



# **TOPOGRAFIA**

## **PLANIMETRIA:**

### **AZIMUTES E DISTÂNCIAS**

Prof. Dr. Daniel Caetano

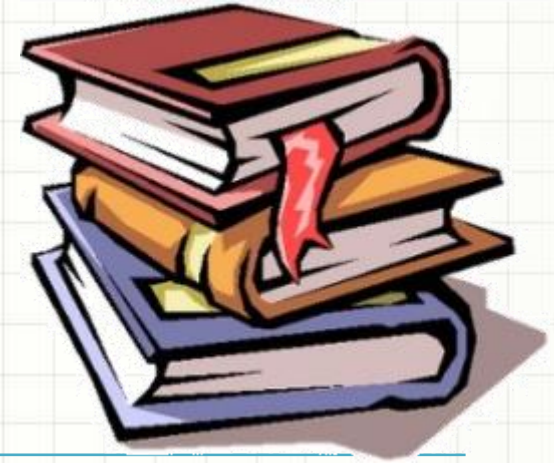
2014 - 1

# Objetivos

- Conceituar e determinar os azimutes
- Conceituar rumo
- Determinação de distância entre dois pontos



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Topografia – Aula 9)

Material Didático

Topografia – Parte 1 – Págs 31-70

Biblioteca

Topografia v.1 (Borges)

---

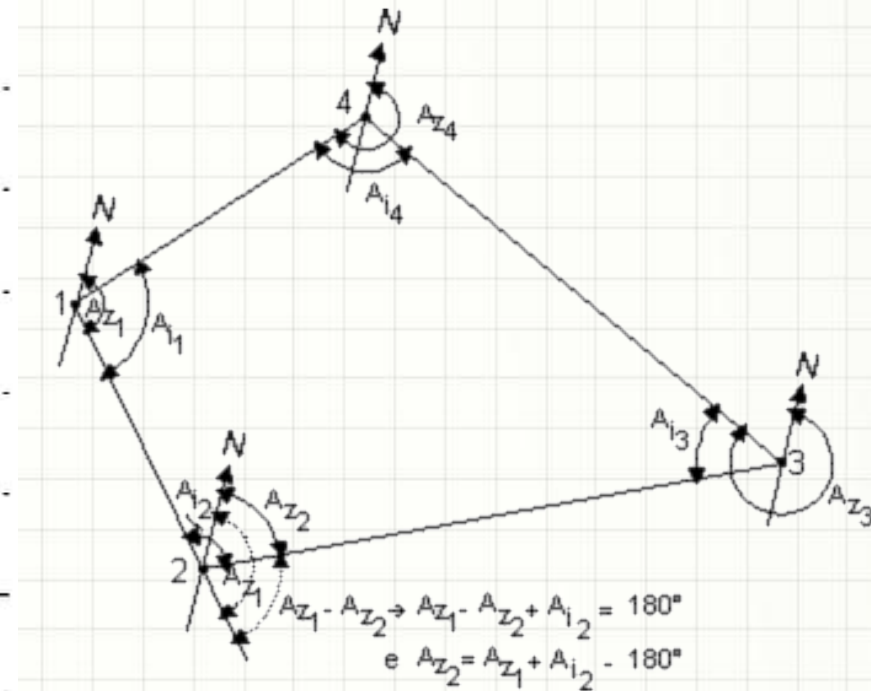
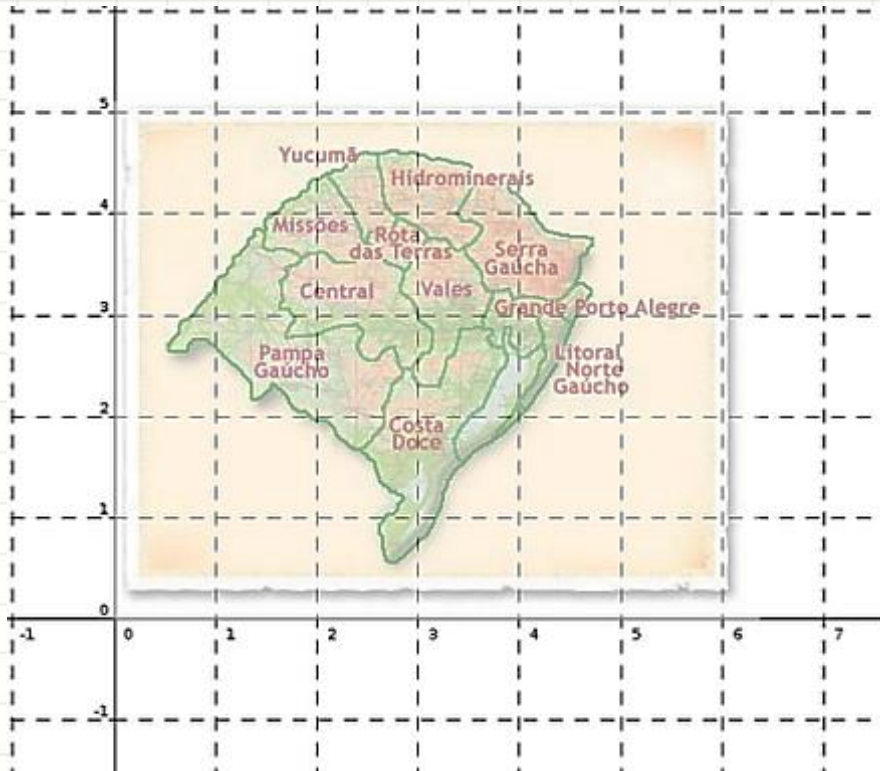


# MAPEAMENTO DE ESPAÇO



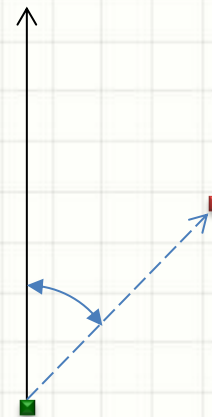
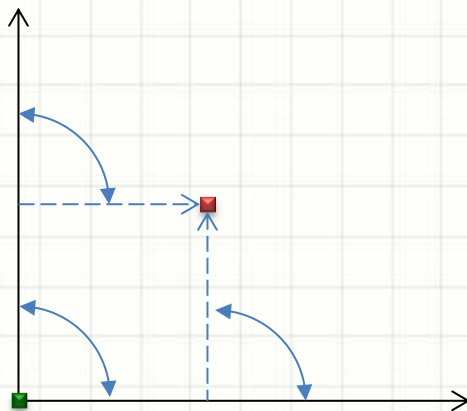
# Mapeamento de Espaço

- Um espaço pode ser mapeado:
  - Coordenadas cartesianas (duas distâncias)
  - Coordenadas polares (ângulo e distância)



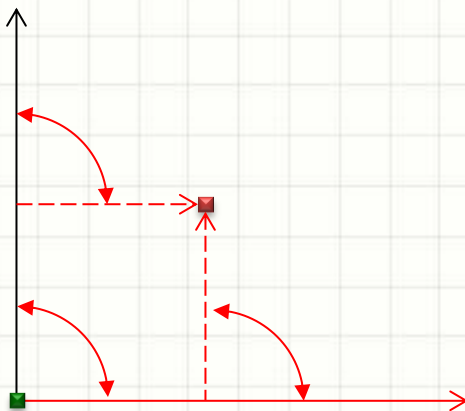
# Mapeamento de Espaço

- Coordenadas cartesianas
  - Exigem medição na perpendicular
  - Maior propagação de erros em medições sequenciais
- Coordenadas polares
  - Equipamento caro para medida precisa de ângulo



# Mapeamento de Espaço

- Coordenadas cartesianas
  - Exigem **O que pode dar errado?**
  - Maior propagação de erros em medições sequenciais
- Coordenadas polares
  - Equipamento caro para medida precisa de ângulo



