



# ESTRUTURA DE DADOS

## PILHAS SEQUENCIAIS

Prof. Dr. Daniel Caetano

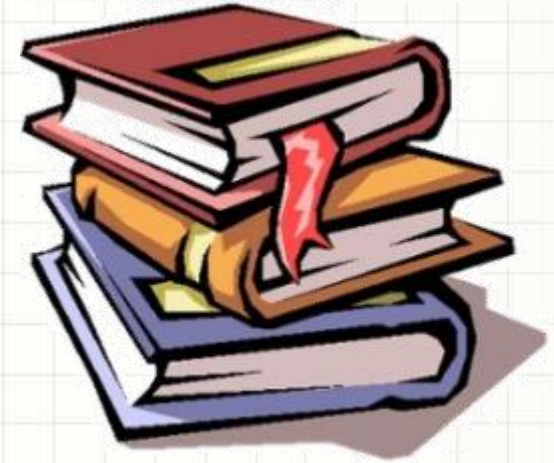
2014 - 2

# Objetivos

- Compreender o que é uma estrutura em pilha
- Compreender sua aplicação
- Capacitar para implementar pilhas
- **Atividade Estruturada!**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Aula 6)

Material Didático

Estruturas de Dados – Cap. 4, págs 125 a 132

---

The image features a decorative header with several overlapping, wavy lines in shades of blue and white. Below this, the background is a light gray grid. The text "RECORDANDO..." is positioned in the lower right area of the grid.

**RECORDANDO...**

# Recordando...

- Podemos criar listas
  - Ordenadas e não ordenadas
- Listas: acrescento...
  - Não ordenada: no fim
  - Ordenada: no lugar correto
- Listas: removo...
  - De qualquer lugar
- Sempre precisamos dessa flexibilidade?



# **ORDEM DE RETIRADA X ORDEM DE ARMAZENAMENTO**

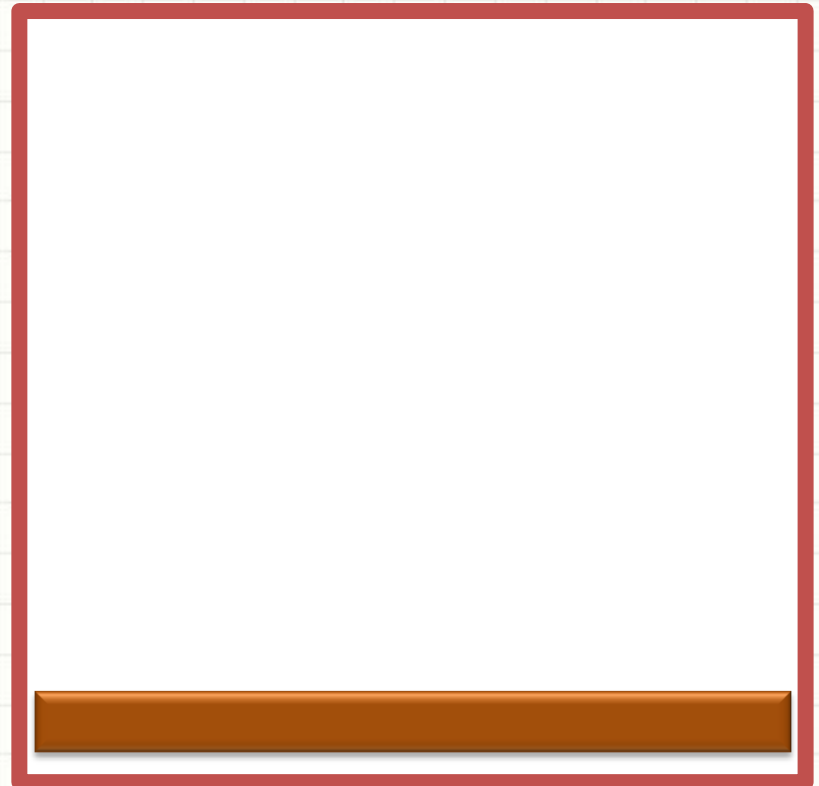
# Ordem de Retirada x Armazenam.

- Comum: ordem de remoção → armazenamento
- Exemplo: organizando entregas de Pizza



# Ordem de Retirada x Armazenam.

- O que ocorre na Pizzaria?





# Ordem de Retirada x Armazenam.

- O que ocorre na Pizzaria?



# Ordem de Retirada x Armazenam.

- O que ocorre na Pizzaria?



# Ordem de Retirada x Armazenam.

- O que ocorre na Pizzaria?




# Ordem de Retirada x Armazenam.

- O que ocorre na Pizzaria?



