



# **PESQUISA OPERACIONAL II**

## **APRESENTAÇÃO E NOÇÕES DE TEORIA DOS GRAFOS**

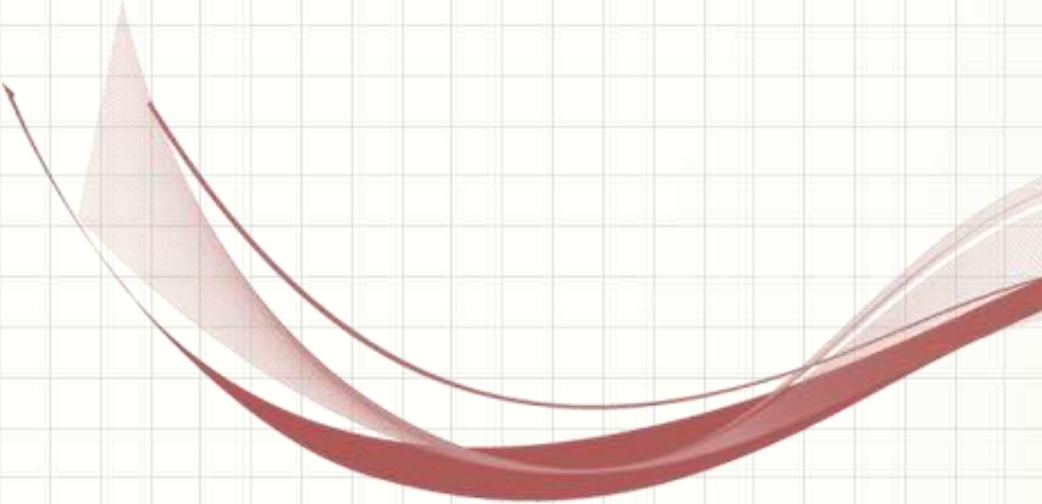
Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

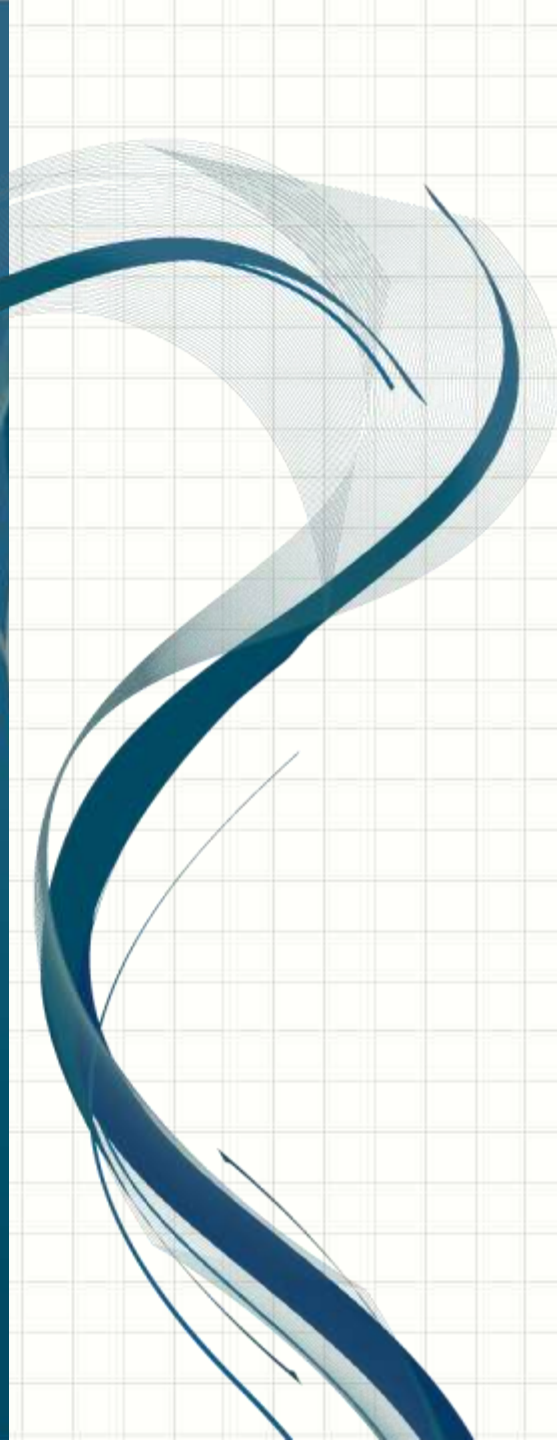
# Objetivos

- Conhecer o professor
- Conhecer o curso
- Compreender o foco da disciplina
- Tomar primeiro contato com a teoria dos grafos





# Apresentação



Quem é o  
professor?



Vamos  
começar?



# Chamada, Presença e Contato

- Será controlada a presença
  - Chamada ocorrerá sempre às 20:30 / 22:25
  - Nome fora da lista = falta
  - “Estou frequentando mas a matrícula...”
- Contato

Professor	Informações de Contato
Daniel Caetano	<a href="mailto:prof@caetano.eng.br">prof@caetano.eng.br</a>