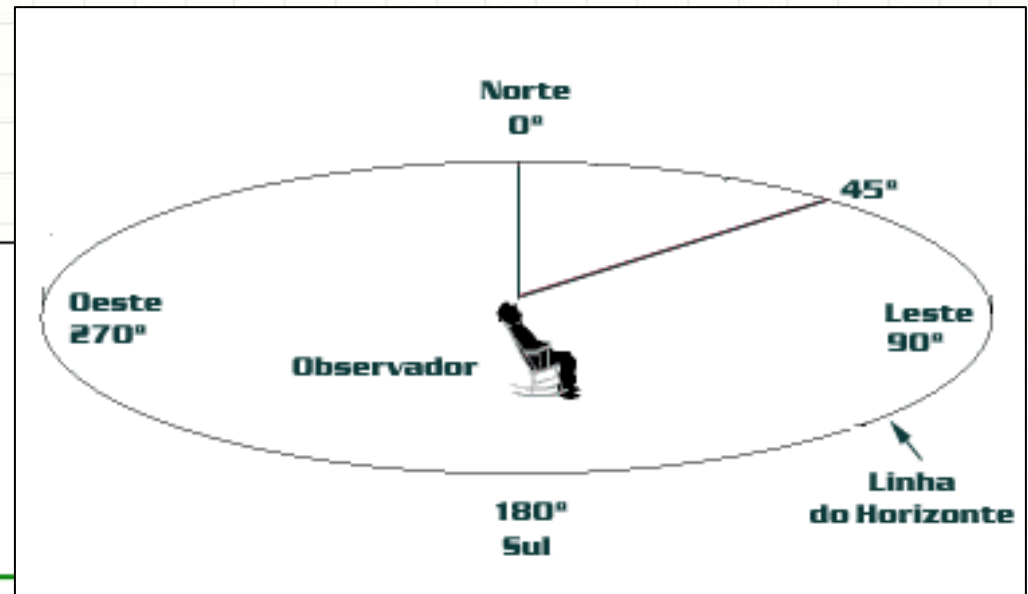
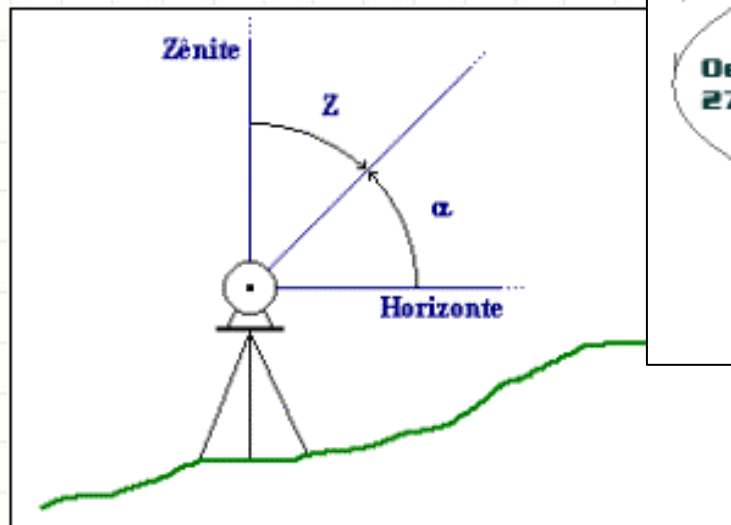


# MEDIÇÃO DE ÂNGULOS



# Medição de Ângulos

- Podemos medir ângulos
  - Zenitais (verticais)
  - Azimutais (horizontais)

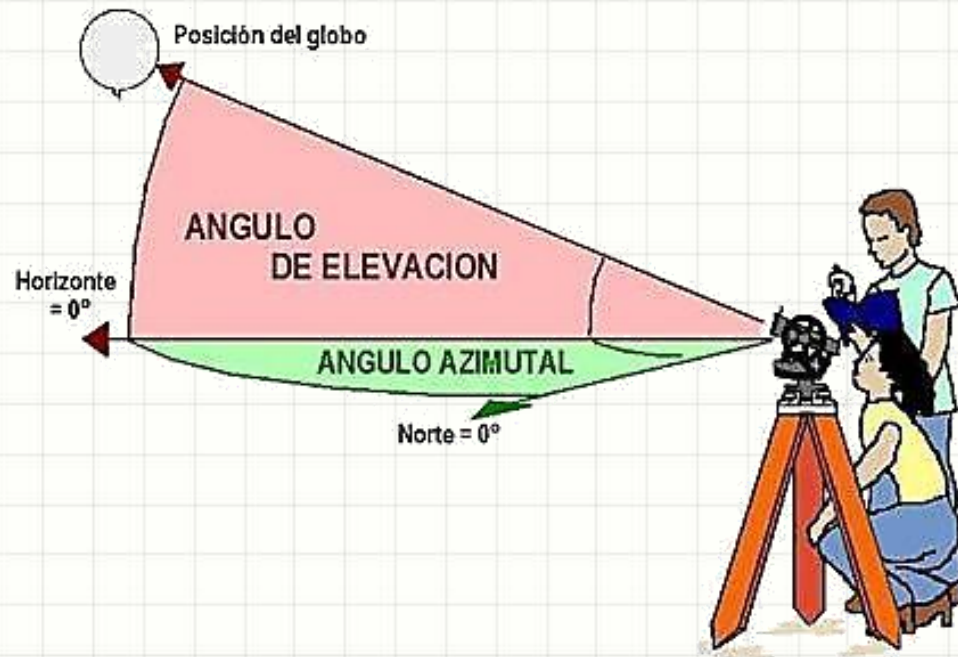


# Medição de Ângulos

- As medidas diferem com a finalidade
  - Topográficas
  - Geodésicas
  - Astronômicas
- Há diferentes precisões de medida:
  - Comum: 1' a 6"
  - Precisão: 1"
  - Alta Precisão: 0,1" a 0,01"

# Medição de Ângulos

- Equipamentos comuns
  - Teodolito
  - Estação Total (preferido)
  - Bússola (acompanhando equipamentos ou visualmente)



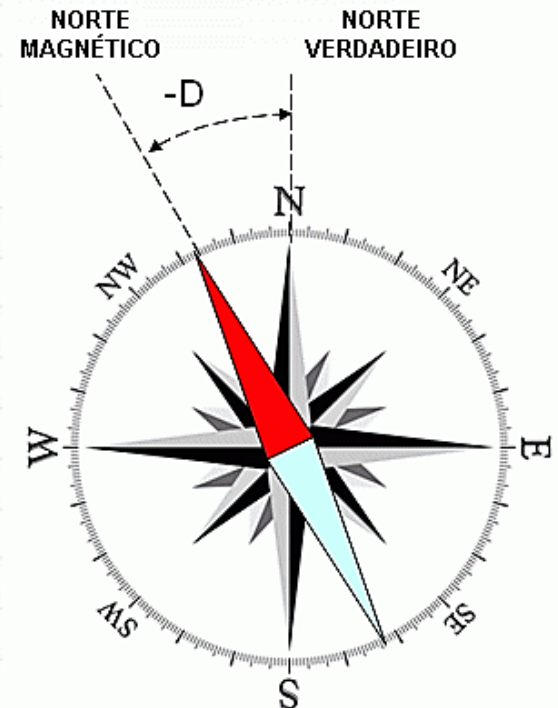
# Medição de Ângulos

- Classificação
  - Clássicos
  - Modernos
  - Eletrônicos



# Medindo com o Teodolito

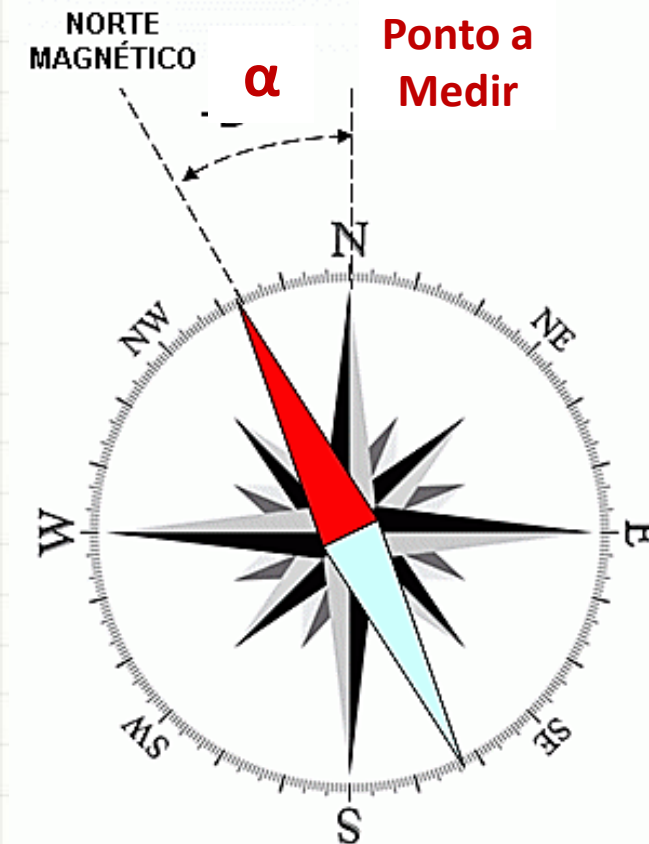
- Estacionamento: colocar equipamento no local
- Nivelamento: garantir que está na horizontal
- Colimação: Visar o ponto
- Orientação: posicionar o  $0^\circ$  na direção determinada
  - Magnética
    - Bússola – erro de  $0,5^\circ$  a  $1^\circ$
  - Verdadeira
    - Giroscópio / processo astronômico)





