

TOPOGRAFIA

PLANIMETRIA:

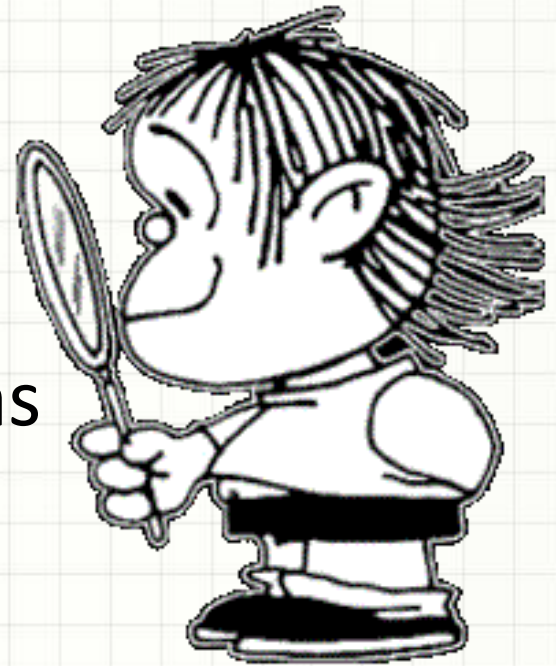
CÁLCULO DE AZIMUTES EM POLIGONAIS E COORDENADAS

Prof. Dr. Daniel Caetano

2013 - 1

Objetivos

- Conceituar levantamento poligonal e o cálculo de azimutes
- Determinação da correção de azimutes
- Fechamento da Poligonal
- Determinação das coordenadas
- Fechamento Linear

