

Aula 01: Introdução aos Problemas de Fluxo em Rede e Grafos

Prof. Daniel Caetano

Objetivo: Apresentar o conceitos dos Problemas de Fluxo em Rede e sua representação por Grafos.

Bibliografia: AHUJA *et al.*; MOREIRA; ARENALES *et al.*

INTRODUÇÃO

Conceitos Chave:

- Problema da Distribuição x Problema do Caminho Mínimo
- Uso do Simplex + Modelo de Conservação de Massa => Lento!
- Conexões + Interligações => Rede
- Escolha de Interligações => Problema de Fluxo em Rede
 - * Exemplos
 - * Algoritmos específicos

Um certo dia é solicitado que seja implementado no sistema da empresa um módulo que seja capaz de calcular as rotas que serão feitas pelos distribuidores do produto fabricado; este caminho deve ser tal que os trajetos sejam mínimos e todos os pontos de entrega sejam satisfeitos.

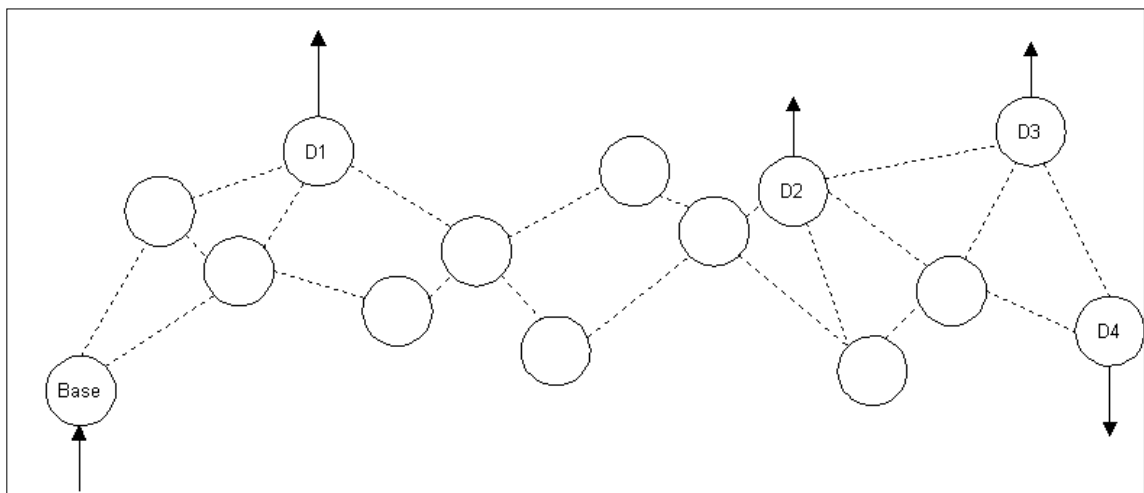


Figura 1: Qual trajeto o caminhão deve fazer da Base aos pontos de demanda D1~D4?

Um outro dia é solicitado que seja desenvolvido um módulo para o sistema do GPS dos caminhões, capaz de encontrar o melhor caminho do ponto em que o caminhão está, até o ponto de entrega.

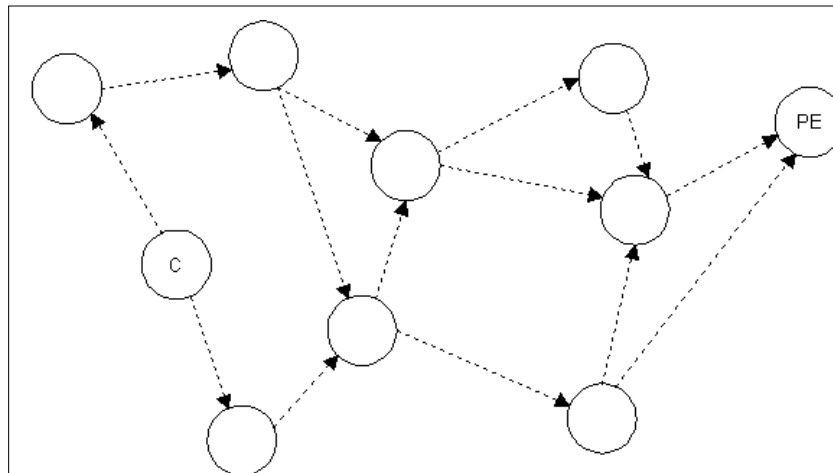


Figura 2: Qual trajeto o caminhão C deve fazer até o ponto de entrega PE?

Como resolver estes problemas? Não há dúvida que, dada uma modelagem adequada - alguma variação de um modelo de *conservação de massa*¹ - estes problemas todos podem ser resolvidos pelo método Simplex. Entretanto, dada a dimensão que estes problemas podem adquirir (em termos de números de equações), muitas vezes o Simplex se torna lento e desajeitado em seu tratamento.

Observação 1: Um modelo de conservação de massa é aquele em que impomos como restrições que tudo que chegar a um dos pontos de conexão tem de ser igual a tudo que sai dos pontos de conexão.

