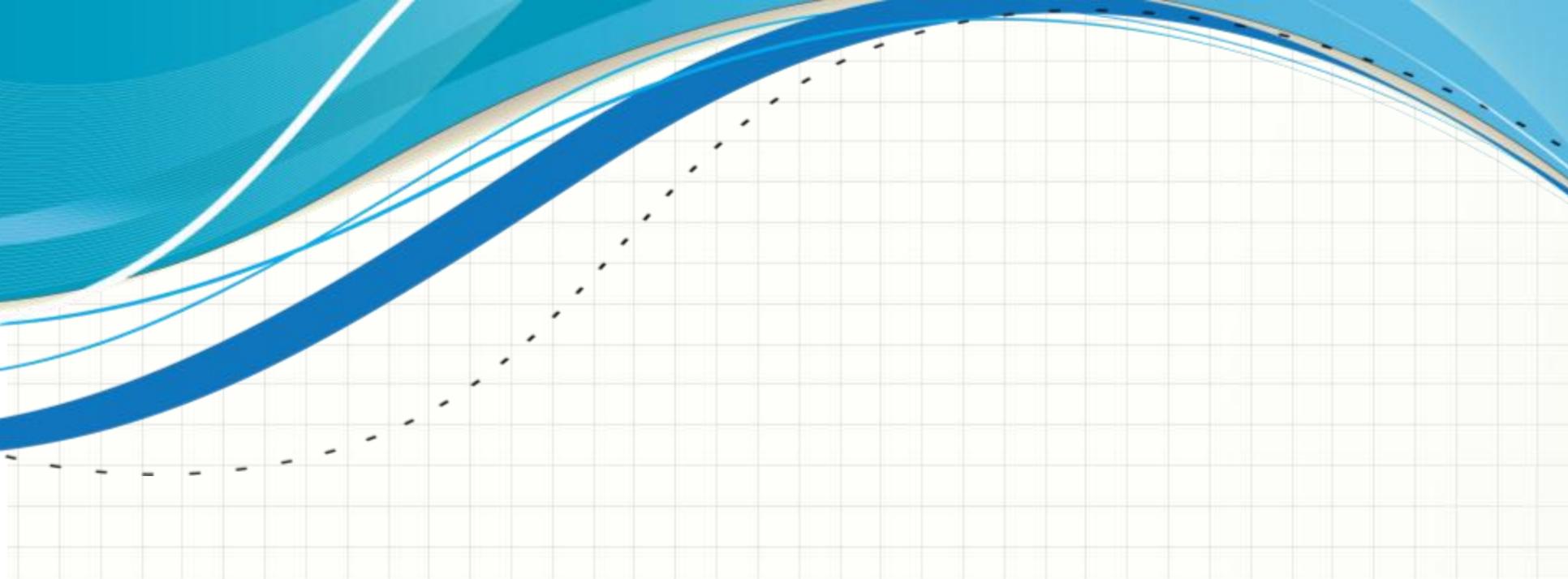
- Calculando...

$$R = 12 \cdot 30 \cdot 200 \cdot 10^{-1} = 12 \cdot 600 = 7200 \text{ N}$$

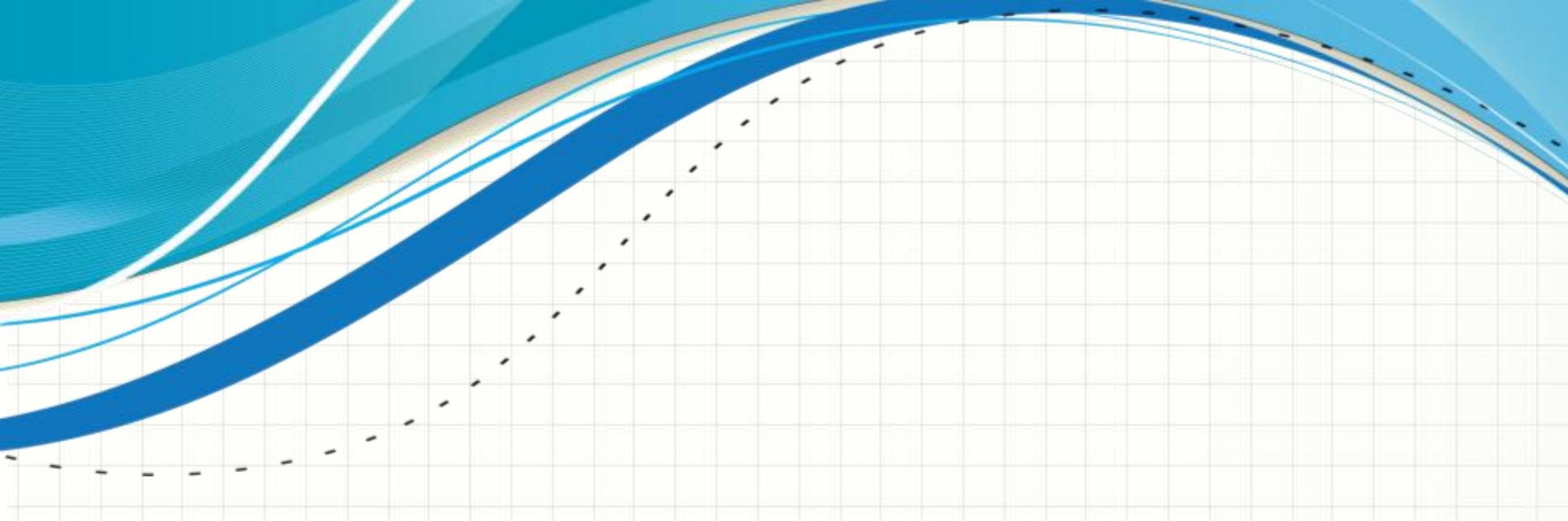
- Mas $\sigma = F / A$...

$$\sigma = \frac{7200}{0,0001} = 72000000 \text{ Pa} = 72 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 72 \text{ MPa}$$



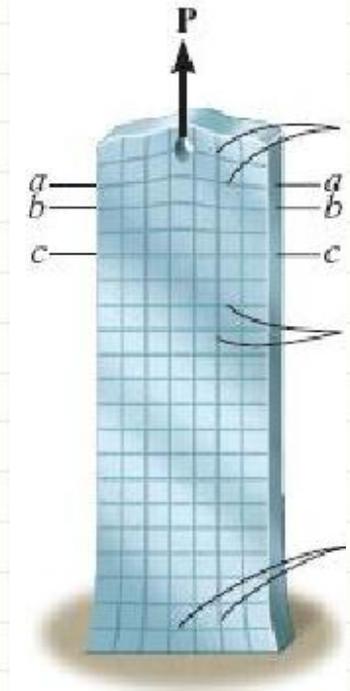
PAUSA PARA O CAFÉ



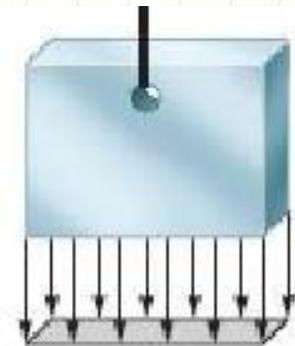
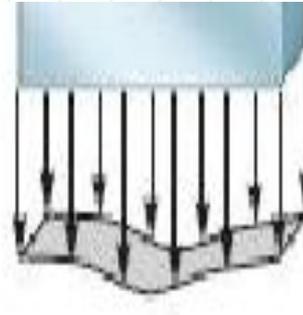
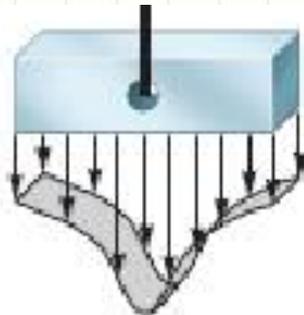
CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

Concentração de Tensões

- Vimos, anteriormente...

