



ORGANIZAÇÃO DE COMPUTADORES

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Prof. Dr. Daniel Caetano

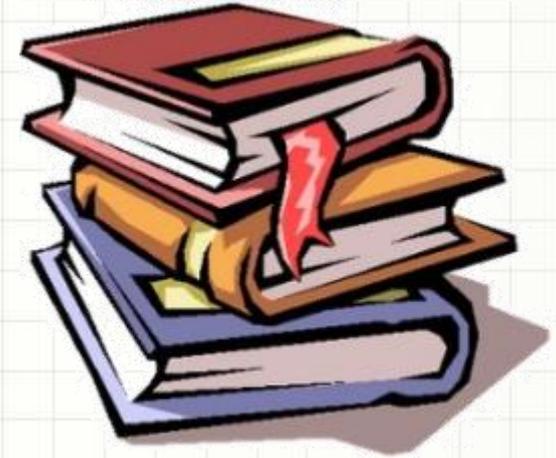
2014 - 1

Objetivos

- Compreender do que é um sistema de numeração
- Conhecer as bases binária e hexadecimal
- Capacitar para converter números binários e hexadecimais em decimais



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Notas de Aula

<http://www.caetano.eng.br/>

(Organização de Computadores - Aula 3)

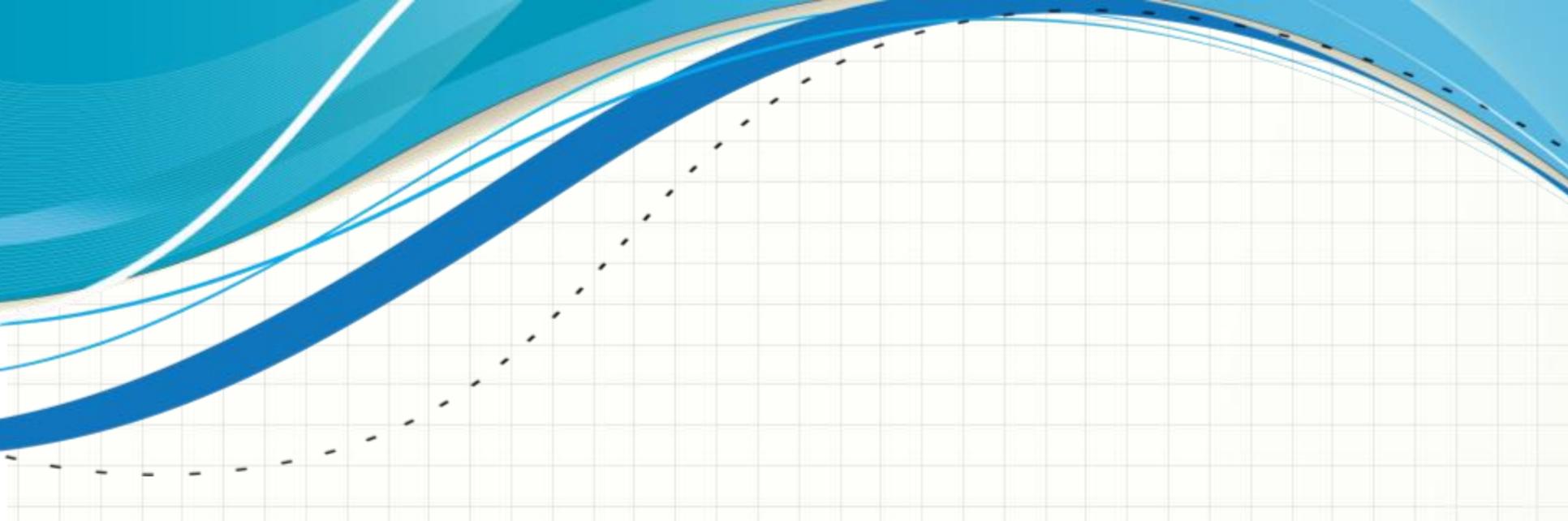
Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>

(Organização de Computadores - Aula 3)

Material Didático

...

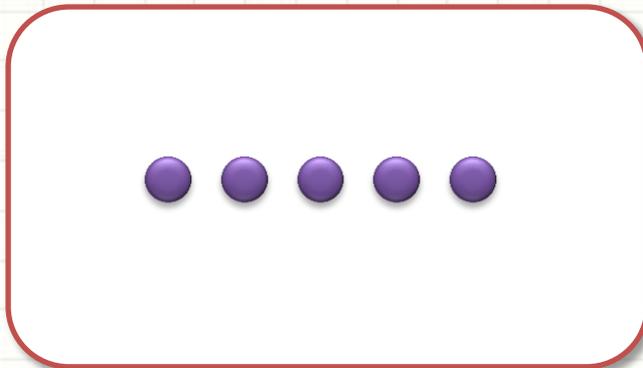


REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS

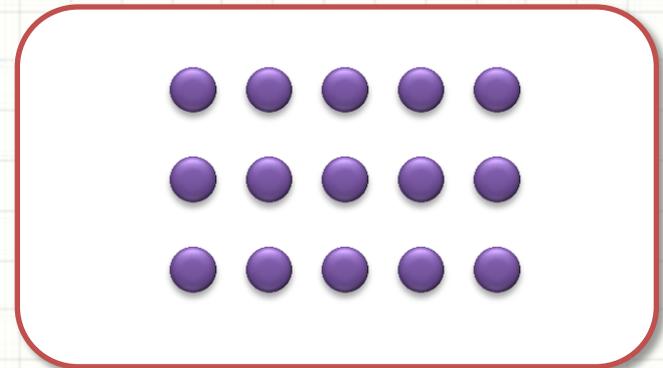
Representações Numéricas

- Diferenciar: Números x Quantidades
- Quantidade de Elementos
 - Contagem de um conjunto
 - Pode-se comparar quantidades, mesmo sem nomeá-las