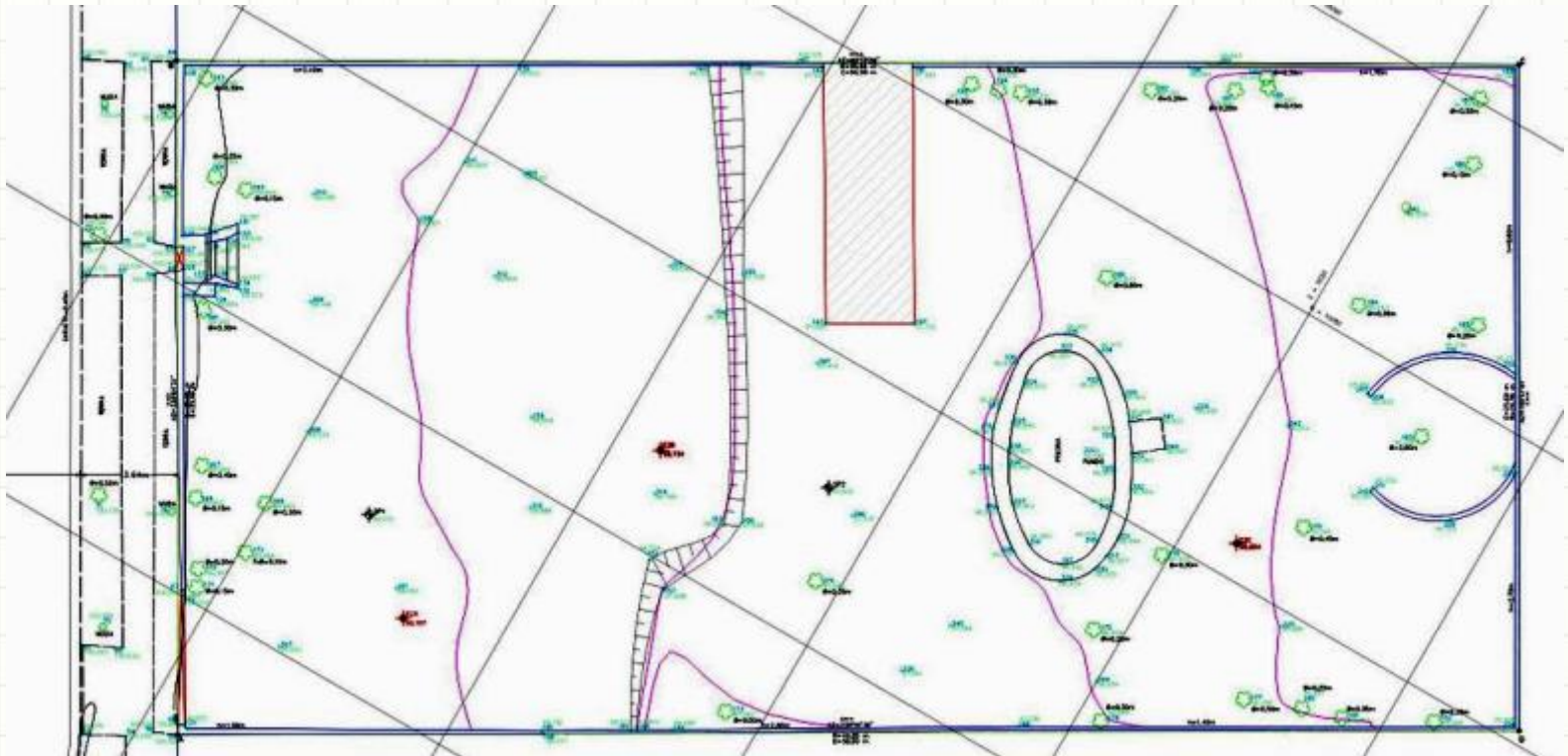




LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO POLIGONAL

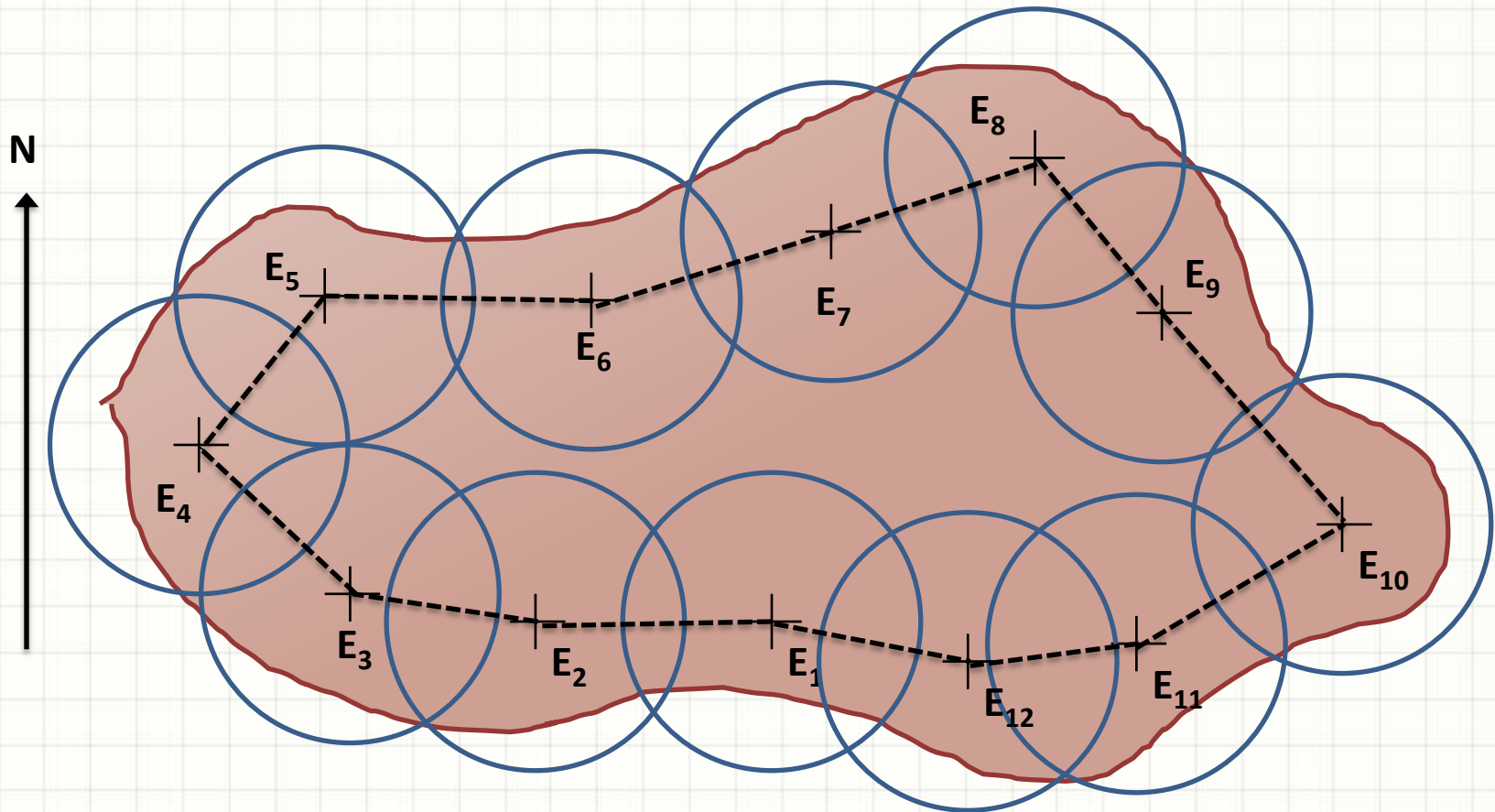
Levantamento Topográfico

- Representação: pontos levantados no terreno
 - Cota
 - Posição (x,y) ou (N,E)