Assim, é preciso analisá-los com maior cuidado, observar que características possuem em comum. No primeiro caso, por exemplo, temos um problema em que são envolvidas cargas a serem *levadas de um ponto a outro, passando por diversos pontos intermediários*, todos eles *interligados por ruas*. No segundo caso, temos um caminhão que precisa ser *levado de um ponto a outro, passando por diversos pontos intermediários*, todos eles *interligados por ruas*. Parece haver uma semelhança entre eles, não?

De fato, a solução de ambos os problemas passa por decidir quais as interligações entre pontos que devem ser usadas. De forma mais concreta, a decisão que precisa ser tomada é: quais das setas representadas na figura 2 devem ser usadas pelo caminhão C para chegar ao ponto de entrega PE?

Este tipo de problema, que envolvem algum tipo de movimentação entre pontos no espaço (ou tempo), passando por interconexões entre estes pontos, é chamado de "Problema de Fluxo em Rede", pois deseja-se determinar por onde ocorrerá o fluxo nas interconexões de uma rede qualquer. Problemas que entram nesta categoria são aqueles que envolvem tráfego

de veículos, conexões de comunicação, distribuição de cargas, transporte de passageiros, dentre outros.

Mas como é possível tirar partido das características deste tipo de problema?

Ao longo dos anos estas características comuns a todos estes problemas foram exploradas na criação de algoritmos específicos, buscando soluções mais rápidas, mais eficientes computacionalmente, para tais problemas.

1. GRAFOS

Conceitos Chave:

- Representação de Fluxo em Rede => Grafo
- Pontos => Nós
- Interconexões => Arcos
- Grafo Direcionado x Grafo Não-Direcionado
- Representação em código (Java)

Quando se pretende descrever um problema, é necessário o uso de uma representação eficaz. No caso do problema de fluxo em rede, existe um problema que envolve pontos no espaço (ou tempo) e suas interconexões. Uma forma visual conveniente para representar estes modelos já foi vista na figura 2, reproduzida na figura 3:

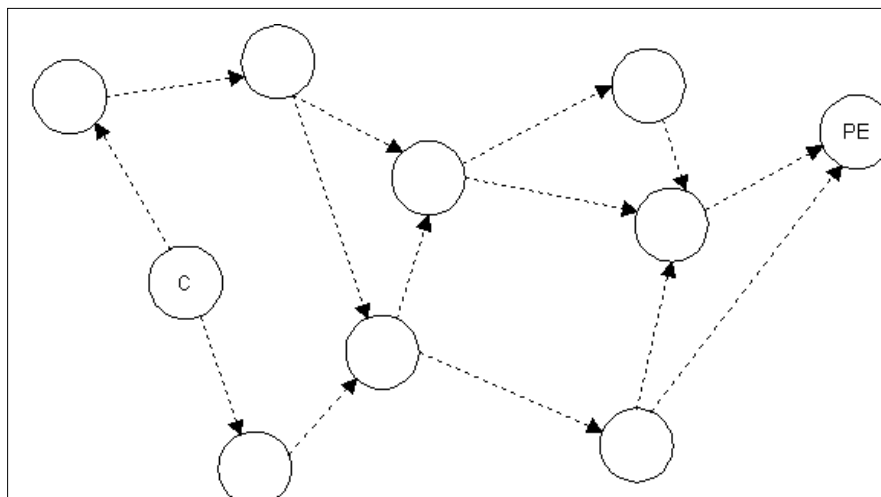


Figura 3: Um exemplo de representação de problema de fluxo em rede

Esta é, de fato, a representação mais usual para este tipo de problema; esta representação é chamada de *grafo*. Em um grafo de um problema de transporte, entretanto, os

nomes não são "pontos" e "interconexões". Os pontos são chamados **nós** e os elementos de interconexão entre nós são denominados **arcos**.

Os arcos podem ser direcionados (ou seja, indicarem explicitamente qual seu nó origem e qual seu nó destino), permitindo a "passagem" por aquele arco em apenas uma direção (da origem para o destino). Neste caso, diz-se que o grafo é direcionado (digrafo), como o apresentado na figura 3.

Caso os arcos não sejam direcionados (ou seja, permitem "passagem" nas duas direções, o grafo será não-direcionado, como o exemplo da figura 1.

Computacionalmente, os grafos são, em geral, representados como um conjunto de nós (um vetor de objetos *nó*, por exemplo) e um conjunto de arcos (um vetor de objetos *arco*, por exemplo), sendo que estes últimos referenciam aos objetos *nó* aos quais estão ligados.

```
public class No
{
    private int number;
    (...)
};

public class Arco
{
    private int fluxo;
    private No origem;
    private No destino;
    (...)
}
```

2. BIBLIOGRAFIA

AHUJA, R.K; MAGNANTI, T.L; ORLIN, J.B. **Network Flows: Theory, Algorithms and Applications**. New Jersey: Prentice Hall, 1993.

MOREIRA, D.A. **Pesquisa Operacional: Curso Introductório**. [S.I.]: Ed. Thomson Pioneira, 2007.

ARENALES, M; ARMENTANO, V; MORABITO, R; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006