

# **TOPOGRAFIA**

## **PLANIMETRIA:**

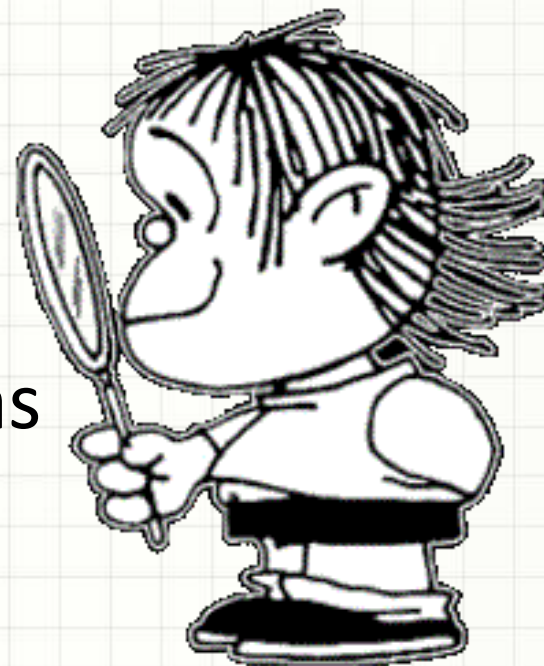
### **CÁLCULO DE AZIMUTES EM POLIGONAIS E COORDENADAS**

Prof. Dr. Daniel Caetano

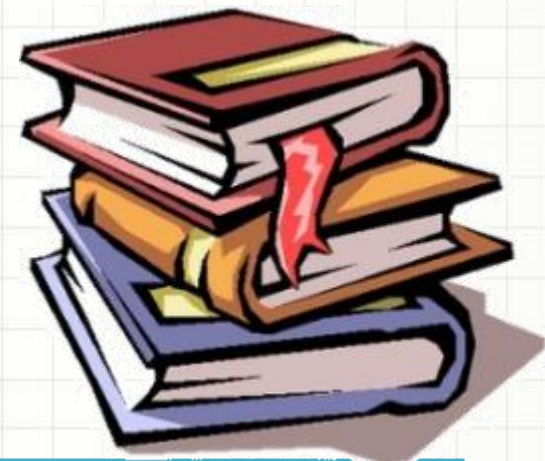
2014 - 2

# Objetivos

- Conceituar levantamento poligonal e o cálculo de azimutes
- Determinação da correção de azimutes
- Fechamento da Poligonal
- Determinação das coordenadas
- Fechamento Linear



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Topografia – Aula 10)

Material Didático

-

Biblioteca

Topografia v.1 (Borges)