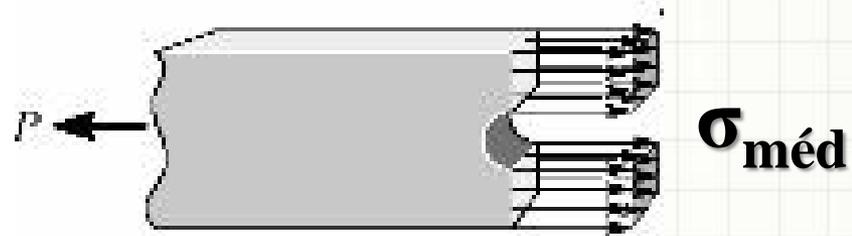
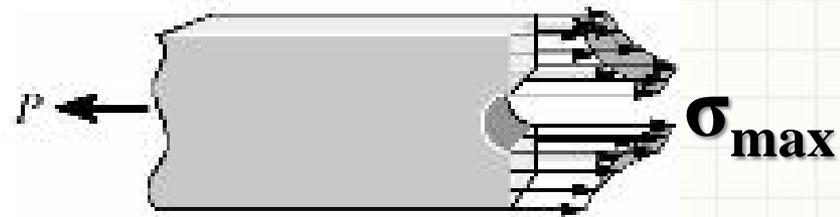
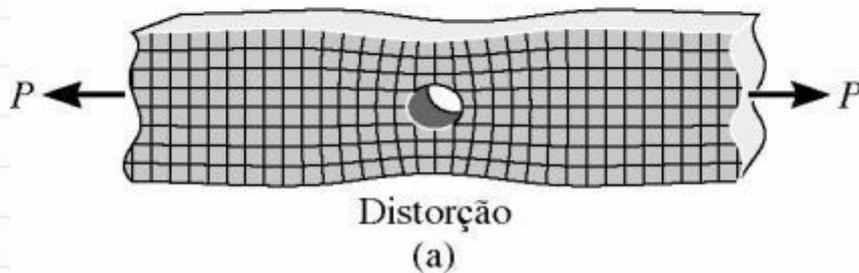


- Carga concentrada \rightarrow distorção...
 - distribuição de tensão variável



Concentração de Tensões

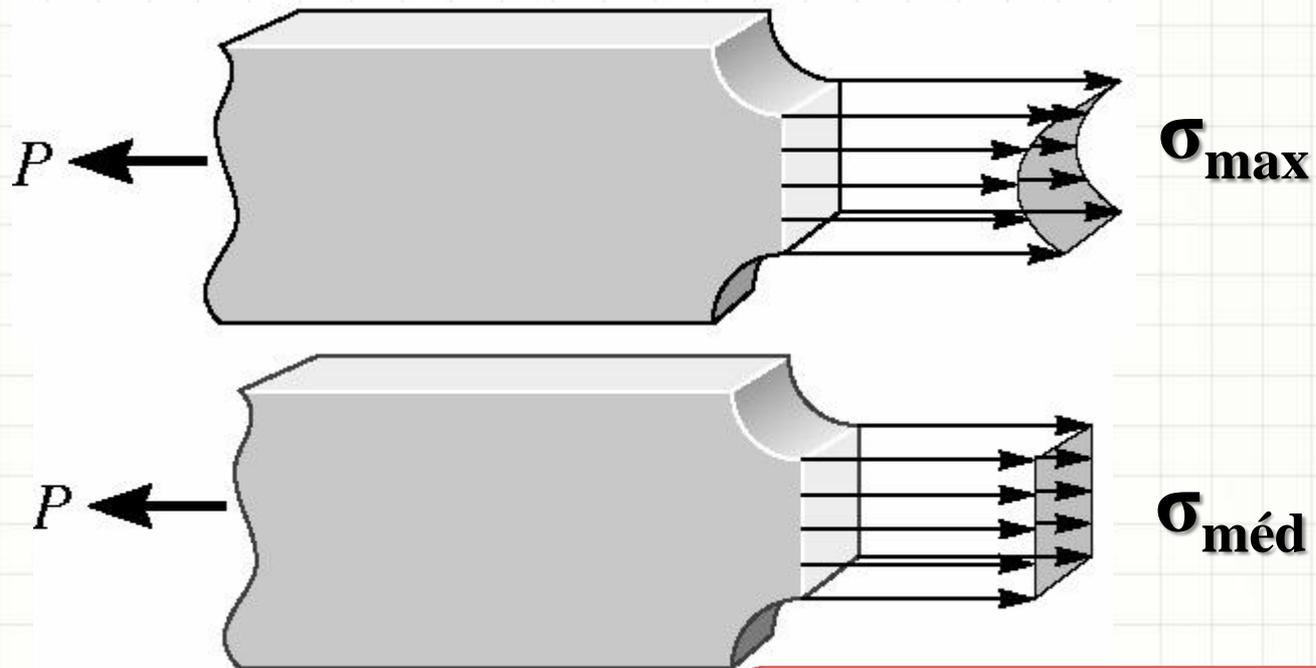
- Mudança na seção transversal:
 - Causa efeito similar



$$\sigma_{\max} > \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Mudança na seção transversal:
 - Causa efeito similar



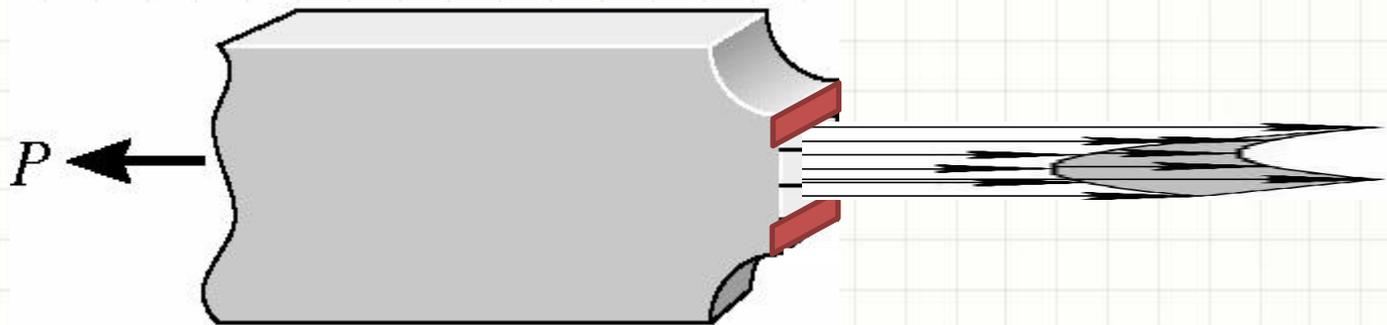
$$\sigma_{\max} > \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Onde se iniciará a ruptura?



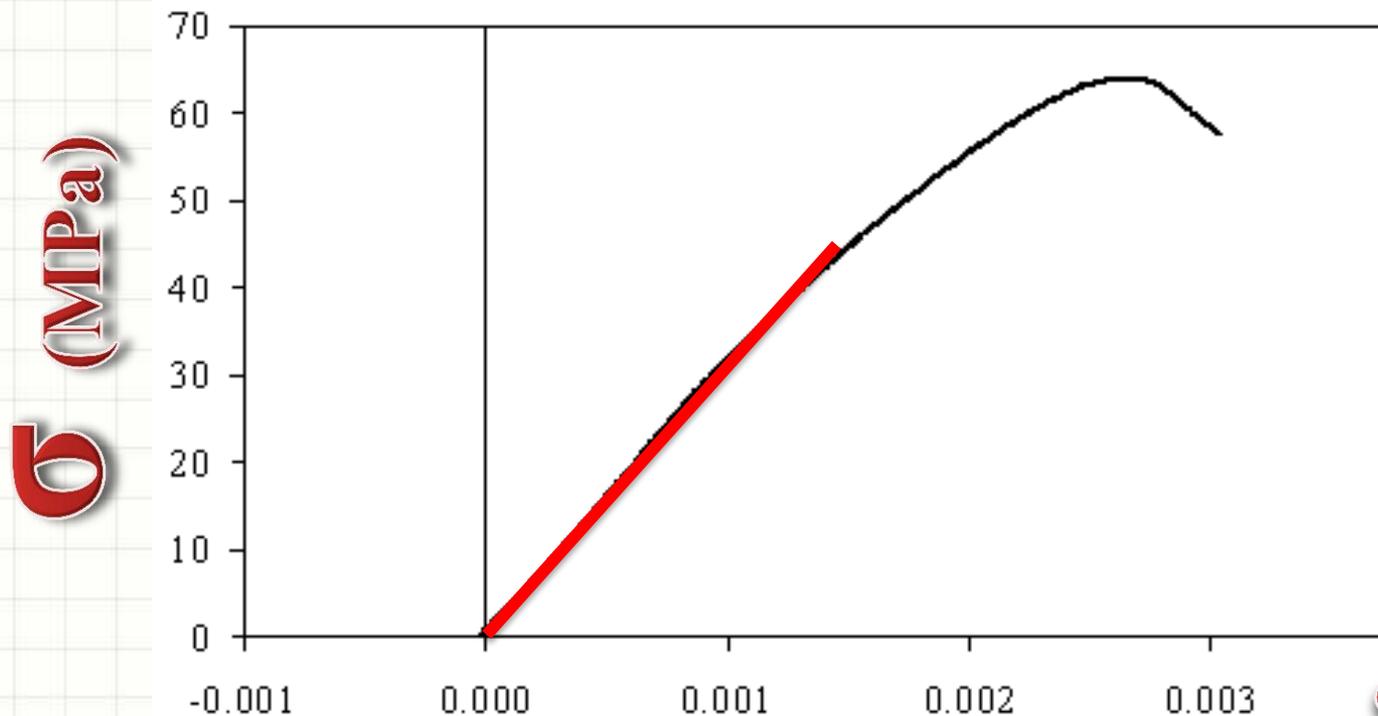
- E o que ocorrerá se começar a “rachar”?