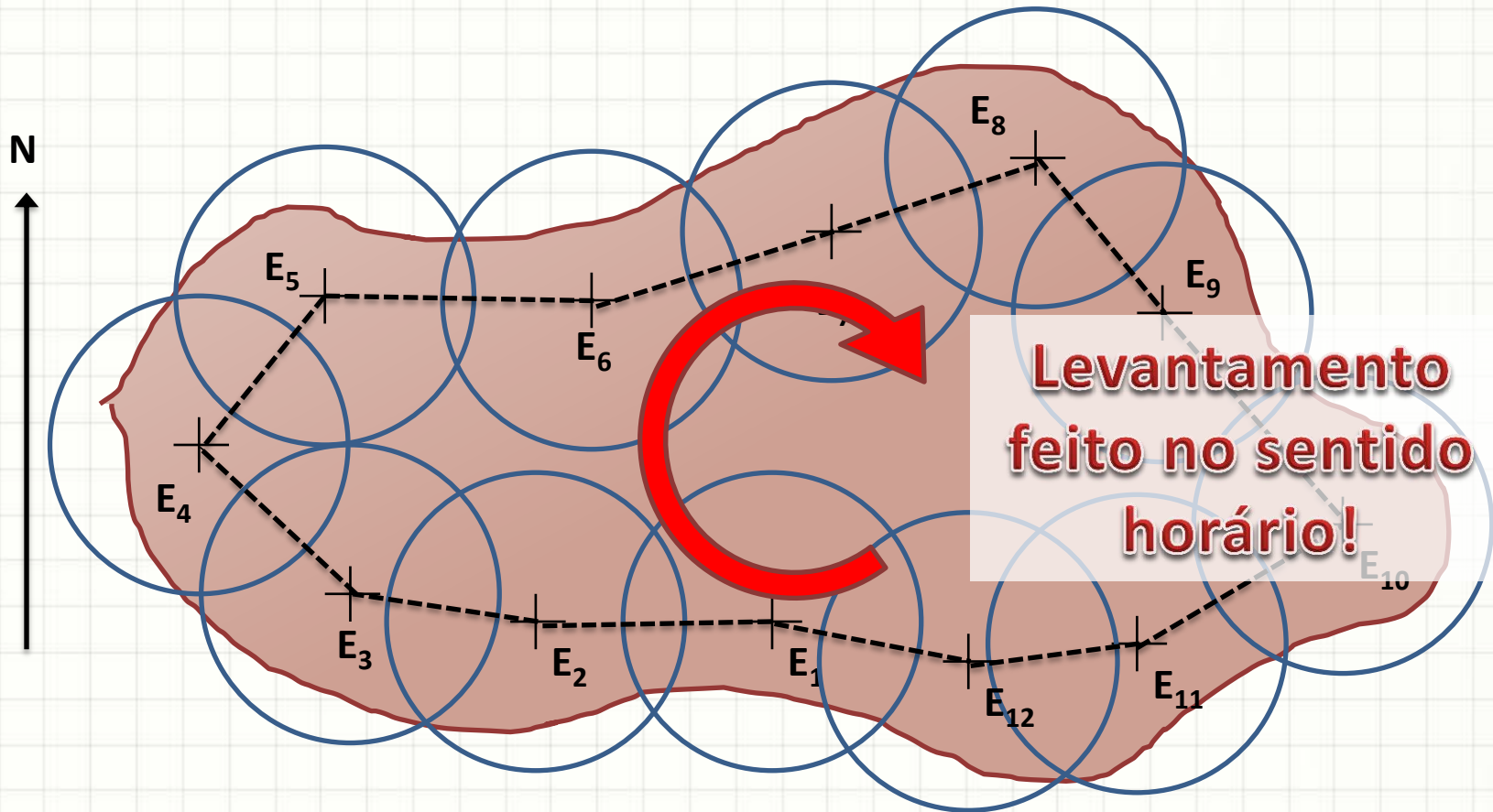
Levantamento Poligonal

- Para cobrir um terreno...