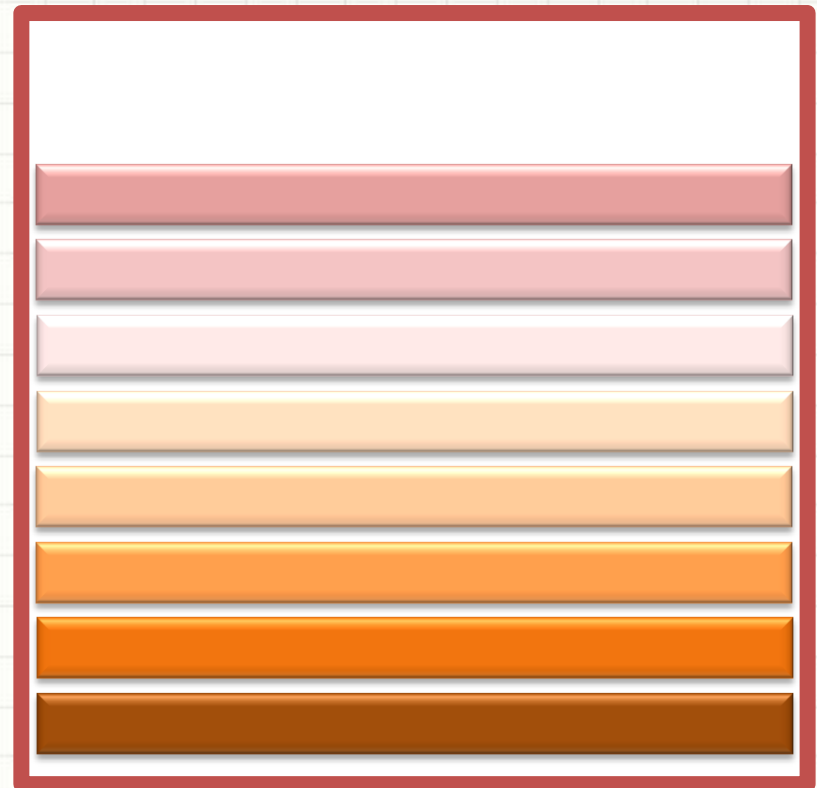







# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?









# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?




# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?



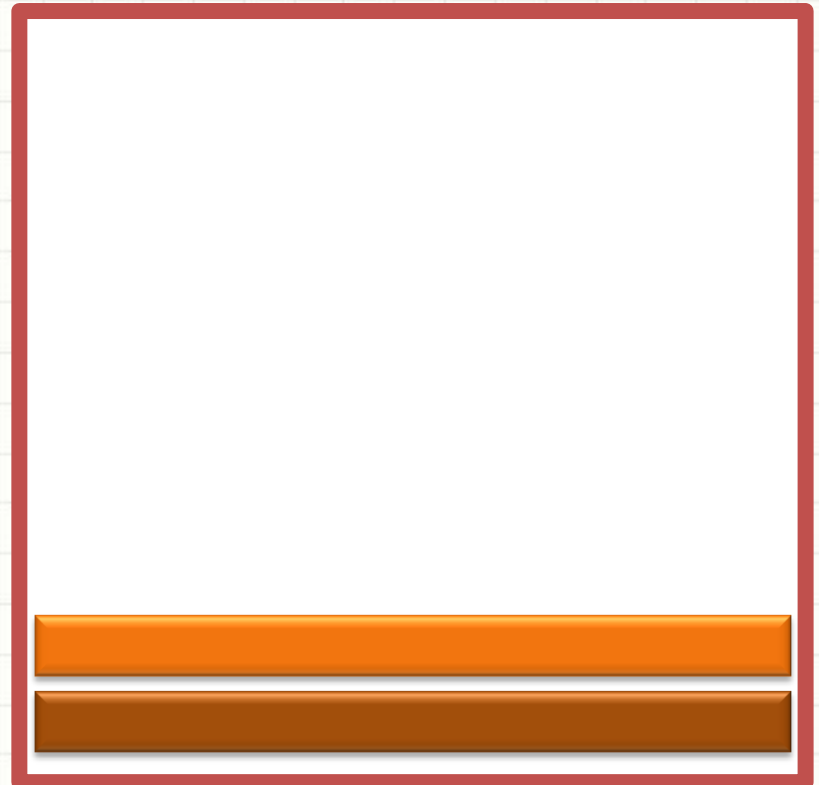

# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?



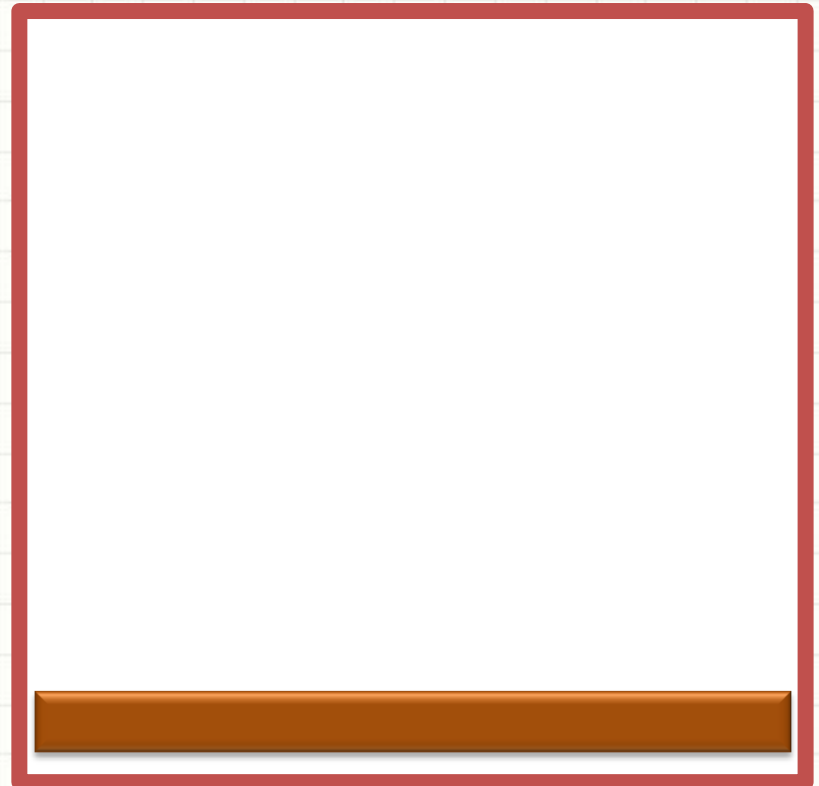
# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?