- Problema em materiais **frágeis** (ex.: concreto)

Concentração de Tensões

- Frágil? Garantir que a $\sigma_{\text{máx}} < \sigma_{\text{ruptura}}$
 - Nesse caso $\sigma_{\text{ruptura}} \approx \sigma_{\text{proporcionalidade}}$



ϵ

Concentração de Tensões

- Como calcular o $\sigma_{m\acute{a}x}$?
 - Modelos computacionais complexos (Lei de Hooke)
 - Testes experimentais

$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{e}d}}$$

- Como calcular o $\sigma_{m\acute{e}d}$?

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{F}{A_{menor}}$$

Concentração de Tensões

- Logo... $\sigma_{m\acute{a}x}$ pode ser calculado

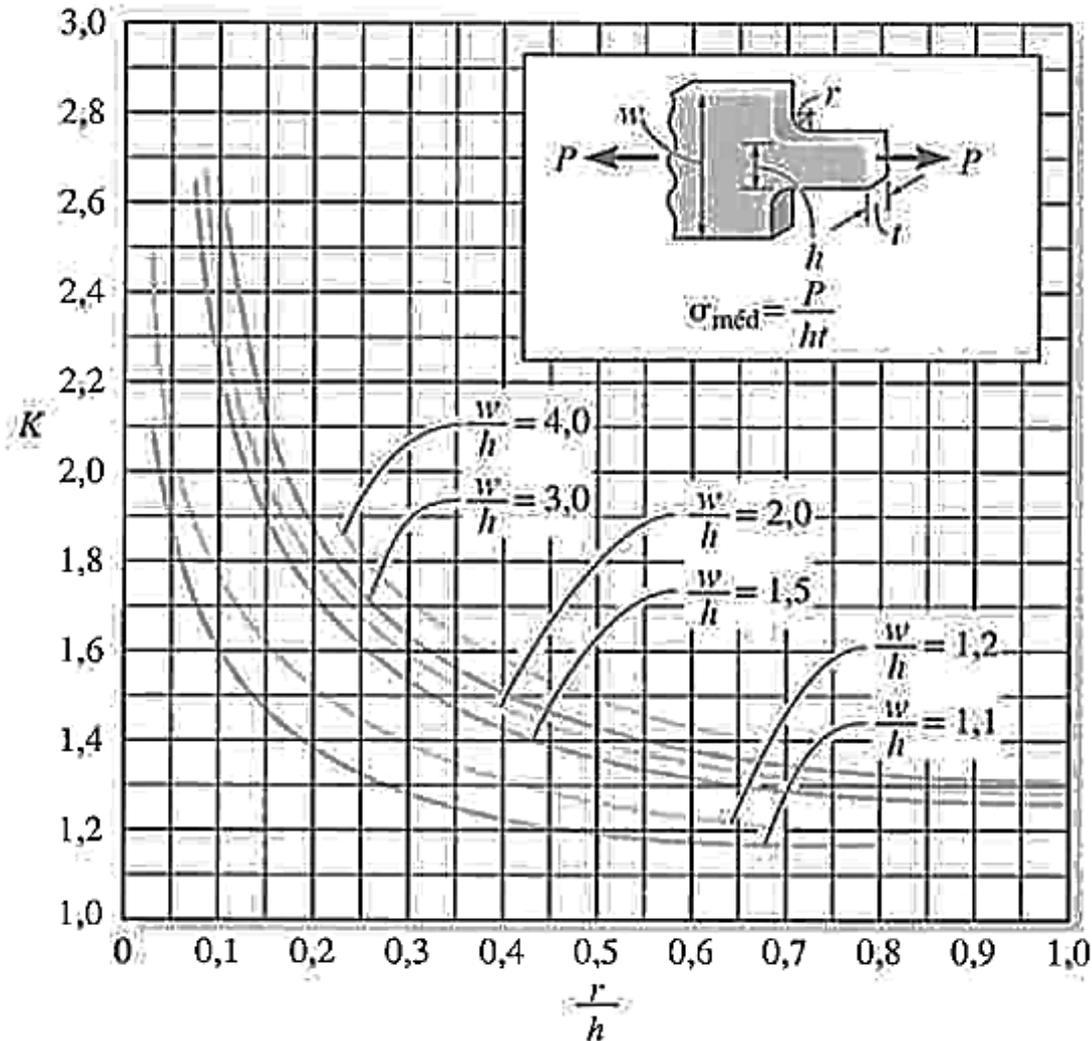
$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{e}d}}$$

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{F}{A_{menor}}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = K \cdot \frac{F}{A_{menor}}$$

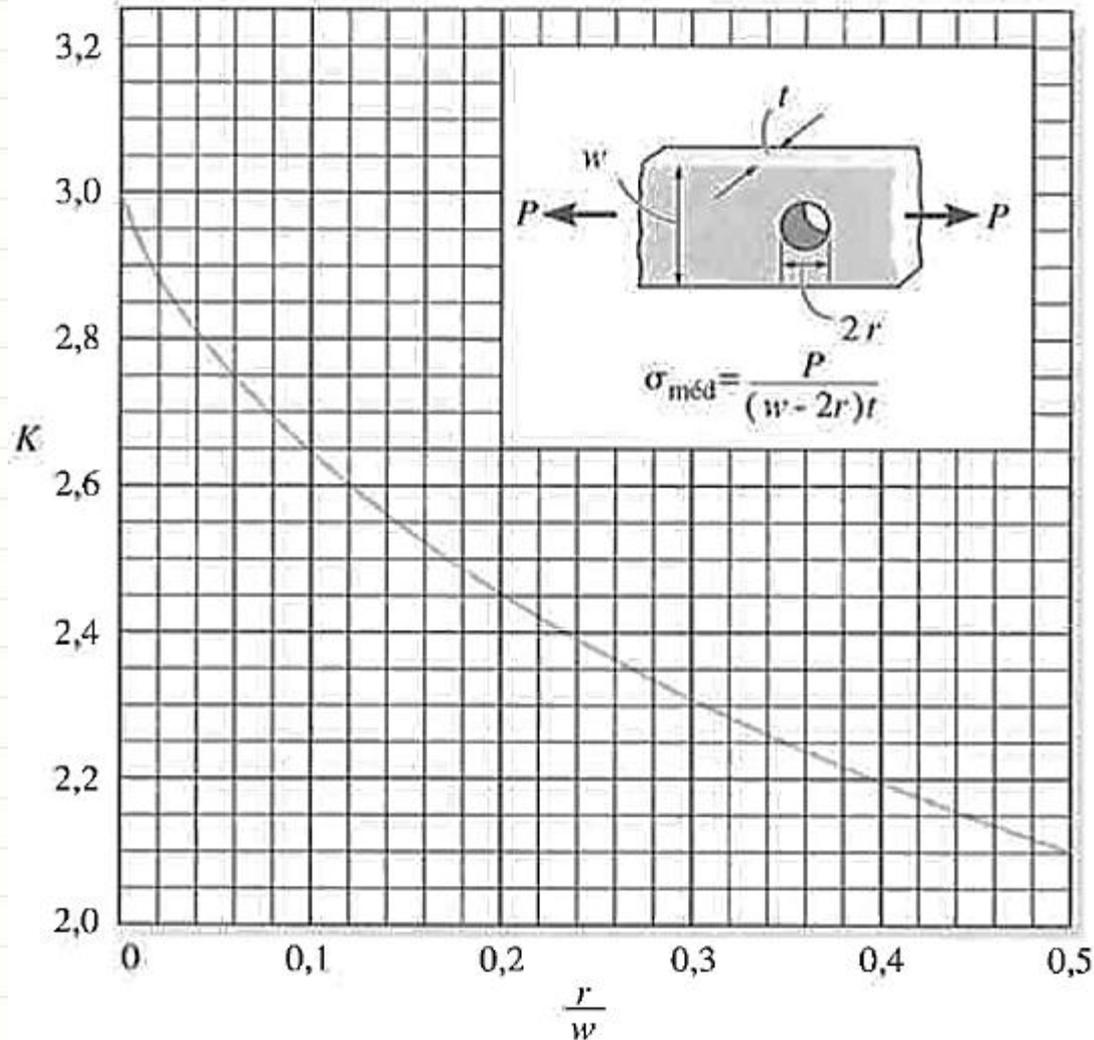
Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



