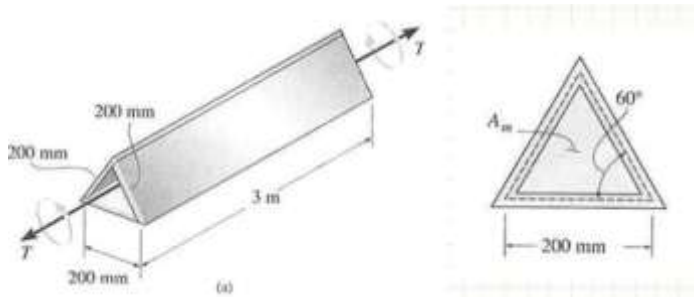


Exercício - Aula 8 - Solução

O objetivo deste exercício é que os alunos verifiquem como o cálculo de cisalhamento máximo e rotações pode ser feito em tubos de paredes finas de seções arbitrárias.

O problema é apresentado com o seguinte enunciado:

Um tubo triangular, conforme a figura abaixo, de chapas de aço de 5mm de espessura, com $G=75\text{GPa}$. Calcule a tensão de cisalhamento máxima e o ângulo de torção.



Cálculos Básicos

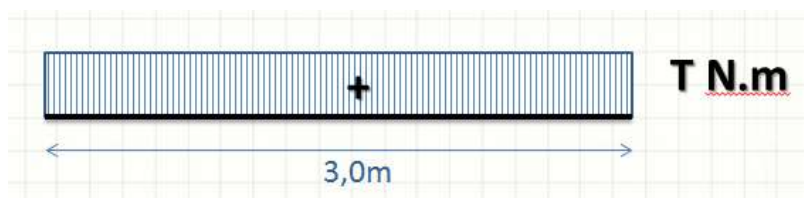
$$A_m = b \cdot h / 2 \quad h = b \cdot \text{sen } 60^\circ$$

Resumidamente:

$$t=0,005\text{m} \quad L = 3\text{m} \quad G = 75\text{GPa} \quad T = T \quad P = 3 \cdot b \quad b = 0,2\text{m}$$

Diagramas

Como se trata de um momento constante de valor T , positivo, o diagrama é bastante simples:



Cálculo do Cisalhamento Máximo

O cisalhamento médio é dado pela expressão:

$$\tau_{\text{méd}} = T / (2 \cdot t \cdot A_m)$$

O cisalhamento máximo ocorre na região onde o momento torçor é maior e/ou a espessura é menor; uma vez que o momento torçor e a espessura são constantes, podemos calcular:

$$\tau_{\text{máx}} = T / (2 \cdot t \cdot (b^2 \cdot \text{sen} 60^\circ) / 2)$$

$$\tau_{\text{máx}} = T / (t \cdot b^2 \cdot \text{sen} 60^\circ)$$

$$\tau_{\text{máx}} = T / (5 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^{-1})^2 \cdot \text{sen} 60^\circ) = T / (20 \cdot 10^{-5} \cdot \text{sen} 60^\circ) = T / (20 \cdot 10^{-5} \cdot 3^{0,5} / 2) = T / (10 \cdot 10^{-5} \cdot 3^{0,5})$$

$$\tau_{\text{máx}} = T \cdot 10^4 / 3^{0,5} \text{ Pa}$$

Cálculo da Rotação

A rotação é dada pela seguinte expressão:

$$\phi = (T.L/(4.A_m^2.G)) \cdot \int ds/t$$

A rotação deve ser calculada trecho a trecho, considerando que o momento torçor e a espessura deve ser constante em cada um deles. Como ambos são constantes ao longo da viga, basta calcular. Vamos começar pela integral:

$$I = \int ds/t$$

Como t é constante, podemos transportá-lo para fora da integral:

$$I = (1/t) \int ds$$

A integral de cada trecho de comprimento ds ao longo do perímetro médio é, exatamente, o perímetro médio total P, que é igual a 3.b. Logo, a integral total é:

$$I = 3.b/t$$

Voltando para a equação principal:

$$\phi = (T.L/(4.A_m^2.G)) \cdot \int ds/t = (T.L/(4.G \cdot ((b^2 \cdot \sin 60^\circ)/2)^2)) \cdot 3.b/t$$

$$\phi = 3.b.T.L/(t.4.G \cdot ((b^2 \cdot \sin 60^\circ)/2)^2) = 3.b.T.L/(t.4.G.b^4 \cdot \sin^2 60^\circ/4)$$

$$\phi = 3.b.T.L/(t.G.b^4 \cdot \sin^2 60^\circ) = 3.T.L/(t.G.b^3 \cdot \sin^2 60^\circ)$$

$$\phi = 3.T.L/(t.G.b^3 \cdot (3^{0.5}/2)^2) = 3.T.L/(t.G.b^3 \cdot 3/4)$$

$$\phi = T.L/(t.G.b^3/4) = 4.T.L/(t.G.b^3)$$

$$\phi = 4.T.3/(5 \cdot 10^{-3} \cdot 75 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-1})^3) = 4.T.3/(5 \cdot 10^{-3} \cdot 3.25 \cdot 10^9 \cdot 4.2 \cdot 10^{-3})$$

$$\phi = T/(10 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^9 \cdot 10^{-3}) = T/(25 \cdot 10^4) = T/((10^2/4) \cdot 10^4)$$

$$\phi = 4.T/10^6 \text{ rad}$$