



PESQUISA OPERACIONAL II

PROBLEMAS DE FLUXO EM REDE: O PROBLEMA DO TRANSPORTE

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

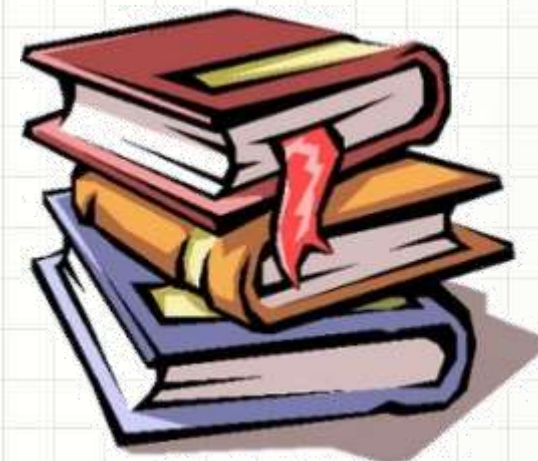
Objetivos

- Compreender os problemas de fluxo em rede em geral
- Compreender o problema do transporte como um tipo de fluxo em rede
- Compreender a formulação matemática do problema do transporte

- **Atividade Aula 5 – SAVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>
(Pesquisa Operacional II – Aula 5)

Minha Biblioteca

Introdução à Pesquisa Operacional
(Hillier/Lieberman)

Recursos na Web

http://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/problema_de_transporte.pdf

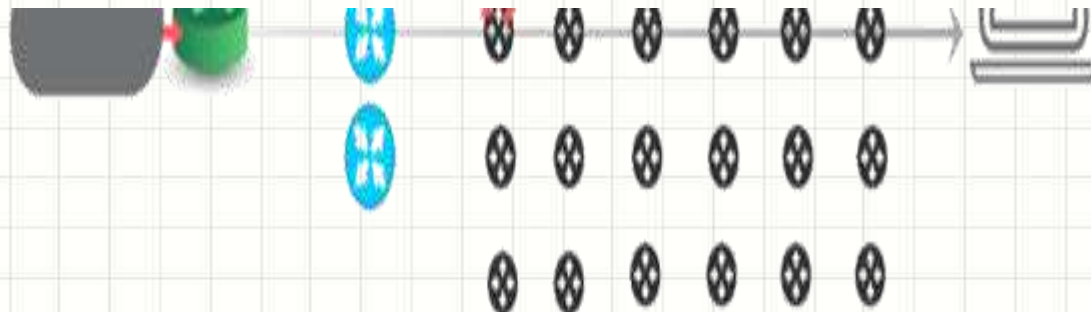


RETOMANDO:

O PROBLEMA DO CAMINHO MÍNIMO

Problemas de Caminho Mínimo

- Exemplos?
 - Melhor caminho para uma entrega
 - Mais rápido
 - Mais barato
 - Melhor caminho em uma rede de comunicação
 - Mais rápido – menor “lag”
 - Identificar áreas de atuação de emergência
 - Mais rápido - pontos atendidos dentro de um tempo



Modelagem Matemática

- A modelagem é tradicional

$$\min \sum_{ij \in E} c_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a:

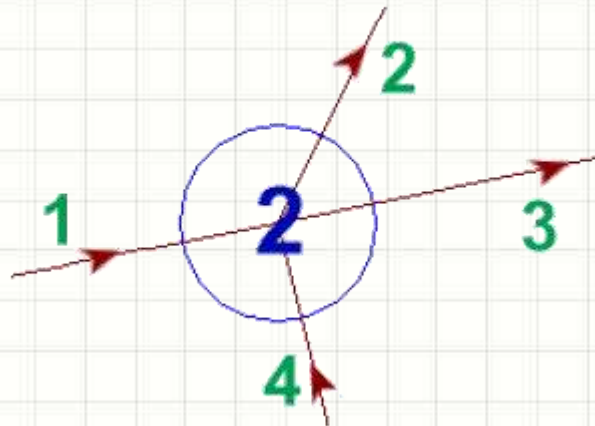
$$\sum_{ij \in E} x_{ij} - \sum_{jk \in E} x_{jk} = B \quad \forall j \in S$$