# Ordem de Retirada x Armazenam.

- E nas entregas?



# Ordem de Retirada x Armazenam.

- Observe...
  - A última pizza a entrar...
  - Será a primeira a sair...

**LIFO:**  
Last In  
First Out







# **MOMENTO LÚDICO: PILHA DE CADERNOS**



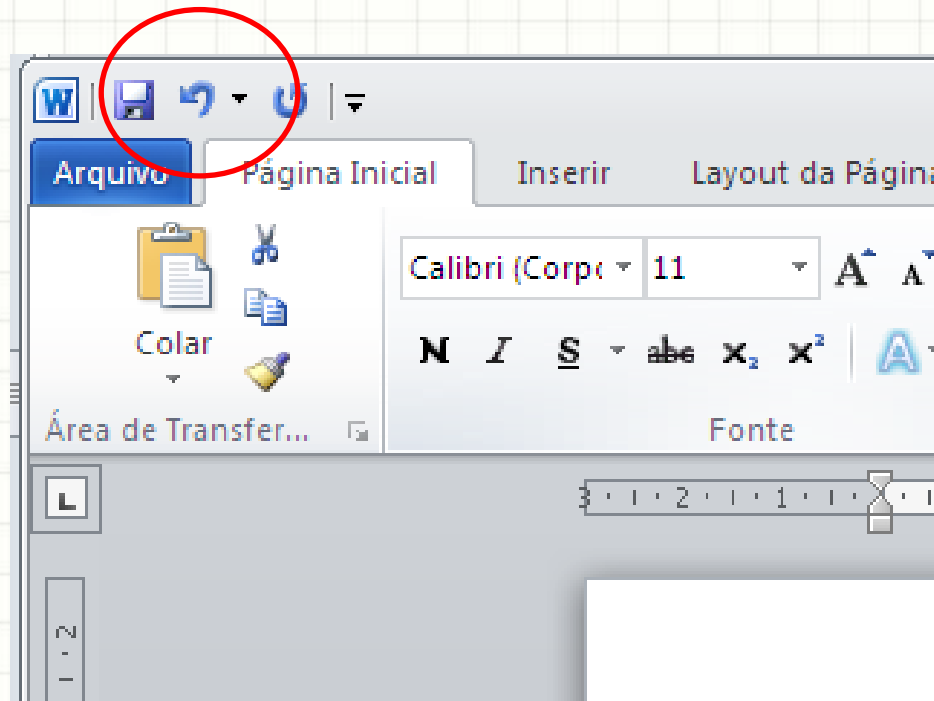
# PILHAS DE DADOS

# Pilhas

- Estrutura de dados Pilha: Lista LIFO
- Inserir: sempre no fim da lista (topo da pilha)
- Remover: sempre do fim da lista (topo da pilha)
- Isso é útil em software?
  - Vejamos alguns casos!

# Pilhas

- Já observou o recurso de “desfazer” do Word?



- Qual operação ele desfaz?
- Word coloca as operações em uma pilha!

# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!



# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

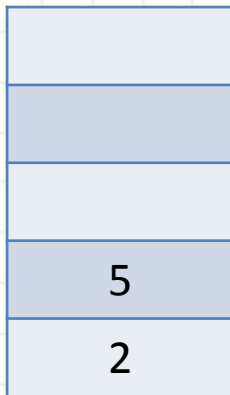


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!



# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!





# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...