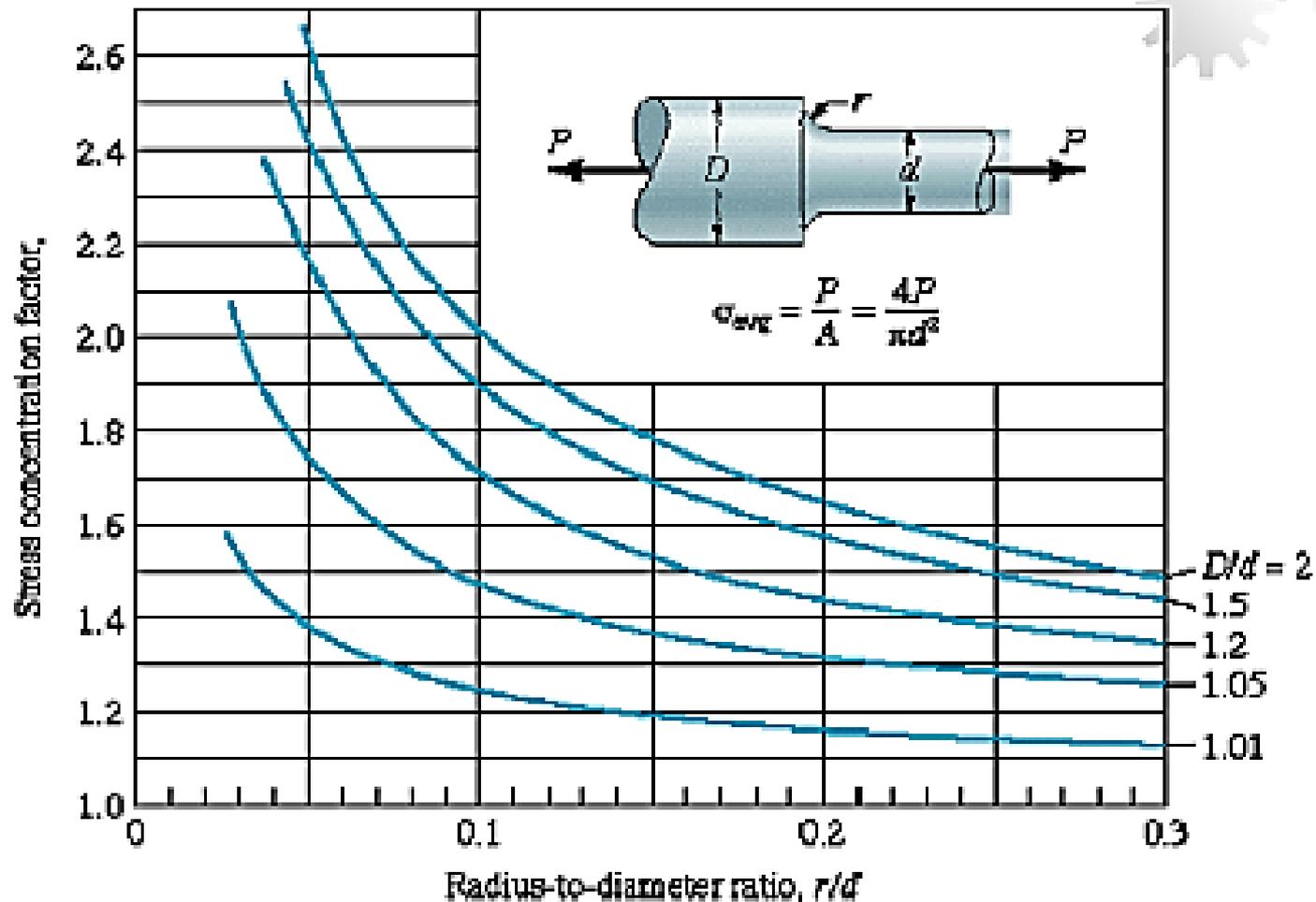
Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



Concentração de Tensões

- Como determinar o K?



Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



$$\begin{aligned} A &= 0,01 \text{ m}^2 \\ A_R &= 0,005 \text{ m}^2 \\ \sigma_{\text{lim}} &= 24 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\sigma_{\text{méd}} = \frac{F}{A_{\text{menor}}} = \frac{100000}{0,005} = \frac{100000000}{0,005} = 20000000$$

$$\sigma_{\text{méd}} = 20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = K \cdot \sigma_{\text{méd}}$$

Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



$A = 0,01 \text{ m}^2$
 $A_R = 0,005 \text{ m}^2$
 $\sigma_{\text{lim}} = 24 \text{ MPa}$

$$\sigma_{\text{méd}} = 20 \text{ MPa} \quad \sigma_{\text{máx}} = K \cdot \sigma_{\text{méd}}$$

$K = ?$

Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?

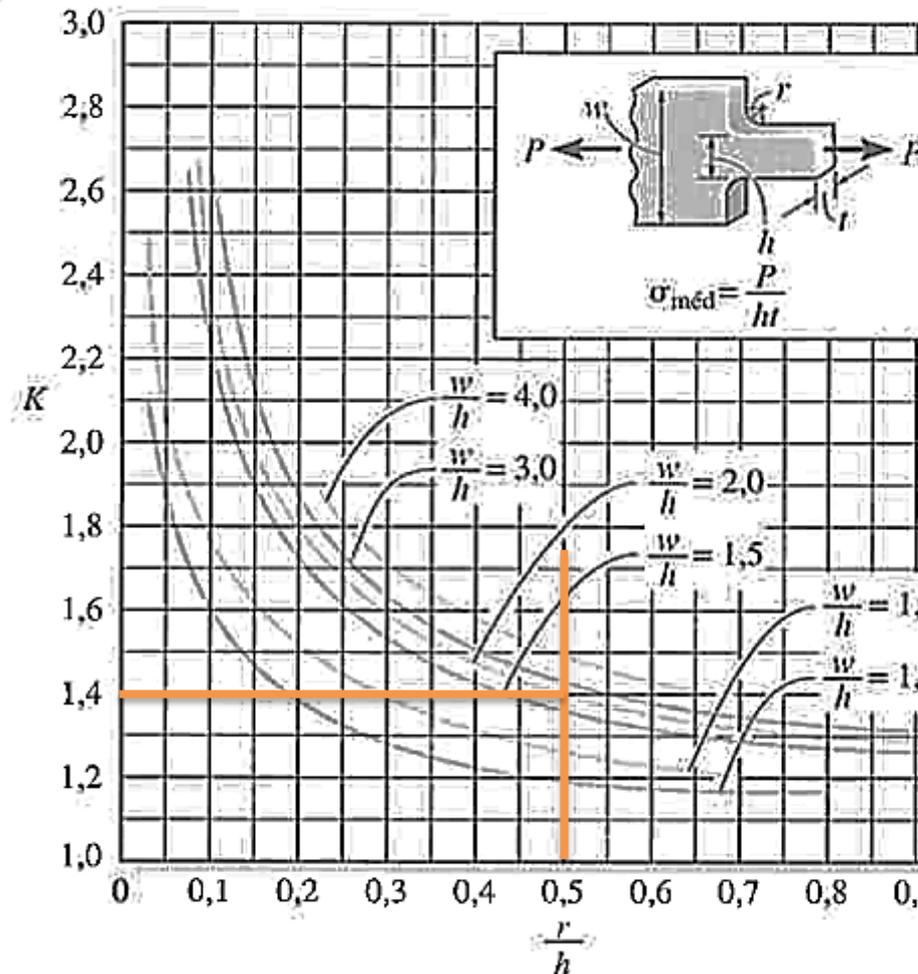


$$\sigma_{méd} = 20MPa$$

$$r/h = 0,025/0,05 = 0,5$$

$$w/h = 0,1/0,05 = 2,0$$

$$K = 1,4$$



Concentração de Tensões

- Exemplo – O material resiste?