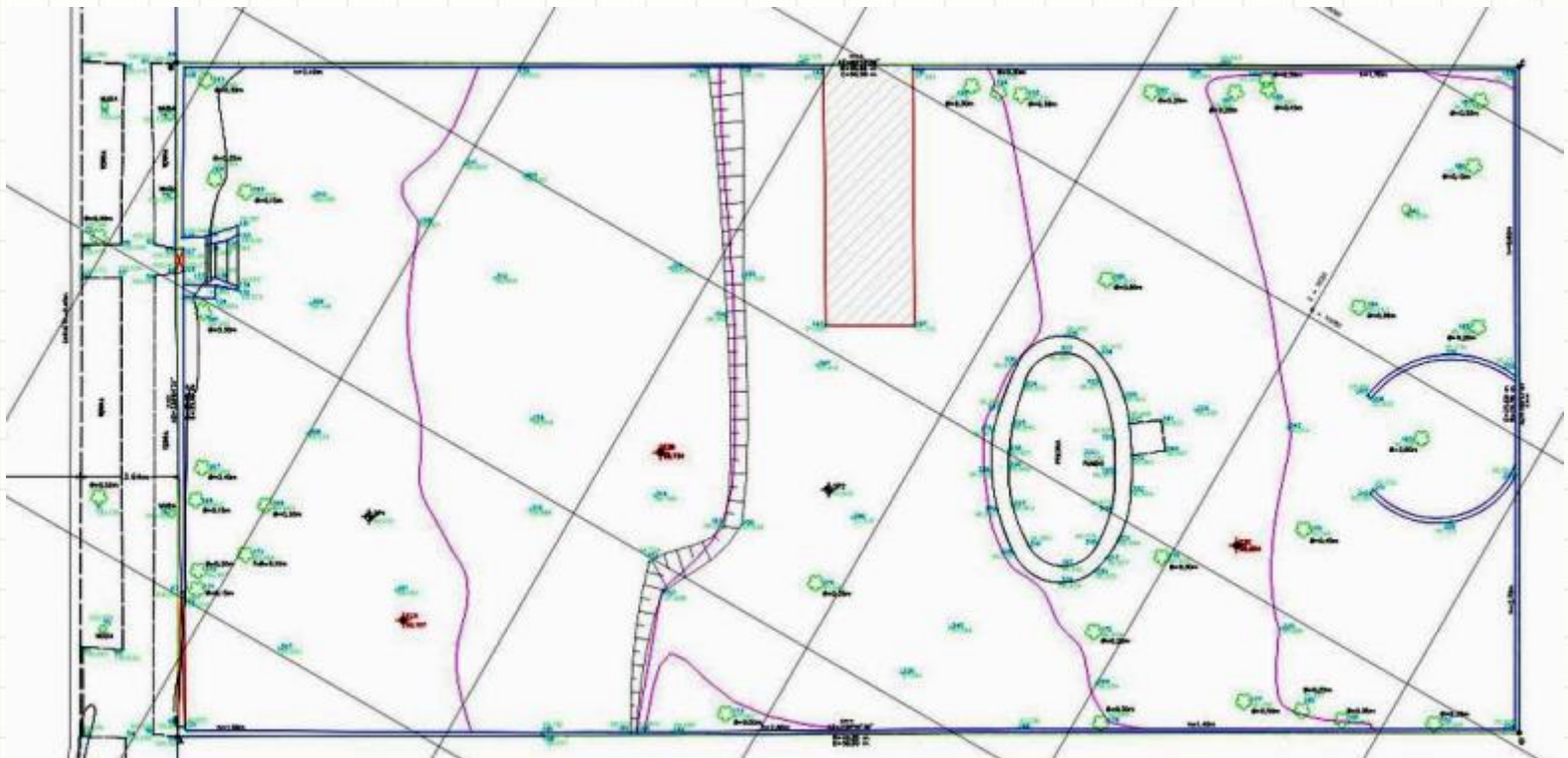


# **LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO POLIGONAL**



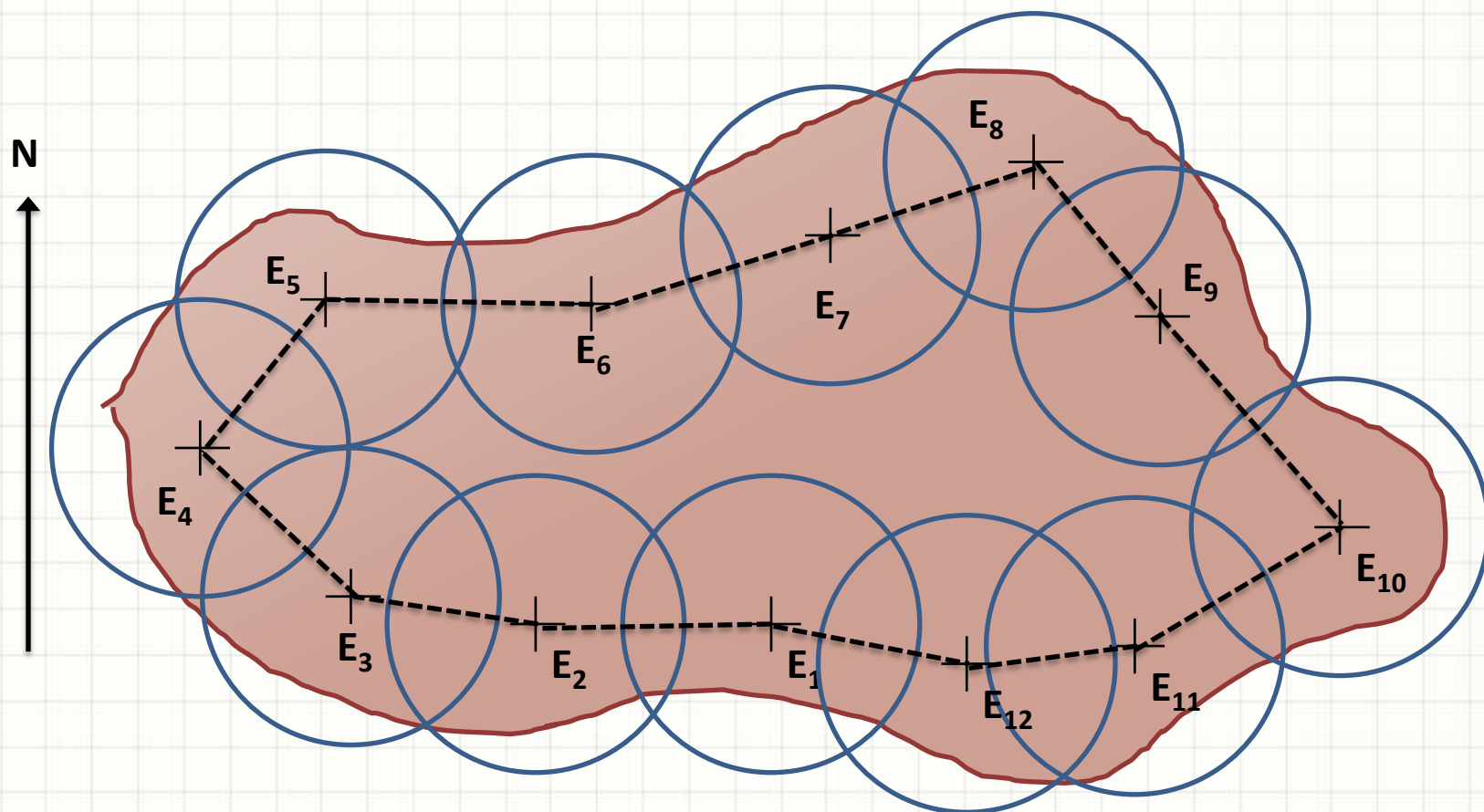
# Levantamento Topográfico

- Representação: pontos levantados no terreno
  - Cota
  - Posição (x,y) ou (N,E)