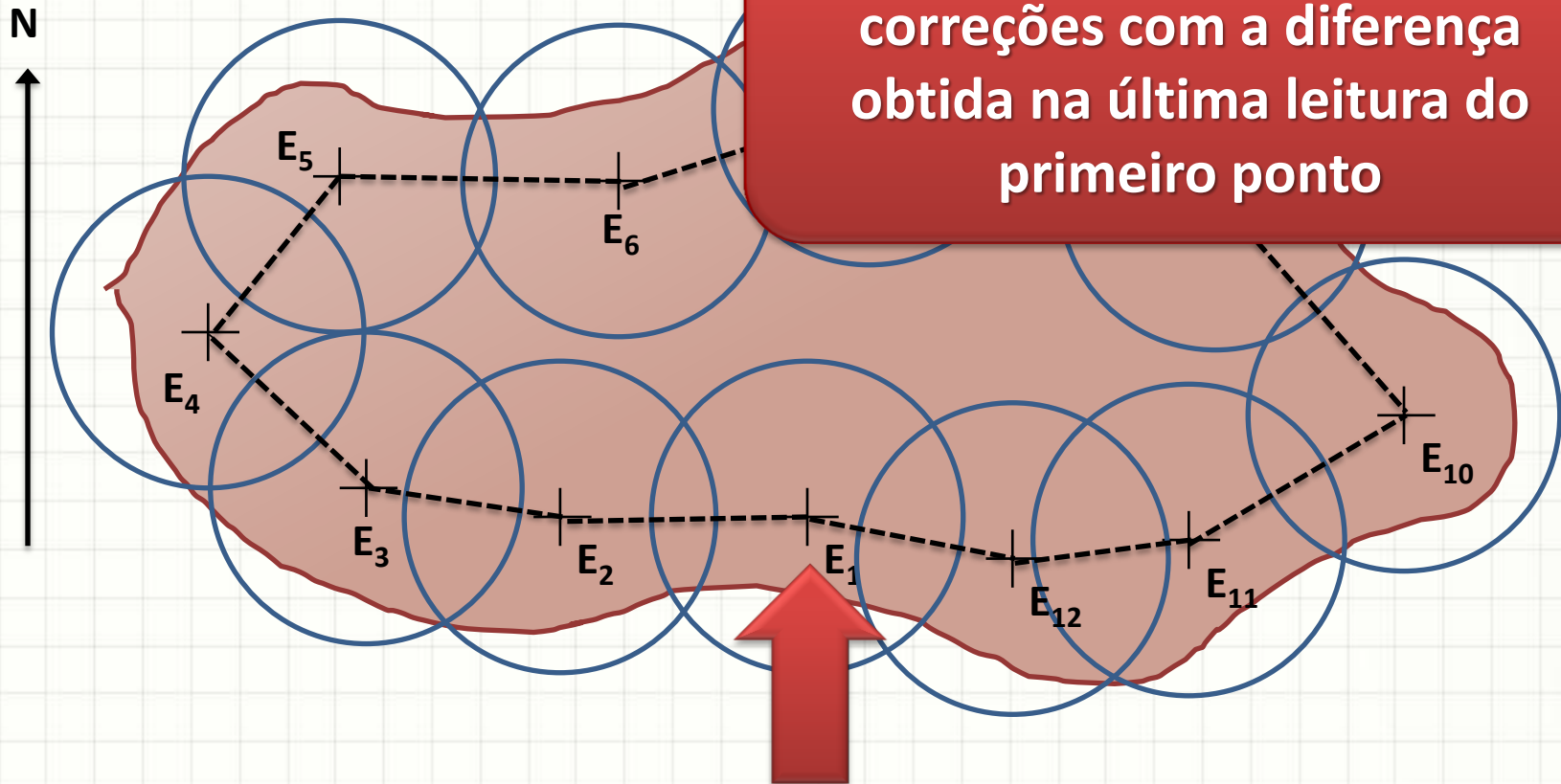
Levantamento Poligonal

- Para cobrir um terreno...



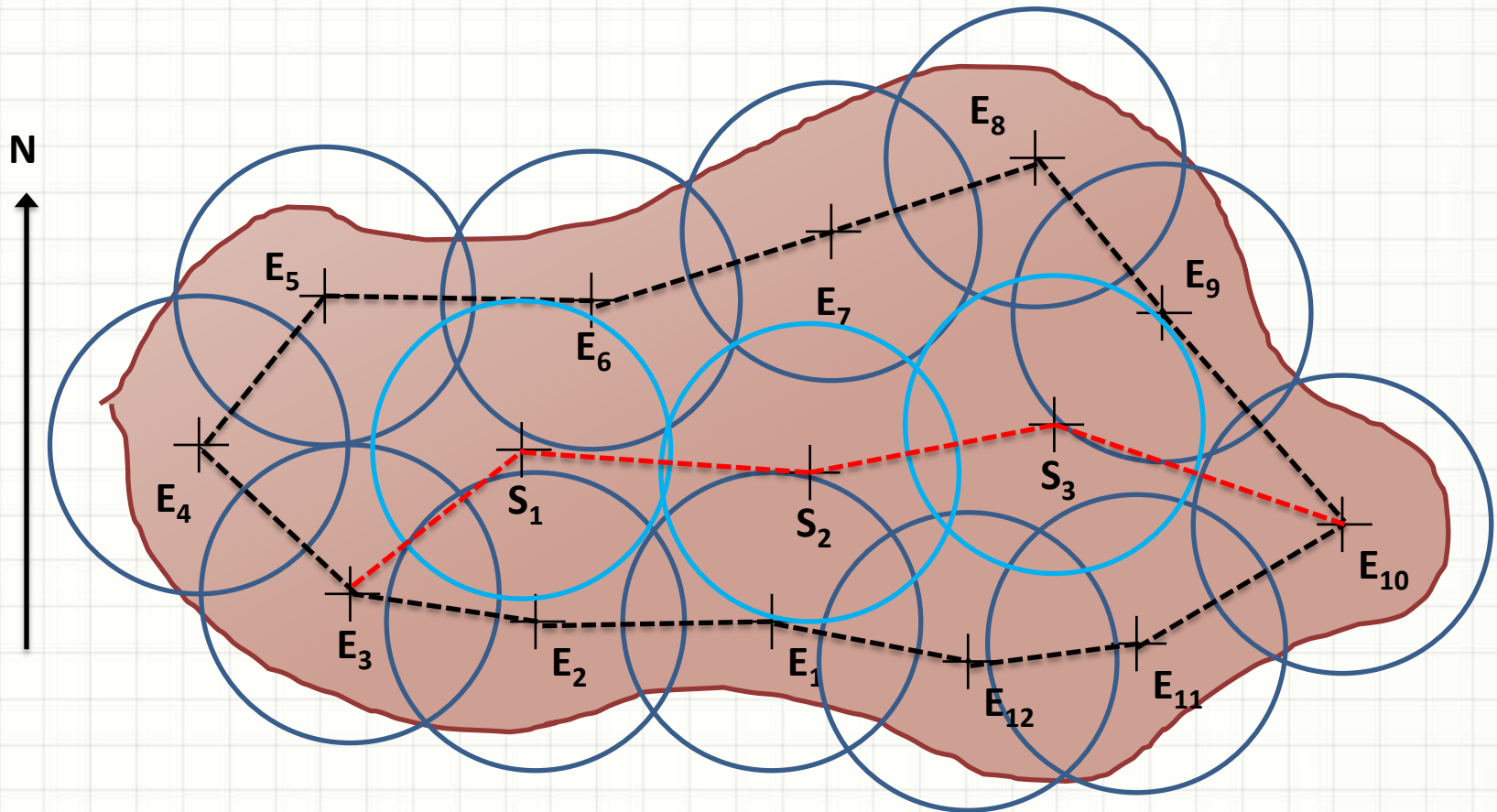
Levantamento Poligonal

- Para cobrir um terreno...