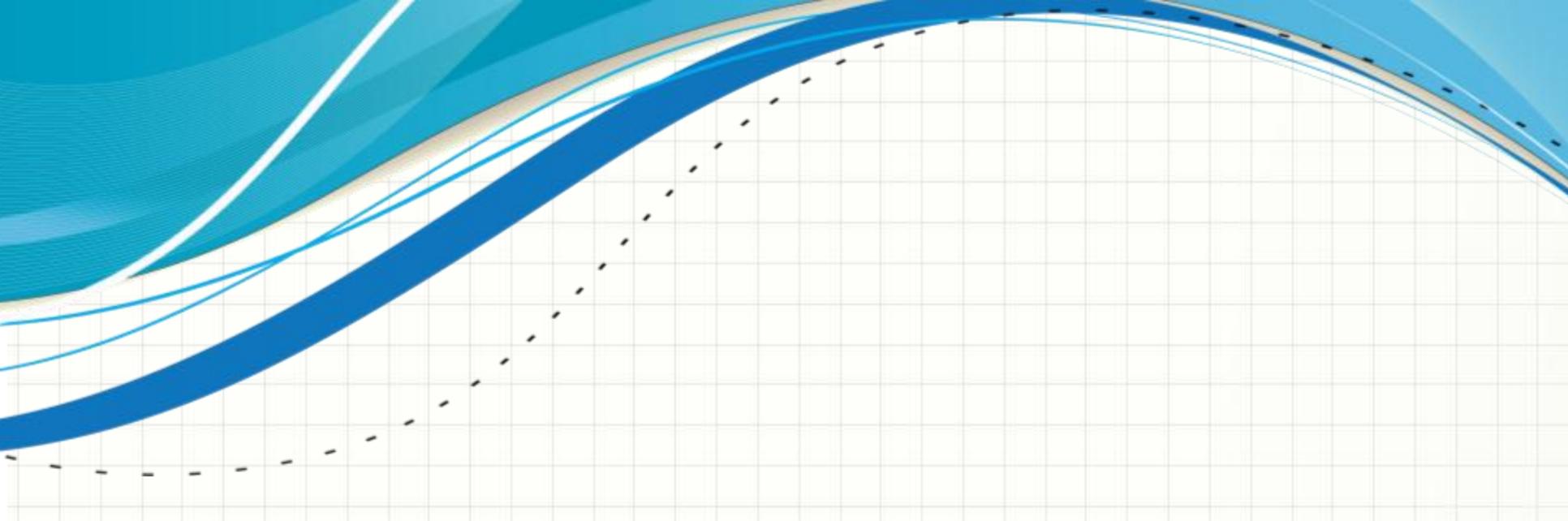
$$\begin{aligned} A &= 0,01 \text{ m}^2 \\ A_R &= 0,005 \text{ m}^2 \\ \sigma_{lim} &= 24 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\sigma_{méd} = 20 \text{ MPa} \quad \sigma_{máx} = K \cdot \sigma_{méd} \quad K = 1,4$$

$$\sigma_{máx} = 1,4 \cdot 20 \text{ MPa} = 28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{máx} < \sigma_{lim}?$$

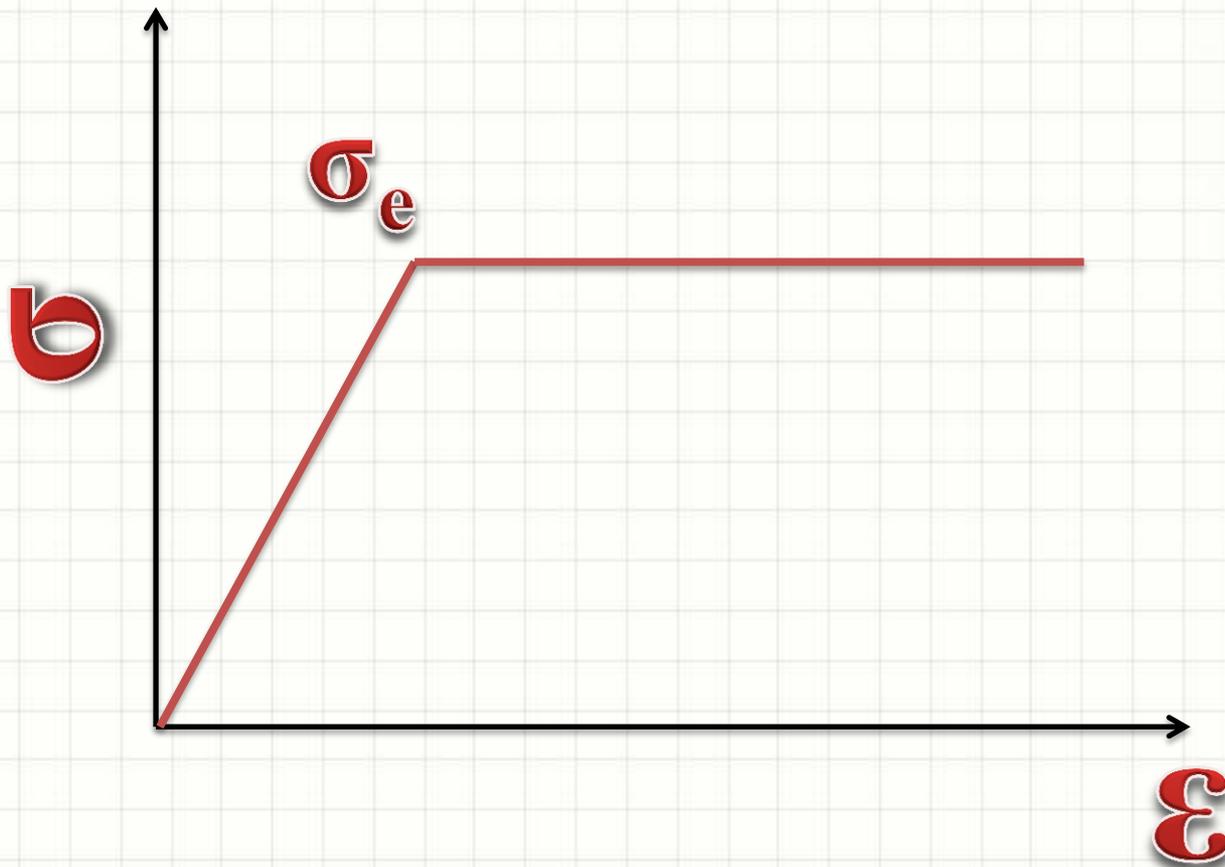
FALSO! Há ruptura!



DEFORMAÇÕES INELÁSTICAS EM CARREGAMENTO AXIAL

Deformações Inelásticas

- Consideramos: materiais frágeis
- O que ocorre com os elastoplásticos?



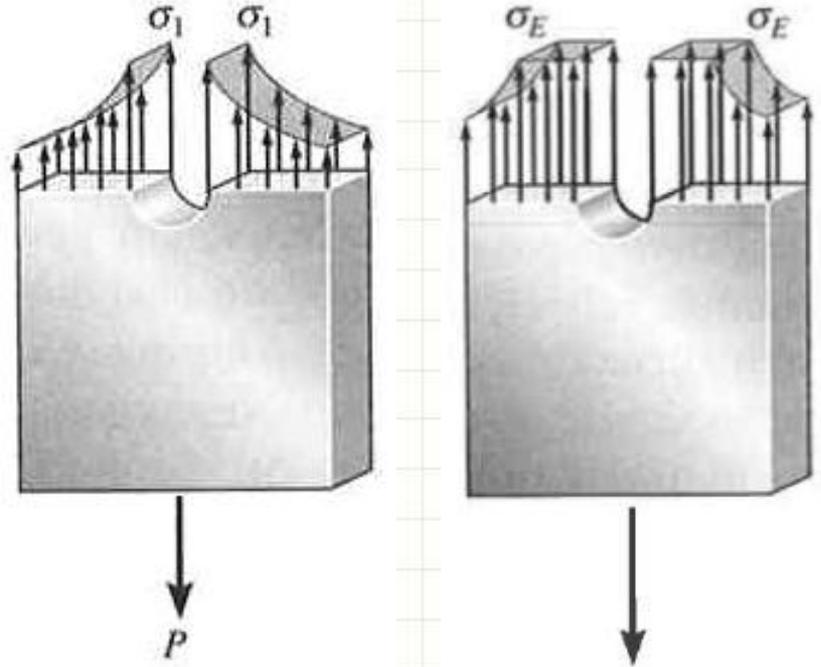
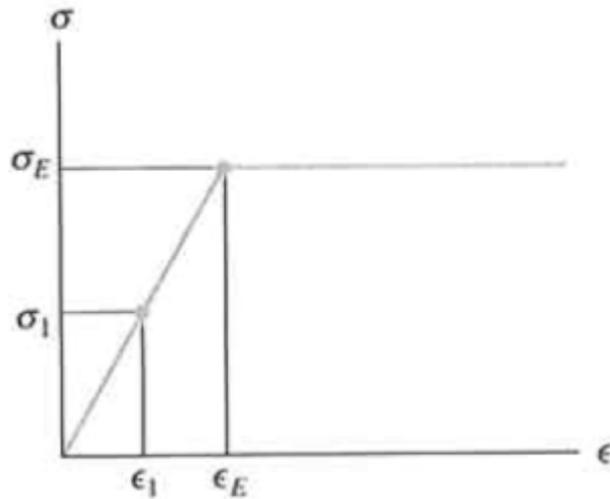
Deformações Inelásticas

- O que ocorre com os elastoplásticos?
- Ao atingir a σ_e , escoamento...
- Mas... Observe... Onde haverá escoamento?