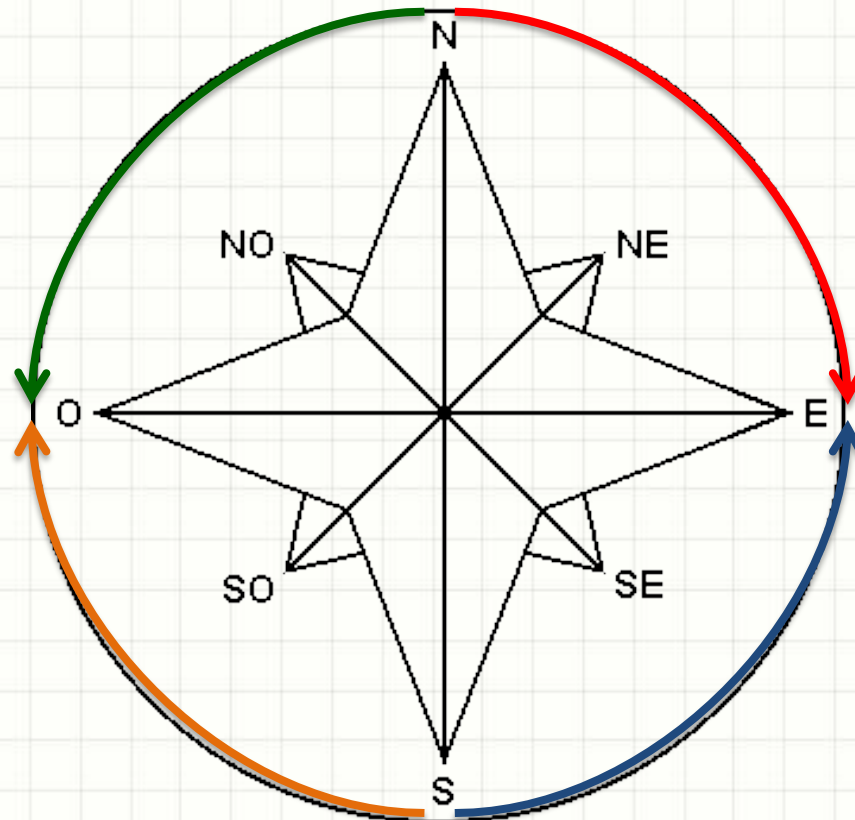
# Medindo com a Bússola

- Processo expedito
- Erro alto ( $2^{\circ}$  a  $5^{\circ}$ , se bem executado)



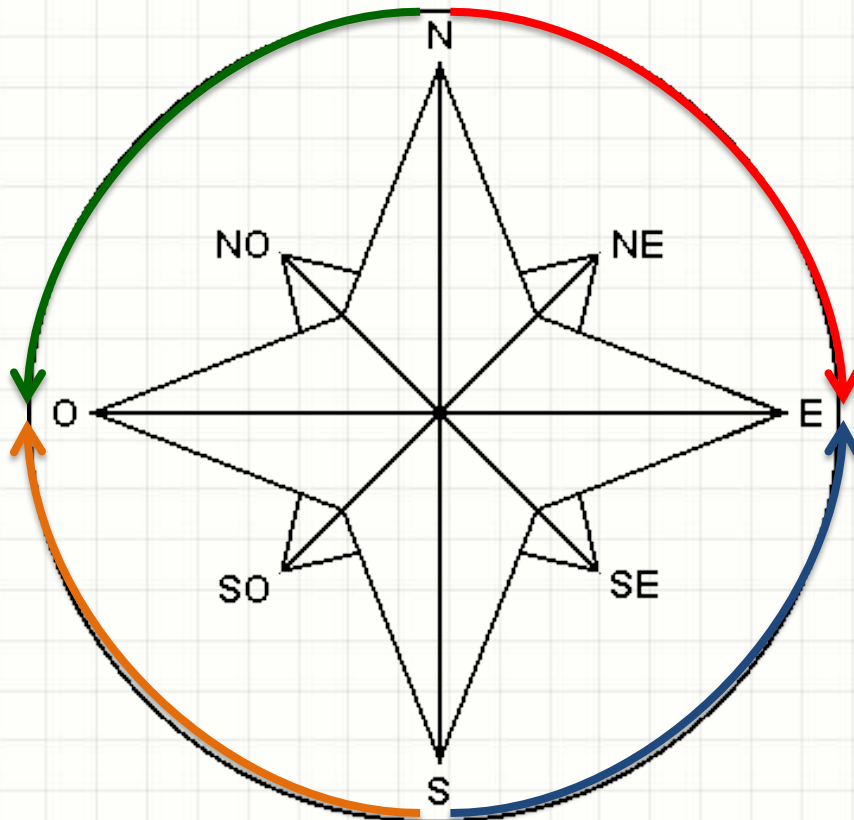
# Orientação por Rumos

- Medir ângulo por rumo
- **NE**
- **NW**
- **SE**
- **SW**



# Orientação por Rumos

- Converter entre Azimute e Rumos
- **NE, NW, SE, SW**



Quadrante	Fórmula	Rumo
1	$R = A$	NE
2	$R = 180^\circ - A$	SE
3	$R = A - 180^\circ$	SW
4	$R = 360^\circ - A$	NW

Rumo	Fórmula
NE	$A = R$
SE	$A = 180^\circ - R$
SW	$A = R + 180^\circ$
NW	$A = 360^\circ - R$



# **EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

# Exercícios Resolvidos

- Converta de Azimute para Rumo

a)  $115^{\circ}42'$

b)  $273^{\circ}27'$



# Exercícios Resolvidos

- Converta de Azimute para Rumo

a)  $115^{\circ}42'$

Este ângulo cai no segundo quadrante

$$\text{Rumo: } 180^{\circ} - 115^{\circ}42' = 64^{\circ}18' \text{ SE}$$

b)  $273^{\circ}27'$

Este ângulo cai no quarto quadrante

$$\text{Rumo: } 360^{\circ} - 273^{\circ}27' = 86^{\circ}33' \text{ NW}$$

# Exercícios Resolvidos

- Converta de Rumos para Azimute

a)  $73^{\circ}08'$  SW

b)  $72^{\circ}01'$  NW

# Exercícios Resolvidos

- Converta de Azimute para Rumo

a)  $73^{\circ}08'$  SW

$$\text{Azimute: } 73^{\circ}08' + 180^{\circ} = 253^{\circ}08'$$

b)  $72^{\circ}01'$  NW

$$\text{Azimute: } 360^{\circ} - 72^{\circ}01' = 287^{\circ}59' \text{ NW}$$

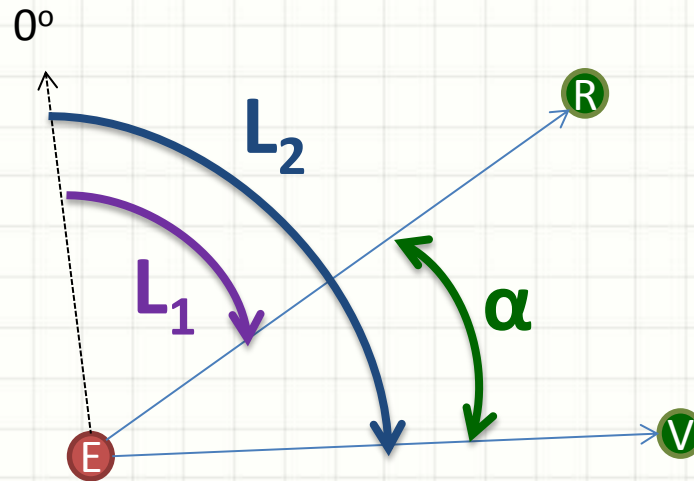


# **TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE ÂNGULOS EM CAMPO**

# Técnicas de Medição

- Aparelho não Orientado

- Vante - Ré

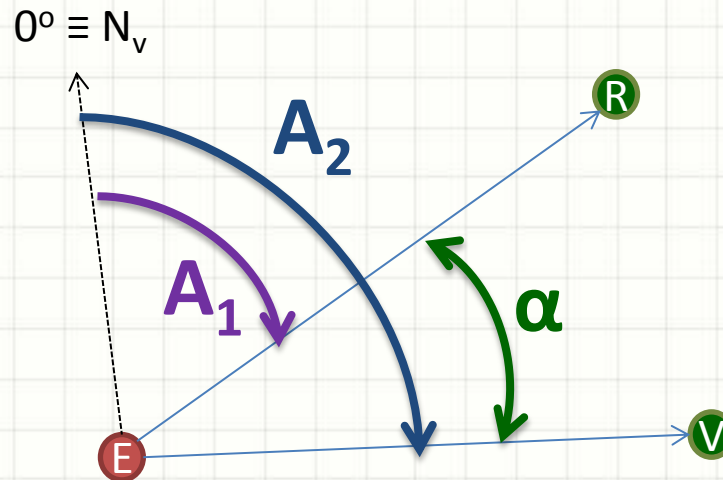


$$\alpha = L_2 - L_1 \quad (+360^\circ)$$



# Técnicas de Medição

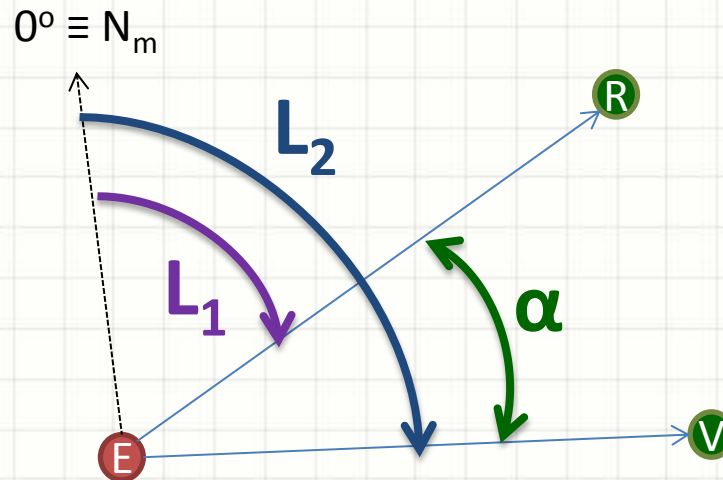
- Aparelho Orientado pelo Norte Verdadeiro
  - Vante - Ré