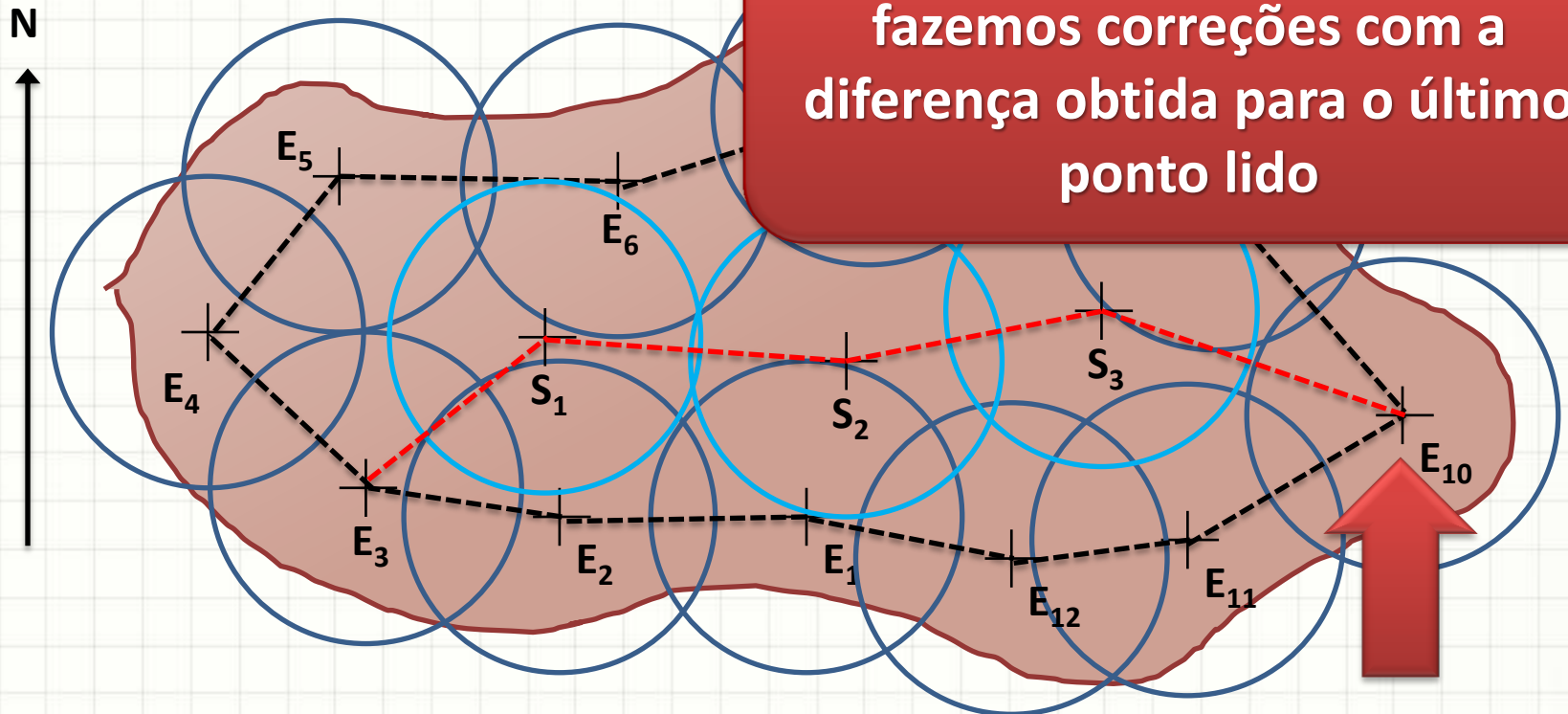
Levantamento Poligonal

- ...e a poligonal secundária



Levantamento Poligonal

- ...e a poligonal secundária



Na poligonal secundária,
fazemos correções com a
diferença obtida para o último
ponto lido



CARACTERÍSTICAS DA POLIGONAL

Características da Poligonal

- Devem ser compatíveis com o instrumento

Teodolito	Comprimento dos Lados (m)	Número de Lados (Máximo)
1'	30 a 50	12
6"	50 a 150	20
1"	150 a 500	50

- Medida de distância
 - 1' → trena (várias medidas, com média)
 - 6" ou 1" → distanciômetro eletrônico
- Detalhes: taqueometria (ou visada a prisma em balisa)

Cálculo dos Azimutes

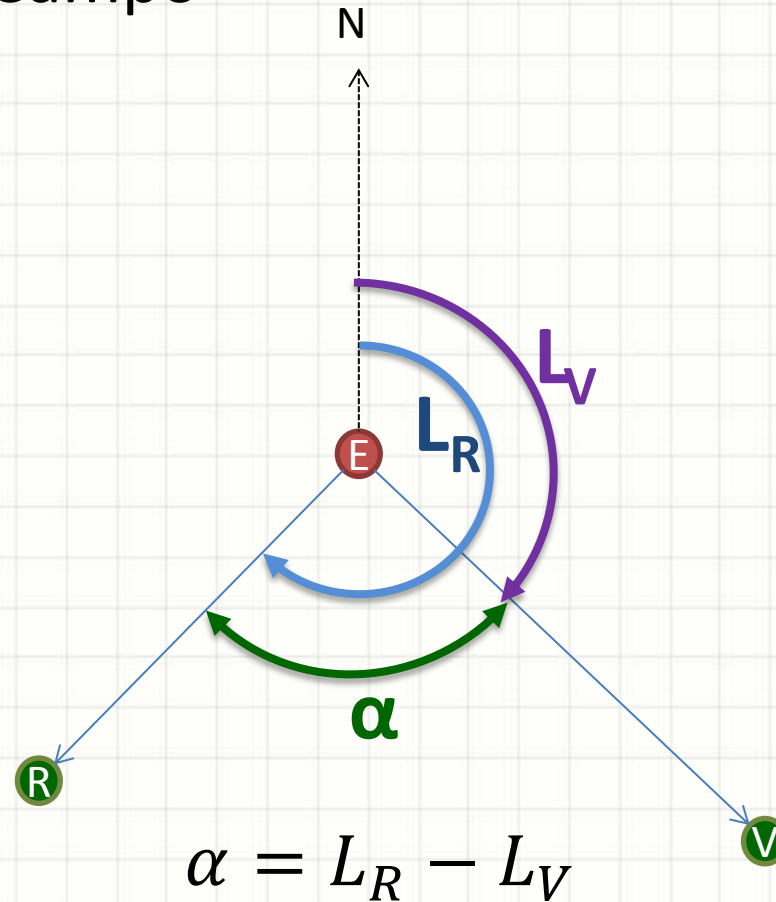
- Levantamento poligonal: sistema polar
 - Ângulos e distâncias
- Converter para medidas cartesianas
 - (x,y) ou (N,E)
 - Astronômicas
- Determina-se o azimute de um dos lados
 - Os outros serão determinados a partir desse
- Preferencialmente
 - Azimute verdadeiro
 - Levantamentos menos importantes: azimute magnético