# **PLANO DE ENSINO E DE AULA**

# Plano de Ensino

## Disponível no SAVA



1. Entre no **SAVA**
2. Clique no  
**NOME DA DISCIPLINA**
3. Clique em  
**PLANO DE ENSINO**



# Plano de Aula

- 15/02 – 1. Teoria dos Grafos
- 22/02 – 2. Minimização de Redes
- 01/03 – 3. Minimização de Redes
- 08/03 – 4. Caminho Mínimo
- 15/03 – 5. Fluxo em Rede
- 22/03 – 6. Prob. do Transporte
- 29/03 – 7. Prob. do Transporte
- **30/03\*** – **SAVA – Atividade 01**
- 05/04 – 8. Prob. do Transbordo
- 12/04 – 9. Caminho Crítico
- 19/04 – [ **Paixão de Cristo** ]
- 26/04 – **P1**
- 03/05 – 10. Fluxo Máximo
- 10/05 – 11. Caixeiro Viajante
- 17/05 – 12. Caixeiro Viajante
- 24/05 – 13. Caixeiro Viajante
- **25/05\*** – **SAVA – Atividade 02**
- 31/05 – 14. Caixeiro Viajante
- 07/06 – 15. Decisão Multicritério
- 14/06 – **P2**
- 21/06 – Vista da P2
- 28/06 – **P3**
- 05/07 – Vista da P3

**(\*) Atividades de reposição de conteúdo que VALEM PRESENÇA**



# **TRABALHOS, DATAS E CRITÉRIO DE APROVAÇÃO**

# Trabalhos, Datas e Aprovação

Trabalho	Valor	C.H.	Data
Exercícios até Aula 08	2,0 na AV1	2h	Quinta (SAVA)
Exercícios após Aula 08	... na AV2?	2h	Quinta (SAVA)
Atividade 01	Presença	2h	30/03 (SAVA)
P1 (Individual / Com Consulta*)	8,0 na AV1	2h	26/04 (Aula)
Atividade 02	Presença	2h	25/05 (SAVA)
P2 (Individual / Sem Consulta)	10,0 na AV2	2h	14/06 (Aula)
P3 (Individual / Sem Consulta)	10,0 na AV3	2h	28/06 (Aula)

(\*) Consulta nos moldes da folha de referência fornecida no site da disciplina.

# Folha de Referências

## Referências do Aluno

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Matéria: \_\_\_\_\_

Curso/Semestre: \_\_\_\_\_

Ano: \_\_\_\_\_

## Instruções

Este é o modelo da folha de referências. Imprima esta página e recorte na linha indicada (tracejada) e preencha seus dados **à mão e com caneta azul**, conforme o exemplo, substituindo os dados em vermelho pelos seus (**é obrigatório preencher todos!**):

Nome: Fulano da Silva

Matrícula: 201001224467

Matéria: Lógica de Programação

Curso/Semestre: P2 – Engenharia Civil

Ano: 2012

↓  
RECORTE AQUI  
↓

Na área que sobrar você pode escrever o que quiser, sempre **à mão e com caneta azul** (referências fora do padrão **não serão permitidas**). Você **pode** escrever no verso, mas a folha de referências não poderá, em hipótese alguma:

- a) Ser maior que formato A5 (meio A4)
- b) Conter anotações impressas/xerox

**A folha de referências será recolhida com a prova; sendo assim, se quiser, faça uma cópia para guardar para você.**

# Atividades Semanais

- **Como otimizar seu estudo?**
  - Toda semana acessar o SAVA!
  - Se preparar para conteúdo da semana seguinte!
- **Exercícios Semanais**
  - Exercícios propostos a cada aula: SAVA
  - Entrega: SAVA, individual, até a **1ª quinta** após a aula!
  - Solução: gabarito publicado no site do professor
    - Não será feita devolutiva/correção pelo SAVA
  - Eventuais dúvidas: tirar na aula seguinte ou por e-mail



# Bônus de Nota P1

- Prova preenchida com respostas à caneta: +0,25
- Se entregue folha de consulta (*no padrão*): +0,25

**“Só faltou meio ponto, professor!”**



# Trabalhos, Datas e Aprovação – AV1

- T1 é uma nota que varia de 0,0 a 2,0
- T1 vale 2,0 apenas se 100% das listas até a P1 foram entregues com correção!
- P1 é a nota obtida na avaliação P1

$$\underbrace{AV1}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{T1}_{0,0 \text{ a } 2,0} + \underbrace{P1}_{0,0 \text{ a } 8,0}$$

# Trabalhos, Datas e Aprovação – AV2

- P2 é a nota obtida na avaliação P2 mais a nota do Projeto Integrado, se houver

$$\underbrace{AV2}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{P2}_{0,0 \text{ a } 8,0} + \underbrace{PI}_{0,0 \text{ a } 2,0}$$

**OU...**

$$\underbrace{AV2}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{P2}_{0,0 \text{ a } 10,0}$$

# Trabalhos, Datas e Aprovação – AV3

- P3 é a nota obtida na avaliação P3.
- Se tiver passado e quiser fazer a P3 para melhorar nota, **solicite até uma semana antes.**

$$\underbrace{AV3}_{0,0 \text{ a } 10,0} = \underbrace{P3}_{0,0 \text{ a } 10,0}$$