$$\alpha = A_2 - A_1$$

# Técnicas de Medição

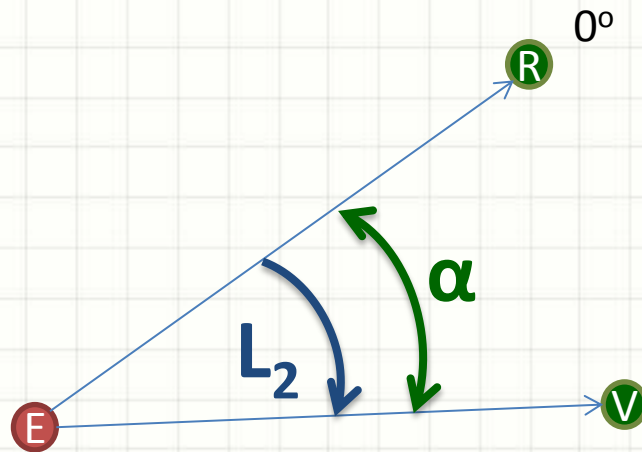
- Aparelho Orientado pelo Norte Magnético
  - Vante - Ré



$$\alpha = L_2 - L_1$$

# Técnicas de Medição

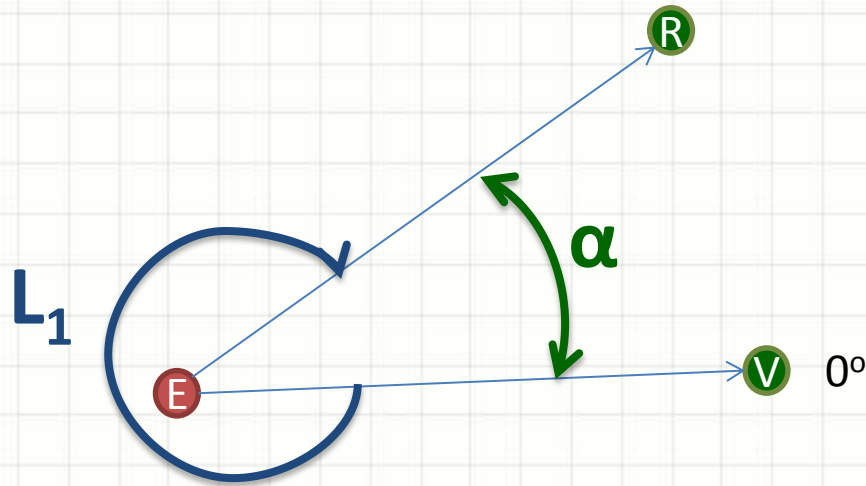
- Aparelho Orientado por Ré
  - Vante



$$\alpha = L_2$$

# Técnicas de Medição

- Aparelho Orientado por Vante
  - Vante



$$\alpha = 360 - L_1$$



# **REDUZINDO ERROS NA MEDIÇÃO DE ÂNGULOS**

# Reduzindo os Erros

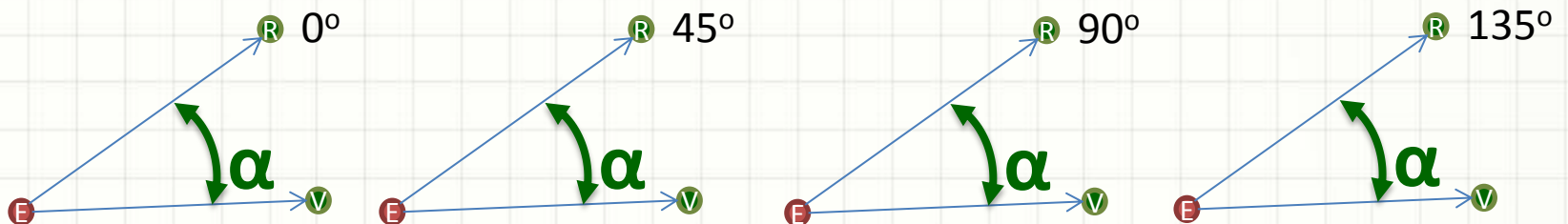
- Leituras Conjugadas
  - Medição normal
  - Medição com inversão da luneta
  - Média das duas leituras

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$



# Reduzindo os Erros

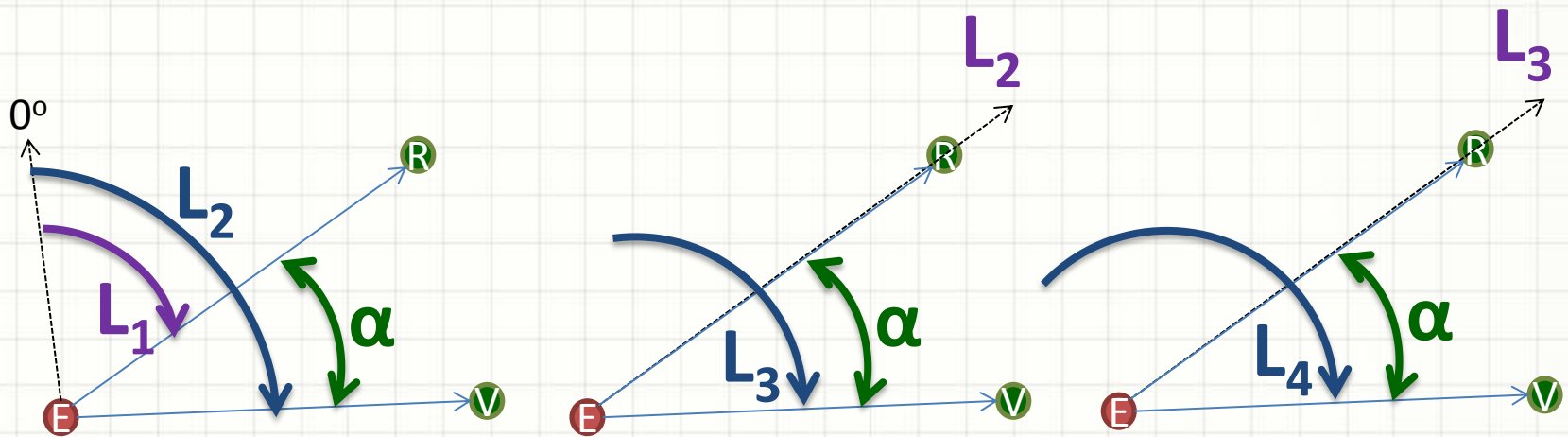
- Medida com  $n$  Reiteraões
  - Realizar  $n$  medidas
  - Cada medida com origem deslocada de  $360^\circ / (2 \cdot n)$
  - Erro da média:  $(\text{Precisão Simples}) / \sqrt{n}$
- Exemplo: 4 medidas?
  - Deslocamento de  $360^\circ / (2 \cdot 4) = 45^\circ$



- Imagine medir 50 vezes e anotar 50 valores!

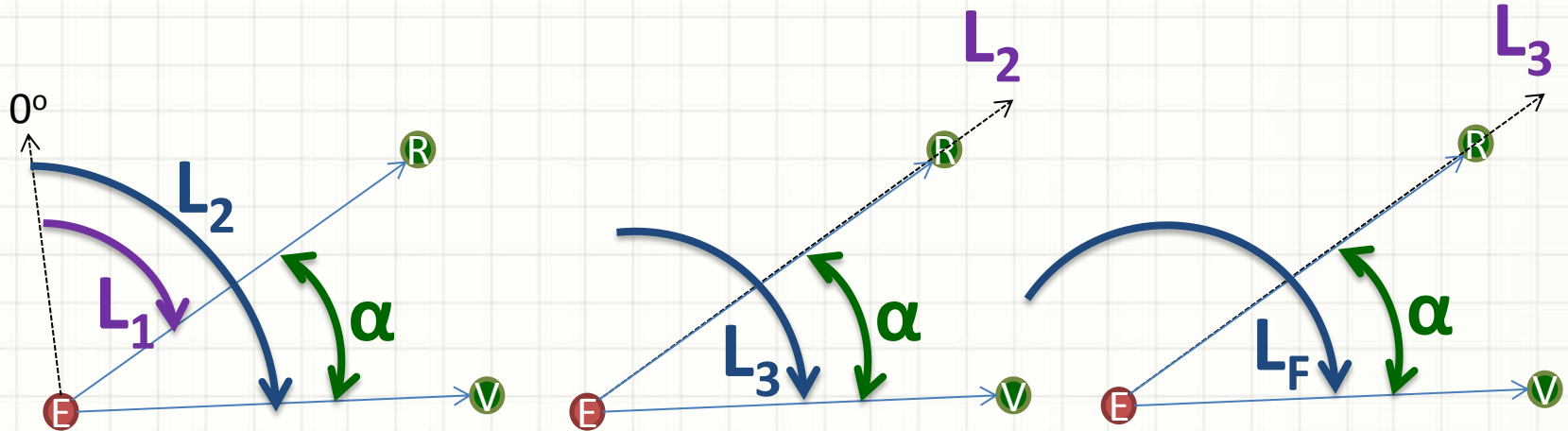
# Reduzindo os Erros

- Medida com Repetição
  - Medição normal
  - Deslocar aparelho para que L2 coincida com ponto 1 (R)
  - Medir novamente
  - Deslocar aparelho para que L3 coincida com ponto 1 (R)
  - ...