Deformações Inelásticas

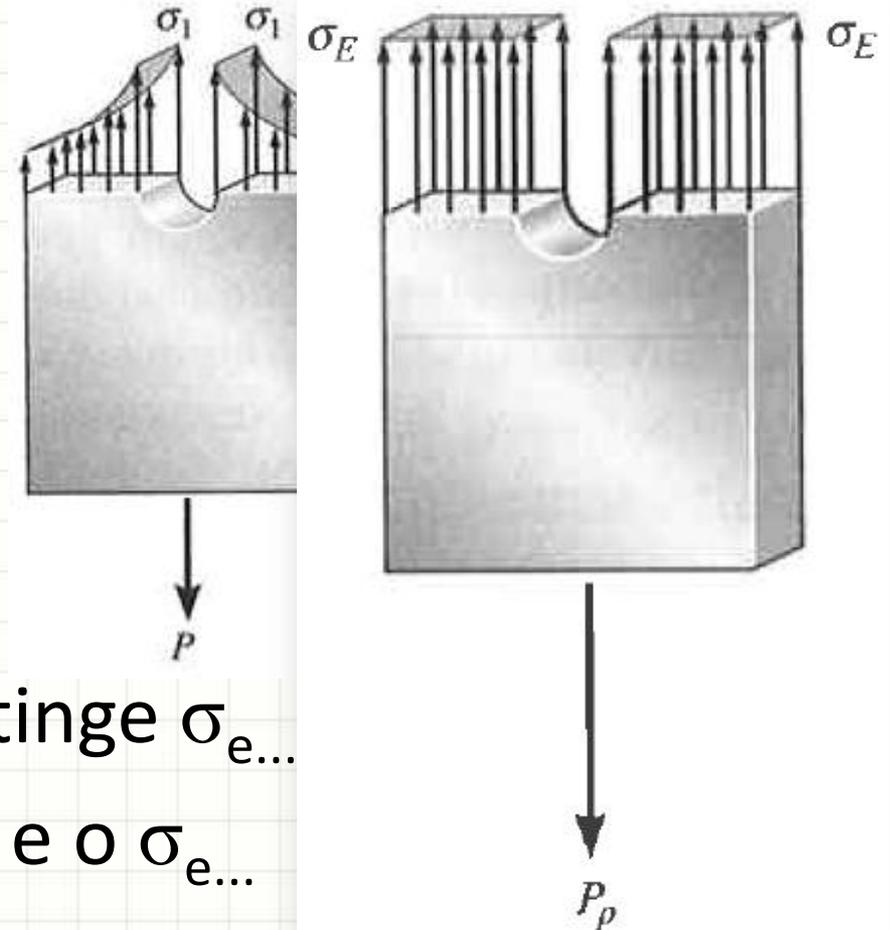
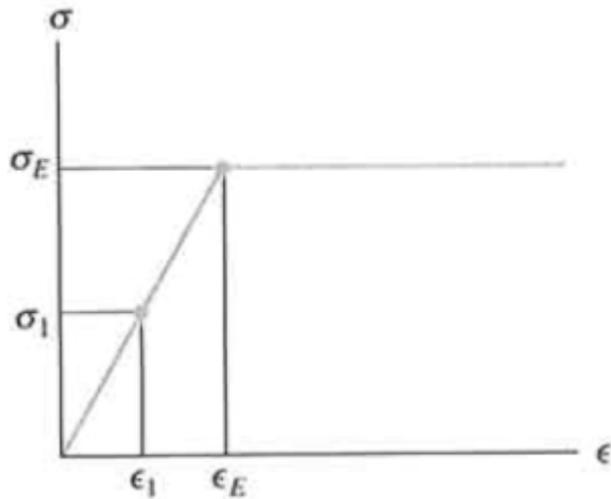
- Antes de atingir σ_e



- No escoamento... atinge σ_e ...

Deformações Inelásticas

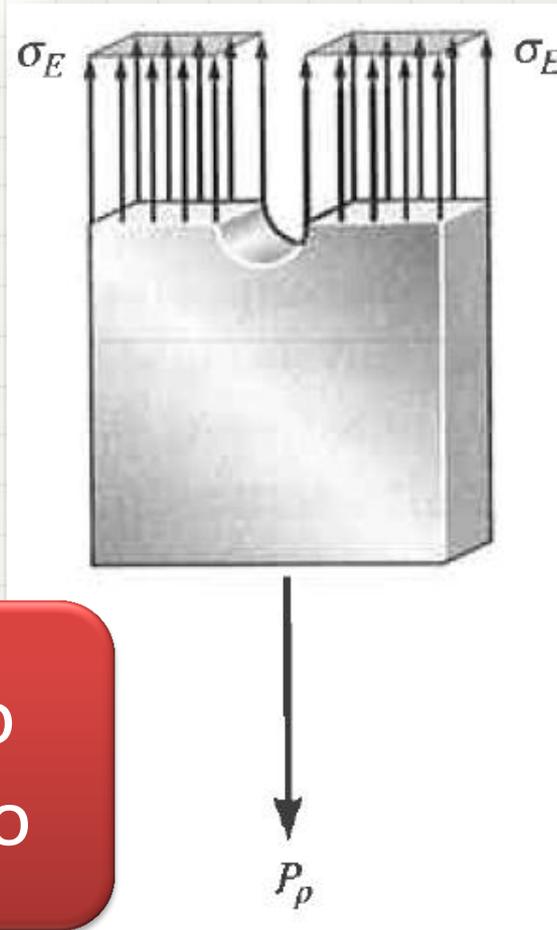
- Antes de atingir σ_e



- No escoamento... atinge σ_e ...
- Mais escoamento... e o σ_e ...
- Toda a seção = σ_e ...