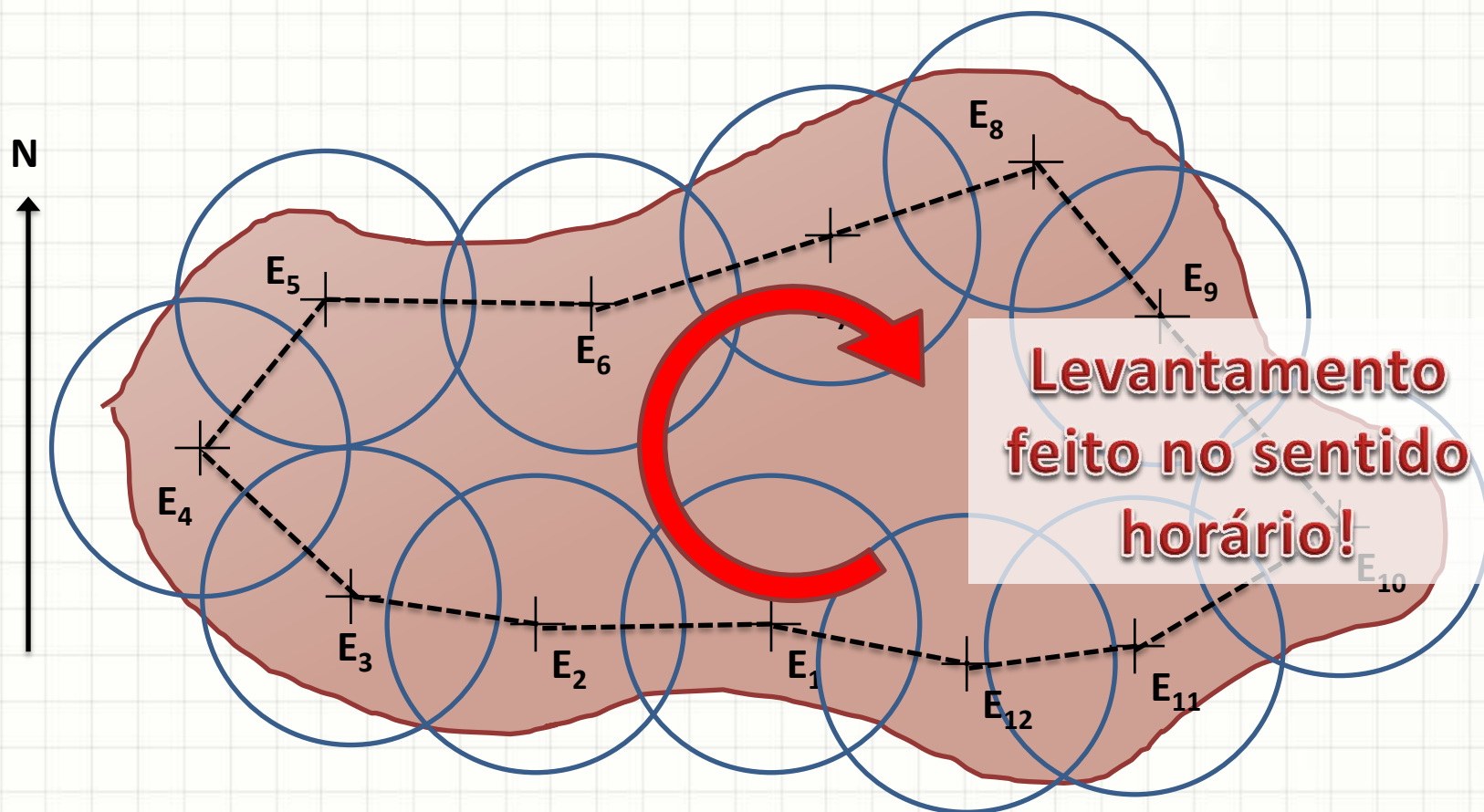
# Levantamento Poligonal

- Para cobrir um terreno...



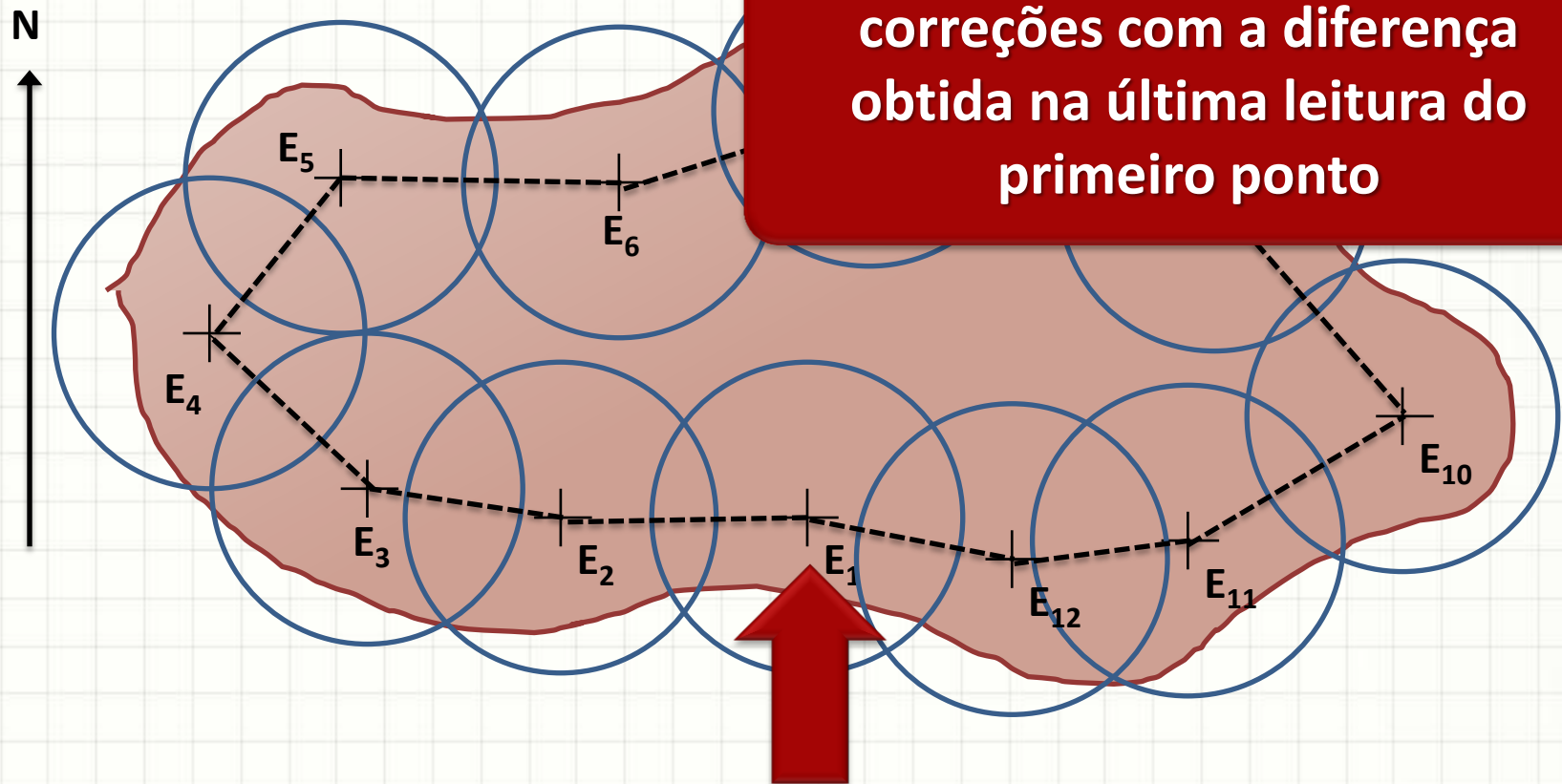
# Levantamento Poligonal

- Para cobrir um terreno...