$B = -1$ para $j = O$

$B = 1$ para $j = D$

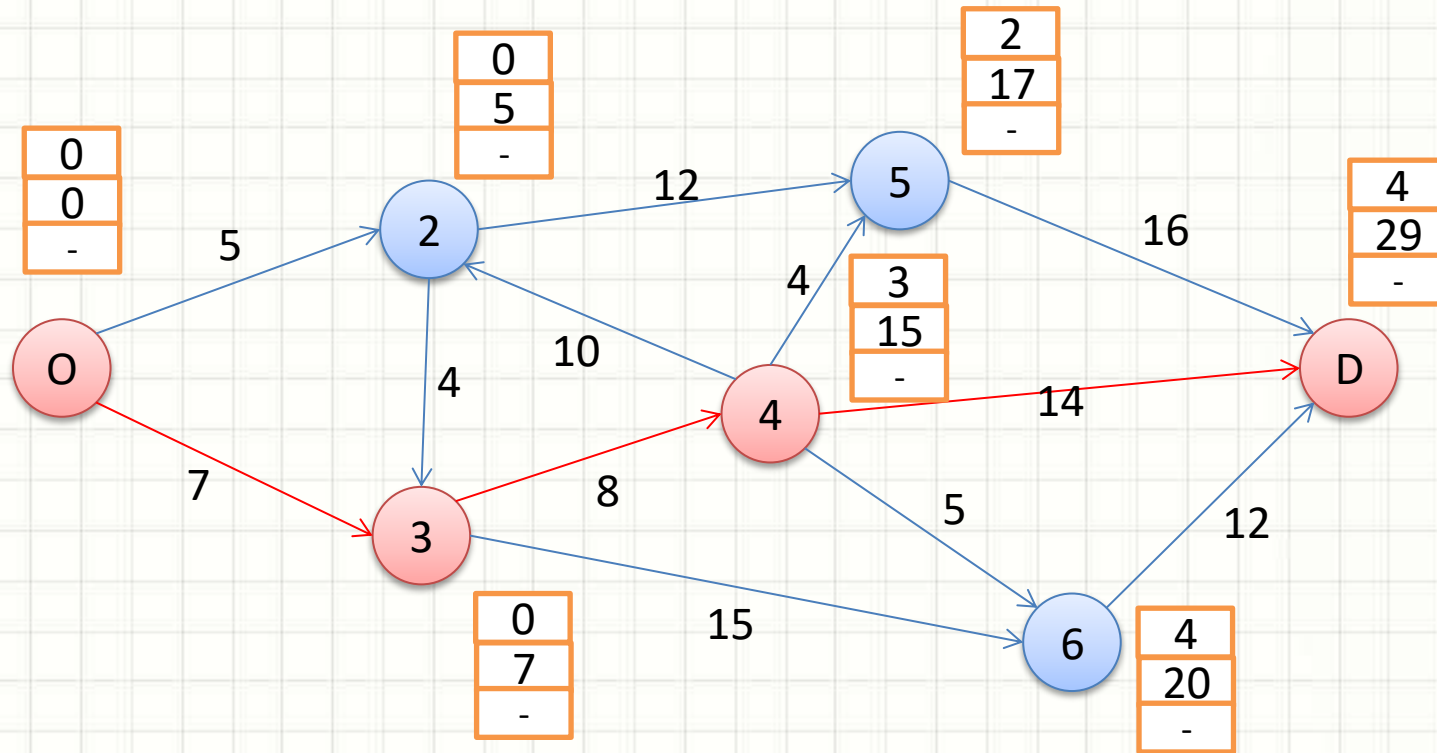
$B = 0$ para os demais nós

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in E$$



Alternativa?