Deformações Inelásticas

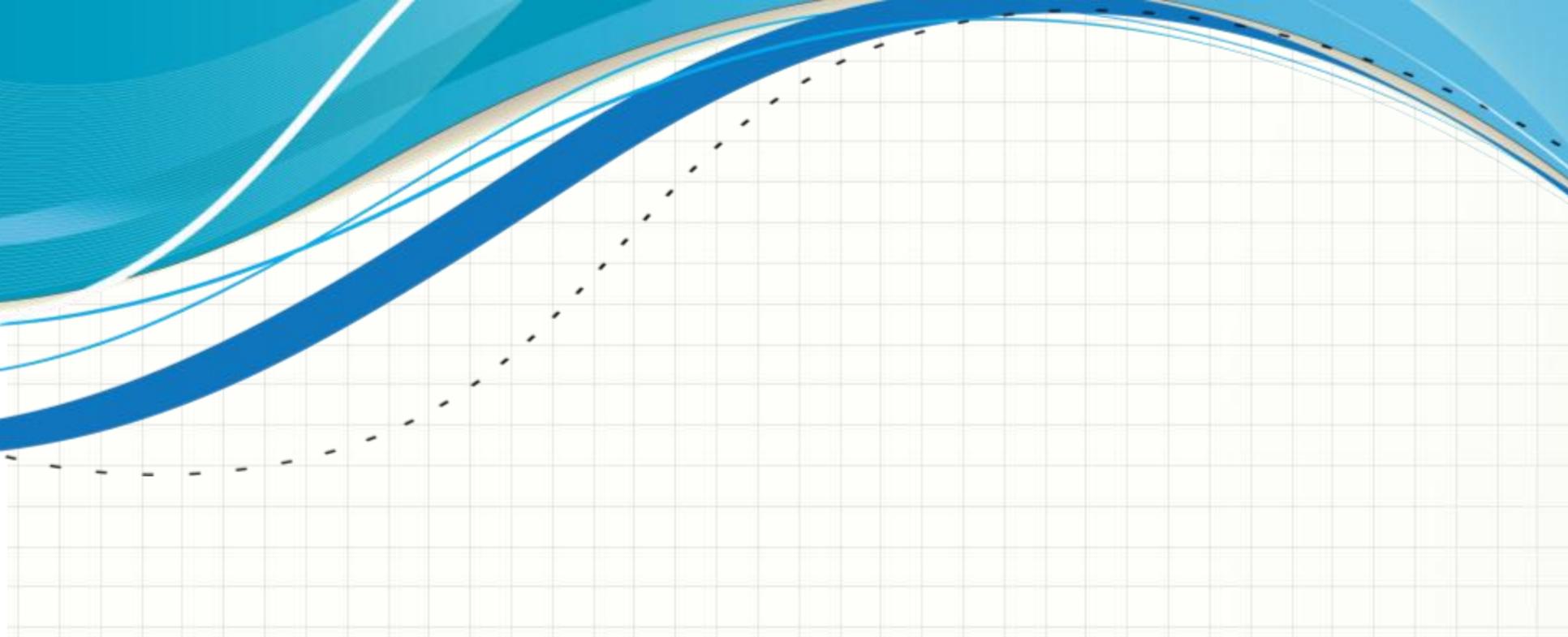
- $R_{\max} = \sigma_e \cdot A$



Endurecimento
por Deformação

Se alguma parte
da estrutura ficar
assim:
Estrutura no
**Estado Limite
Último**

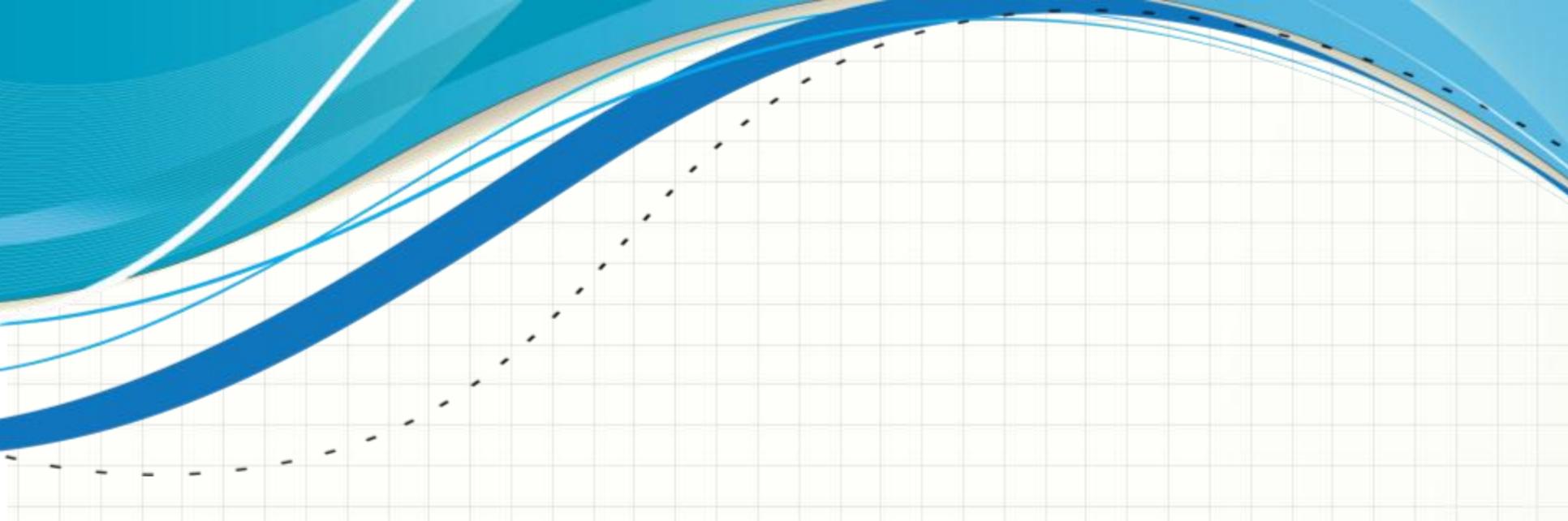
- Resistência adicional até escoamento total



EXERCÍCIO

Exercício – Entrega Individual

- Uma barra de aço mede 120m quando tracionada por 1000N a uma temp. de 20°C.
- Se a tensão for removida mas a barra de aço for aquecida até 45°C, qual será seu comprimento?
- $A = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{m}^2$
- $E_{\text{aço}} = 200 \text{GPa}$
- $\alpha_{\text{aço}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$



PARA TREINAR

Para Treinar em Casa

- Hibbeler (Bib. Virtual)
 - 7ª: Págs. 109 a 124
 - 5ª: Págs. 118 a 121 e 132 a 136
- Mínimos:
 - Exercícios 4.70, 4.71, 4.73 (5ª 4.80, 4.93)
 - Exercícios 4.87, 4.88 (5ª 4.95, 4.98)
- Extras:
 - Exercícios 4.74, 4.75 (5ª 4.74, 4.91)
 - Exercícios: 4.89, 4.90 (5ª 4.101, 4.102)