2	5	7	8	10
---	---	---	---	----

- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

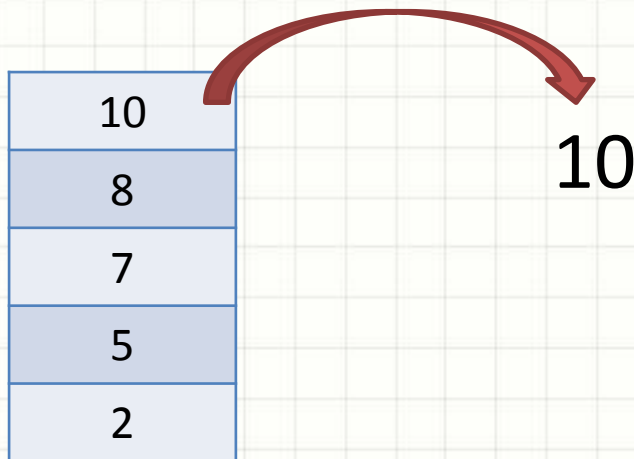
8
7
5
2

# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

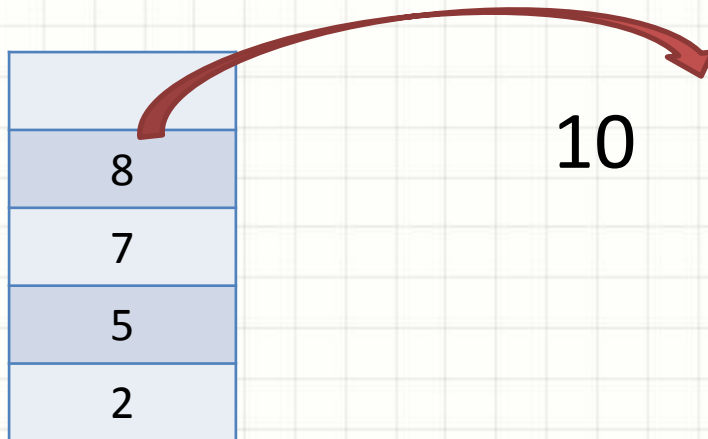


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

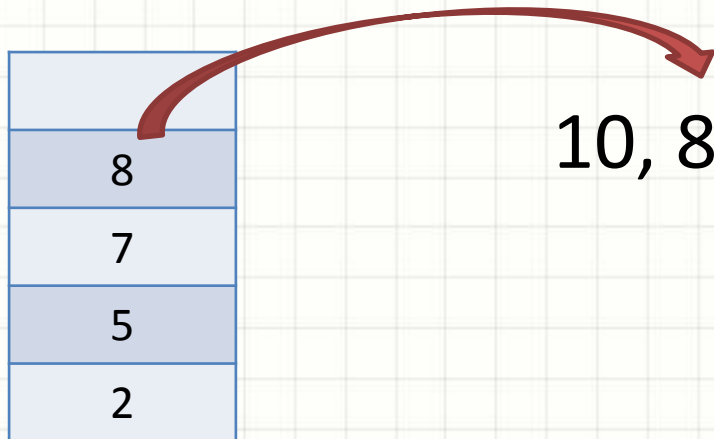


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

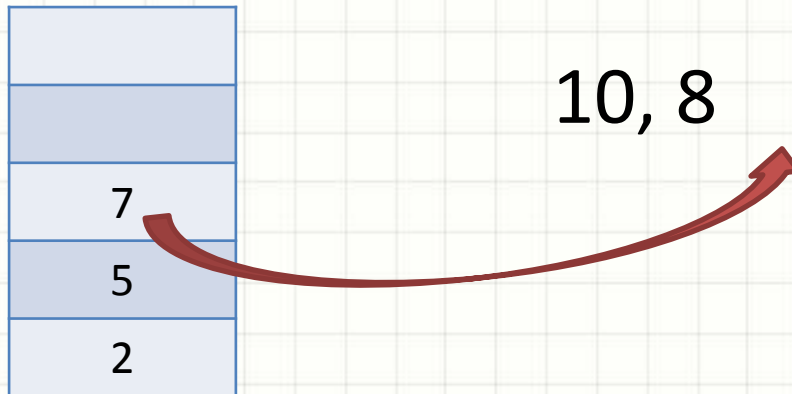


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

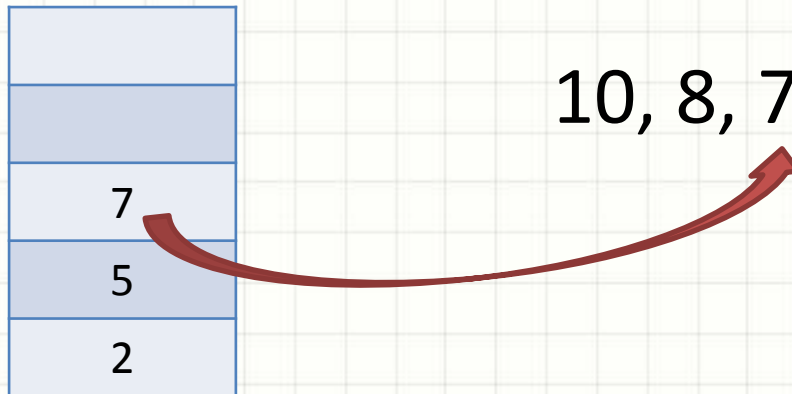


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

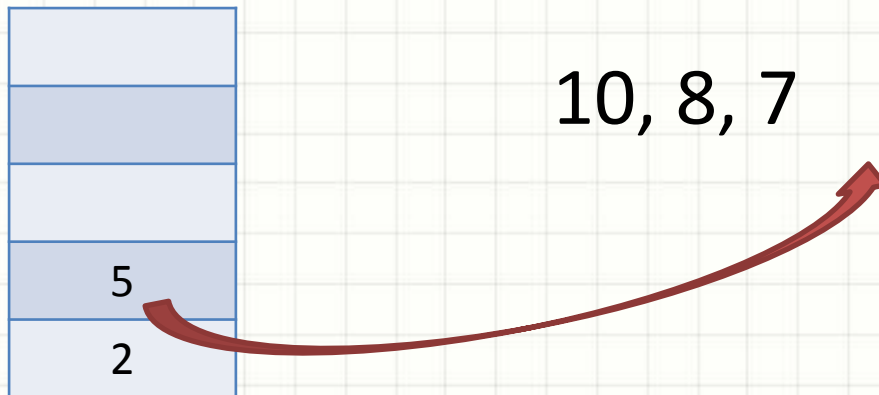


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!