Conjunto 1



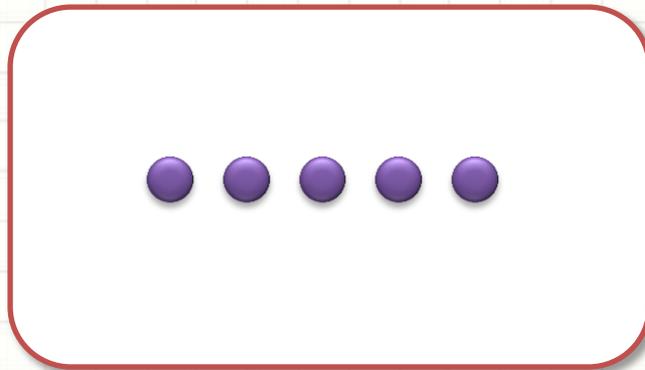
Conjunto 2



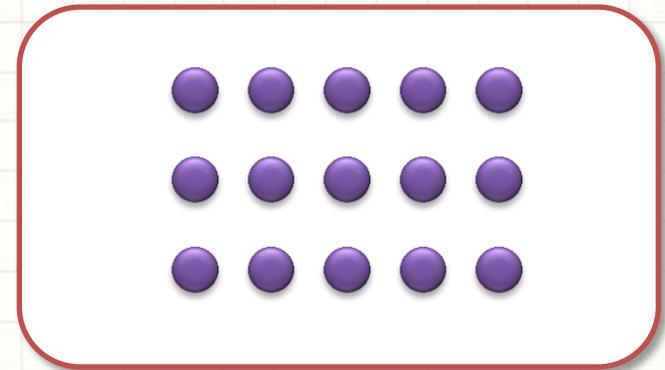
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



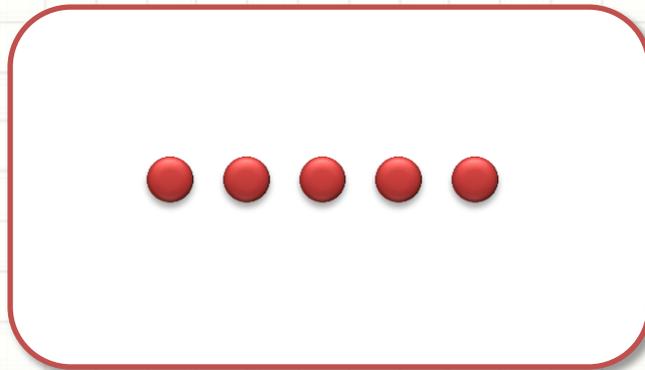
Conjunto 2



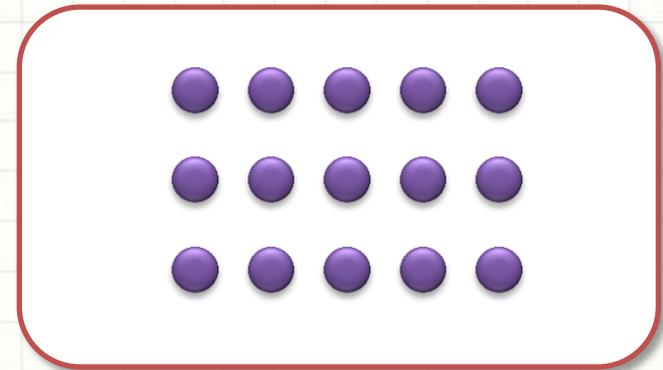
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2

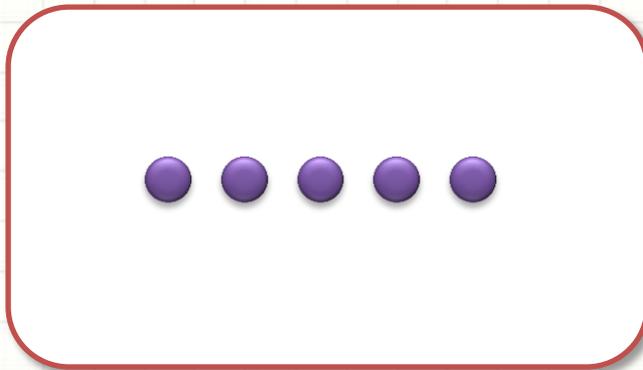


- O Conjunto 1 tem **5** bolinhas

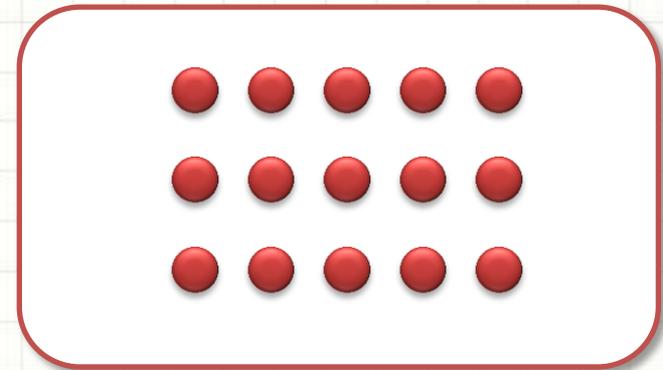
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

Representações Numericas

- Números são representados de diferentes formas para as crianças

Esta é a única forma de representar?