Label Correcting

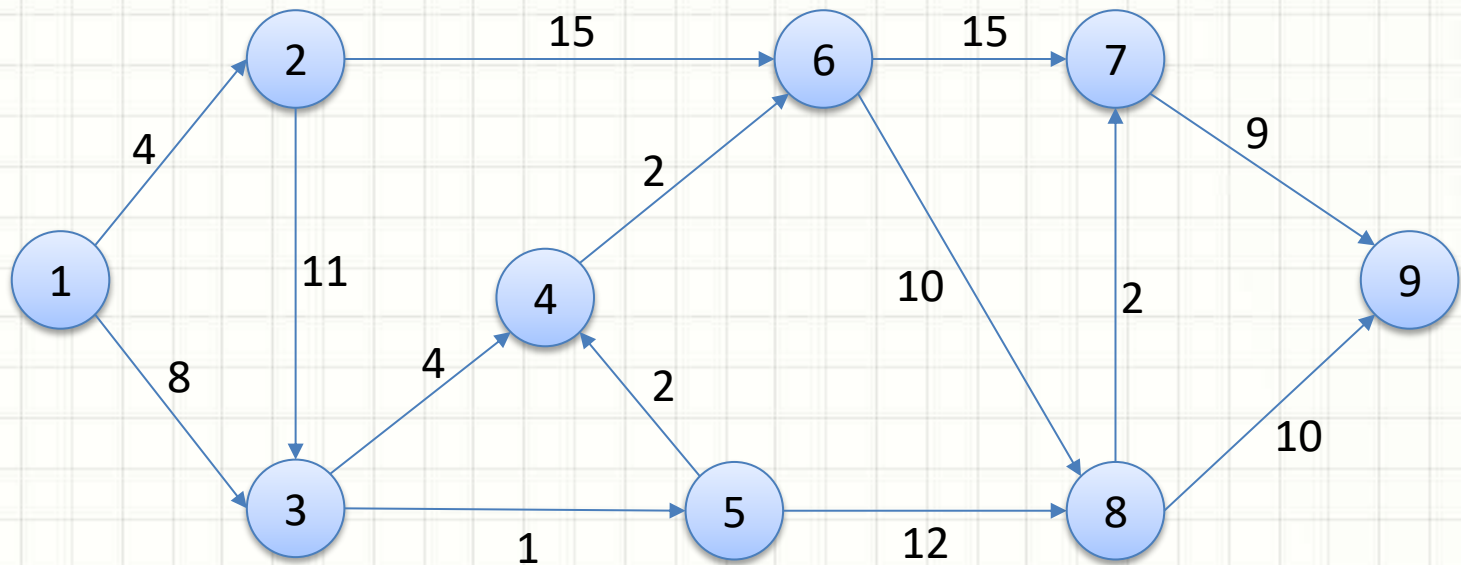




OUTROS PROBLEMAS DE FLUXO EM REDE

Problemas de Fluxo em Rede

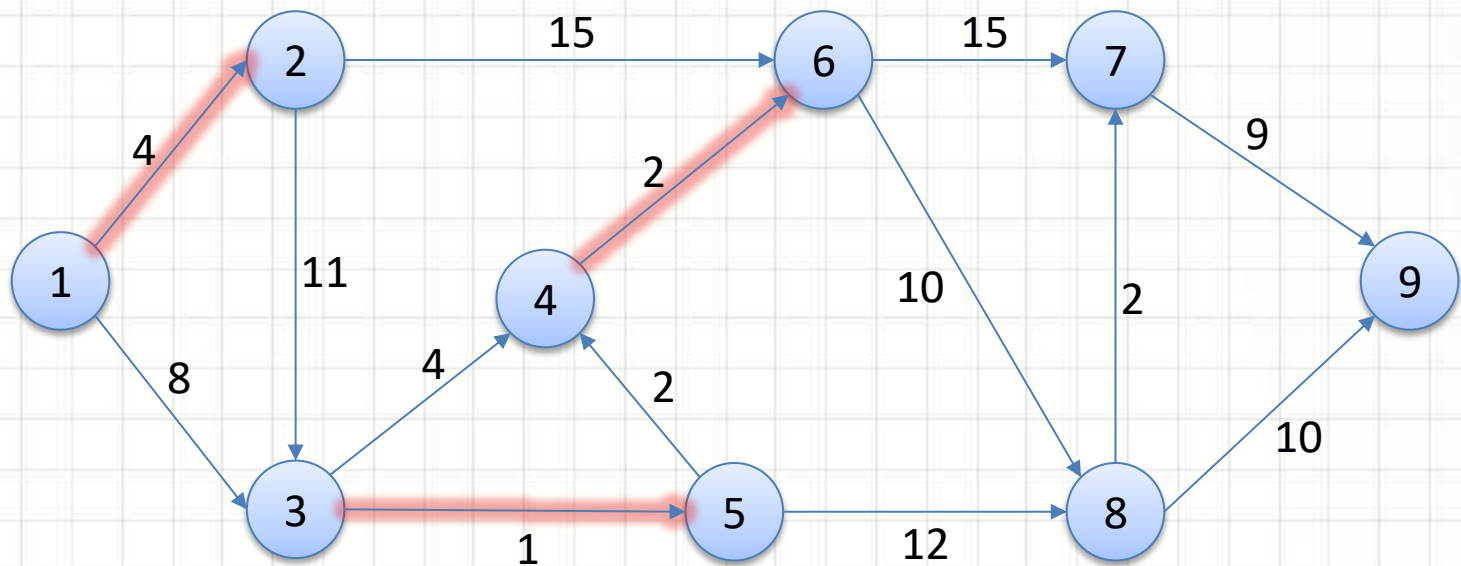
- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Fluxo Máximo 1-9
 - Não é óbvio: gargalos