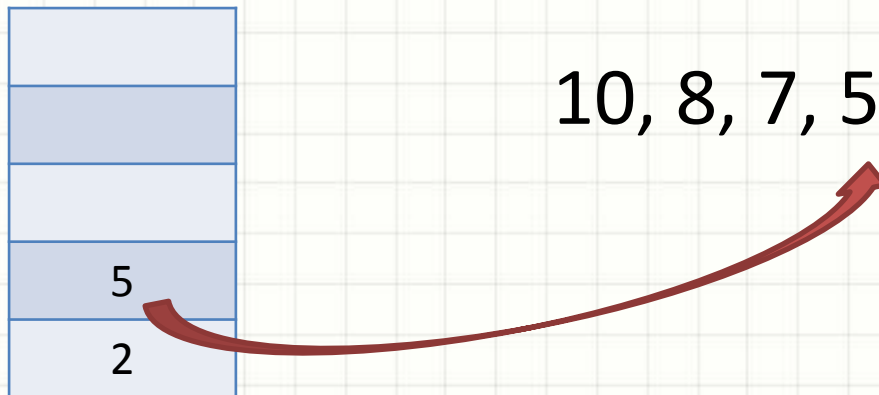


# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!





# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!



# Pilhas – Invertendo Elementos

- Se você tem uma lista crescente...



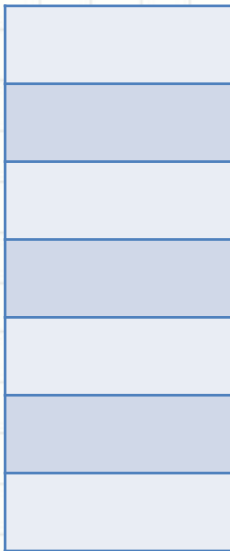
- Uma série de trocas... Ou...
  - Empilhar e desempilhar!



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

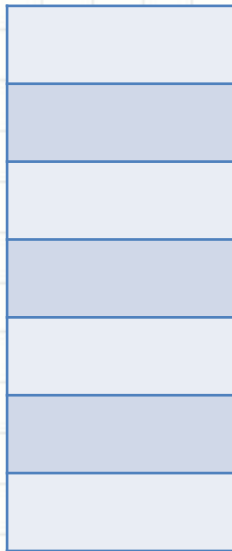
$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

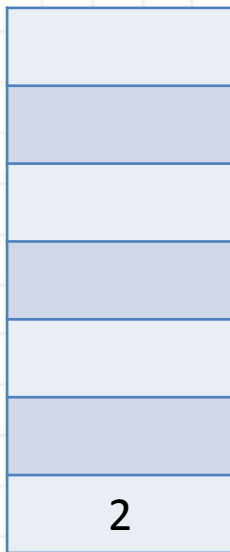
$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

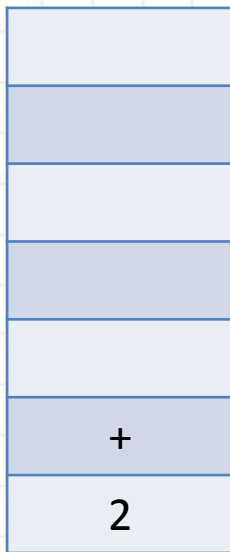
$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



$$3 + 2 = 5$$

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$





# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

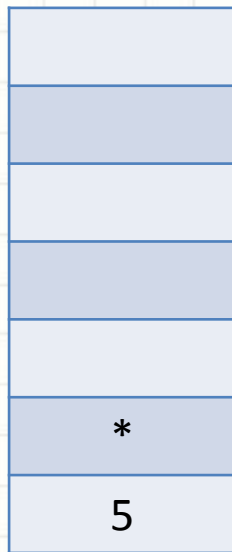
$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

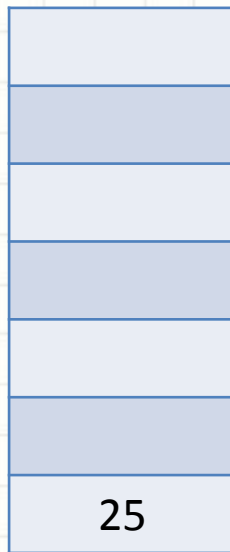


$$5 * 5 = 25$$

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

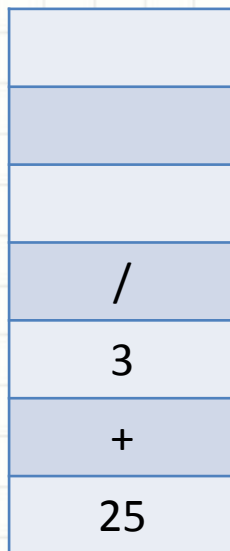
$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