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

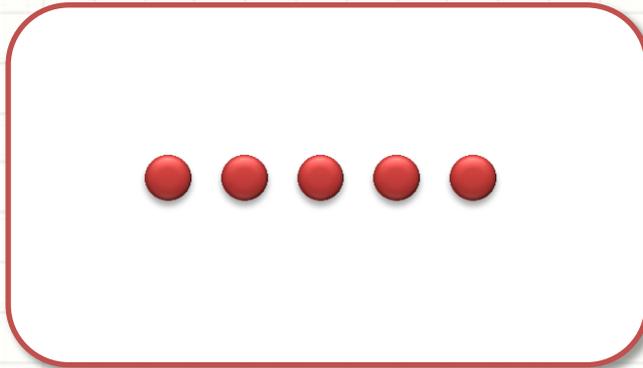
Representações Numéricas

- Não é única...
- ...nem foi a primeira!
- **Representação decimal com numerais hindu-arábicos**
- Há outras formas de representar?
- Sem dúvida...
 - Por exemplo, numerais romanos
 - Uso de letras para representar quantidades:
 - I, V, X, L, C, M...

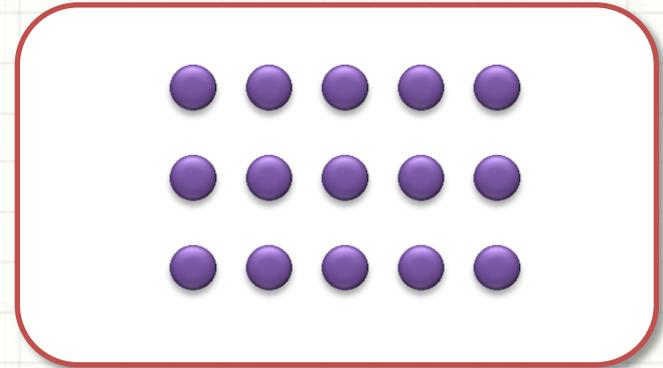
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2

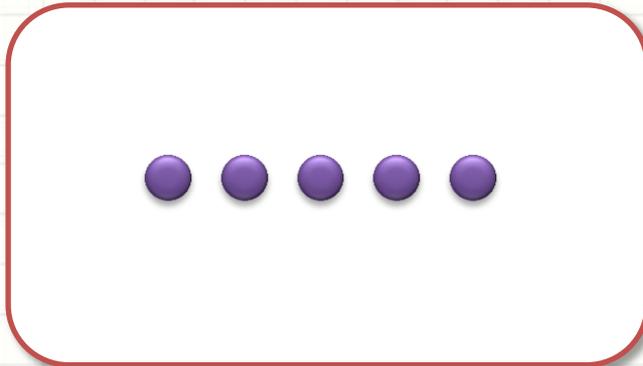


- O Conjunto 1 tem **V** bolinhas

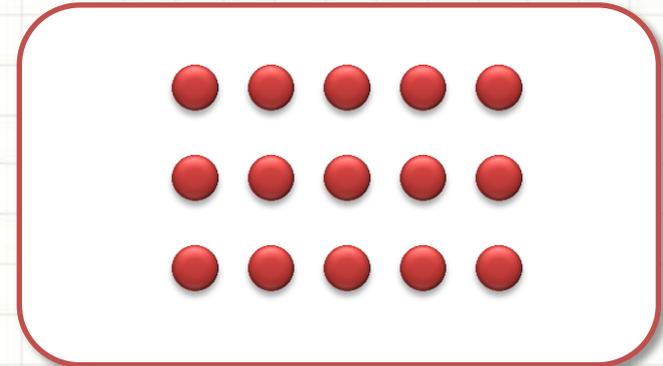
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem V bolinhas
- O Conjunto 2 tem **XV** bolinhas

Representações Numéricas

- Contagem de 0 a 15 em várias bases

Base	Representação															
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Romana	-	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Em cada coluna, várias representações da **mesma** quantidade!

Representações Numéricas

- Por que essa confusão toda?
- Algumas representações são muito antigas
 - Inadequadas para realizar cálculos!
- Substituídas por:
 - base decimal
 - numerais hindu-arábicos
- Por que base decimal?
 - Bem, temos 10 dedos nas mãos...
 - ...essa é a base natural dos seres humanos

Representações Numéricas

- No caso dos computadores...
- Temos de representar números com **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente



- Essa é a chamada **representação binária**
- Cada dígito binário, chamado **bit**, é representado por um fio no circuito

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Base binária é desajeitada!
- Decimal e Binário: sem relação fácil!