7

Problemas de Fluxo em Rede

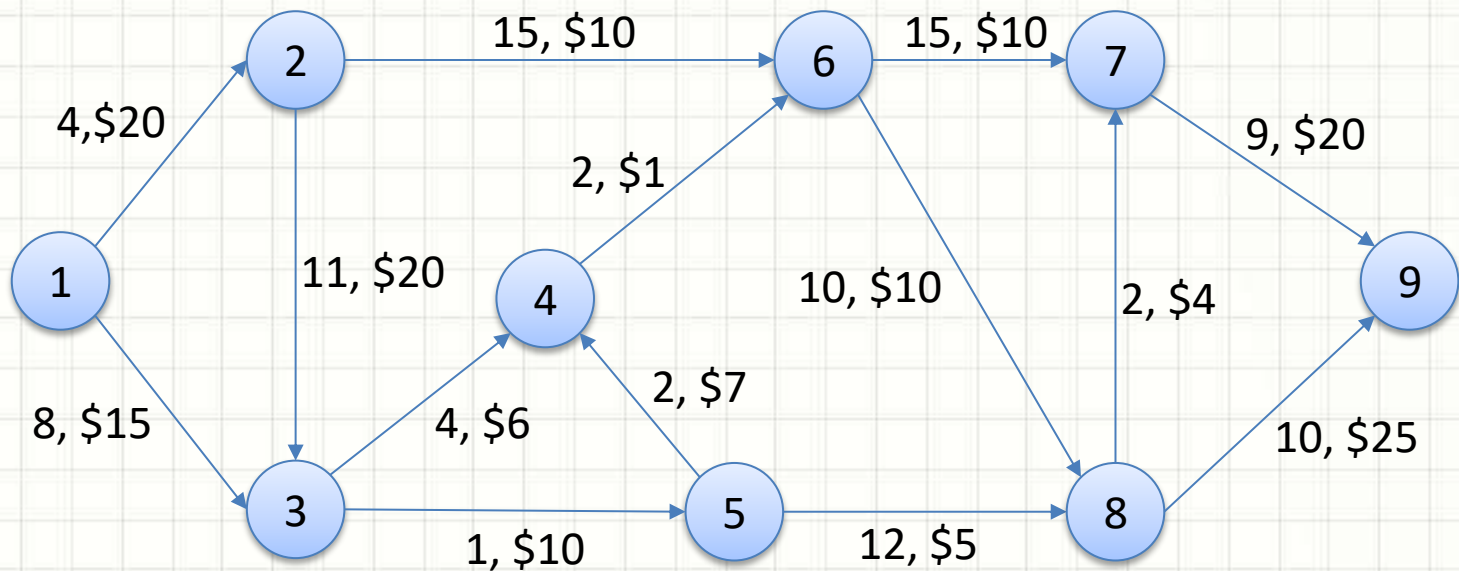
- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Fluxo Máximo 1-9
 - Não é óbvio: gargalos



7

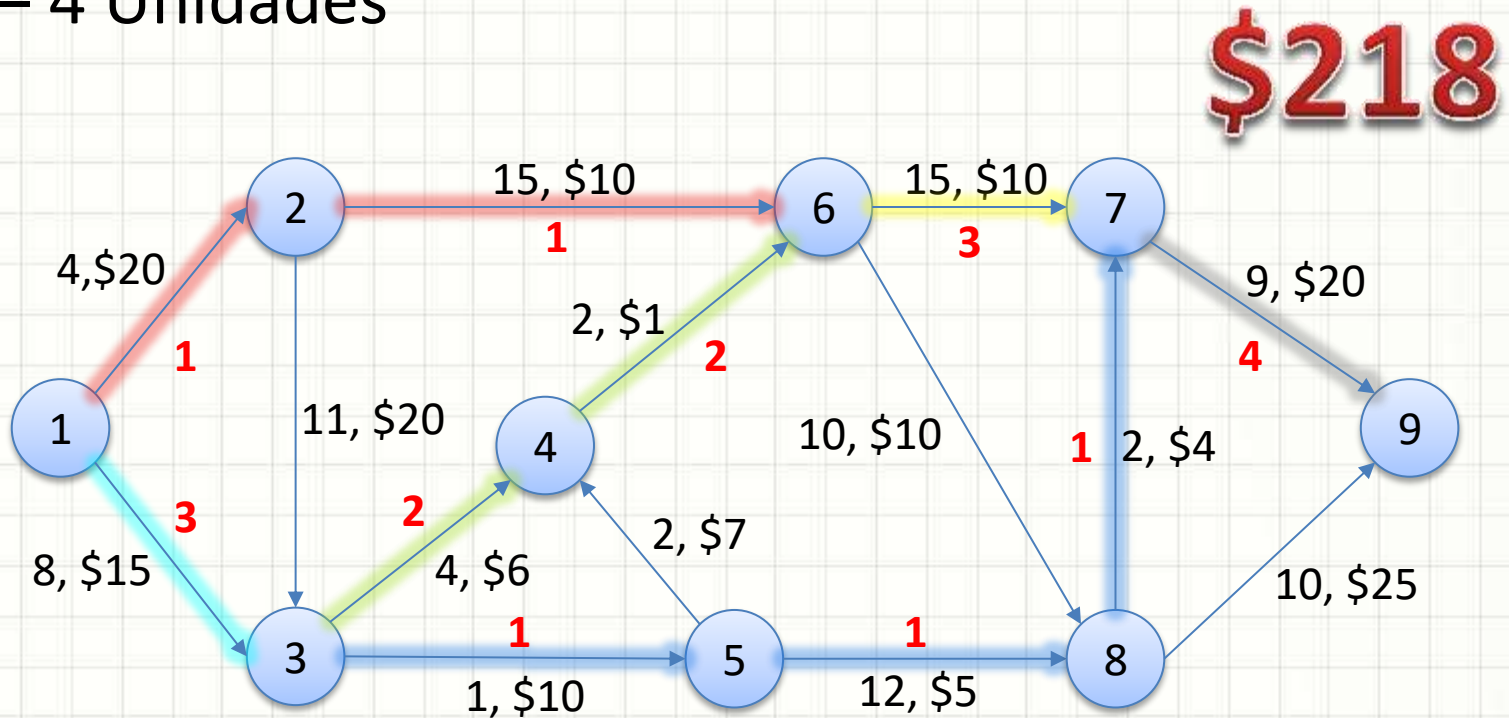
Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Fluxo com Custo Mínimo 1-9
 - 4 Unidades