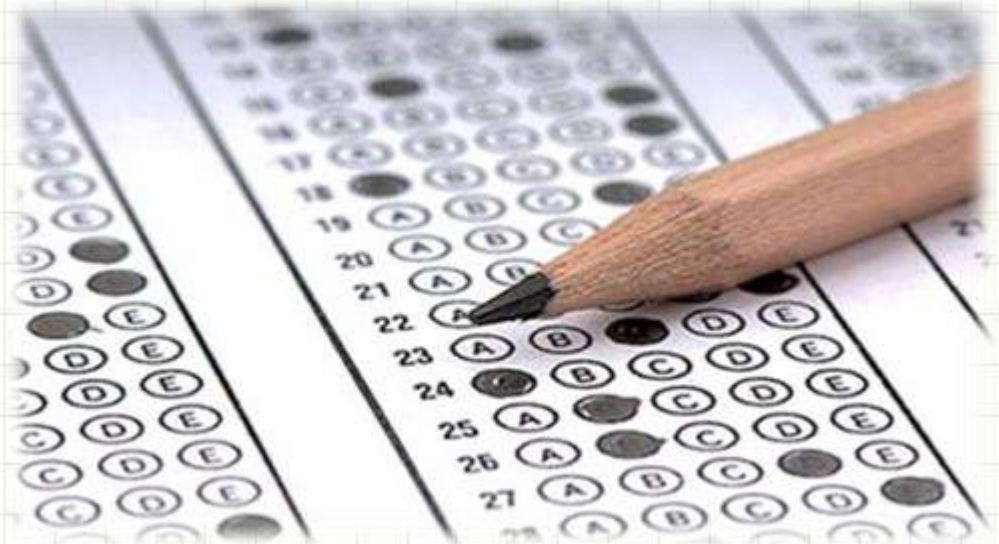
- Mesmo não fazendo AV3, é cobrada a presença!

# Avaliando o Aprendizado

- Quatro Simulados, 5 questões cada
  - Cada questão vale 0,1 na AV3 (se resposta for correta!)
  - Até 2,0 pontos na AV3

<http://simulado.estacio.br/alunos/>

- Módulo 1: 20/03~
- Módulo 2: 03/04~
- Módulo 3: 24/04~
- Módulo 4: 15/05~





# Trabalhos, Datas e Aprovação – Final

**A** = Maior nota entre { **AV1** , **AV2** , **AV3** }

**B** = Segunda maior nota entre { **AV1** , **AV2** , **AV3** }

**Critérios de Aprovação** (TODOS precisam ser atendidos)

1) **A**  $\geq$  4,0

2) **B**  $\geq$  4,0

3) **A** + **B**  $\geq$  12,0

(Média 6,0!)

4) Frequência  $\geq$  75%

(No máximo **4** faltas!)

**Inclui AV3 e vistas de prova!**

**Evite faltar e saia de férias mais cedo!**

**ATENÇÃO:** Se você tiver mais que uma nota abaixo de 4,0, ainda que o SIA aponte uma média maior que 6,0, você estará **REPROVADO!**



# **BIBLIOGRAFIA E FONTES DE INFORMAÇÃO**

# Bibliografia



- **Bibliografia Básica**

- Pesquisa Operacional para Cursos de Eng. (2012)
  - Belfiore, Fávero; Campus. ISBN:
- Auxílio Multicritério à Decisão
  - Costa; ABEPRO. ISBN:
- Grafos: Conceitos, Algoritmos e Aplicações (2012)
  - Goldbarg, Goldbarg; Campus. ISBN:

- **Bibliografia Complementar**

- Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões (2006)
  - Lachtermacher; Campus. ISBN: 9788576050933 **BIB. FÍSICA!**
- Pesquisa Operacional para Cursos de Eng. (2007)
  - Arenales et al.; Campus. **BIB. FÍSICA!**

# Bibliografia Adicional



- **Minha Biblioteca**

- Introdução à Pesquisa Operacional (2013)

- Hillier, Lieberman. ISBN: 9788580551198 **MINHA BIB.**

- Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos (2009)

- Loesch, Hein; Saraiva. ISBN: 9788502088924 **MINHA BIB.**

- **Outros Livros**

- Pesquisa Operacional (1999)

- Taha; Pearson. ISBN: 9788576051503

- Iniciação à Pesquisa Operacional (2015)

- Barbosa; Intersaberes. ISBN: 9788544302194

- Grafos e Redes: Teoria e Algoritmos Básicos (2016)

- Simões-Pereira; Interciência. ISBN: 978857193316



# Material de Aula



- **Notas de Aula e Apresentações**

<http://www.caetano.eng.br/>

17/07/2012, 10:55  
00021224

*Prof. Caetano*

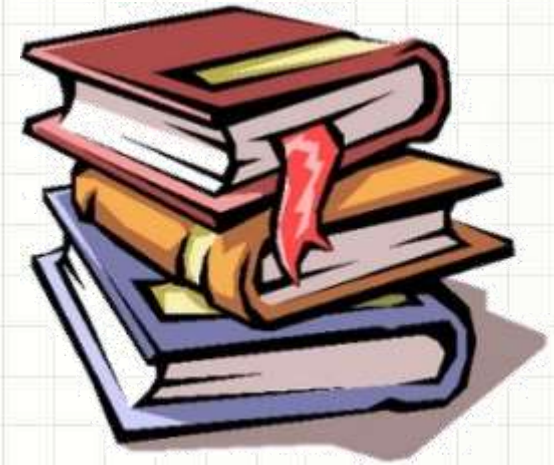
Home **Ensino** Pesquisa Publicações Software Pessoal

Nesta seção você encontra acesso ao material didático desenvolvido pelo Prof. Caetano para os cursos já ministrados. O material está dividido por períodos, visto que boa parte do material não está atualizado.