PROCEDIMENTO DE LEITURA E CÁLCULO

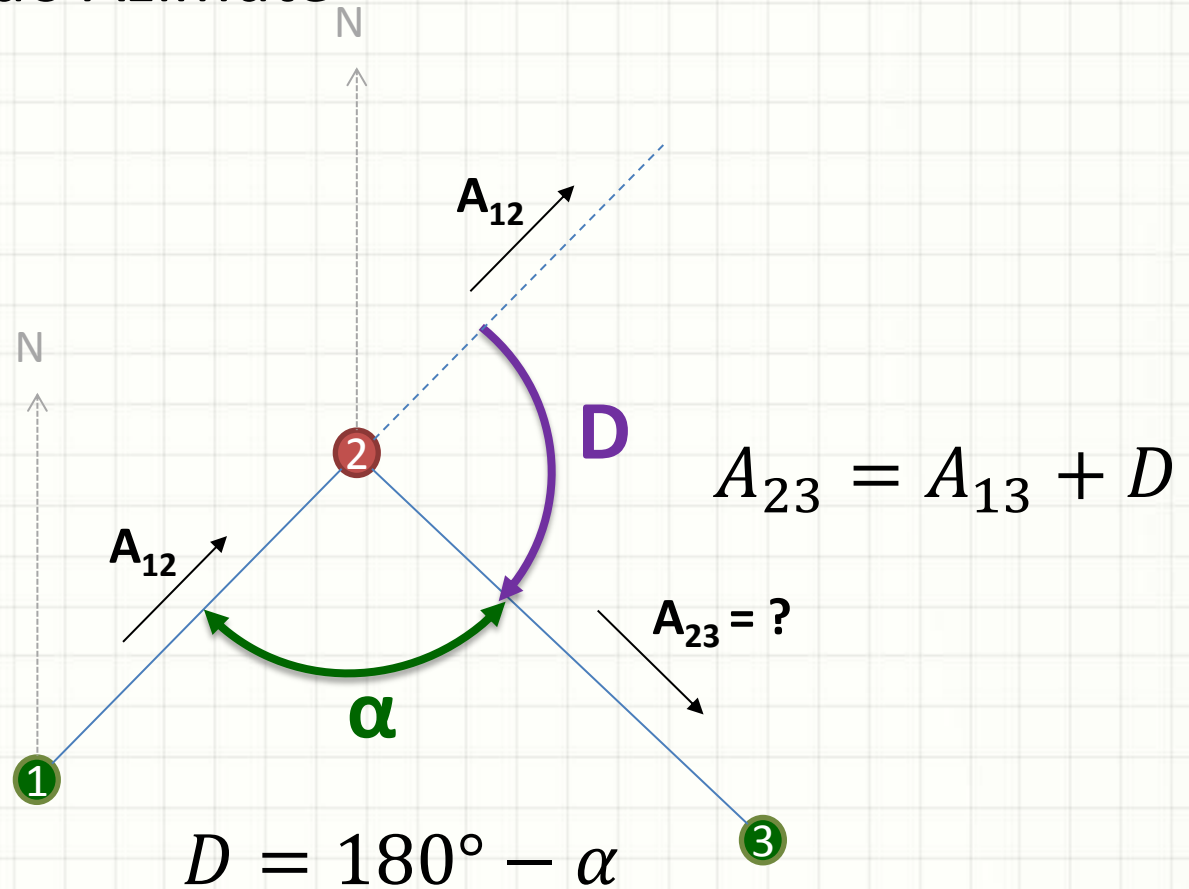
Esquema em Cada Estação

- Leitura em Campo



Esquema em Cada Estação

- Transporte do Azimute





FECHAMENTO

Fechamento da Poligonal

- O procedimento visto é recursivo
 - Leitura em campo de todos os pontos
 - Transporte de azimute de todos os lados da poligonal
 - Ao final, chega-se ao primeiro ponto
 - Calcula-se novamente o azimute do primeiro lado
- A diferença obtida é o erro de fechamento **f**
- Erro deve ser menor que o admissível

Fechamento da Poligonal

- O erro de fechamento admissível

$$f_{ad} = 2,5 \cdot e \cdot \sqrt{n}$$

E – Menor divisão de leitura do teodolito

N – Número de vértices da poligonal

- Se $f > f_{ad}$, localizar o erro / repetir campo
- Caso contrário, distribuição dos erros...
 - Como fazer?