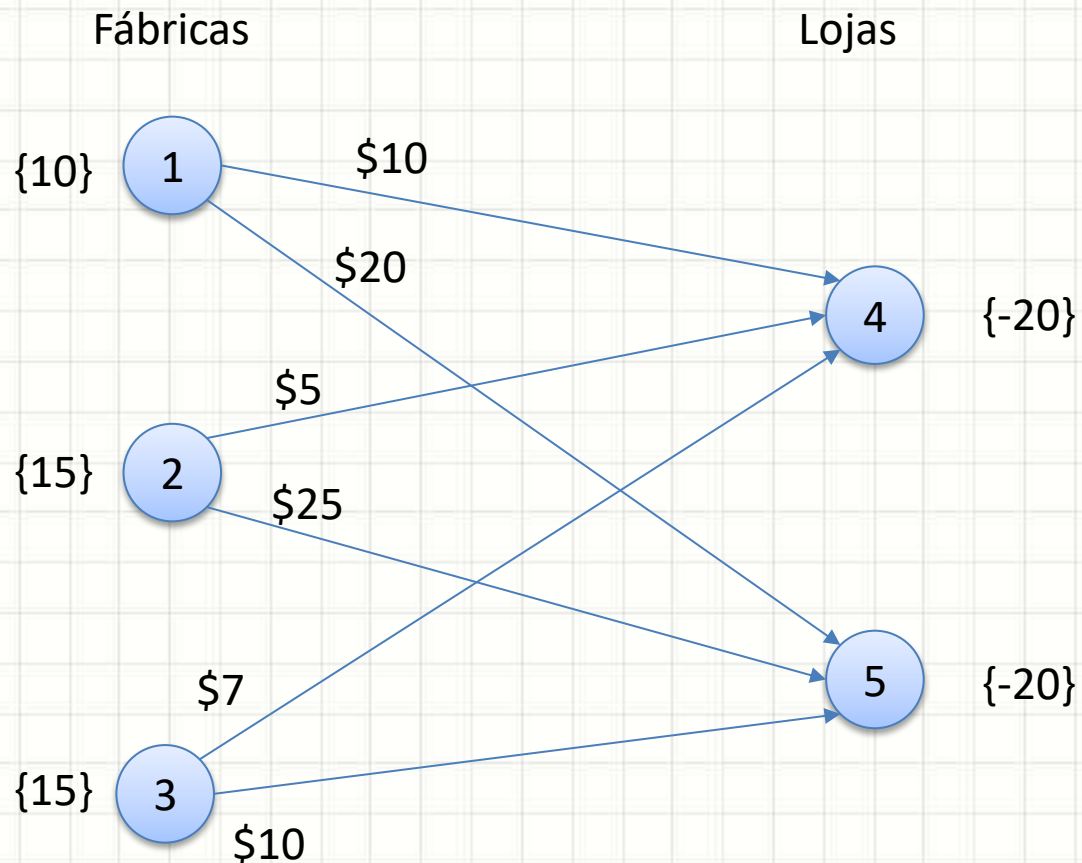
Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Fluxo com Custo Mínimo 1-9
 - 4 Unidades