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

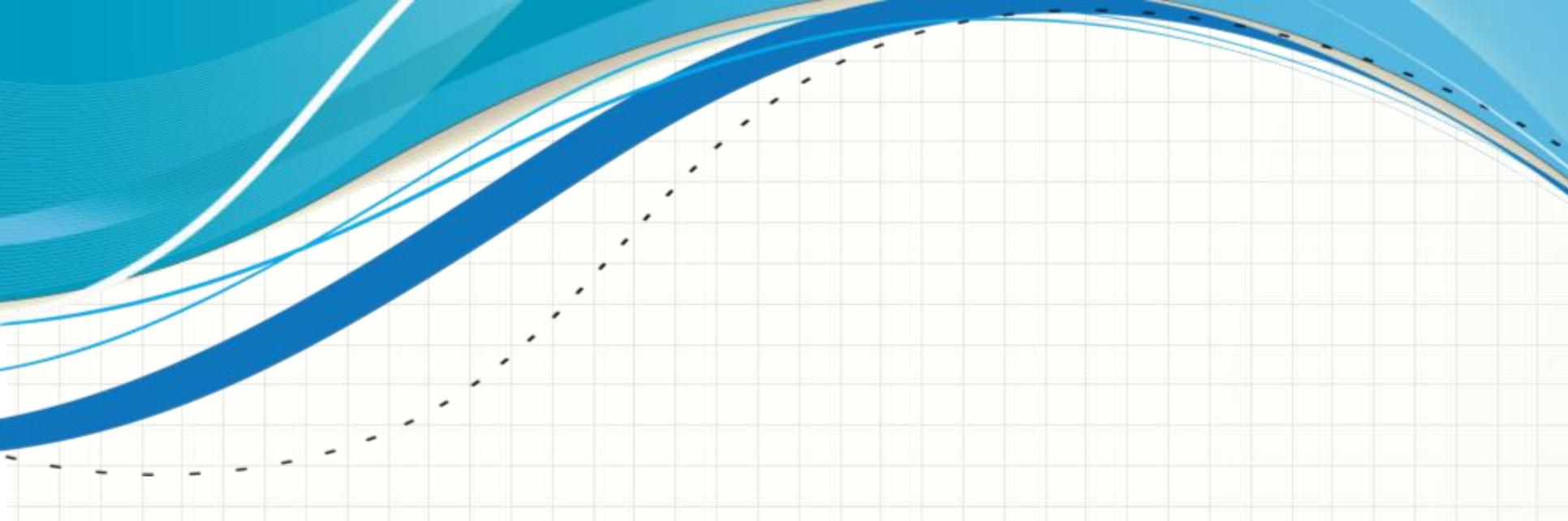
- Por isso usamos também uma outra base...
- Cada dígito hexadecimal equivale a 4 bits!

Representações Numéricas

- Convenção de notação numérica
- Números decimais: normalmente
 - 5, 30, 44
- Binários: com um **b** ao final (ou um índice 2)
 - 101b, 11110b, 101100b, 101100₂
- Hexadecimais: com **h** ao final ou **0x** na frente (ou um índice 16)
 - 5h, 1Eh, 2Ch, 0x5, 0x1E, 0x2C, 2C₁₆

Representações Numéricas

- Por que essas notações são melhores?
- Por que elas permitem que sejam realizados **cálculos** com um mínimo de esforço!
- Por quê?



NOTAÇÃO POSICIONAL

Notação Posicional

- Principal avanço da notação hindu-arábica decimal com relação à notação romana
- Como realizar a seguinte conta?

$$\begin{array}{r} \text{XIV} \\ +\text{MCM} \\ \hline \text{????} \end{array}$$

Notação Posicional

- A notação posicional permite calcular a quantidade que um número representa
- Por exemplo: que quantidade representa o símbolo **1**?
- Se você respondeu “Um, oras!”... errou feio!
- A resposta correta é “depende!”
- Depende de quê?
- Da posição em que ele aparece no número completo!

Notação Posicional

- Observe o número 1537...
- O que ele significa, em termos de **contagem**?

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
1	5	3	7

- $1 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7 \times 1$
- Observe que o **valor de contagem** de cada símbolo (algarismo) **depende da posição**

Notação Posicional

- Por exemplo... caso o **1** esteja na primeira casa, ele vale **uma unidade**.
- Se estiver na segunda casa, ele vale **uma dezena**...
- Se estiver na terceira casa, ele vale **uma centena**...
- E na quarta casa ele vale **uma unidade de milhar**...
- E assim por diante!
- 1 : Um
- 10 : Dez
- 100 : Cem
- 1000 : Mil
- 1101 : Mil cento e um

Notação Posicional

- Vejamos. Considere o número abaixo

$$4532 = 4000 + 500 + 30 + 2$$

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

- Observe: na casa 3, há 3 zeros; na casa 2, há 2 zeros... E assim por diante!
- Isso não ocorre por acaso!

Notação Posicional

- Vamos escrever a tabela anterior de maneira um pouco diferente:

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4x 1000	5x 100	3x 10	2x 1

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

Notação Posicional

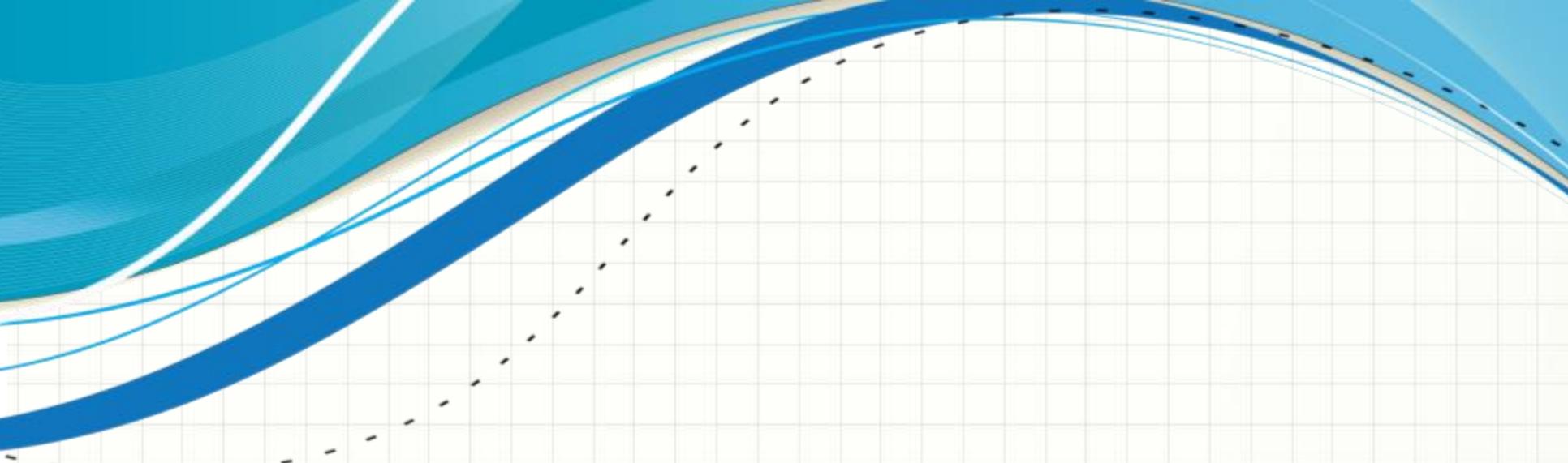
- Observe essa tabela...

