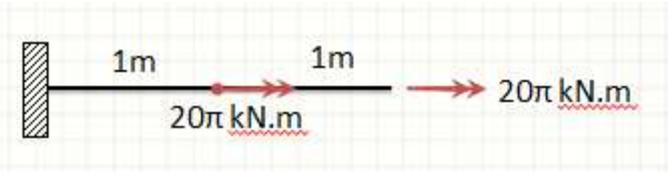
Exercício - Aula 6 - Solução

O objetivo deste exercício é que os alunos verifiquem a importância do diagrama de momentos torçores nos cálculos de rotações e cisalhamento máximo, além da percepção da influência da forma da seção nas rotações e tensões de cisalhamento máximas.

O problema é apresentado com o seguinte enunciado:

A barra abaixo, que possui G = 20GPa, tem R = 10 cm. Calcule quanto ponta da barra irá girar com relação ao engastamento e o τ_{MAX}.



Calcule qual seria a diferença de rotação e cisalhamento máximo se a barra fosse oca, com o raio interno igual a 5cm?

Cálculos Básicos

$\mathbf{A_{cheio} = \pi \cdot R^2}$

$A_{vazado} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot (R/2)^2 \rightarrow A_{vazado} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot R^2 / 4 \rightarrow \mathbf{A_{vazado} = 3 \cdot \pi \cdot R^2}$

$\mathbf{J_{cheio} = \pi \cdot R^4 / 2}$

$J_{vazado} = \pi \cdot R^4 / 2 - (\pi \cdot (R/2)^4) / 2 \rightarrow J_{vazado} = \pi \cdot R^4 / 2 - (\pi \cdot R^4) / 32 \rightarrow \mathbf{J_{vazado} = 15 \cdot \pi \cdot R^4 / 32}$

Resumidamente:

$L = 2\ m^2$ $\quad$ $R=0{,}1m$ $\quad$ $G = 20GPa$

$A_{cheio} = \pi \cdot R^2$ $\quad$ $A_{vazado} = 3 \cdot \pi \cdot R^2$ $\quad$ $J_{cheio} = \pi \cdot R^4 / 2$ $\quad$ $J_{vazado} = 15 \cdot \pi \cdot R^4 / 32$

Diagrama de Momento Torçor

Caso 1: Seção Cheia

$\phi_{total} = \phi_1 + \phi_2$

$\phi_1 = T_1.L_1/G.J = T_1.L_1/(G. \pi \cdot R^4 / 2) = 2.T_1.L_1/(G. \pi \cdot R^4)$

$\phi_1 = 2.4.10^4. \pi.1/(2.10^{10}. \pi \cdot 1 \cdot 10^{-4}) = 2.4.10^4.\pi.1/(2.10^6. \pi) = 4.10^{-2}$ rad

$\phi_2 = 2.2.10^4. \pi.1/(2.10^{10}. \pi \cdot 1 \cdot 10^{-4}) = 2.2.10^4.\pi.1/(2.10^6. \pi) = 2.10^{-2}$ rad

$\boldsymbol{\phi_{total}} = 4.10^{-2} + 2.10^{-2}$ **= 6.10⁻² rad**

$\tau_{max} = T_{max} \,.\, R / J_{cheio} = T_{max} \,.\, R / (\pi \,.\, R^4 / 2) = 2 \,.\, T_{max} / (\pi \,.\, R^3)$

$\tau_{max} = 2 \,.\, 4 \,.\, 10^4 \,.\, \pi / (\pi \,.\, 1.10^{-3}) = 8 \,.\, 10^7 = 80$ MPa

Caso 2: Seção Vazada

$\phi_{total} = \phi_1 + \phi_2$

$\phi_1 = T_1.L_1/G.J = T_1.L_1/(G.\ 15 \,.\, \pi \,.\, R^4 / 32) = 32.T_1.L_1/(G.\ 15 \,.\, \pi \,.\, R^4)$

$\phi_1 = 32 \,.\, 4.10^4.\ \pi.1/(2.10^{10}.\ 15 \,.\, \pi \,.\, 1 \,.\, 10^{-4}) = 128.10^4/(30.10^6) = 64.10^{-2}/ 15$ rad

$\phi_2 = 32.\ 2.10^4.\ \pi.1/(2.10^{10}.\ 15.\ \pi \,.\, 1 \,.\, 10^{-4}) = 64.10^4/(30.10^6) = 32.10^{-2} / 15$ rad

$\boldsymbol{\phi_{total}} = 64.10^{-2}/ 15 + 32.10^{-2} / 15$ **= $\mathbf{96.10^{-2} / 15}$ rad ≈ $\mathbf{6{,}4.10^{-2}}$ rad**

$\tau_{max} = T_{max} \,.\, R / J_{vazado} = T_{max} \,.\, R / (15 \,.\, \pi \,.\, R^4 / 32)$

$\tau_{max} = 32 \,.\, T_{max} / (15 \,.\, \pi \,.\, R^3)$

$\tau_{max} = 32 \,.\, 4 \,.\, 10^4 \,.\, \pi / (15 \,.\, \pi \,.\, 1 \,.\, 10^{-3})$

$\tau_{max} = 128 \,.\, 10^7 / 15$ Pa = 1280/15 Mpa ≈ **85,33MPa**