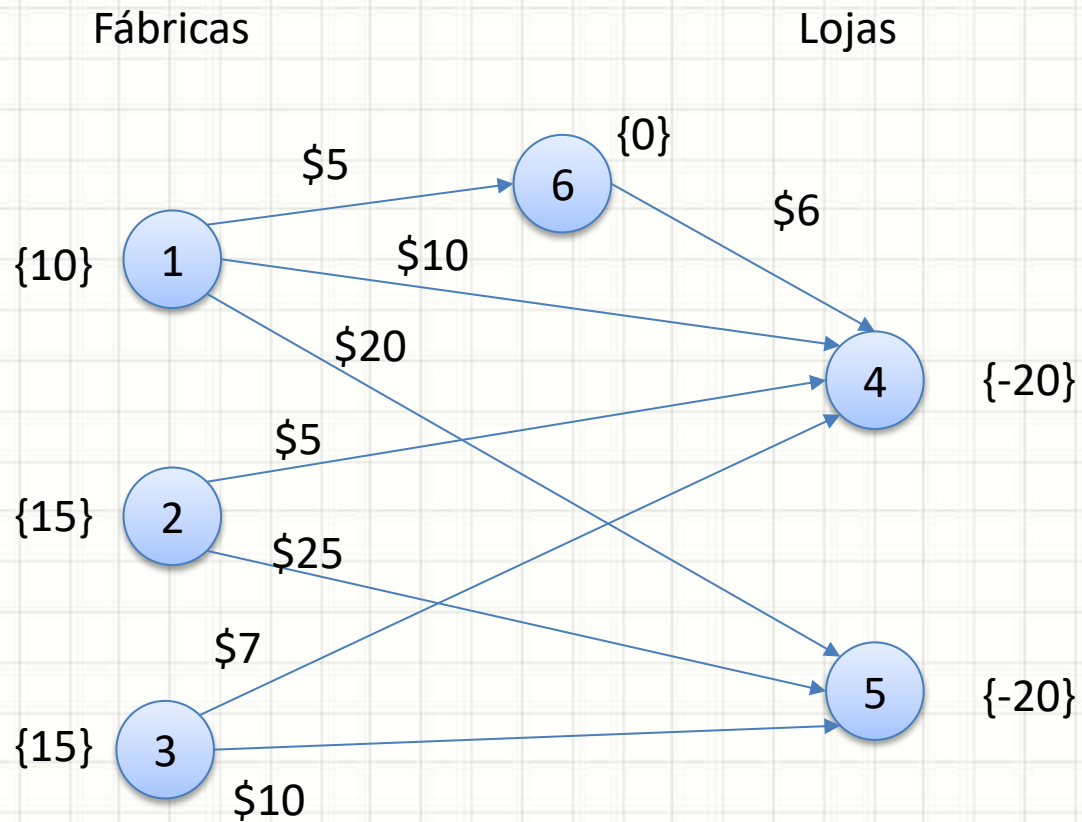
Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Transporte



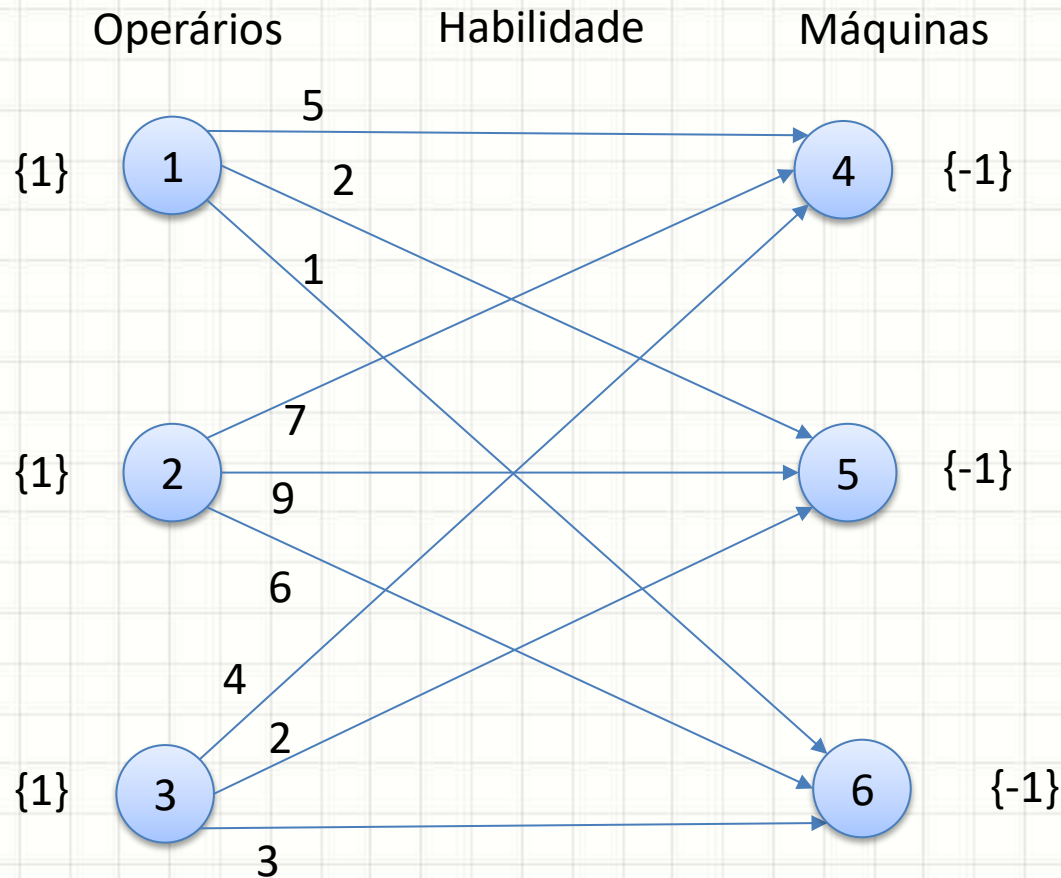
Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema do Transbordo



