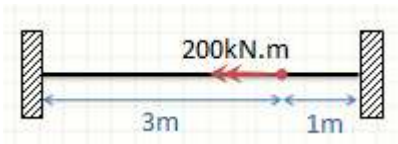


Exercício - Aula 7 - Solução

O objetivo deste exercício é que os alunos verifiquem como o cálculo de rotações pode auxiliar no cálculo de estruturas estaticamente indeterminadas.

O problema é apresentado com o seguinte enunciado:

A barra abaixo, que possui $G = 20\text{GPa}$ no trecho de 3m e $G = 60\text{GPa}$ no trecho de 1m , tem $R = 10\text{ cm}$. Calcule as reações de apoio.



Cálculos Básicos

$$A = \pi \cdot R^2 \quad J = \pi \cdot R^4 / 2$$

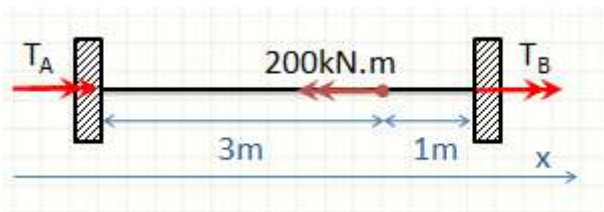
Resumidamente:

$$R = 0,1\text{m} \quad L_1 = 3\text{ m}^2 \quad G_1 = 20\text{GPa} \quad L_2 = 1\text{ m}^2 \quad G_2 = 60\text{GPa}$$

$$A = \pi \cdot R^2 \quad J = \pi \cdot R^4 / 2$$

Equilíbrio Estático

Pelo equilíbrio estático, podemos identificar que haverá as reações T_A e T_B , conforme indicado na figura:



Logo, pelo equilíbrio de momento torçor ao redor do eixo x , temos: $T_A + T_B = 200000$

$$T_A = 200000 - T_B$$

Compatibilidade de Deslocamentos

O deslocamento do primeiro trecho (o de 3m), ϕ_1 , deve ser numericamente igual ao deslocamento do segundo trecho (de 1m), ϕ_2 .

$$\phi_1 = T_A \cdot L_1 / G_1 \cdot J$$

$$\phi_2 = T_B \cdot L_2 / G_2 \cdot J$$

Logo...

$$\phi_1 = T_A \cdot L_1 / G_1 \cdot J = T_B \cdot L_2 / G_2 \cdot J = \phi_2$$

$$T_A = T_B \cdot L_2 \cdot G_1 / L_1 \cdot G_2$$

Resolvendo o Sistema de Equações

$$T_A = 200000 - T_B$$

$$T_A = T_B \cdot L_2 \cdot G_1 / L_1 \cdot G_2$$

$$200000 - T_B = T_B \cdot L_2 \cdot G_1 / L_1 \cdot G_2$$

$$T_B \cdot L_2 \cdot G_1 + T_B \cdot L_1 \cdot G_2 = 200000 \cdot L_1 \cdot G_2$$

$$T_B \cdot (L_2 \cdot G_1 + L_1 \cdot G_2) = 200000 \cdot L_1 \cdot G_2$$

$$T_B = 200000 \cdot L_1 \cdot G_2 / (L_2 \cdot G_1 + L_1 \cdot G_2)$$

$$T_B = 200000 \cdot 3.60 / (1.20 + 3.60)$$

$$T_B = 200000 \cdot 180 / 200 = 180000 \text{ N.m}$$

$$\mathbf{T_B = 180kN.m}$$

Logo...

$$T_A = 200000 - 180000$$

$$\mathbf{T_A = 20kN}$$