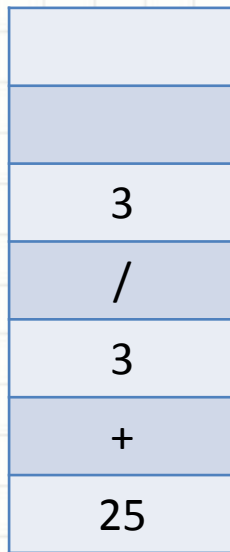




# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

*
3
/
3
+
25

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

7
*
3
/
3
+
25

$$7 * 3 = 21$$

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

21
/
3
+
25

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

21
/
3
+
25

$$21 / 3 = 7$$

# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$



# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$

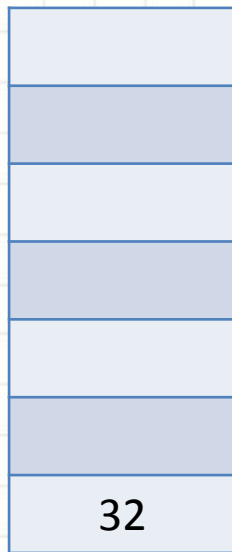


$$7 + 25 = 32$$

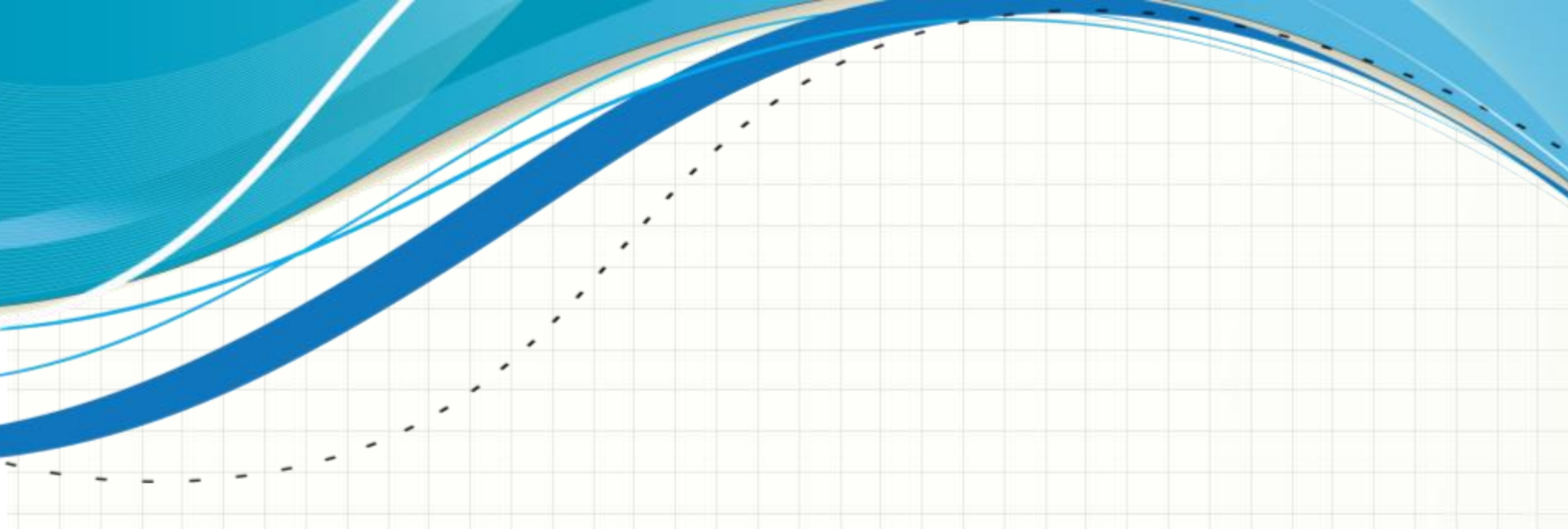
# Pilhas – Fazendo Cálculos

- Como fazemos esse cálculo?

$$(((2 + 3) * 5) + (3 / (3 * 7)))$$







# **IMPLEMENTANDO UMA PILHA**

# Implementando Pilhas

- Pilha: Essencialmente uma lista

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

**topo: ??**

- Operações:
  - Inicializar
  - Empilhar
  - Desempilhar

# Implementando Pilhas

- Inicializar Pilha

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

**topo: ??**

- Topo sempre indica último elemento!
  - Como indicar que elemento não existe?

# Implementando Pilhas

- Inicializar Pilha

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

**topo: -1**

- Topo sempre indica último elemento!
  - Como indicar que elemento não existe?
- Vamos implementar

# Implementando Pilhas

- Empilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

**topo: -1**

- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?

# Implementando Pilhas

- Empilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
?	?	?	?	?	?	?	?	?	?