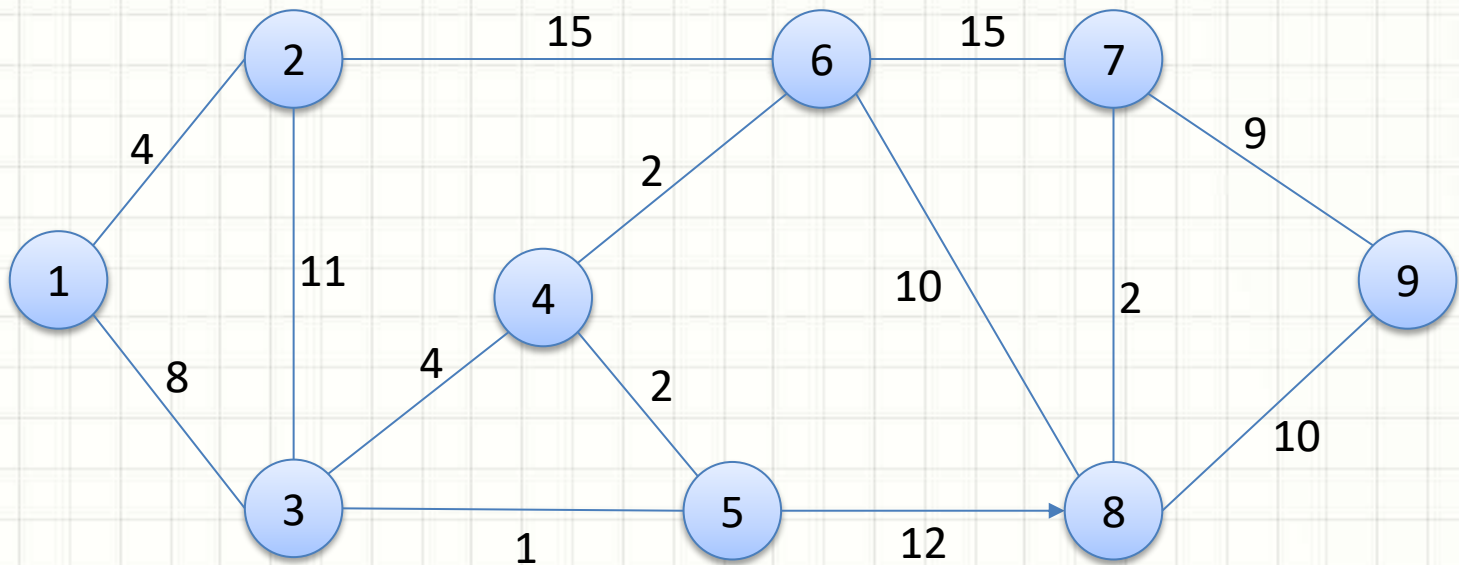
Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Problema de Designação



Problemas de Fluxo em Rede

- Outros problemas além de caminho mínimo?
- Rota Mais Curta
 - Ir de 1 a 9 e voltar, passando por 6