Fechamento da Poligonal

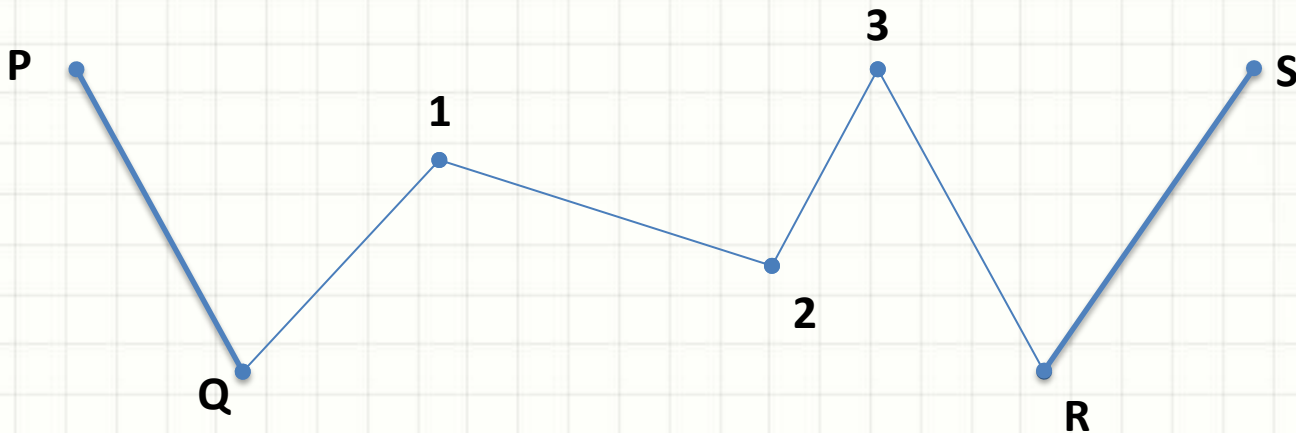
- Ajuste de erro

$$e_d = \frac{f}{n}$$

Lado (azimute)	Correção
1	- (adotado como verdadeiro)
2	$1.e_d$
3	$2.e_d$
4	$3.e_d$
...	...
N	$(n-1).e_d$
1	$n.e_d = f$

Fechamento de Poligonal Secundária

- O procedimento é idêntico
 - Mas não se sai e volta para o mesmo azimute...
 - Saímos do azimute PQ conhecido...
 - E chegamos a um azimute RS conhecido...
- O “erro” é calculado pela diferença do RS pela secundária do RS pela principal



Fechamento Rigoroso

- Fechamento visto: aproximado
- E para levantamentos de maior precisão?
 - Método dos Mínimos Quadrados
 - Hum?
 - Cálculo Numérico!



PLANILHA DE CÁLCULO DE AZIMUTES



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'					
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'					
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

$$D = 180^\circ - (\text{Ré} - \text{Vante})$$

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'					

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

$$\text{Prov}_i = \text{Prov}_{i-1} + D_i$$

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'			
1	34°22'	128°16'	86°06'				

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'			
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'			

$$e_d = (\text{Prov}_{1i} - \text{Prov}_{1f}) / n$$

$$Aj_i = (i-1) \cdot e_d$$

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'		
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'		
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

$$AzA_j = Prov_i + A_j$$

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

$$\Delta = Def_1 - AzAj_1$$

$$Def_i = AzAj_i + \Delta$$

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	235°17'
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	235°17'
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	291°20'
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	



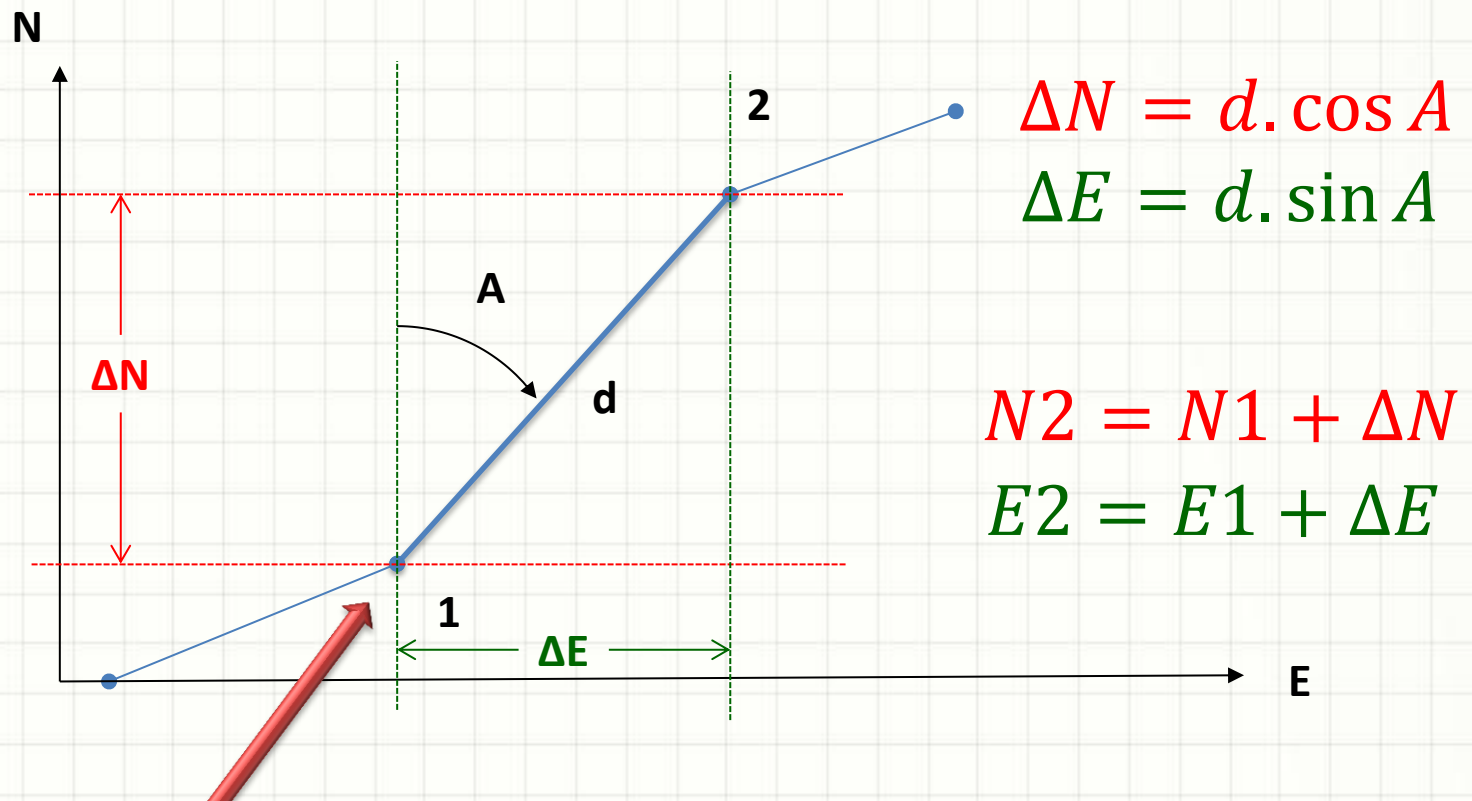
PAUSA PARA O CAFÉ!