# Levantamento Poligonal

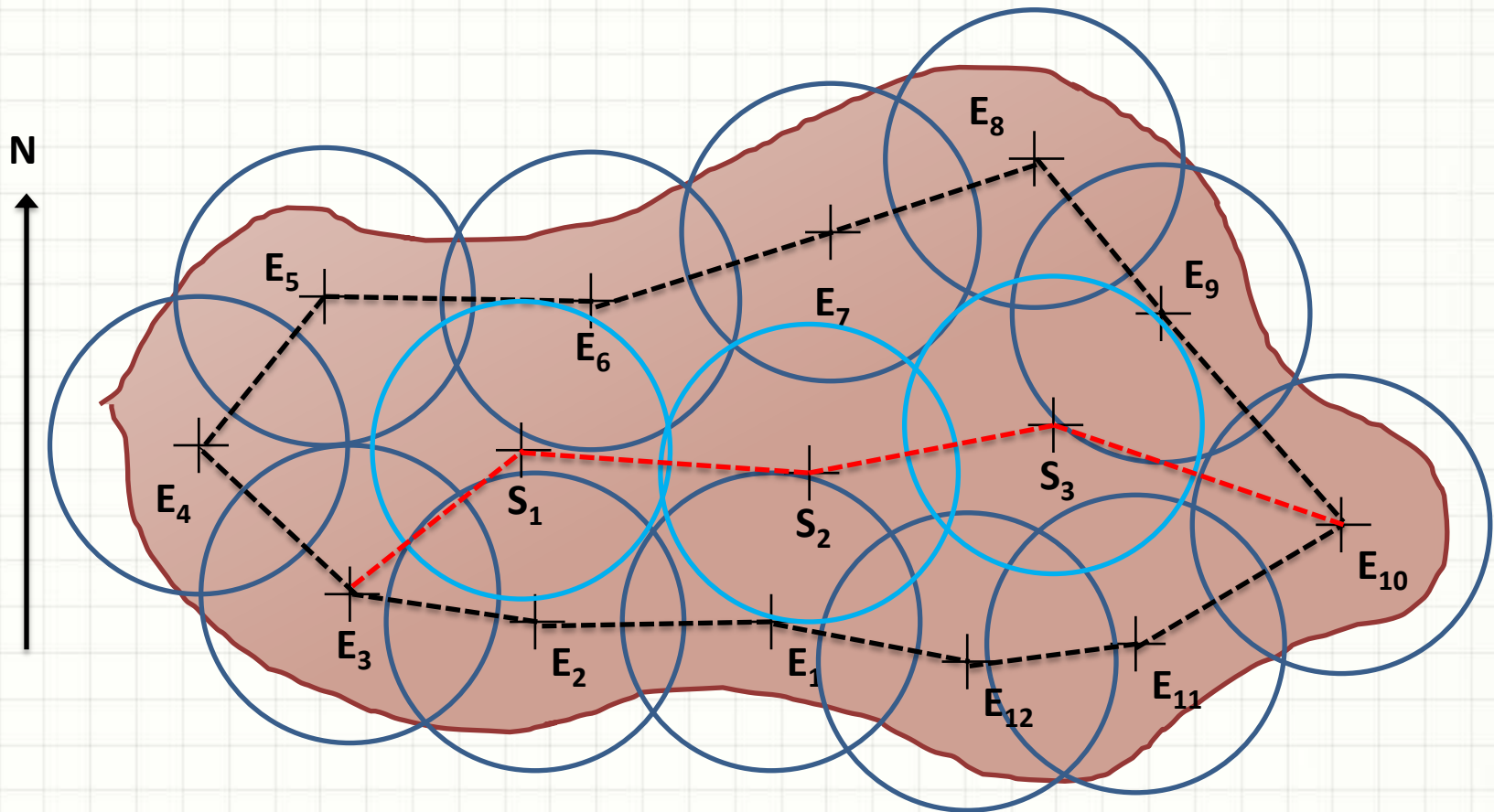
- Para cobrir um terreno...