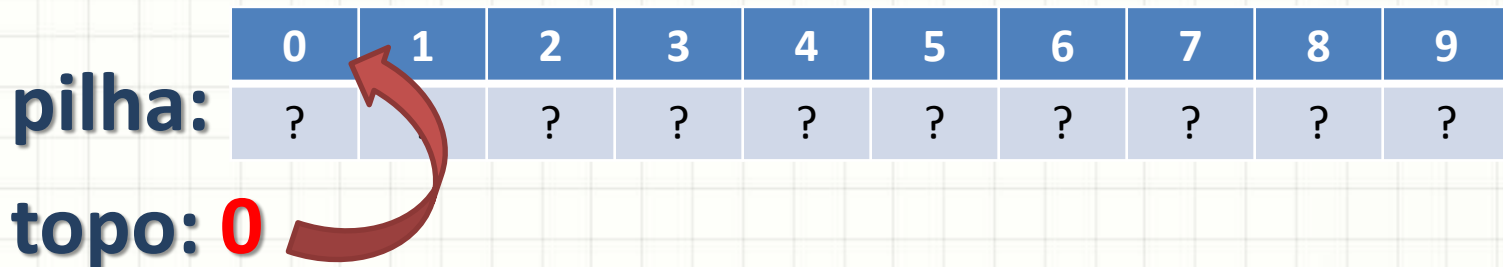
**topo: -1**

**-1 < 9...**  
Posso Empilhar!

- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?

# Implementando Pilhas

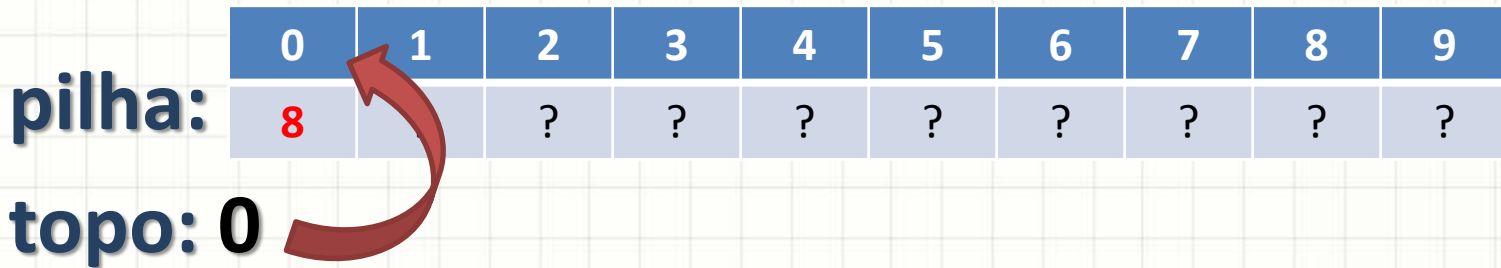
- Empilhar



- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?

# Implementando Pilhas

- Empilhar



- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?
- Vamos empilhar o 5?



# Implementando Pilhas

- Empilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	?	?	?	?	?	?	?	?	?

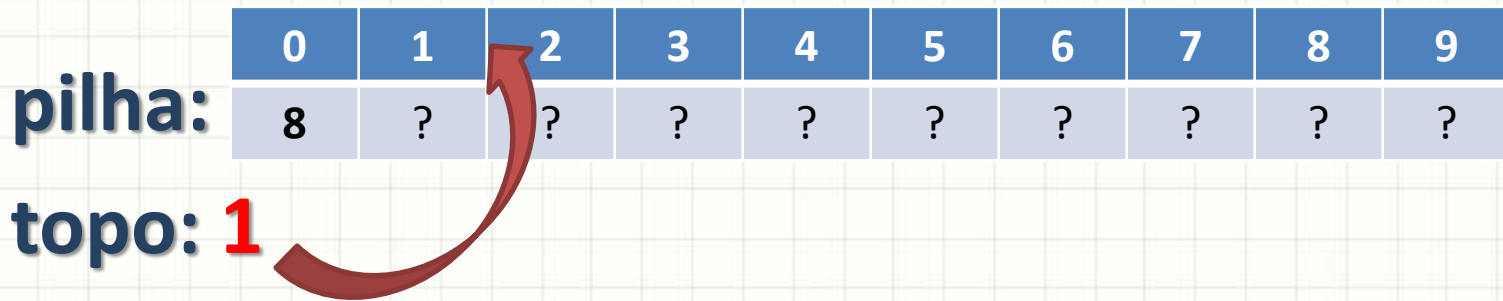
**topo: 0**

$0 < 9...$   
Posso Empilhar!

- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)...$  Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?
- Vamos empilhar o 5?

# Implementando Pilhas

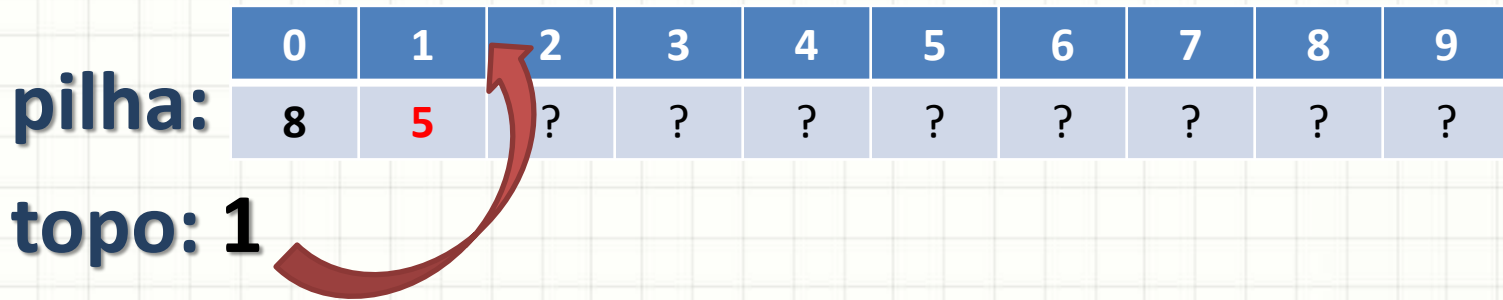
- Empilhar



- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?
- Vamos empilhar o 5?