- **Selecione o ano/semestre atual**
- **Clique no nome da disciplina**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Pesquisa Operacional – Aula 1)

Minha Biblioteca

Introdução à Pesquisa Operacional  
(Hillier/Lieberman), Cap. 9

Outros Materiais

Grafos e Redes: Teoria e Algoritmos Básicos, Cap. 1



**RELEMBRANDO:**

**POR QUE ESTUDAR  
PESQUISA OPERACIONAL**

# Relevância da Pesquisa Operacional

- Disciplina Técnica de Engenharia de Produção
- Permite determinar (dentre outras coisas)
  - Forma mais econômica de uso de recursos
  - Forma mais rápida de produzir
  - Soluções viáveis para problemas complexos
- Baseada em...
  - Matemática
  - Informática





RELEMBRANDO:

# OTIMIZAÇÃO COM PROGRAMAÇÃO LINEAR



# Otimização

- Problema de Operação
  - Maximizar ou Minimizar
  - Recursos finitos / limitados
  - Múltiplas maneiras de executar/organizar



**Qual o  
Melhor?**



# Modelagem Matemática

- O quê se deseja maximizar ou minimizar?

## Função Objetivo



# Modelagem Matemática

- Limitações de Recursos / Processos





**Restrições**



# Modelagem Matemática

- Navio Panamax: 70.000 m<sup>3</sup>, 60.000 toneladas

Carga	Receita (R\$/tonelada)	Fator Estiva m <sup>3</sup> /tonelada	Disponibilidade (toneladas)
A	40	3	30.000
B	30	4	-

- F.O.:  $[max] 40 \cdot x_A + 30 \cdot x_B$   Receita
- S.A.:  $3 \cdot x_A + 4 \cdot x_B \leq 70.000$   Volume
- $1 \cdot x_A + 1 \cdot x_B \leq 60.000$   Peso
- $1 \cdot x_A + 0 \cdot x_B \leq 30.000$   Disponibilidade

# Modelagem Matemática

- Navio Panamax: 70.000 m<sup>3</sup>, 60.000 toneladas

Carga	Receita (R\$/tonelada)	Fator Estiva m <sup>3</sup> /tonelada	Disponibilidade (toneladas)
A	40	3	30.000
B	30	4	-

- F.O.:  $40x_A + 30x_B$  **Receita**
- S.A.:  $3x_A + 4x_B \leq 70.000$  **Volume**
- $1x_A + 1x_B \leq 60.000$  **Peso**
- $1x_A + 0x_B \leq 30.000$  **Disponibilidade**

**Método Simplex**



# **FORMAS ALTERNATIVAS DE OTIMIZAÇÃO**



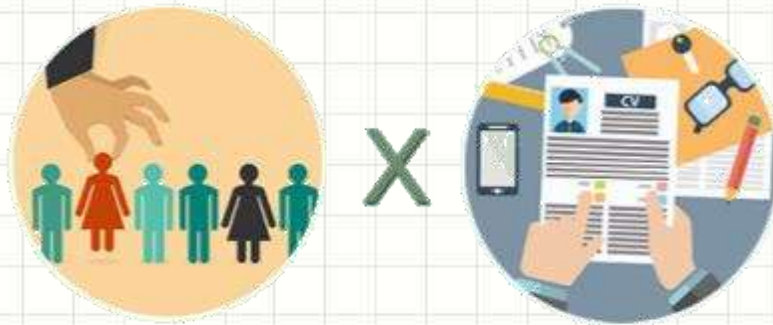
# Alternativas de Otimização

- Por que buscar formas alternativas?
- Nem sempre o Simplex resolve!
  - Problemas não lineares
  - Problemas dinâmicos
  - Problemas NP Difíceis
- Buscar outras técnicas de solução
  - Usem características específicas dos problemas
  - Solução ótima/muito boas em poucas iterações



# Alternativas de Otimização

- Tipos de problemas com boas alternativas
  - Atribuição / Designação
  - Cobertura
  - Fluxo



- Modelagem tradicional: **grafos**
  - Nós e arcos



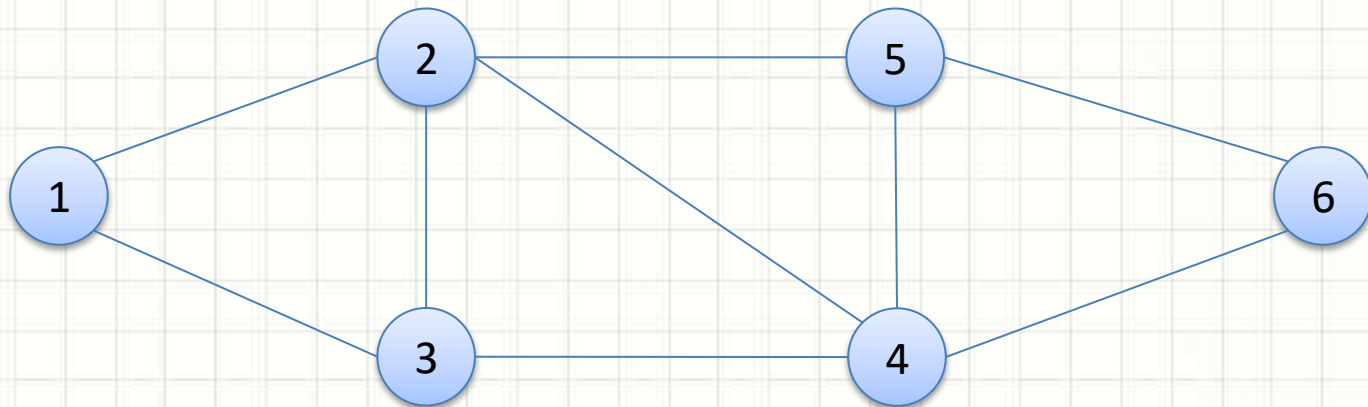


CONHECENDO

# GRAFOS E REDES

# Grafos – Uma Noção Simplificada

- São *estruturas abstratas* compostas por:
  - Um conjunto de nós **N**
  - Um conjunto de arcos **A**, que ligam esses nós