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Qual a relação entre **casa**, **dígito** e **quantidade**?
- Observe que o expoente do “10” é exatamente o número da “casa”, ou seja, da posição!
- Por que “10”? Porque a base é **decimal** e temos 10 símbolos para representar cada dígito.

Notação Posicional

- A base **decimal** usa dez símbolos para cada dígito: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**
- A base **binária** usa dois símbolos para cada dígito: **0, 1**
- A base **hexadecimal** usa dezesseis símbolos para cada dígito: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...?**
A, B, C, D, E, F !



A NOTAÇÃO BINÁRIA

Notação Binária

- Como visto anteriormente, em circuitos digitais, números são representados pelo estado elétrico dos **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente
- Cada fio representa um dígito binário, chamado **bit**
- 1 bit tem dois valores possíveis: 0 e 1

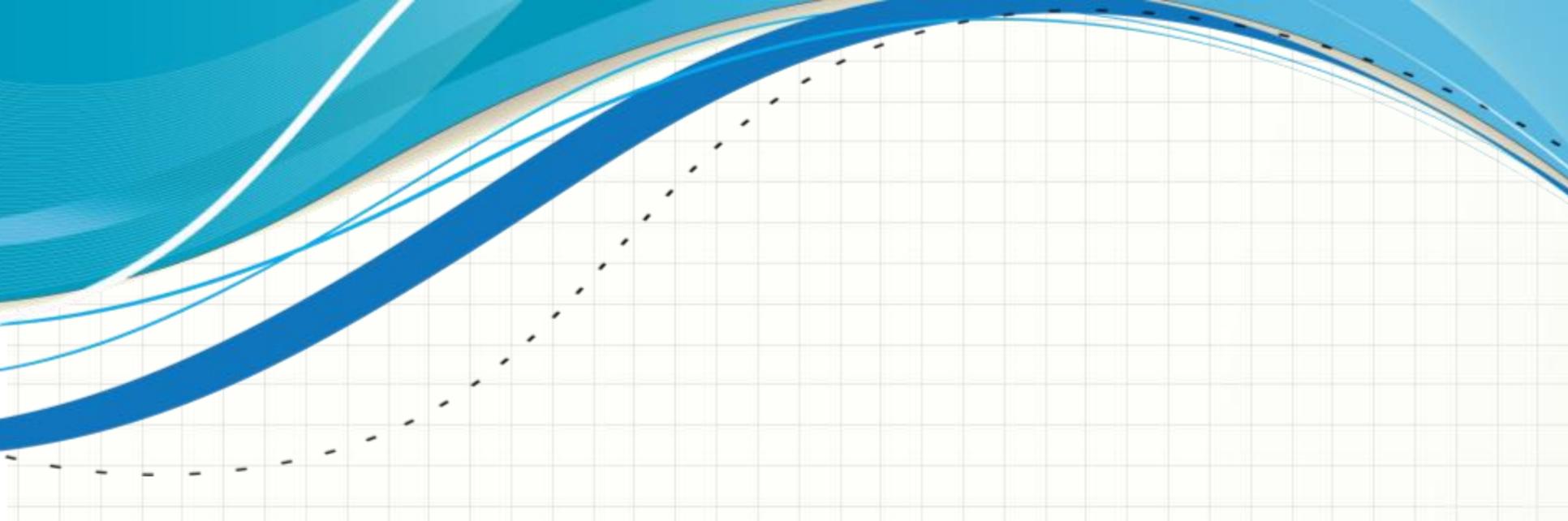


Notação Binária

- Mas então com números binários só é possível contar até 1?
- Não... O que fazemos, na base decimal, quando precisamos contar além do 9?
- Em binário também iremos acrescentar uma casa (um fio!) à esquerda...

Notação Binária

- Com 2 bits representa-se...
00b, 01b, 10b, 11b... 4 valores.
- Com 3 bits...
000b, 001b, 010b, 011b, 100b, 101b, 110b, 111b... 8 valores
- Com 4 bits...
0000b, 0001b, 0010b, 0011b, 0100b, 0101b, 0110b, 0111b,
1000b, 1001b, 1010b, 1011b, 1100b, 1101b, 1110b, 1111b...
...são 16 valores
- **Número de bits = número de dígitos binários**



CONVERSÕES B/D

Qual a Quantidade?

- Nossa base natural é a base 10; assim, nossas contagens são decimais
- Como converter um número binário para um valor de contagem em decimal?
- Lembremos de nossa tabela...