# Implementando Pilhas

- Empilhar



- Como empilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} < (n-1)$ ... Pode empilhar
  - Soma 1 no topo... E acrescenta-se elemento lá
- Vamos empilhar o número 8?
- Vamos empilhar o 5?

# Implementando Pilhas

- Empilhar
- Vamos implementar?

```
int empilhar(int v[], int &topo, int valor);
```

# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 5**

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?

# Implementando Pilhas

- Desempilhar

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>pilha:</b>	7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 5**

$$5 \geq 0...$$

Posso Desempilhar!

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?

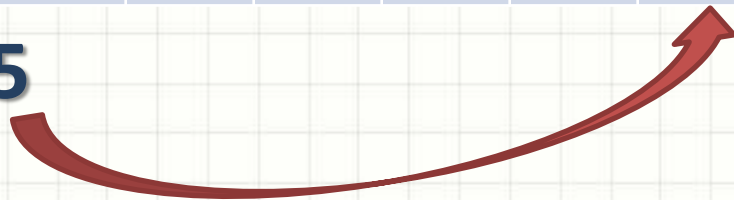
# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**ilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 5**



Desempilhamos:  
**6**

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?

# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 4**

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?
- Vamos desempilhar outro número?



# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 4**

$$4 \geq 0...$$

Posso Desempilhar!

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?
- Vamos desempilhar outro número?

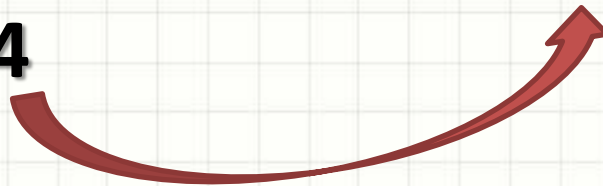
# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 4**



Desempilhamos:  
**1**

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?
- Vamos desempilhar outro número?

# Implementando Pilhas

- Desempilhar

**pilha:**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	6	44	22	1	6	?	?	?	?

**topo: 3**

- Como desempilhar um valor?
  - Se  $\text{topo} \geq 0$ ... Pode desempilhar
  - Lê o elemento... E subtrai 1 do topo...
- Vamos desempilhar um número?
- Vamos desempilhar outro número?

# Implementando Pilhas

- Desempilhar
- Vamos implementar?

```
int desempilhar(int v[], int &topo, int &valor);
```



# CONCLUSÕES

# Resumo

- Pilhas: lista do tipo LIFO
  - São úteis para
    - Inverter resultados / listas
    - Armazenar resultados temporariamente
- 
- Só isso dá pra fazer com pilha?
    - Não!
  - Vamos construir algo mais útil!
    - Calculadora!



**PERGUNTAS?**



# **EXERCÍCIO DE FIXAÇÃO**



# Exercício 1

- Converter um número para binário:
  - Dividir por 2 e anotar o resto (da dir para esq.)
  - Pegar parte inteira...
  - Dividir por 2 e anotar o resto...

# Conversão $D \rightarrow B$

- Regra prática: converter 13 para binário

**1b**

- $13/2 = 6\dots$  Resto 1

# Conversão $D \rightarrow B$

- Regra prática: converter 13 para binário

**01b**

- $13/2 = 6\dots$  Resto 1
- $6/2 = 3\dots$  Resto 0

# Conversão $D \rightarrow B$

- Regra prática: converter 13 para binário

**101b**

- $13/2 = 6\dots$  Resto 1
- $6/2 = 3\dots$  Resto 0
- $3/2 = 1\dots$  Resto 1

# Conversão $D \rightarrow B$

- Regra prática: converter 13 para binário

**1101b**

- $13/2 = 6\dots$  Resto 1
- $6/2 = 3\dots$  Resto 0
- $3/2 = 1\dots$  Resto 1
- $1/2 = 0\dots$  Resto 1

# Conversão D→B

- Regra prática: converter 13 para binário

**1101b**

- $13/2 = 6...$  Resto 1
- $6/2 = 3...$  Resto 0
- $3/2 = 1...$  Resto 1
- $1/2 = 0...$  Resto 1
- 0 **Fim!**

# Exercício 1

- Converter um número para binário:
  - Dividir por 2 e anotar o resto (da dir para esq.)
  - Pega parte inteira...
  - Divide por 2 e anotar o resto...

- Dicas

$x = a / b \rightarrow x$  armazena o quociente se for **int**

$x = a \% b \rightarrow x$  armazena o resto da div.  $a/b$

# Exercício 2

- Construa um programa que leia um vetor de chars e, usando duas pilhas (ambas de chars) separe em pilhas diferentes os dígitos e as letras.
- Dicas
  - `cin.getline(char v[], max)`
  - Último caractere de um texto: `'\0'`
  - `#include <cctype>`
    - `isdigit(char valor)`
    - `isalpha(char valor)`