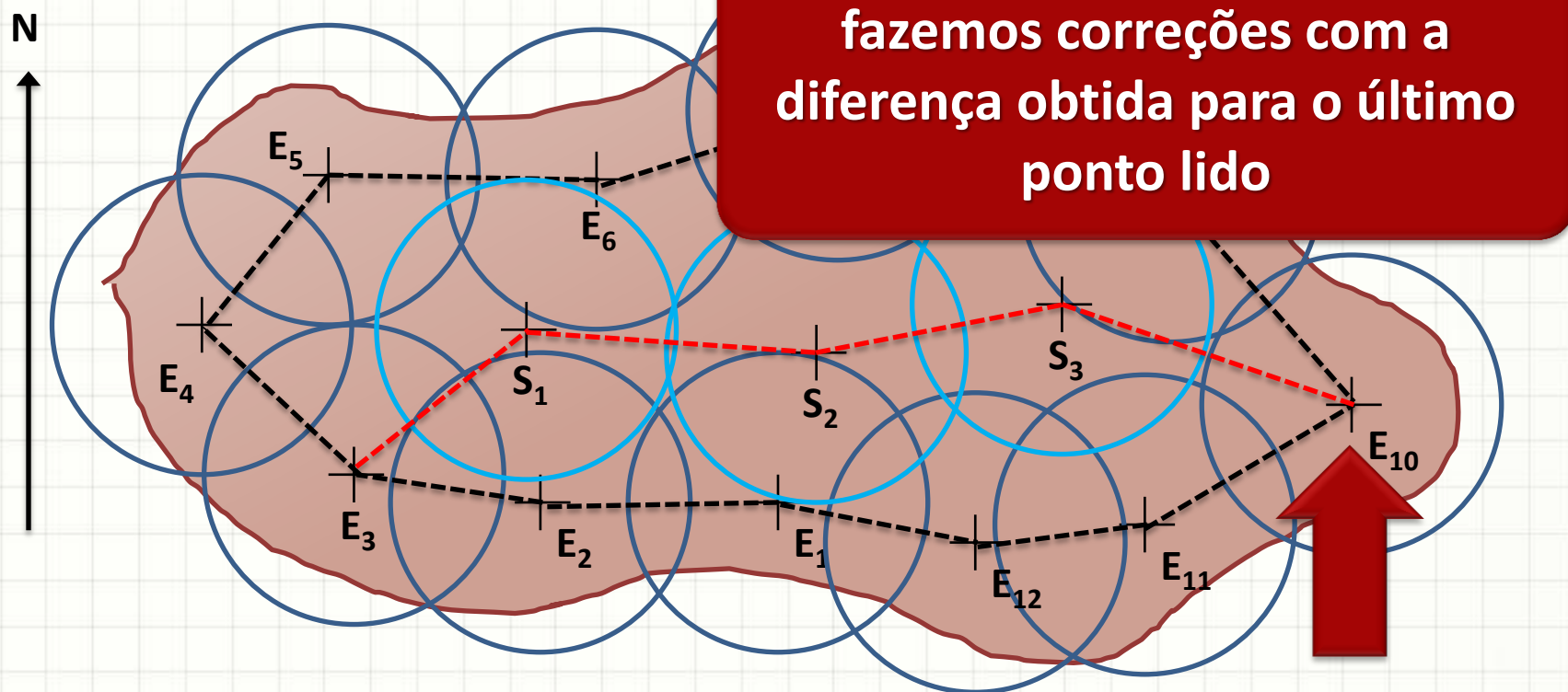
# Levantamento Poligonal

- ...e a poligonal secundária



# Levantamento Poligonal

- ...e a poligonal secundária





# **CARACTERÍSTICAS DA POLIGONAL**

# Características da Poligonal

- Devem ser compatíveis com o instrumento

Teodolito	Comprimento dos Lados (m)	Número de Lados (Máximo)
1'	30 a 50	12
6"	50 a 150	20
1"	150 a 500	50

- Medida de distância
  - 1' → trena (várias medidas, com média)
  - 6" ou 1" → distanciômetro eletrônico
- Detalhes: taqueometria (ou visada a prisma em balisa)



# Cálculo dos Azimutes

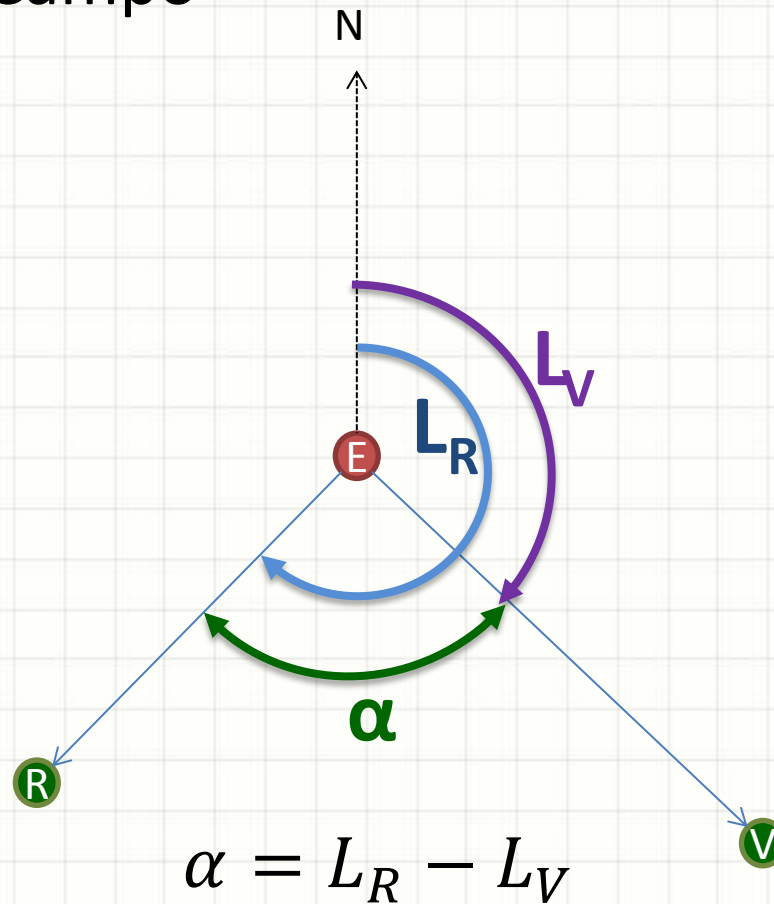
- Levantamento poligonal: sistema polar
  - Ângulos e distâncias
- Converter para medidas cartesianas
  - $(x,y)$  ou  $(N,E)$
  - Astronômicas
- Determina-se o azimuth de um dos lados
  - Os outros serão determinados a partir desse
- Preferencialmente
  - Azimute verdadeiro
  - Levantamentos menos importantes: azimuth magnético