$$G = (N, A)$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

$$A = \{ [1,2], [1,3], [2,3], [2,4], [2,5], [3,4], [4,5], [4,6], [5,6] \}$$

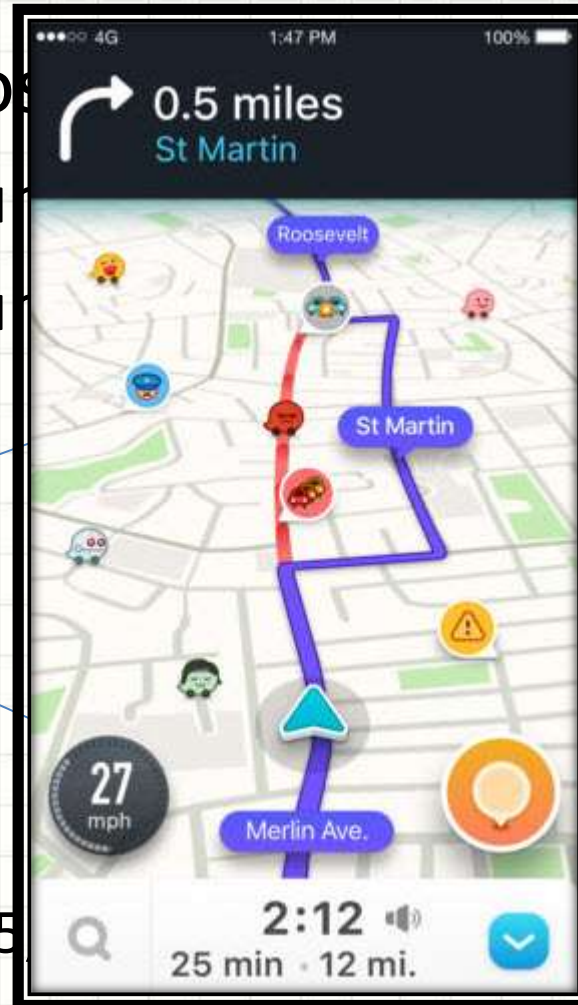
**Para quê?**



# Grafos – Uma Noção Simplificada

- São compostos por:
  - Um conjunto de vértices (nós)
  - Um conjunto de arestas (ligações)

1



ligam esses nós

6

$G = (N, A)$

$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

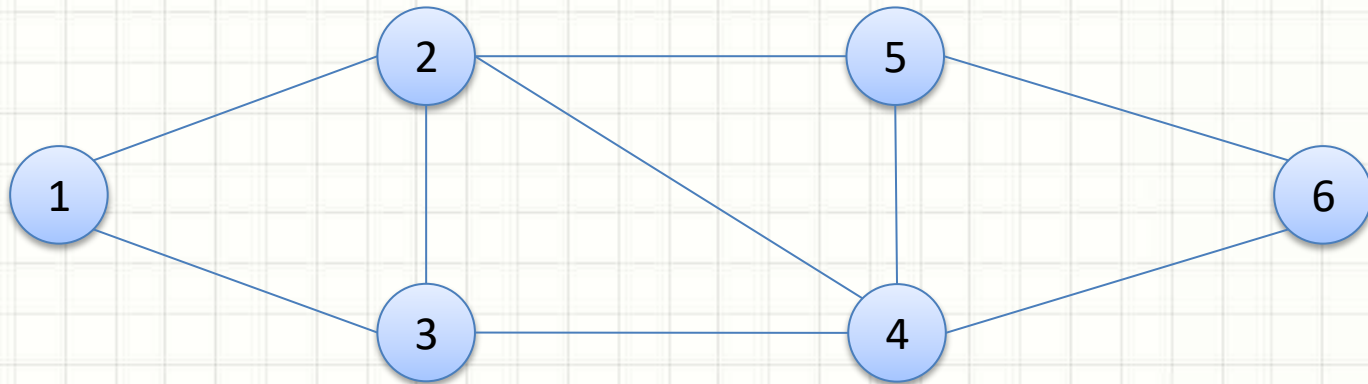
$A = \{ [1,2], [1,3], [2,3], [2,4], [2,5], [3,4], [4,5], [4,6], [5,6] \}$

Para quê?

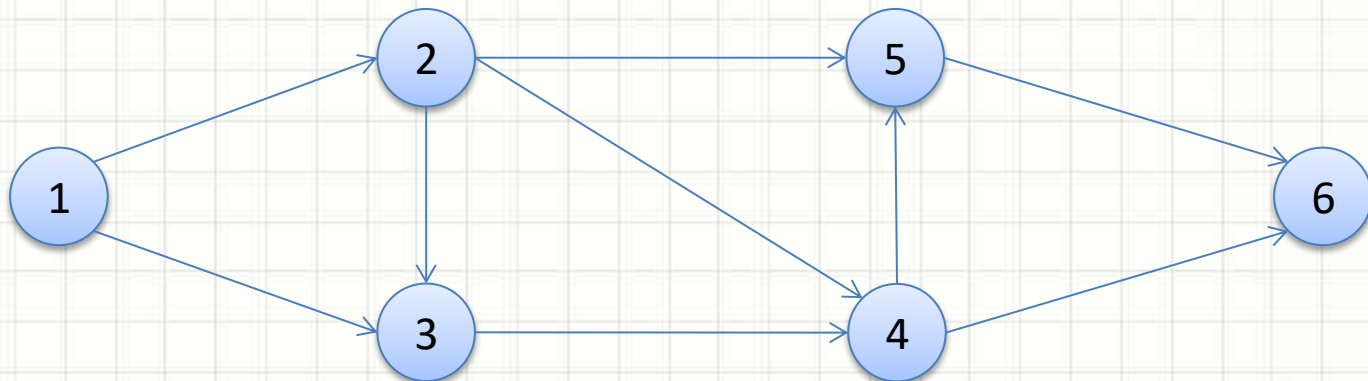


# Grafos x Digrafos

- Um grafo pode ser
  - Não direcionado



- Direcionado (também chamado de digrafo)



