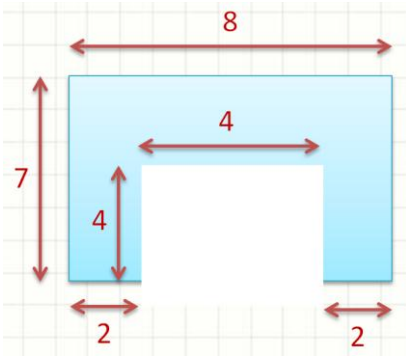


Exercício - Aula 1 - Solução

O objetivo deste exercício é que os alunos percebam a importância do momento estático como uma forma de determinar o centroide de uma área, medida que será de fundamental importância ao longo deste curso. É importante organizar a solução, por existem sempre muitos caminhos, alguns são substancialmente mais longos que outros.

O problema é apresentado com a figura abaixo:



Pede-se: **Calcule a posição do centroide da área azul.**

Bem, por onde começar?

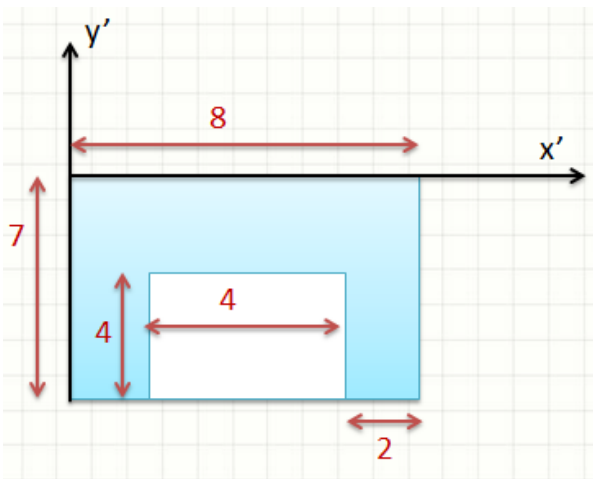
Se tivéssemos um eixo qualquer, poderíamos calcular a distância dele para o centroide através do cálculo do momento estático; a distância d até o centroide seria o momento estático da figura em relação a esse eixo dividido pela área da figura; em outras palavras: $d = S/A$.

Como o centroide é um ponto, precisaríamos não de um, mas de dois eixos para que fosse possível localizar a posição do mesmo.

Determinando Eixos de Referência Iniciais

É certo que não temos esses eixos, mas nada nos impede de coloca-los onde nos interessar. O aluno precisa se acostumar a escolher a localização de eixos de referência.

Antes de mais nada, vamos usar um par de eixos de referência: x' e y' , conforme indicado abaixo. Eles serão nossos eixos iniciais para o cálculo do momento estático.



Cálculo da Posição Xg do Centróide

O primeiro passo é determinar a posição Xg onde se encontra o centróide.

Poderíamos calcular o momento estático da área em relação ao eixo y' e, dividindo este valor pela área da figura, teríamos a posição Xg (contando a partir de y').

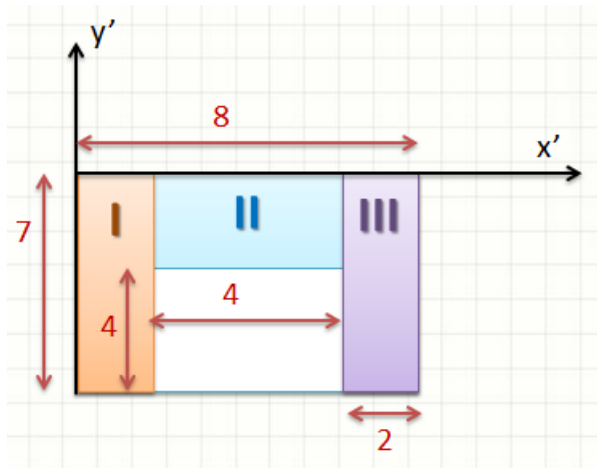
No entanto, é fácil perceber que a figura possui uma simetria: é possível traçar um eixo y paralelo a y' que divida a figura em duas partes idênticas (porém espelhadas). Como eixos de simetria passam pelo centróide, este eixo y estaria na posição Xg!

Ora, se a figura será cortada em duas metades idênticas, este eixo deve estar centralizado em sua largura: a figura tem 8 de largura e, sendo assim, o eixo y deve passar pela posição x = 4, que é exatamente a posição Xg.

Cálculo da Posição Yg do Centróide

Já a posição do eixo x – ou seja, o Yg – é um pouco mais complicada de se obter, já que a figura não tem simetria com relação a nenhum eixo paralelo a x'. Sendo assim, não escaparemos de calcular o momento estático com relação ao eixo x' para, dividindo este valor pela área total da figura, descobriremos a posição do Yg.

Há diversas formas de calcular o momento estático da área mas, como o eixo x' foi posicionado convenientemente, uma forma prática é “picotando” a figura em diferentes retângulos cujo momento estático é calculado diretamente, pela fórmula $(b * h^2)/2$:



$$S_{xI} = S_{xIII} = (b * h^2) / 2 = (2 * 7^2) / 2 = 7^2 = 49$$

$$S_{xII} = (b * h^2) / 2 = (4 * 3^2) / 2 = 2 * 9 = 18$$

$$S_x = S_{xI} + S_{xII} + S_{xIII} = -49 - 18 - 49 = -116 \quad \Rightarrow \text{Negativos: estão no 4º quadrante!}$$

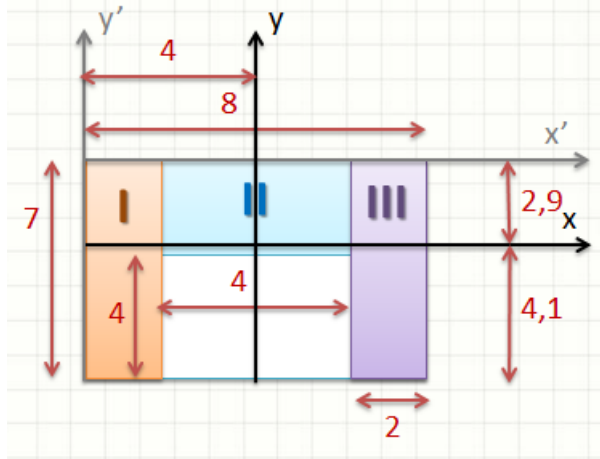
Para calcular a altura do eixo X ainda precisamos da área da figura, que nada mais é que:

$$A = A_I + A_{II} + A_{III} = 2*7 + 3*4 + 2*7 = 14 + 12 + 14 = 40$$

Logo, a posição do eixo **X** pode ser calculada com a expressão:

$$Y_g = S_x / A = -116 / 40 = -2.9$$

Assim, podemos indicar os eixos que passam pelo centroide da figura:



Parece muita coisa? Nem tanto. Na página seguir encontra-se a solução apenas com os cálculos:

Exercício - Aula 1 – Solução (apenas Cálculos)

Cálculo da Posição do Centroide

$$S_{xI} = S_{xIII} = (b * h^2) / 2 = (2 * 7^2) / 2 = 7^2 = 49$$

$$S_{xII} = (b * h^2) / 2 = (4 * 3^2) / 2 = 2 * 9 = 18$$

$$S_x = S_{xI} + S_{xII} + S_{xIII} = -49 - 18 - 49 = -116$$

$$A = A_I + A_{II} + A_{III} = 2*7 + 3*4 + 2*7 = 14 + 12 + 14 = 40$$

$$Y_g = S_x / A = -116 / 40 = -2.9$$