# **PROCEDIMENTO DE LEITURA E CÁLCULO**

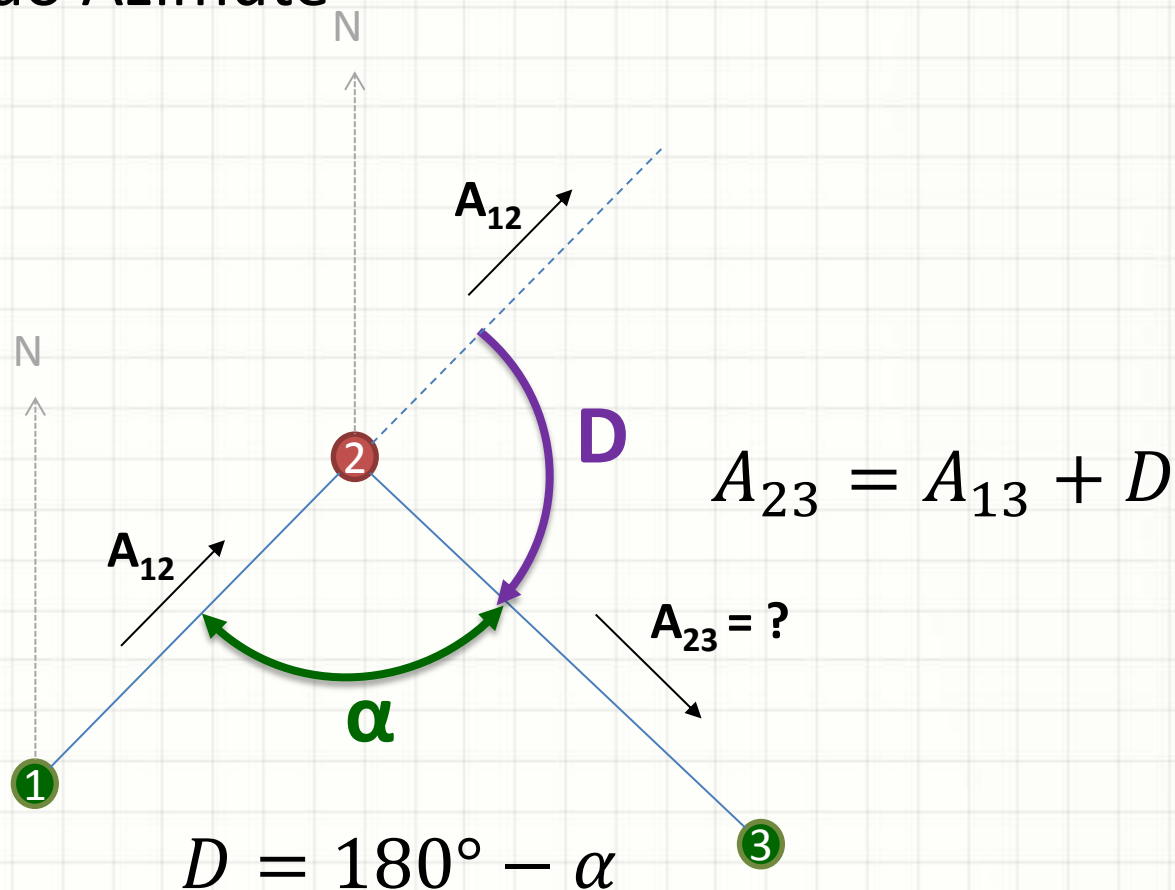
# Esquema em Cada Estação

- Leitura em Campo



# Esquema em Cada Estação

- Transporte do Azimute







**FECHAMENTO**

# Fechamento da Poligonal

- O procedimento visto é recursivo
  - Leitura em campo de todos os pontos
  - Transporte de azimute de todos os lados da poligonal
  - Ao final, chega-se ao primeiro ponto
  - Calcula-se novamente o azimute do primeiro lado
- A diferença obtida é o erro de fechamento **f**
- Erro deve ser menor que o admissível

# Fechamento da Poligonal

- O erro de fechamento admissível

$$f_{ad} = 2,5 \cdot e \cdot \sqrt{n}$$

e – Menor divisão de leitura do teodolito

n – Número de vértices da poligonal

- Se  $f > f_{ad}$ , localizar o erro / repetir campo
- Caso contrário, distribuição dos erros...
  - Como fazer?

# Fechamento da Poligonal

- Ajuste de erro

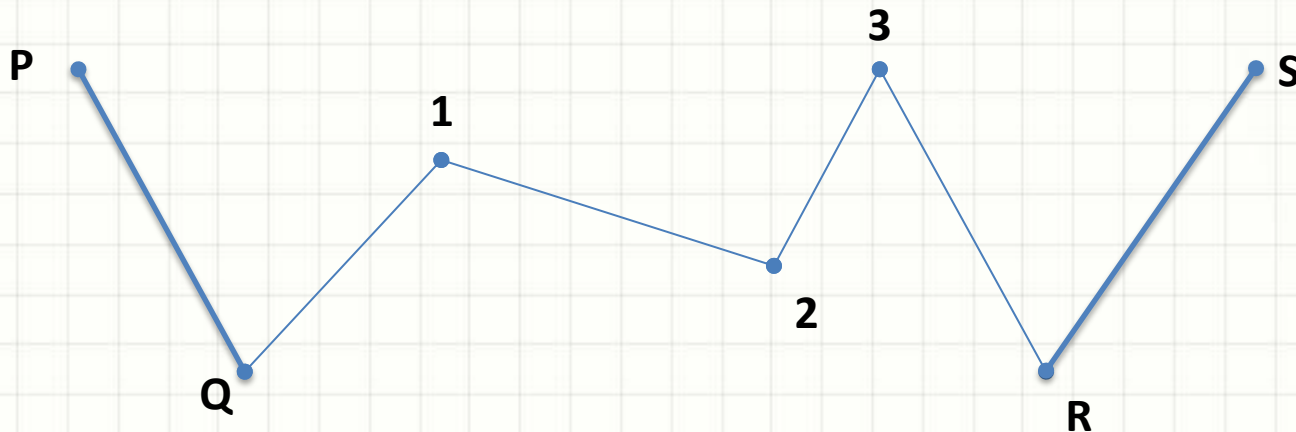
$$e_d = \frac{f}{n}$$

Lado (azimute)	Correção
1	- (adotado como verdadeiro)
2	$1.e_d$
3	$2.e_d$
4	$3.e_d$
...	...
N	$(n-1).e_d$
1	$n.e_d = f$



# Fechamento de Poligonal Secundária

- O procedimento é idêntico
  - Mas não se sai e volta para o mesmo azimuth...
  - Saímos do azimuth PQ conhecido...
  - E chegamos a um azimuth RS conhecido...
- O “erro” é calculado pela diferença do RS pela secundária do RS pela principal



# Fechamento Rigoroso

- Fechamento visto: aproximado
- E para levantamentos de maior precisão?
  - Método dos Mínimos Quadrados
  - Hum?
  - Cálculo Numérico!