# Grafos x Digrafos

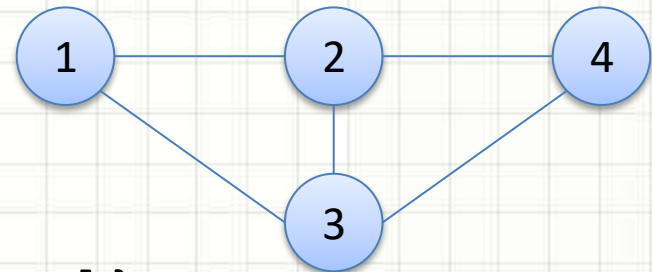
- Não direcionados

- Compostos por **pares não-ordenados**

$$G = (N, A)$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$A = \{ [1,2], [1,3], [2,3], [2,4], [3,4] \}$$



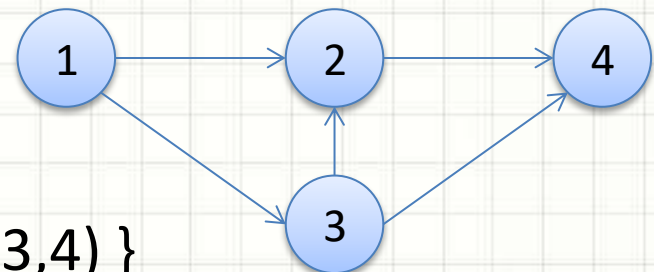
- Direcionados

- Compostos por **pares ordenados**

$$D = (N, B)$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ (1,2), (1,3), (2,4), (3,2), (3,4) \}$$



# Grafos x Digrafos

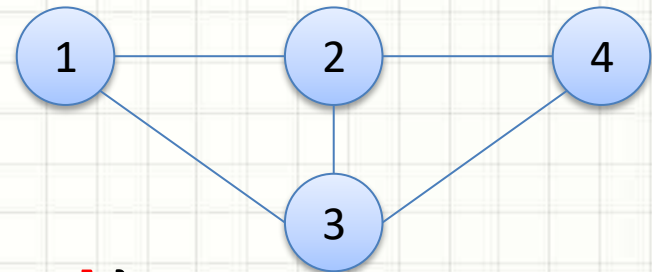
- Não direcionados

- Compostos por **pares não-ordenados**

$$G = (N, A)$$

$$N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$A = \{ [1,2], [1,3], [2,3], [2,4], [3,4] \}$$