# Reduzindo os Erros

- Medida com Repetição



$$\alpha = \frac{L_f - L_1 + [x \cdot 360^\circ]}{n}$$

- **n** é o número de medidas
- **x** é o número de giros completos do círculo graduado



**PAUSA PARA O CAFÉ!**



# **EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

# Exercícios Resolvidos

- Um ângulo foi medido através do método de repetição, com precisão de segundos. A leitura na visada à ré inicial foi de  $125^{\circ}52'00''$ .
  - Após a primeira repetição, lê-se de forma aproximada  $202^{\circ}15'$ . Após a sexta repetição, a leitura final foi  $224^{\circ}12'30''$
- a) Qual o valor aproximado do ângulo?
  - b) Quantas voltas totais ocorreram nas medidas?
  - c) Qual o valor mais provável do ângulo?



# Exercício Resolvido

$$\begin{aligned}L_1 &= 125^\circ 52' 00'' \\L_2 &= 202^\circ 15' \\L_6 &= 224^\circ 12' 30''\end{aligned}$$

a) Qual o valor aproximado do ângulo?

$$\alpha_{\text{aprox}} = L_2 - L_1$$

$$\alpha_{\text{aprox}} = 202^\circ 15' - 125^\circ 52' 00''$$

$$\alpha_{\text{aprox}} = 76^\circ 23'$$

b) Quantas voltas totais ocorreram nas medidas?

$$\hat{\text{Ângulo total}} = N_{\text{repetições}} \cdot \alpha_{\text{aprox}}$$

$$\hat{\text{Ângulo total}} = 6 \cdot 76^\circ 23'$$

$$\hat{\text{Ângulo total}} = 458^\circ 18'$$

Ou seja, apenas **1 volta total**

# Exercício Resolvido

$$\begin{aligned}L_1 &= 125^\circ 52' 00'' \\L_2 &= 202^\circ 15' \\L_6 &= 224^\circ 12' 30'' \\N_v &= 1 \\N_r &= 6\end{aligned}$$

c) Valor mais provável do ângulo?

$$\alpha = \frac{L_f - L_i + n_{voltas} \cdot 360}{n_{repetições}}$$

$$\alpha = \frac{224^\circ 12' 30'' - 125^\circ 52' 00'' + 1 \cdot 360}{6}$$

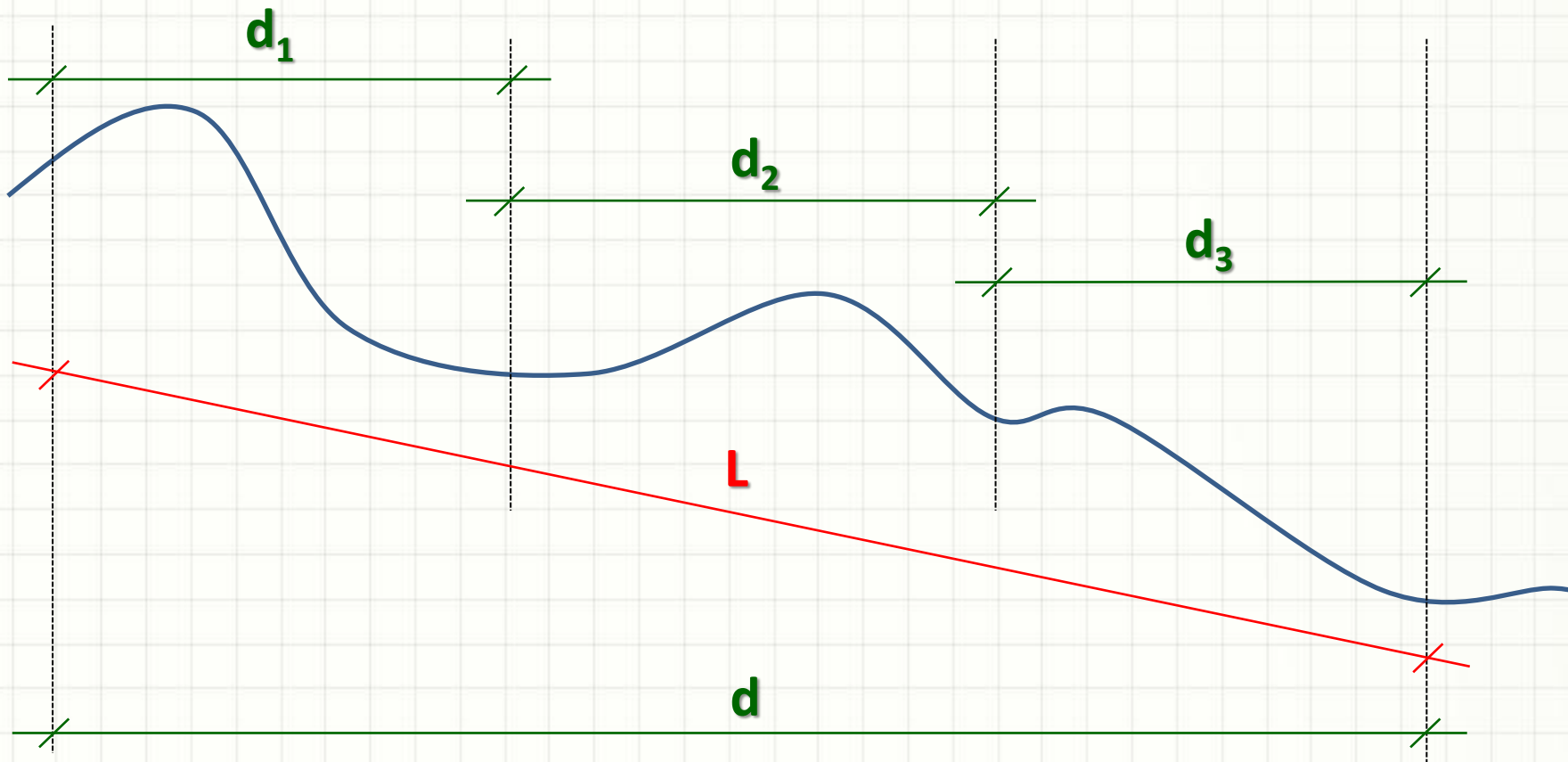
$$\alpha = 76^\circ 23' 25''$$



**MEDINDO DISTÂNCIAS**

# Medindo Distância

- Sempre medida na projeção horizontal



# Instrumentos de Medida

- Além da taqueometria...
  - Trena
  - Distanciômetro





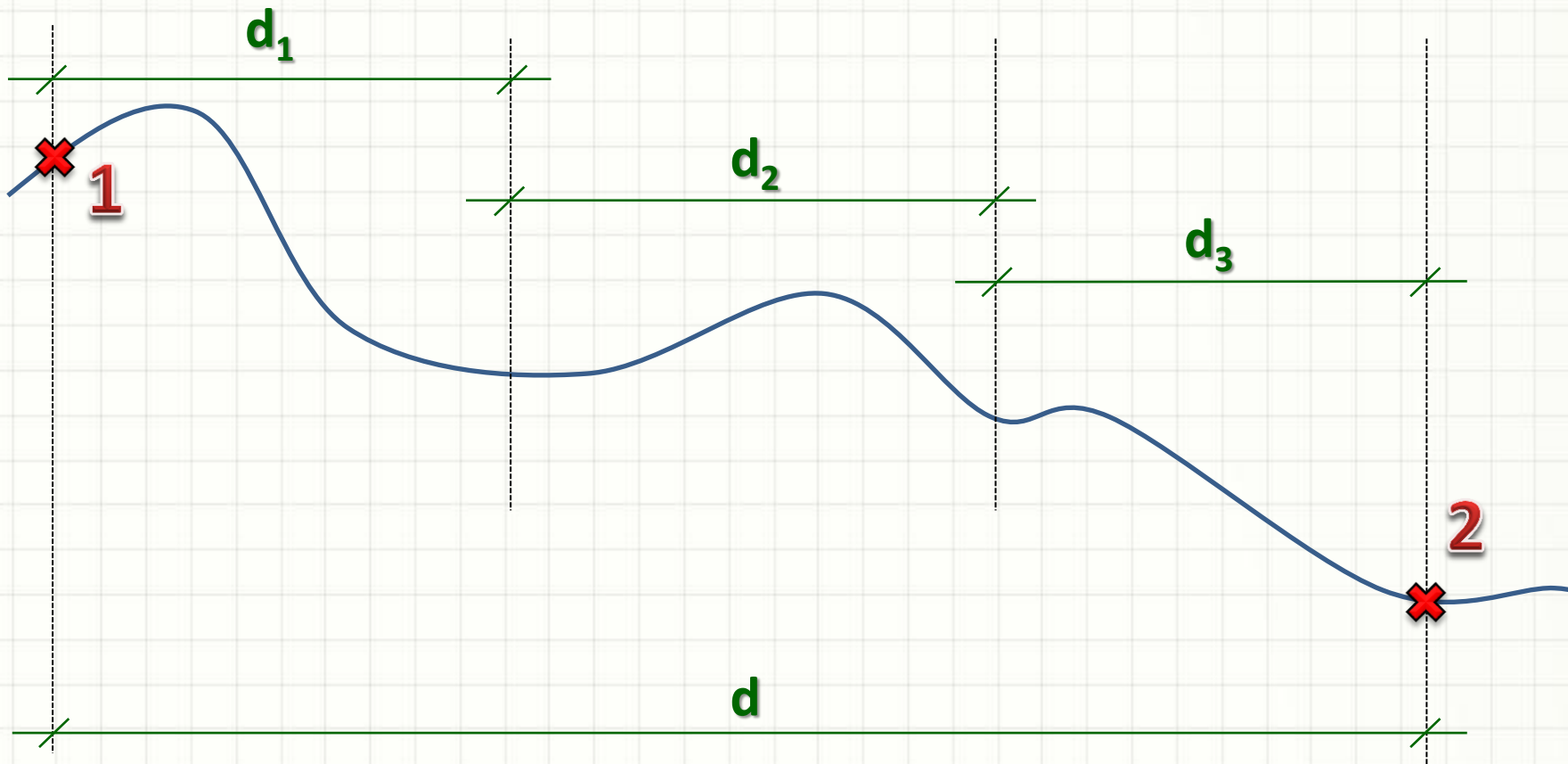
# Instrumentos de Medida

- Menor precisão
  - Fita de lona
  - Correntes de agrimensura
  - Roda contadora
  - Podômetro
  - ...