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4x 1000	5x 100	3x 10	2x 1
Quantidade	4 x 10 ³	5 x 10 ²	3 x 10 ¹	2 x 10 ⁰

Qual a Quantidade?

- Ou seja, podemos interpretar um decimal – 1537, por exemplo – da seguinte forma:

$$1537 = 1 * 10^3 + 5 * 10^2 + 3 * 10^1 + 7 * 10^0$$

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- Em binário, qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 0**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa				"Uns"
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 1**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa			“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 2**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	3	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- E qual a **quantidade** representada pelo **algarismo 1** na **casa 3**?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito				
Quantidade				
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade				
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade				1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade			0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade		1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos descobrir qual a quantidade representada pelo número 1101b?

Qual a Quantidade?

- Vamos ver se isso vale para binário?

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1x 8	1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade				

- Será que podemos ler o código binário para o decimal?

9

1101b

$$1101b = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

Qual a Quantidade?

- Tabela final...

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1x 8	1x 4	0x 2	1x 1
Quantidade	1 x 2 ³	1 x 2 ²	0 x 2 ¹	1 x 2 ⁰

- Observe que...
- $1101 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \mathbf{13}$
- Ou seja: $\mathbf{1101b = 13}$

Compare...

- Decimal

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Binário

Casa	“Oitos”	“Quatros”	“Dois”	“Uns”
	3	2	1	0
Dígito	1	1	0	1
Quantidade	1×2^3	1×2^2	0×2^1	1×2^0

- Que tal uma regra prática, agora?

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	32	16	8	4	2	1
Dígito	1	0	1	0	1	1

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	32		8		2	1
Dígito	1		1		1	1

- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero

Conversão B→D

- Vamos converter 101011b para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	32		8		2	1
Dígito	1		1		1	1

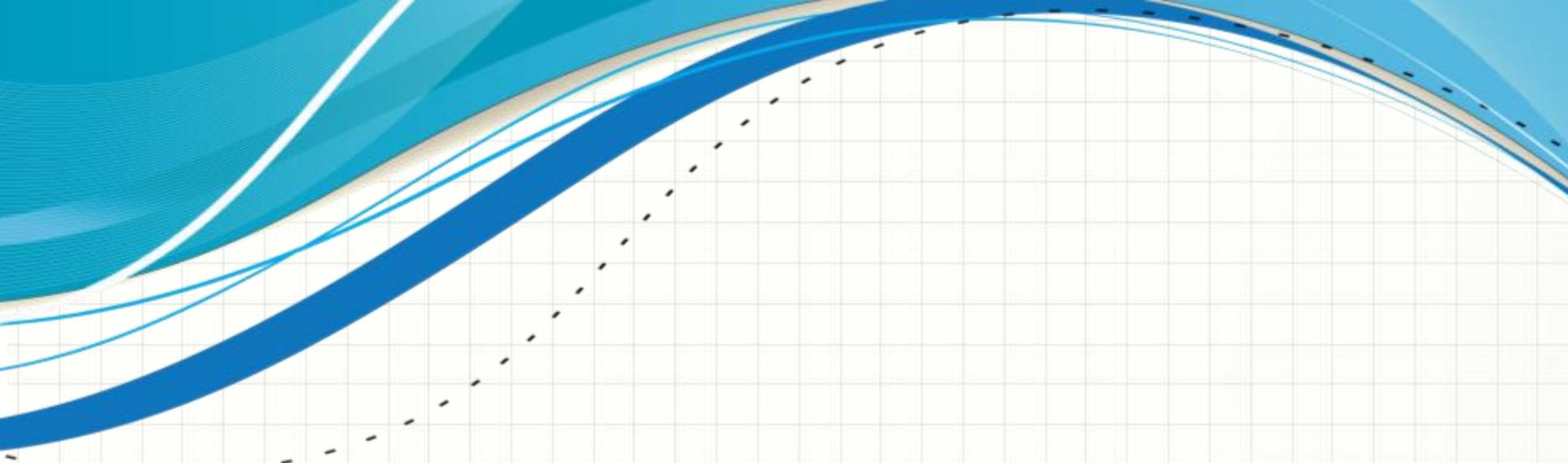
- Depois, limpe os multiplicadores para os quais o valor do dígito é igual a zero
- Some os multiplicadores que sobraram!

$$32 + 8 + 2 + 1 = 43$$

Tabela Pronta B → D para 4 bits

Binário	Decimal
0000b	0
0001b	1
0010b	2
0011b	3
0100b	4
0101b	5
0110b	6
0111b	7

Binário	Decimal
1000b	8
1001b	9
1010b	10
1011b	11
1100b	12
1101b	13
1110b	14
1111b	15



A NOTAÇÃO HEXADECIMAL

Notação Hexadecimal

- Notação hexadecimal:
 - Há 16 símbolos para cada dígito:
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
 - Simplifica o trabalho com números grandes

65123 = FE63h

- Facilita lidar com binários... veremos depois

Conversão $H \rightarrow D$

- Será que podemos usar a mesma regra de conversão de binários para decimais com os hexadecimais?

SIM!

- Basta substituir as potências de 2 por potências de 16!