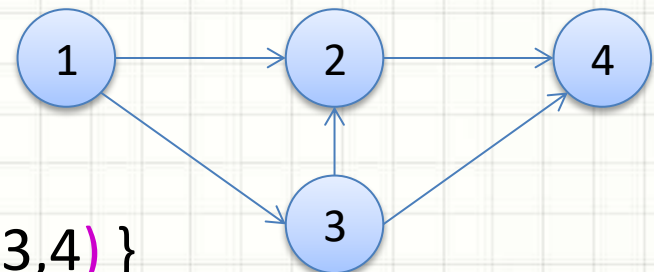
- Direcionados

- Compostos por **pares ordenados**

$$D = (N, B)$$

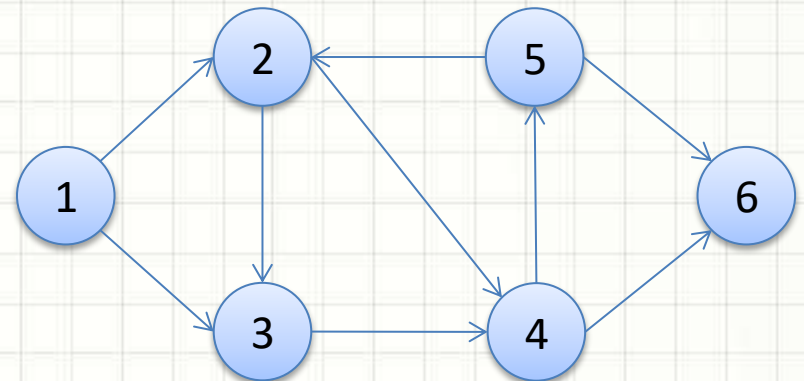
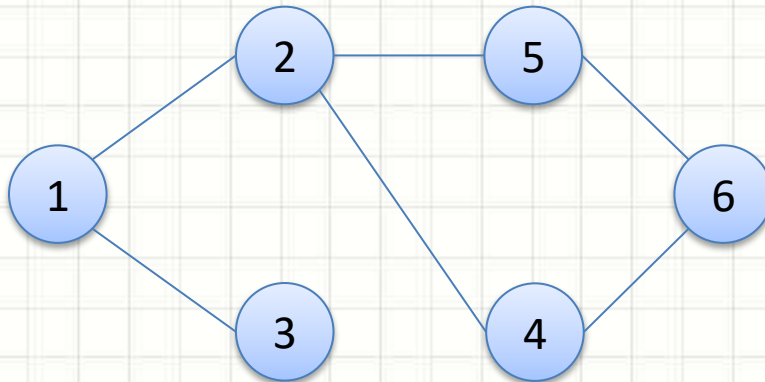
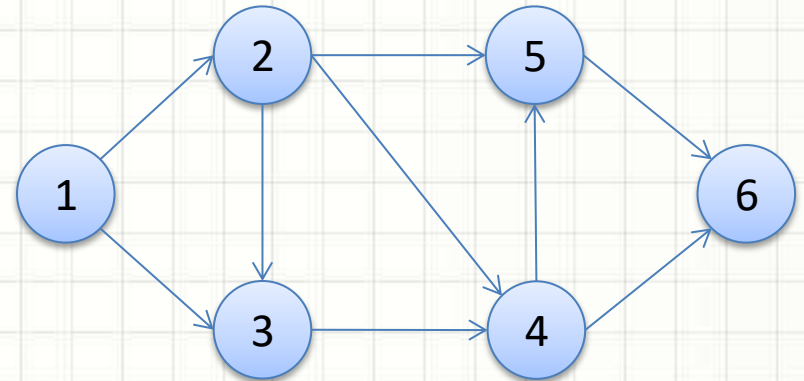
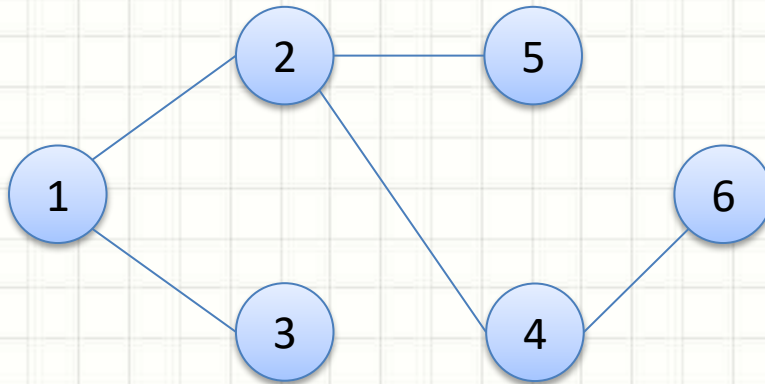
$$N = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ (1,2), (1,3), (2,4), (3,2), (3,4) \}$$



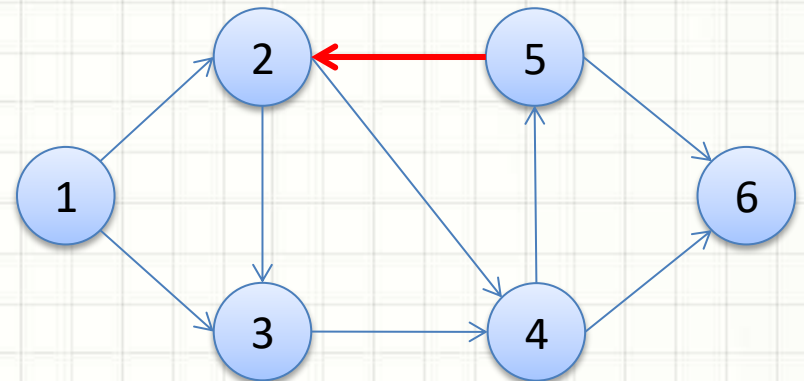
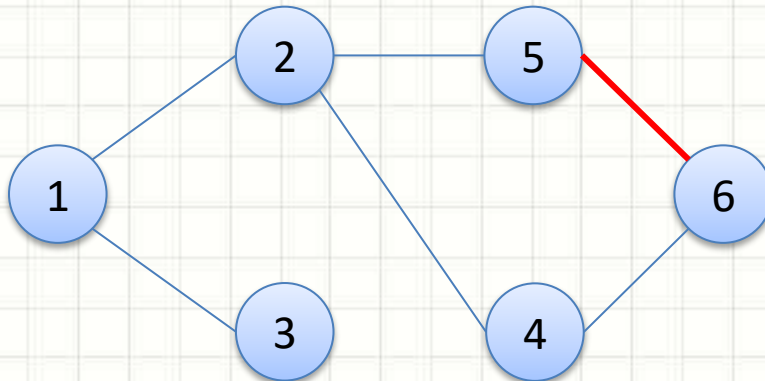
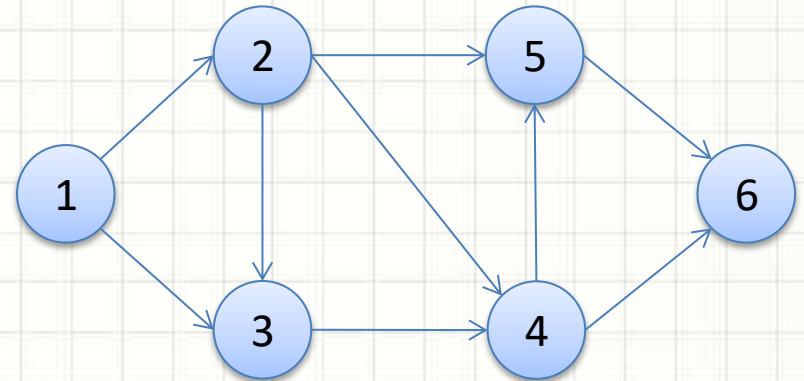
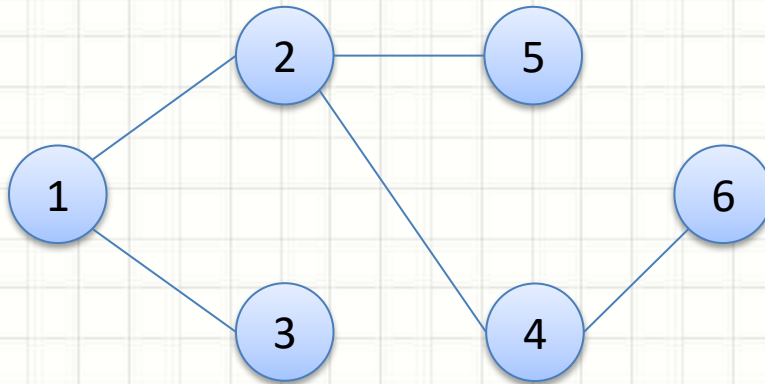
# Grafos Cíclicos