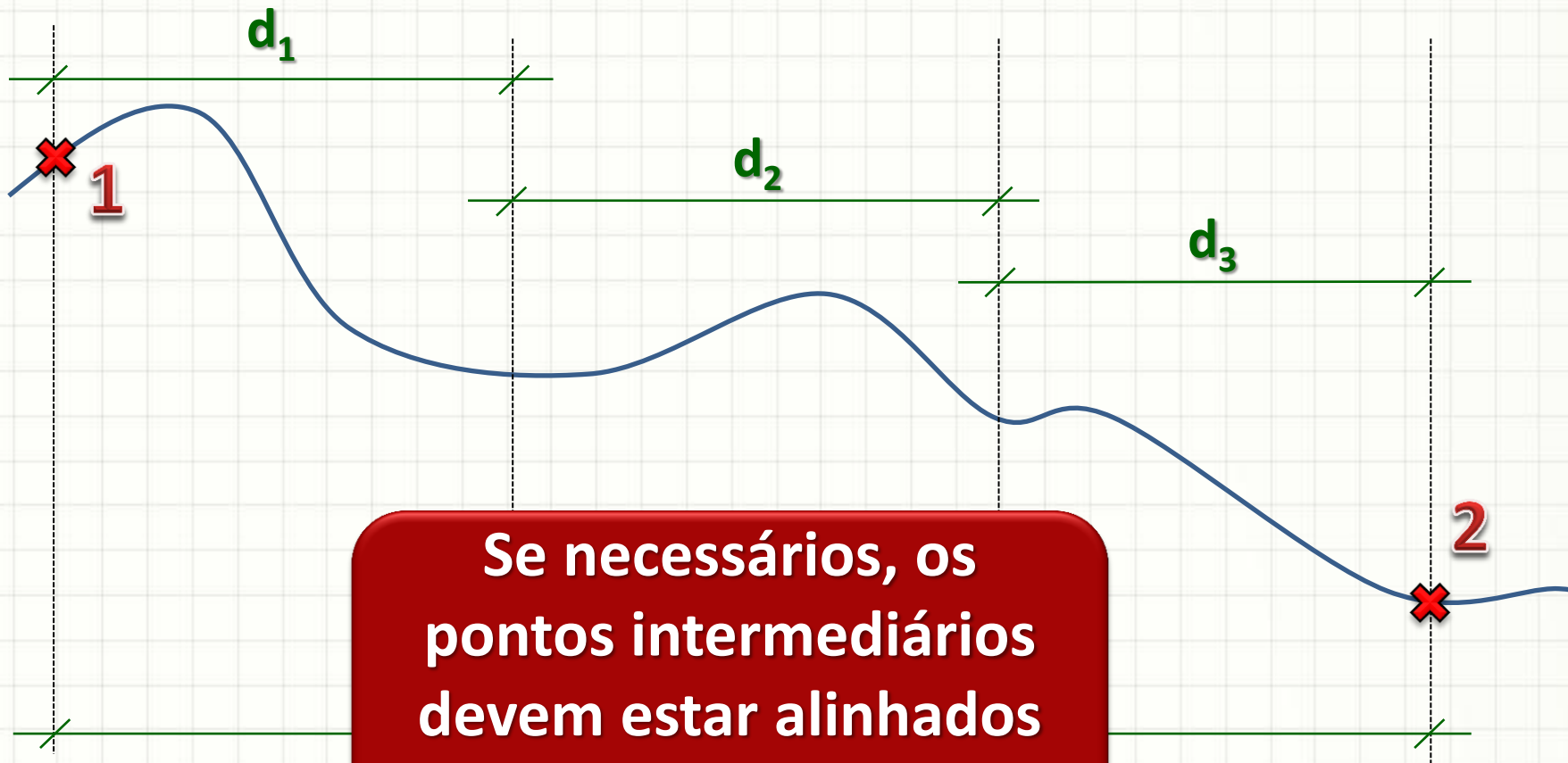
# Procedimento de Medida

- Definir claramente os pontos 1 e 2



# Procedimento de Medida

- Definir claramente os pontos 1 e 2



**Se necessários, os pontos intermediários devem estar alinhados com 1 e 2!**



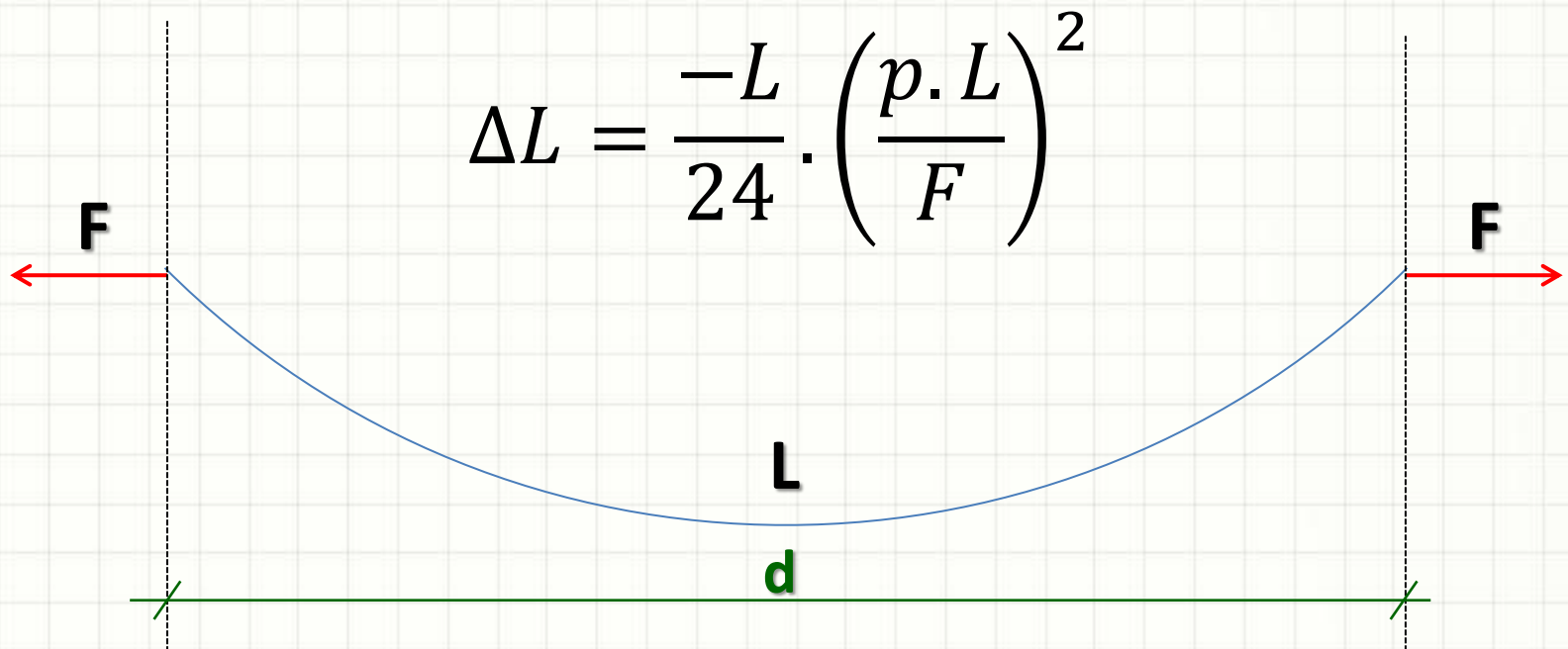
# **ERROS NA MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS**

# Erros de Medida

- Erros grosseiros
  - Ajuste do início da trena
  - Engano no número de trenadas
  - Anotações incorretas...
- Erros sistemáticos
  - Catenária
  - Desnível entre extremidades
  - Falta de alinhamento
  - Dilatação térmica
  - Deformação Elástica