# **PLANILHA DE CÁLCULO DE AZIMUTES**

# Planilha de Azimutes

- Para facilitar, sempre usamos uma planilha

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-		0		





# **EXERCÍCIO RESOLVIDO**

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'					
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'					
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

$$D = 180^\circ - (\text{Ré} - \text{Vante})$$

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'					
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'					
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					



# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'					
1	34°22'	128°16'					

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'					

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'				
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

$$\text{Prov}_i = \text{Prov}_{i-1} + D_i$$

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'				
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				



# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'				
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'				
1	34°22'	128°16'	86°06'				

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'			
1	34°22'	128°16'	86°06'				

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'			
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'			
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'			
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'			
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'			

$$e_d = ( \text{Prov}_{1i} - \text{Prov}_{1f} ) / n$$

$$Aj_i = (i-1) \cdot e_d$$

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'		
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		



# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'		
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

$$AzAj_i = Prov_i + Aj_i$$

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'		
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'		
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'		
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'		

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	



# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

$$\Delta = \text{Def}_1 - \text{AzAj}_1$$

$$\text{Def}_i = \text{AzAj}_i + \Delta$$

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	235°17'
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	

# Exercício Resolvido

- Complete a planilha de azimutes abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes			
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado	Definitivo
1	-	-	-	34°22'	0	34°22'	17°27'
2	108°49'	213°56'	74°53'	109°15'	1'	109°16'	92°21'
3	163°02'	288°36'	54°26'	163°41'	2'	163°43'	146°48'
4	250°43'	342°15'	88°28'	252°09'	3'	252°12'	235°17'
5	307°30'	71°28'	56°02'	308°11'	4'	308°15'	291°20'
1	34°22'	128°16'	86°06'	34°17'	5'	34°22'	



**PAUSA PARA O CAFÉ!**

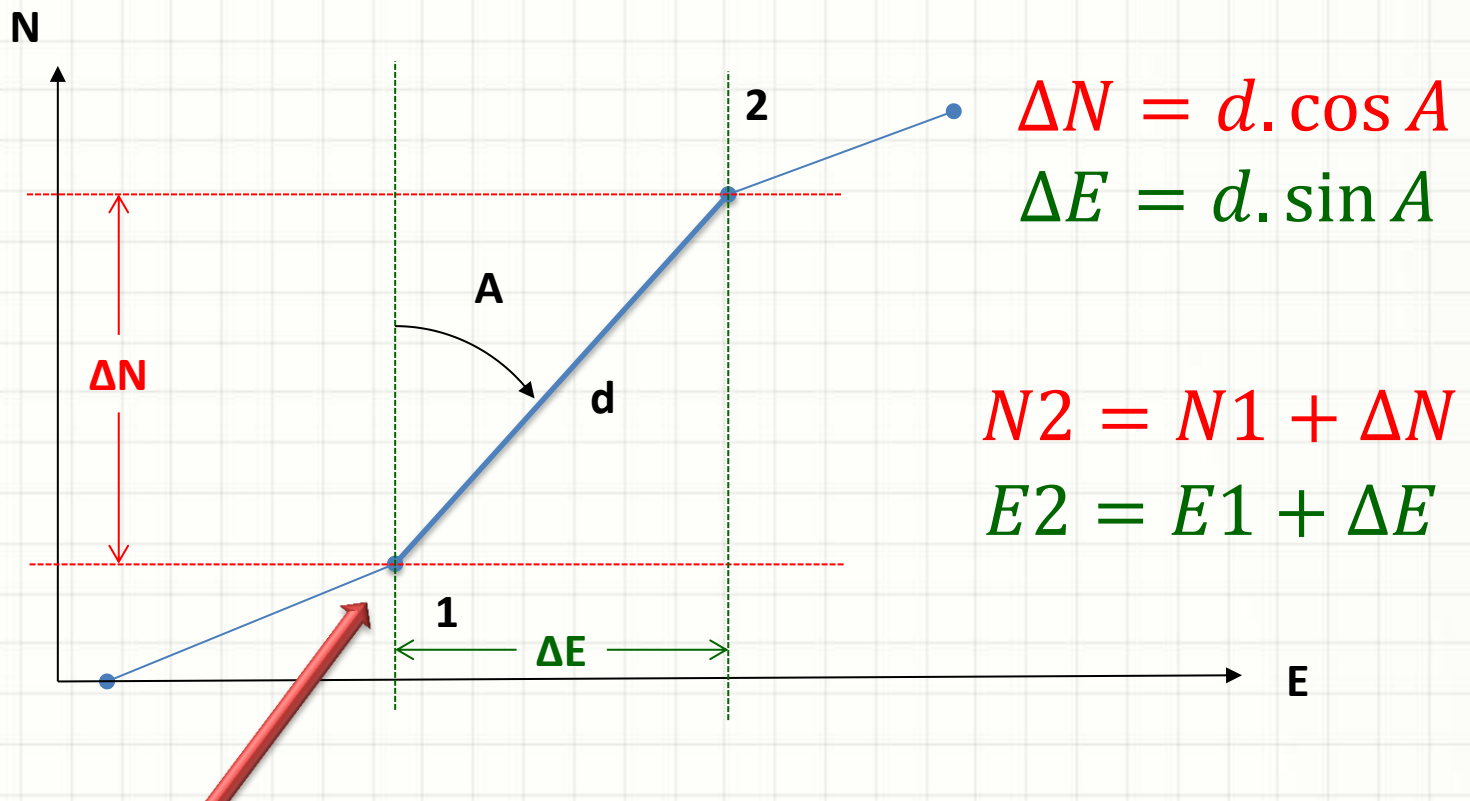


# **POLIGONAIS: CÁLCULO DE COORDENADAS**



# Cálculo das Coordenadas

- Cálculo de Coordenadas dos pontos é simples
  - Partindo de um de coordenada conhecida...
  - Calcula-se  $\Delta N$  e  $\Delta E$  conforme indicado abaixo