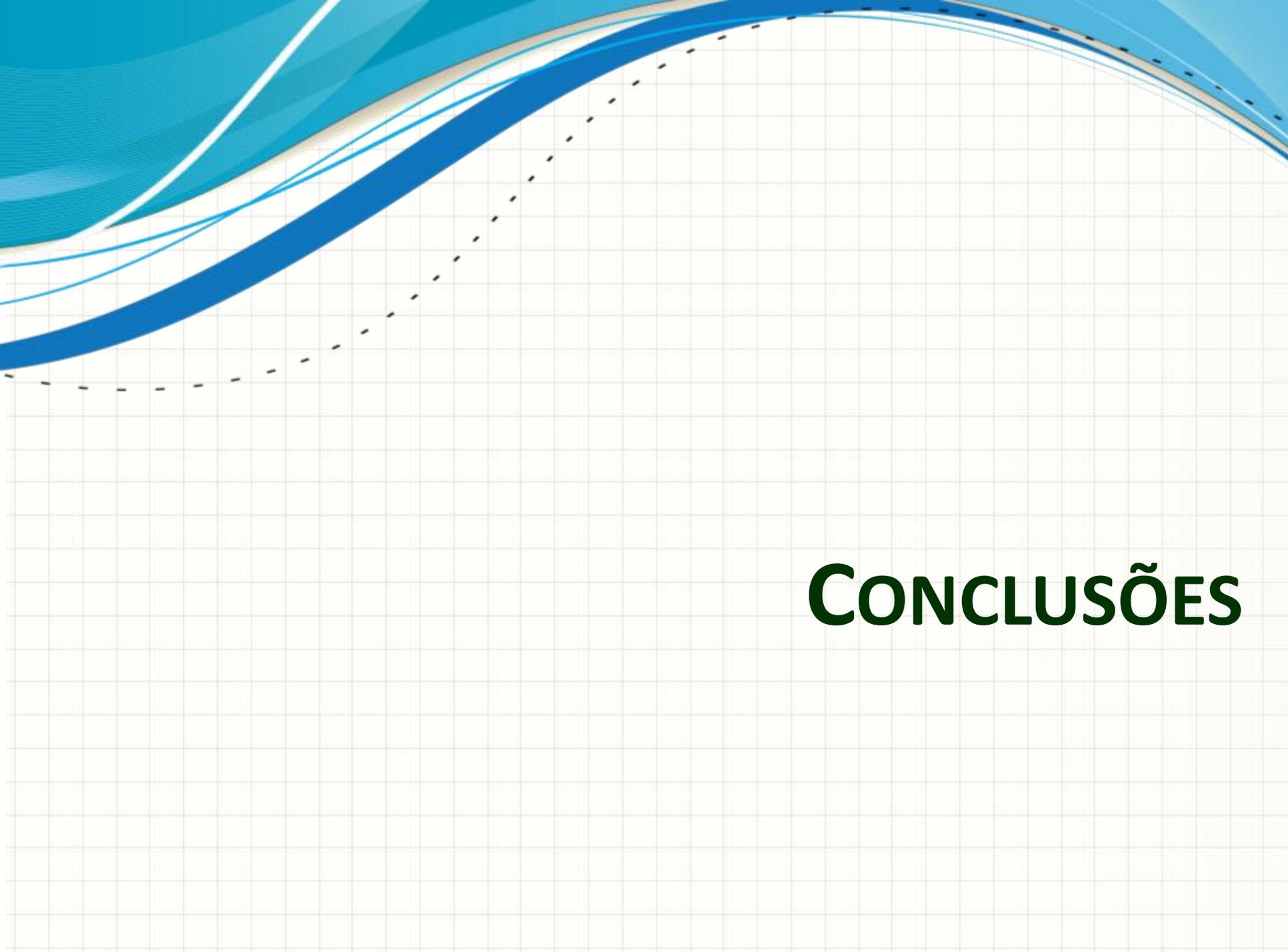
Para Treinar em Casa

Propriedades dos Materiais Utilizados em Engenharia

| Materiais | | Densidade (mg/m ³) | Módulo de elasticidade | | Tensão de escoamento (MPa) | | | Tensão última (MPa) | | | Alongamento % em corpo de prova de 50mm | Coeficiente de Poisson | coeficiente de expansão termica x10-6 |
|---------------------------|-----------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|----------------------------|------------|--------------|---------------------|------------|--------------|---|------------------------|---------------------------------------|
| | | | E (GPa) | transversal G (GPa) | tração | compressão | cisalhamento | tração | compressão | cisalhamento | | | |
| Ligas de Alumínio Forjado | 2014-T6 | 2,79 | 73,1 | 27 | 414 | 414 | 172 | 469 | 469 | 290 | 10 | 0,35 | 23 |
| | 6061-T6 | 2,71 | 68,9 | 26 | 255 | 255 | 131 | 290 | 290 | 186 | 12 | 0,35 | 24 |
| Ligas de Ferro Fundido | cinza ASTM 20 | 7,19 | 67,0 | 27 | - | - | - | 179 | 669 | - | 0,6 | 0,28 | 12 |
| | Maleável ASTM A-197 | 7,28 | 172 | 68 | - | - | - | 276 | 572 | - | 5 | 0,28 | 12 |
| Ligas de Cobre | Latão vermelho C83400 | 8,74 | 101 | 37 | 70,0 | 70,0 | - | 241 | 241 | - | 35 | 0,35 | 18 |
| | Bronze C86100 | 8,83 | 103 | 38 | 345 | 345 | - | 655 | 655 | - | 20 | 0,34 | 17 |
| Ligas de Magnésio | Am 1004-T61 | 1,83 | 44,7 | 18 | 152 | 152 | - | 276 | 276 | 152 | 1 | 0,30 | 26 |
| Ligas de Aço | Estrutural A-36 | 7,85 | 200 | 75 | 250 | 250 | - | 400 | 400 | - | 30 | 0,32 | 12 |
| | Inoxidável 304 | 7,86 | 193 | 75 | 207 | 207 | - | 517 | 517 | - | 40 | 0,27 | 17 |
| | Aço-ferramenta L2 | 8,16 | 200 | 75 | 703 | 703 | - | 800 | 800 | - | 22 | 0,32 | 12 |
| Ligas de Titânio | Ti-6Al-4V | 4,43 | 120 | 44 | 924 | 924 | - | 1000 | 1000 | - | 16 | 0,36 | 9,4 |

| Materiais | | Densidade (mg/m ³) | Módulo de elasticidade | | Tensão de escoamento (MPa) | | | Tensão última (MPa) | | | Alongamento % em corpo de prova de 50mm | Coeficiente de Poisson | coeficiente de expansão termica |
|--------------------------------------|-------------------|--------------------------------|------------------------|---------------------|----------------------------|------------|--------------|---------------------|------------|--------------|---|------------------------|---------------------------------|
| | | | E (GPa) | transversal G (GPa) | tração | compressão | cisalhamento | tração | compressão | cisalhamento | | | |
| Concreto | Baixa resistência | 2,38 | 22,1 | - | - | - | 12 | - | - | - | - | 0,15 | 11 |
| | Alta resistência | 2,38 | 29,0 | - | - | - | 38 | - | - | - | - | 0,15 | 11 |
| Plástico Reforçado | Kevlar 49 | 1,45 | 131 | - | - | - | - | 717 | 483 | 20,3 | 2,8 | 0,34 | - |
| | 30% de vidro | 1,45 | 72,4 | - | - | - | - | 90 | 131 | - | - | 0,34 | - |
| Madeira Estrutural de Alta Qualidade | Abeto Douglas | 0,47 | 13,1 | - | - | - | - | 2,1 | 26 | 6,2 | - | 0,29 | - |
| | Abeto Branco | 3,60 | 9,65 | - | - | - | - | 2,5 | 36 | 6,7 | - | 0,31 | - |

Fonte **HIBBELER, R.C. Resistência dos materiais. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.**



CONCLUSÕES

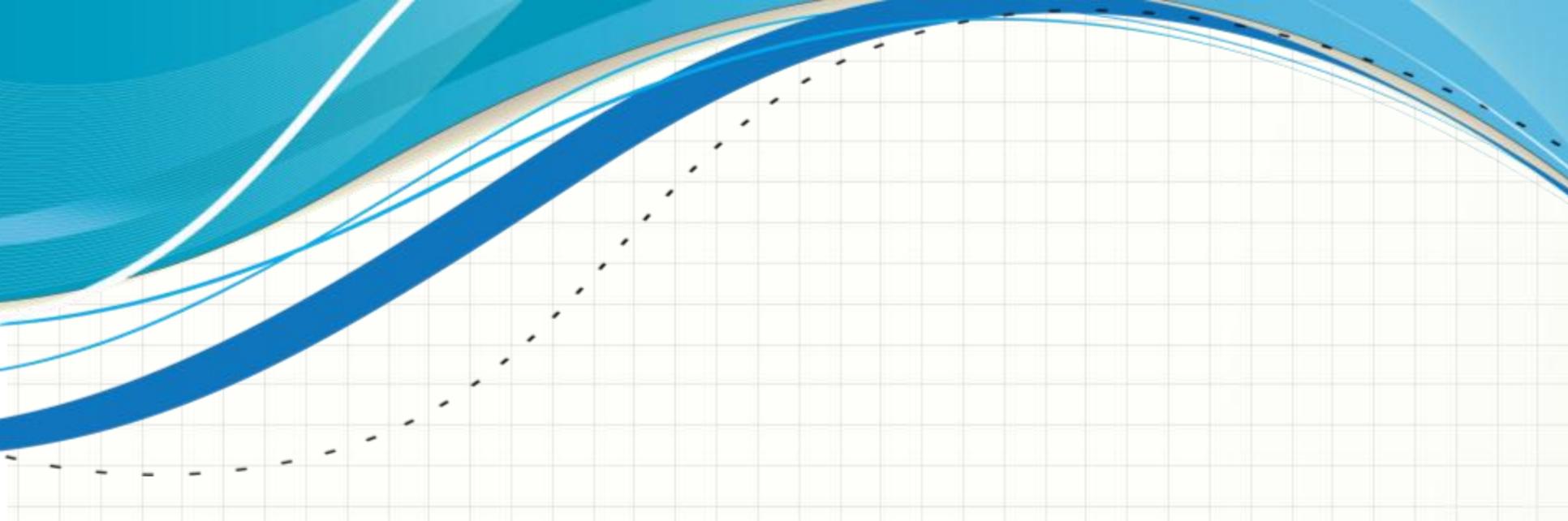
Resumo

- Dilatação/contração térmica
 - pode causar tensões!
- Concentrações de tensão
 - O corpo rompe mais rapidamente
- Materiais dúteis
 - Possuem uma resistência adicional após início do escoamento!
- **Exercitar**
 - Exercícios Hibbeler

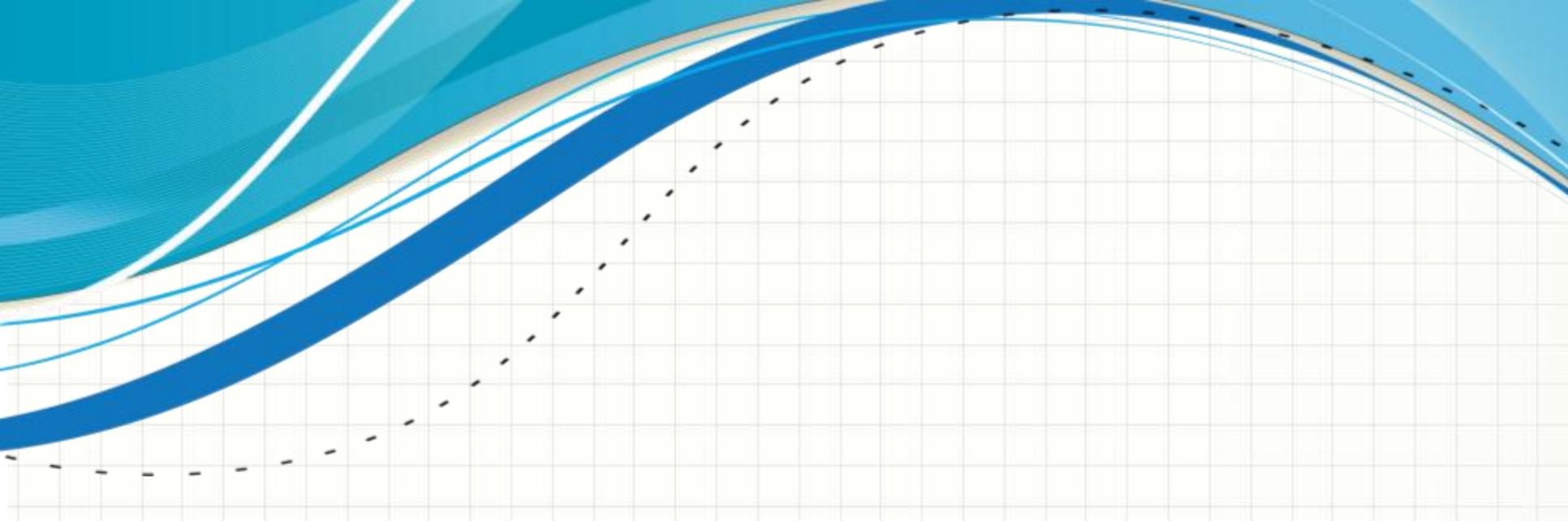
Próxima Aula



- Só existem tensões normais?
 - Não!
- Torção...
- Momento...



PERGUNTAS?



**BOM DESCANSO
A TODOS!**