# Erros de Medida

- Catenária

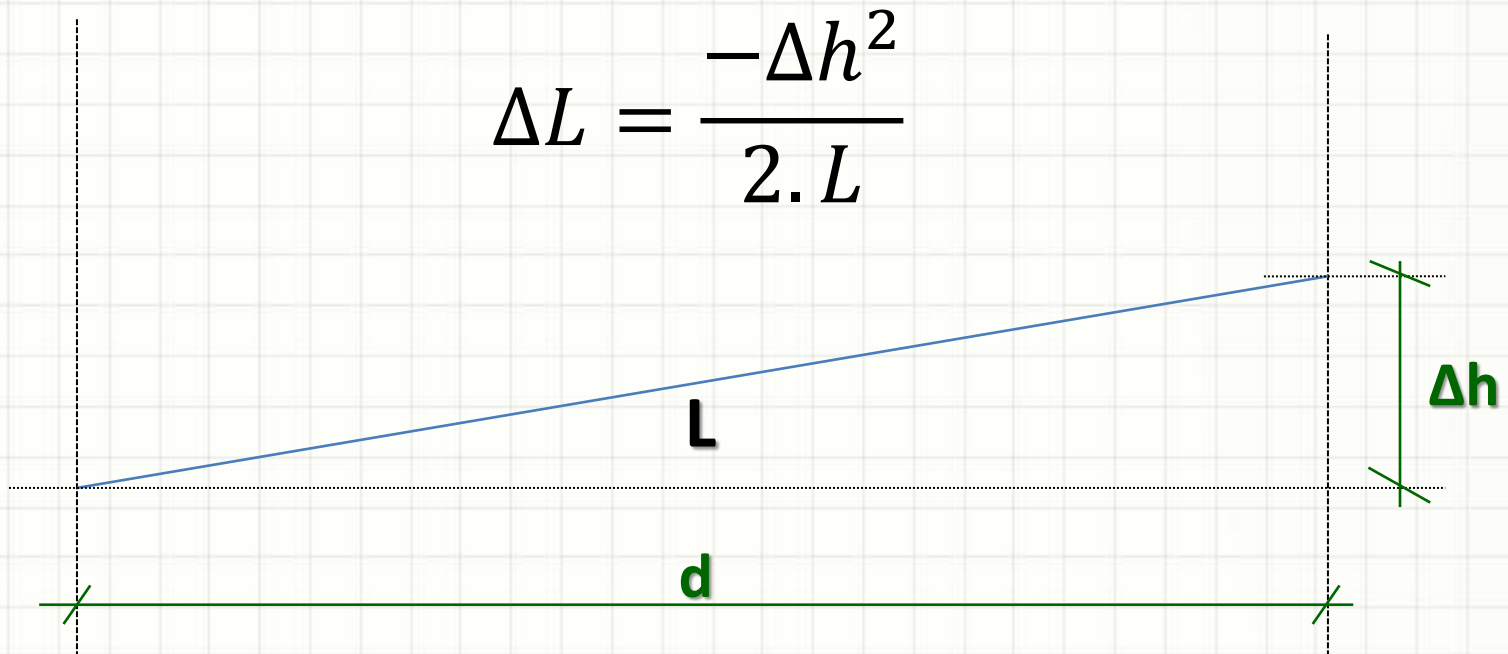


$$\Delta L = \frac{-L}{24} \cdot \left( \frac{p \cdot L}{F} \right)^2$$

$$d = L + \Delta L$$

# Erros de Medida

- Desnível entre extremidades

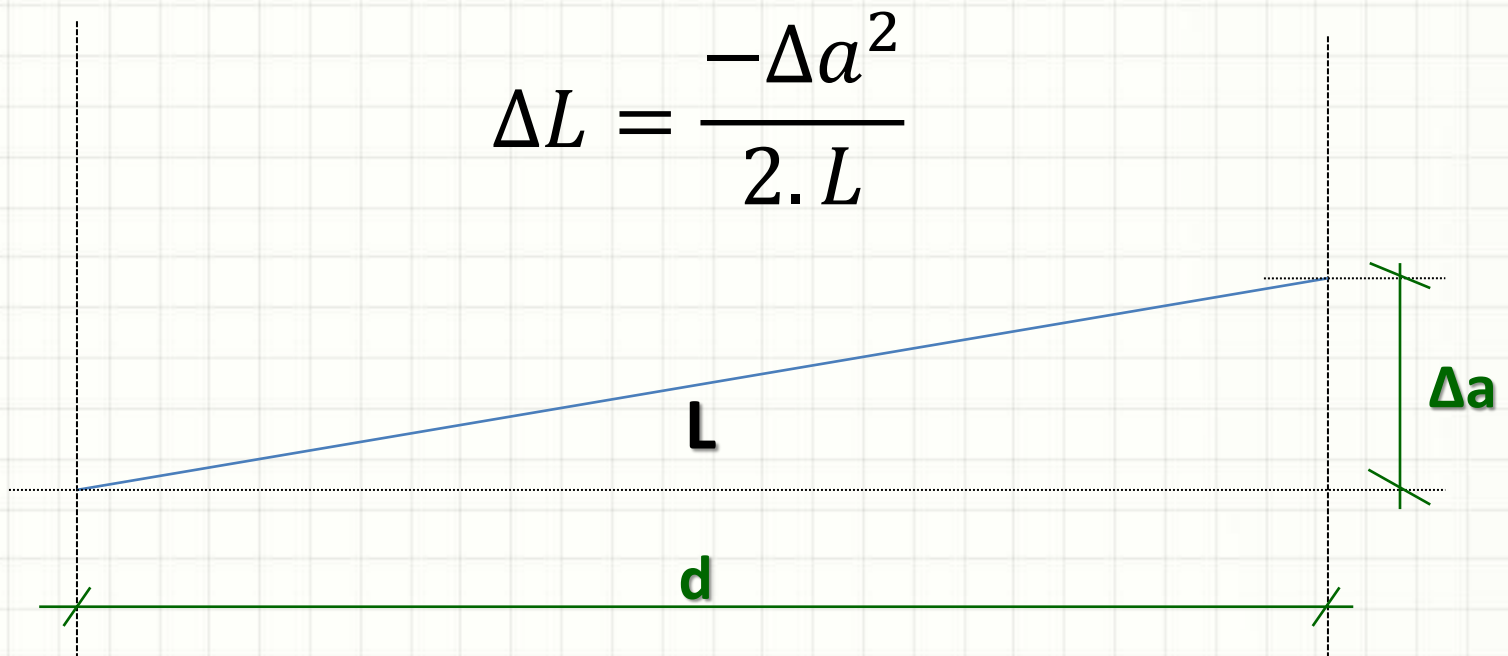


$$d = L + \Delta L$$



# Erros de Medida

- Falta de Alinhamento



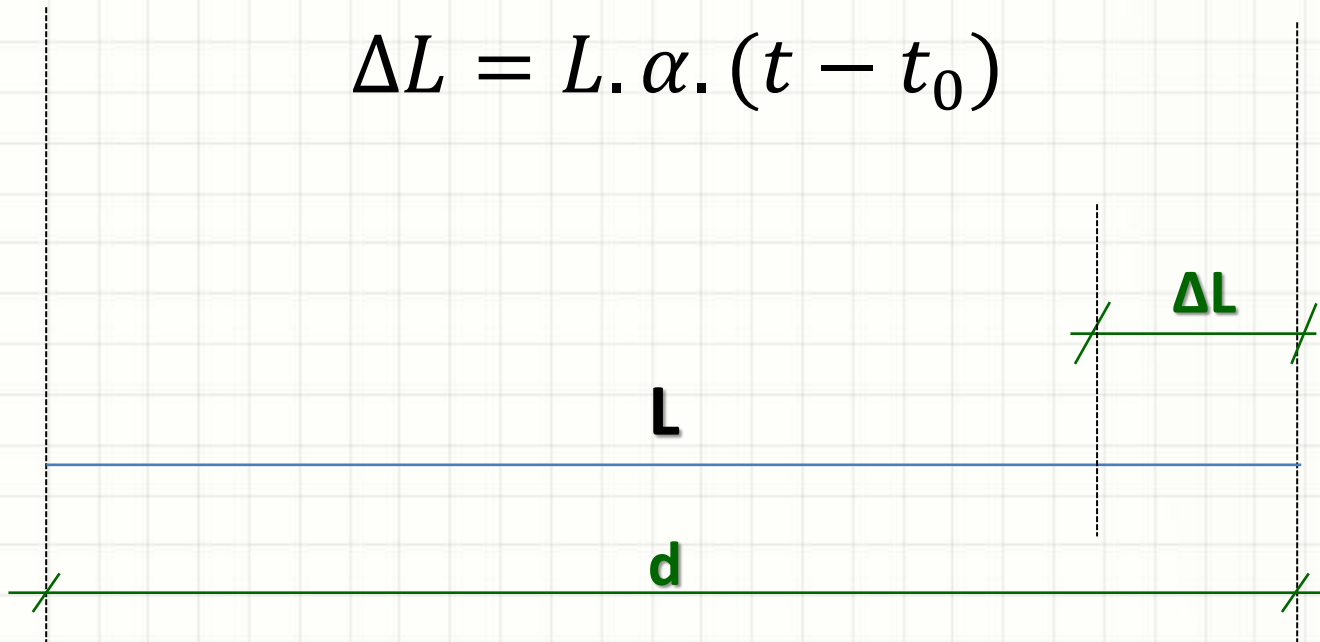
$$\Delta L = \frac{-\Delta a^2}{2 \cdot L}$$