- Grafos podem formar ou não ciclos



# Grafos Cíclicos

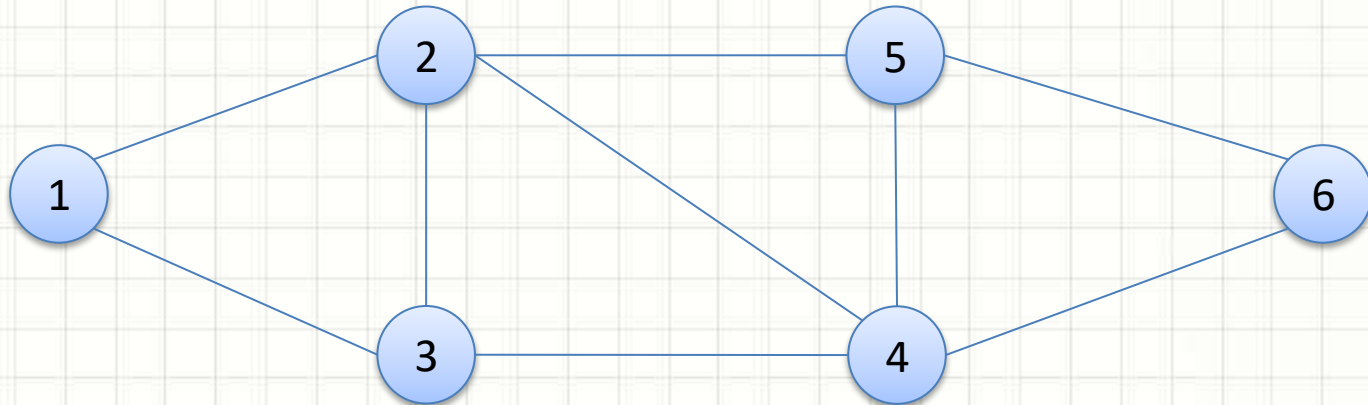
- Grafos podem formar ou não ciclos





# Ordem e Tamanho

- “Ordem”: indica o número nós do grafo
- “Tamanho”: indica o número de arcos

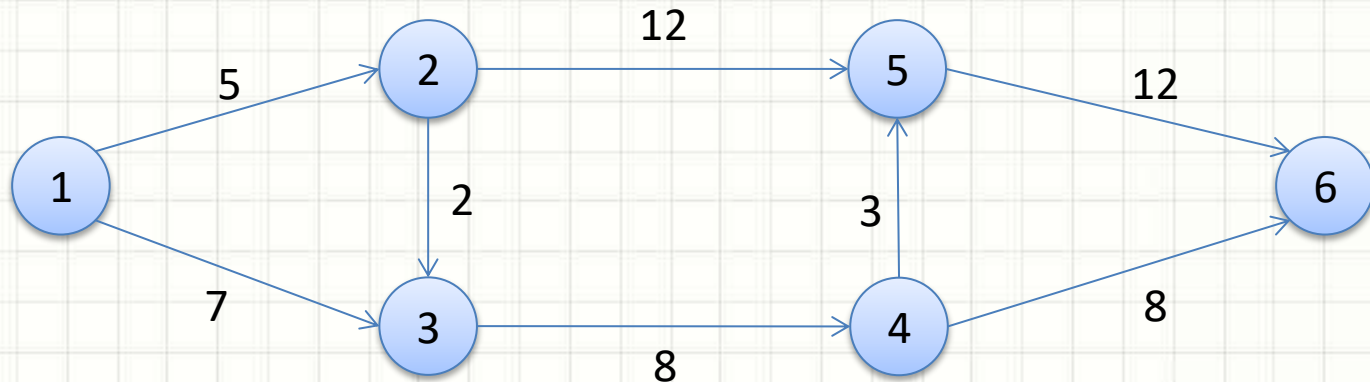


- Ordem: 6
- Tamanho: 9

Dão noção do  
“tamanho” do  
problema!

# Redes: Grafos Valorados

- Quando os arcos ou nós recebem valores
  - O grafo passa a receber o nome de “rede”



- O significado dos valores pode variar...
  - Custo: distância, custo financeiro, tempo...
  - Capacidade: velocidade limite, número de itens...
  - Etc...!



# **PROBLEMAS COMUNS DE FLUXO EM REDE**

# Problemas Comuns

- Como interligar os nós gastando o mínimo?
- Qual o trajeto mais econômico?
- Qual o trajeto mais rápido?
- De qual fábrica entrego para cada loja?
- Quais as tarefas críticas da minha produção?
- Como aproveitar melhor o transporte?
- Qual a melhor sequência de clientes?
- ...





**CONCLUSÕES**



# Resumo

- Planos de Ensino e Aula e Datas
  - Critérios de aprovação e Fontes de Informação
  - Importância da disciplina
  - Breve revisão de modelagem matemática
  - Conceituação de grafos e redes
- 

- Representação vetorial
  - Vetores posição e força
  - Operações com vetores
  - Projeções de vetores



**PERGUNTAS?**