POLIGONAIS: CÁLCULO DE COORDENADAS

Cálculo das Coordenadas

- Cálculo de Coordenadas dos pontos é simples
 - Partindo de um de coordenada conhecida...
 - Calcula-se ΔN e ΔE conforme indicado abaixo



Fechamento Linear Poligonal

- A soma dos Δ s tem que ser zero

$$f_N = \sum \Delta N \qquad f_E = \sum \Delta E$$

- O erro linear de fechamento é calculado por:

$$f = \sqrt{f_N^2 + f_E^2}$$

Fechamento Linear Poligonal

- Erro Admissível
 - Depende do tipo de levantamento
 - Depende do equipamento

Erros Admissíveis	Tipo de Poligonal (Equipamento)	Precisão dos Ângulos	Precisão de Cálculos
1:500 a 1:2000	Taqueométrica	Minuto	Decímetro
1:2000 a 1:5000	A trena	Minuto	Centímetro
1:5000 a 1:50000	Eletrônica	Segundo	Milímetro

- 1:500?
 - 1 milímetro de erro para cada 0,5 metro (dist. poligonal)
- 1:2000?
 - 1 milímetro de erro para cada 2 metros (dist. poligonal)

Fechamento Linear Poligonal

- Distribuindo o Erro
 - Proporcional às componentes

$$AN_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i \qquad AE_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

- Sinal do Ajuste na Poligonal Secundária
 - Se sai de uma estação e chega a outra estação...
 - ...deve ser invertido com o indicado acima

Fechamento Linear Poligonal

- Ajustes

$$AN_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i \qquad AE_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

- Coordenadas:

- $N_2 = N_1 + \Delta N_1 + AN_1$

- $E_2 = E_1 + \Delta E_1 + AE_1$

- No geral...

- $N_i = N_{i-1} + \Delta N_{i-1} + AN_{i-1}$

- $E_i = E_{i-1} + \Delta E_{i-1} + AE_{i-1}$



PLANILHA DE CÁLCULO DE COORDENADAS



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363							100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107								
3	178°21'34"	88,301								
4	246°54'08"	74,432								
5	301°20'21"	131,705								
Somadas		504,908								

$$\Delta N = d \cdot \cos Az$$

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somadas		504,908	132,079	132,088						

Exercício

$$f_N = \sum \Delta N$$

$$f_N = -9mm$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somadas		504,908	132,079	132,088						

Exercício

$$\Delta N_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i$$

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somos		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somos		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somos		504,908	132,0							

$$\Delta E = d \cdot \text{sen } Az$$

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Sommas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somos		504,908	132,079	132,088	-9					

Exercício

$$f_E = \sum \Delta E$$

$$f_E = +8mm$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955			

Exercício

$$\Delta E_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somos		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i + A_j N_i$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somos		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Sommas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

$$E_{i+1} = E_i + \Delta E_i + A_j E_i$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	
									100,000	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	
									100,000	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	
									100,000	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	
									100,000	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	312,492
									100,000	
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	ΔN		Aj (mm)	ΔE		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,163	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	21,498	312,492
									100,000	200,000
Somadas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		



EXERCÍCIOS

Exercícios

1. Calcule os azimutes da tabela abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes		
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado
1	-	-	-	<i>34°22'30"</i>	0	34°22'
2	0°	105°06'42"				
3	0°	125°33'30"				
4	0°	91°31'12"				
5	0°	123°57'48"				
1	0°	93°52'06"				



CONCLUSÕES

Resumo

- A medição de posicionamento é mais simples com ângulos e distâncias
- A medição de ângulos é delicada e a precisão varia muito de instrumento para instrumento
- É possível medir distâncias com equipamentos simples
- Os erros podem ser grandes se cuidados não forem tomados

Próxima Aula



- Como medir grandes distâncias?
 - Como controlar o erro?
 - Como transformar ângulos e distâncias em coordenadas?



PERGUNTAS?



**BOM DESCANSO
A TODOS!**