$$d = L + \Delta L$$

# Erros de Medida

- Dilatação Térmica

$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot (t - t_0)$$

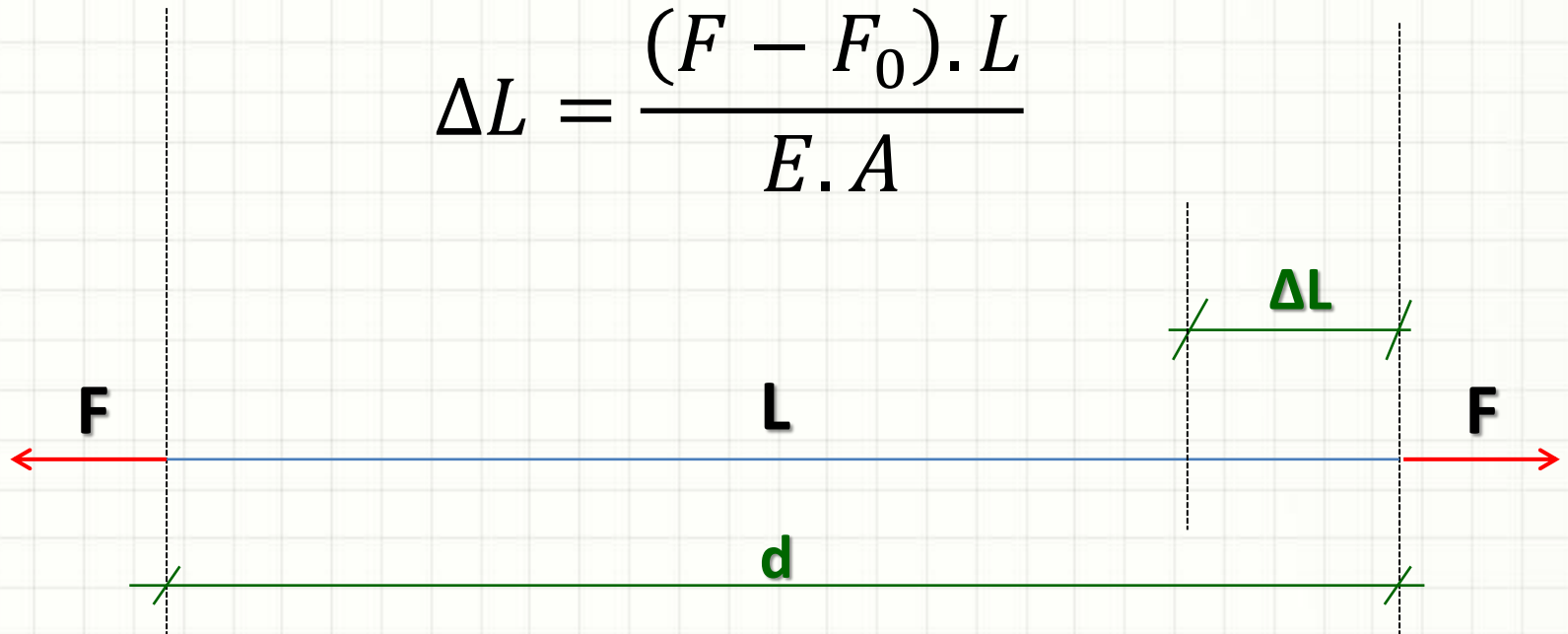


$$d = L + \Delta L$$

# Erros de Medida

- Deformação Elástica

$$\Delta L = \frac{(F - F_0) \cdot L}{E \cdot A}$$



$$d = L + \Delta L$$

# Erros de Medida

- Efeito Combinado
  - Efeitos são independentes
  - Superposição de efeitos

$$d = L + \sum \Delta L$$

# Erros de Medida

- Na prática... Evitar os erros!
  - Manter a trena horizontal e alinhada
  - Evitar medir em horas de temperaturas extremas
  - Aplicar tensão adequada
    - Diminuir deformação elástica
    - Diminuir catenária
- Medição de distâncias menores
  - Pode introduzir problemas de alinhamento
  - Mas reduz efeito da catenária



# EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

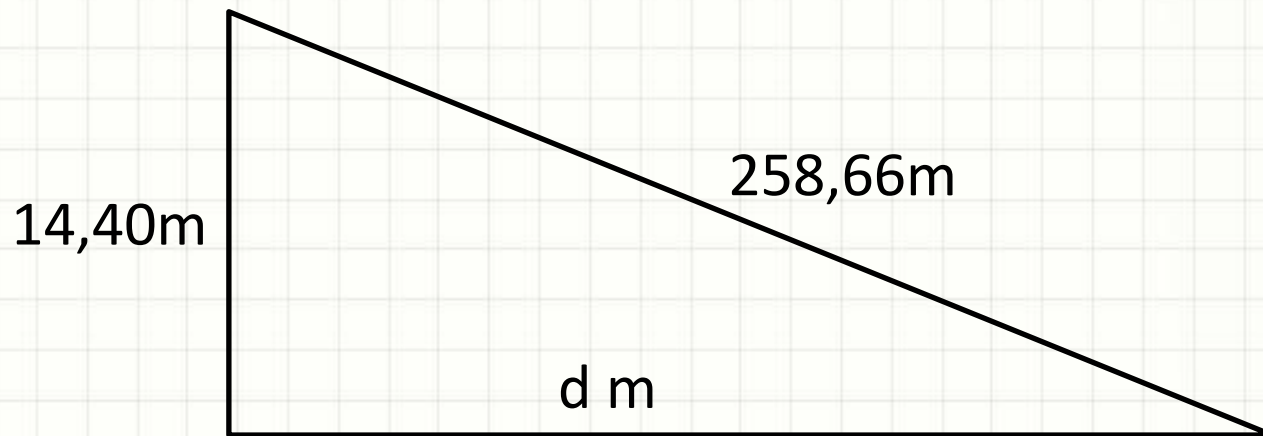


# Exercícios Resolvidos

- Mediu-se a distância entre dois pontos com uma inclinação constante. A distância medida (inclinada) foi de 258,66m, e a diferença de cota entre os pontos é de 14,4m. Qual a distância horizontal entre os pontos?

# Exercício Resolvido

- Distância horizontal?



$$\Delta L = \frac{-\Delta h^2}{2 \cdot L} = \frac{-(14,4)^2}{2 \cdot 258,66} = \frac{-207,36}{517,32} = -0,4$$

$$d = 258,66 + (-0,4) = 258,26$$

# Exercícios Resolvidos

- Uma trena de 20m foi aferida e considerada exata a uma temperatura de 25°C e tensão de 15kgf. Qual tensão compensaria o efeito de uma temperatura de 10°C ?
- Considere:
  - $E = 2.100.000\text{kgf/cm}^2$
  - $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
  - $A = 0,025\text{cm}^2$

# Exercícios Resolvidos

- Compensação de Efeitos

- ↓ Temperatura: ↑ comprimento
- ↑ Tensão: ↓ comprimento

$$E = 2.100.000 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$A = 0,025 \text{ cm}^2$$

$$L = 20 \text{ m}$$

$$T_a = 25^\circ\text{C}$$

$$F_a = 15 \text{ kgf}$$

$$T_f = 10^\circ\text{C}$$

$$F_f = ? \text{ kgf}$$

$$\frac{(F - F_0) \cdot L}{E \cdot A} + L \cdot \alpha \cdot (t - t_0) = 0$$

$$\frac{(F - 15) \cdot 20}{2100000 \cdot 0,025} = -20 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (10 - 25)$$

$$\mathbf{F = 15 + 9,5 = 24,5 \text{ kgf}}$$



**PERGUNTAS?**



**CONCLUSÕES**



# Resumo

- Posicionamento em polares: mais precisa
  - Medição de ângulos: delicada
    - Precisão varia com o instrumento utilizado
  - É possível medir distâncias com equipamentos simples
  - Erros podem ser grandes: tomar cuidados!
- 
- Como medir grandes distâncias?
    - Como controlar o erro?
    - Como transformar ângulos e distâncias em coordenadas?



# EXERCÍCIOS

# Exercícios

1. Foi realizada uma medida de “L” metros entre dois pontos, usando uma trena de  $p = 25\text{g/m}$  e força de  $F=15\text{kgf}$ . Qual o efeito da catenária nesse caso? E se a medida fosse original fosse  $L/2$ ? E se fosse  $L/4$ ?
2. Foram realizadas 4 séries de leituras de ângulos para 4 pontos visados, conforme indicado abaixo. Calcule para cada série, os ângulos  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{23}$  e  $\alpha_{34}$ . Em seguida, calcule o valor mais provável (média) de cada um deles.

Ponto Visado	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
1	123°14'22,6"	168°14'18,0"	213°14'25,9"	258°14'23,5"
2	160°52'03,0"	205°52'03,6"	250°52'09,9"	295°52'06,6"
3	191°03'56,2"	236°03'55,4"	281°04'02,1"	326°04'30,1"
4	233°27'44,4"	278°27'41,4"	323°27'52,3"	8°27'54,7"