Conversão H→D

- Vamos converter 0x2F3C (hexa) para decimal:

Casa	3	2	1	0
Dígito Hexadecimal	2	F	3	C
Quantidade (Decimal)	2×16^3	15×16^2	3×16^1	12×16^0

Conversão H→D

- Vamos converter

“Quatro-Mil-e-Noventa-e-Seis”

“Duzentos-e-Cinquenta-e-Seis”

“Dezesseis”

“Uns”

Casa	3	2	1	0
Dígito Hexadecimal	2	F	3	C
Quantidade (Decimal)	2×16^3	15×16^2	3×16^1	12×16^0

- $2F3C = 2 * 16^3 + 15 * 16^2 + 3 * 16^1 + 12 * 16^0 =$
- $= 2 * 4096 + 15 * 256 + 3 * 16 + 12 * 1 =$
- $= 8.192 + 3.840 + 48 + 12 = 12.092$
- Ou seja: **0x2F3C = 12.092**

Conversão H→D

- Vamos converter 0x2F3C para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	1048576	65536	4096	256	16	1
Dígito						
Quantidade						

Conversão H→D

- Vamos converter 0x2F3C para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	1048576	65536	4096	256	16	1
Dígito			2	F	3	C
Quantidade						

- Agora calcule a quantidade de cada dígito

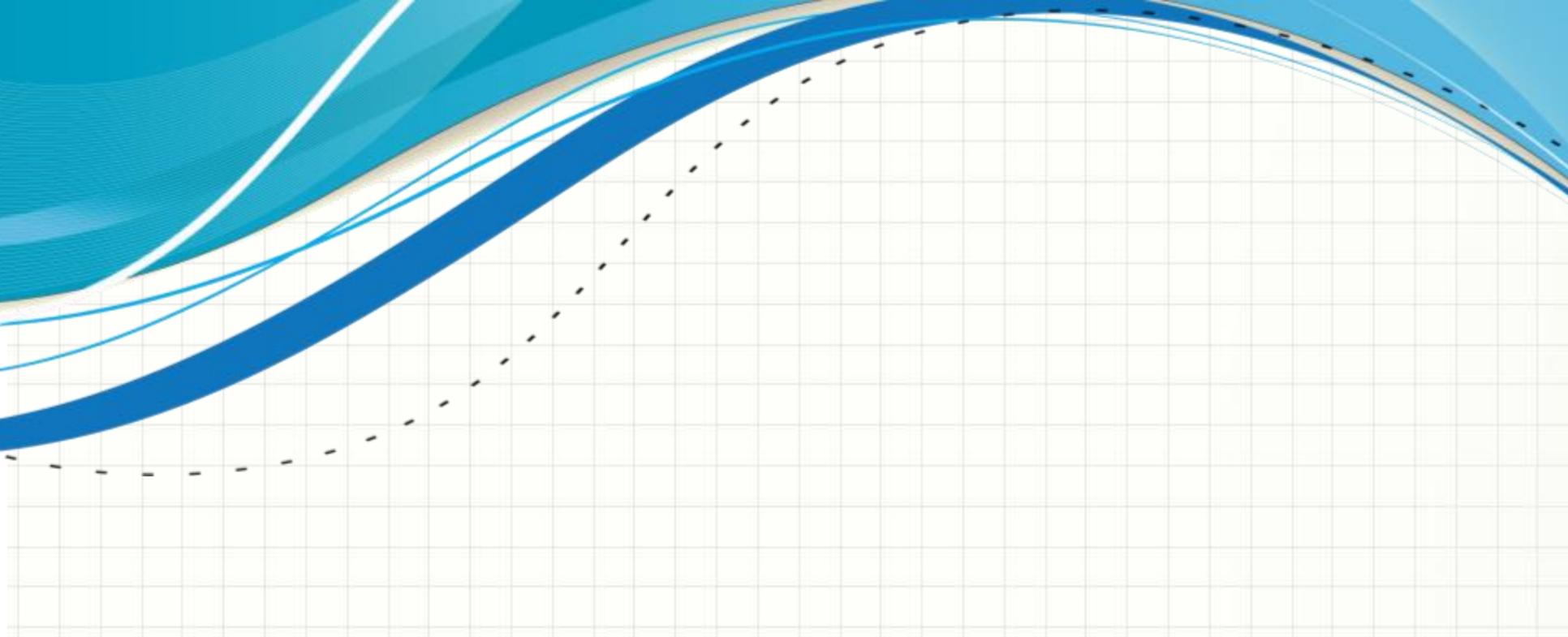
Conversão H→D

- Vamos converter 0x2F3C para decimal
- Regra prática: construa essa tabela

Multiplicador	1048576	65536	4096	256	16	1
Dígito			2	F	3	C
Quantidade			8192	3840	48	12

- Agora calcule a quantidade de cada dígito
- E some as quantidades...

$$8192 + 3840 + 48 + 12 = 12092$$



EXERCÍCIO

Exercício

- Apresente os valores na base decimal
 - a) $B10_{16}$
 - b) $1000b$
 - c) 111_2
 - d) $0xFF$