# Fechamento Linear Poligonal

- A soma dos  $\Delta$ s tem que ser zero

$$f_N = \sum \Delta N \qquad f_E = \sum \Delta E$$

- O erro linear de fechamento é calculado por:

$$f = \sqrt{f_N^2 + f_E^2}$$

# Fechamento Linear Poligonal

- Erro Admissível
  - Depende do tipo de levantamento
  - Depende do equipamento

Erros Admissíveis	Tipo de Poligonal (Equipamento)	Precisão dos Ângulos	Precisão de Cálculos
1:500 a 1:2000	Taqueométrica	Minuto	Decímetro
1:2000 a 1:5000	A trena	Minuto	Centímetro
1:5000 a 1:50000	Eletrônica	Segundo	Milímetro

- 1:500?
  - 1 milímetro de erro para cada 0,5 metro (dist. poligonal)
- 1:2000?
  - 1 milímetro de erro para cada 2 metros (dist. poligonal)

# Fechamento Linear Poligonal

- Distribuindo o Erro
  - Proporcional às componentes

$$AN_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i \qquad AE_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

- Sinal do Ajuste na Poligonal Secundária
  - Se sai de uma estação e chega a outra estação...
  - ...deve ser invertido com o indicado acima

# Fechamento Linear Poligonal

- Ajustes

$$AN_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i$$

$$AE_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

- Coordenadas:

- $N_2 = N_1 + \Delta N_1 + AN_1$

- $E_2 = E_1 + \Delta E_1 + AE_1$

- No geral...

- $N_i = N_{i-1} + \Delta N_{i-1} + AN_{i-1}$

- $E_i = E_{i-1} + \Delta E_{i-1} + AE_{i-1}$



# **PLANILHA DE CÁLCULO DE COORDENADAS**

# Planilha de Coordenadas

- Para facilitar, sempre usamos uma planilha

[illegible]





# **EXERCÍCIO RESOLVIDO**



# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363							100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107								
3	178°21'34"	88,301								
4	246°54'08"	74,432								
5	301°20'21"	131,705								
Somas		504,908								

$$\Delta N = d \cdot \cos Az$$

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107								
3	178°21'34"	88,301								
4	246°54'08"	74,432								
5	301°20'21"	131,705								
Somas		504,908								

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301								
4	246°54'08"	74,432								
5	301°20'21"	131,705								
Sommas		504,908								

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432								
5	301°20'21"	131,705								
Somas		504,908								

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705								
Somas		504,908								



# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908								

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088						

# Exercício

$$f_N = \sum \Delta N$$

$$f_N = -9mm$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088						

# Exercício

$$\Delta N_i = \frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} \cdot \Delta N_i$$

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579						100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623						
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265						
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200						
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					



# Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500							
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

$$\frac{-f_N}{\sum |\Delta N|} = 0,034 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2				100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somas		504,908	132,0							

$$\Delta E = d \cdot \text{sen Az}$$

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1					
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3					
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1					
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2					
Somat		504,908	132,079	132,088	-9					



# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9					

# Exercício

$$f_E = \sum \Delta E$$

$$f_E = +8mm$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955			

# Exercício

$$\Delta E_i = \frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} \cdot \Delta E_i$$

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152			100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283				
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528				
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465			
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490			
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		



# Exercício

$$\frac{-f_E}{\sum |\Delta E|} = -0,022 \text{ mm/m}$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i + A_j N_i$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3		
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0		
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2		
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2		
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

$$E_{i+1} = E_i + \Delta E_i + A_j E_i$$

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	
									100,000	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		



# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	
									100,000	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	
									100,000	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	
									100,000	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	312,492
									100,000	
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		

# Exercício

- Complete a planilha da poligonal principal

Est	Azimute	Dist (m)	$\Delta N$		Aj (mm)	$\Delta E$		Aj (mm)	N (m)	E (m)
			pos(m)	neg(m)		pos(m)	neg(m)			
1	37°42'27"	80,363	63,579		+2	49,152		-1	100,000	200,000
2	96°27'12"	130,107		14,623	+1	129,283		-3	163,581	249,151
3	178°21'34"	88,301		88,265	+3	2,528		-0	148,959	378,431
4	246°54'08"	74,432		29,200	+1		68,465	-2	60,697	380,959
5	301°20'21"	131,705	68,500		+2		112,490	-2	31,498	312,492
									100,000	200,000
Somas		504,908	132,079	132,088	-9	180,963	180,955	+8		



**PERGUNTAS?**



# CONCLUSÕES

# Resumo

- Posicionamento: ângulos e distâncias
  - Medição de ângulos: delicada
    - Precisão varia de instrumento para instrumento
  - Distâncias: possível usar equip<sup>tos</sup> simples
  - Erros: grandes se não tomar cuidado
- 
- Levantamento na prática!
    - Medindo distâncias...
    - Como estimar ângulos?





# EXERCÍCIOS

# Exercícios

1. Calcule os azimutes da tabela abaixo

Estação	Ângulos Lidos		D (Deflexão)	Azimutes		
	Vante	Ré		Provisório	Ajuste	Ajustado
1	-	-	-	<b>34°22'30"</b>	0	34°22'30"
2	0°	105°06'42"				
3	0°	125°33'30"				
4	0°	91°31'12"				
5	0°	123°57'48"				
1	0°	93°52'06"				