Exercício

- Apresente os valores na base decimal

a) $B10_{16}$ **2832**

b) $1000b$ **8**

c) 111_2 **7**

d) $0xFF$ **255**

Exercício Desafio

- Efetue as somas abaixo:

a) $1001b + 11b$

b) $1AEh + 292h$

Exercício Desafio

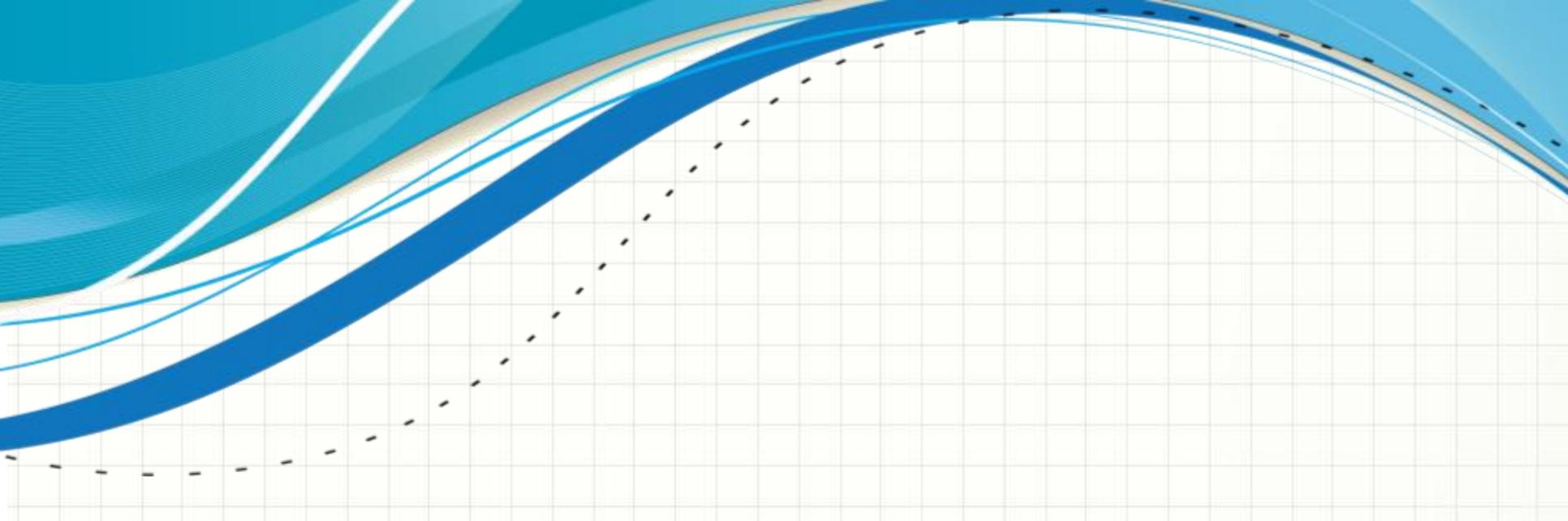
- Efetue as somas abaixo:

a) $1001b + 11b$ **1100b**

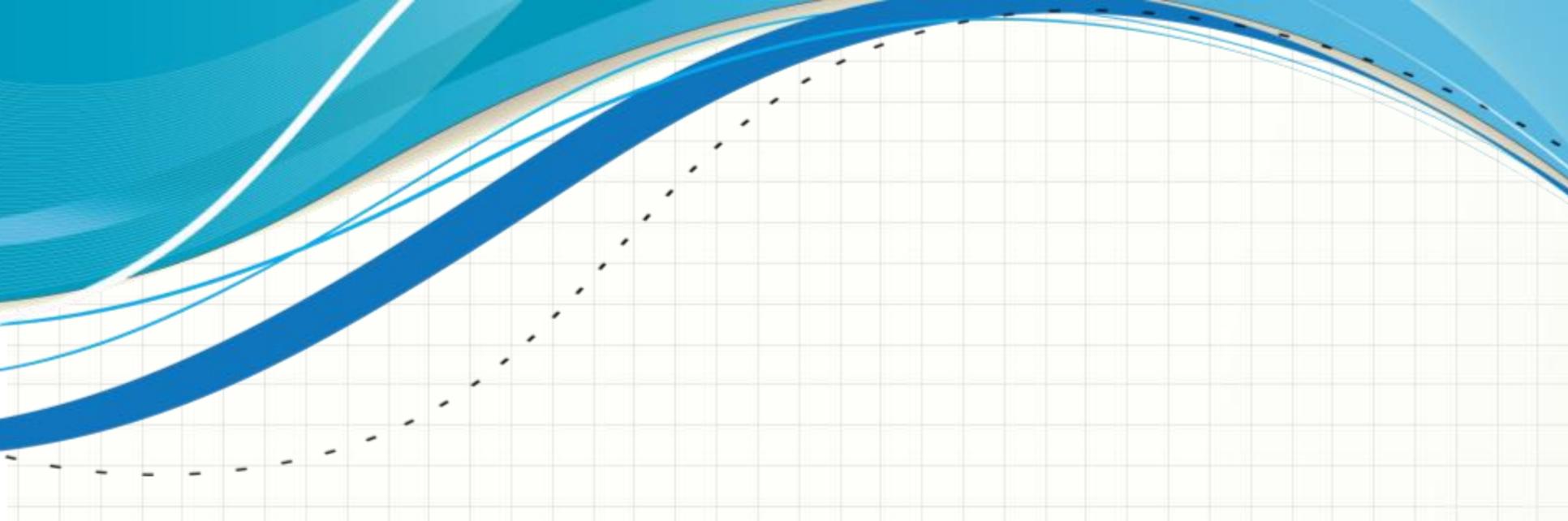
b) $1AEh + 292h$ **440h**

Exercício Desafio

- Converta sua idade para binário!
- Converta sua idade para hexadecimal!



PERGUNTAS?



CONCLUSÕES

Resumo

- Algoritmos são passos para uma solução
 - Programa é um algoritmo para o computador
 - Linguagem de Máquina e Assembly: complexas
 - Linguagens de Alto Nível: mais práticas
 - Compiladores e Linkers
 - Unidades básicas e seus múltiplos
-
- Sistemas de Numeração
 - Bases numéricas
 - Conversões decimal/binário/hexadecimal