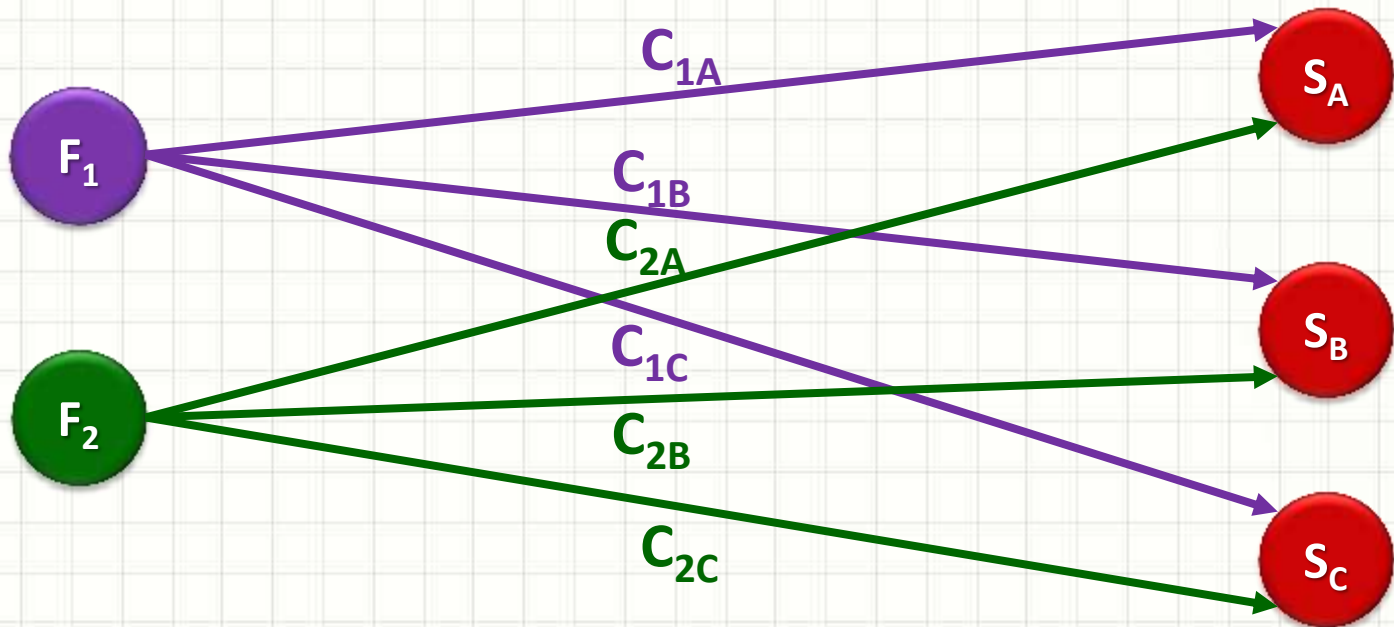


INTRODUÇÃO:

O PROBLEMA DO TRANSPORTE

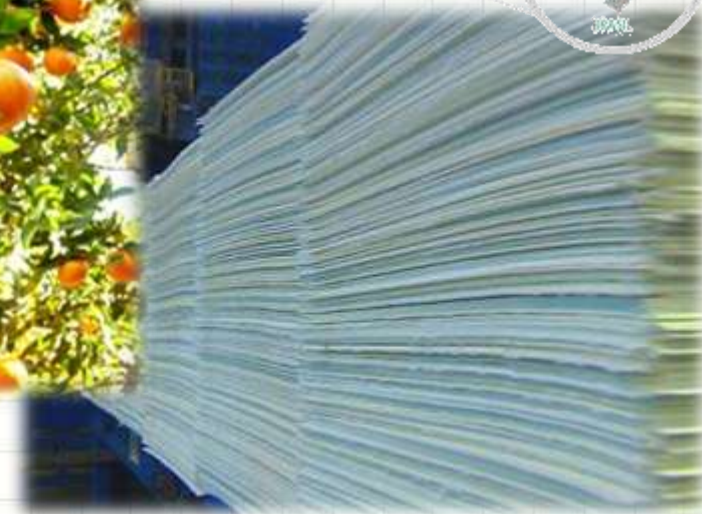
O Problema do Transporte

- Múltiplas fontes de um produto
- Múltiplos sorvedouros do mesmo produto
- Custos de transporte diferentes



O Problema do Transporte

- Quando ocorre?
 - Distribuição de Combustível
 - Distribuição de Papel
 - Distribuição de Suco de Laranja
 - ...



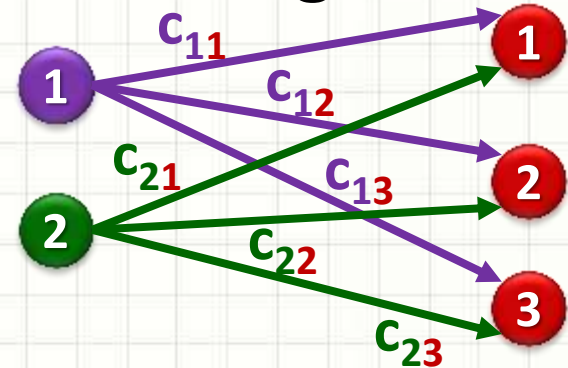


O PROBLEMA DO TRANSPORTE:
MODELAGEM MATEMÁTICA

Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- Fontes: 1 e 2;
- Destinos: 1, 2 e 3
- x_{ij} - quantidade
- c_{ij} - custo por unidade transportada



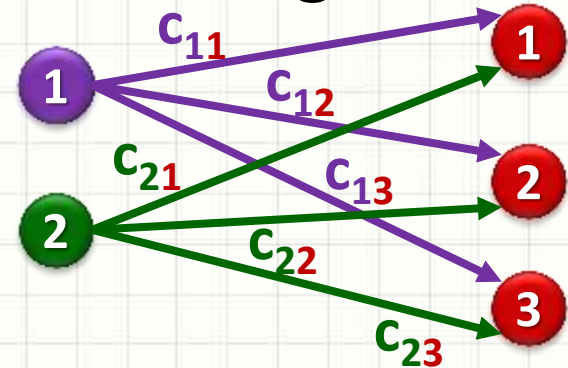
- F.O.:
$$[min] \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- S_i : suprimento em i

- D_j : demanda em j



- S.A. (Suprimento):

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq S_1$$

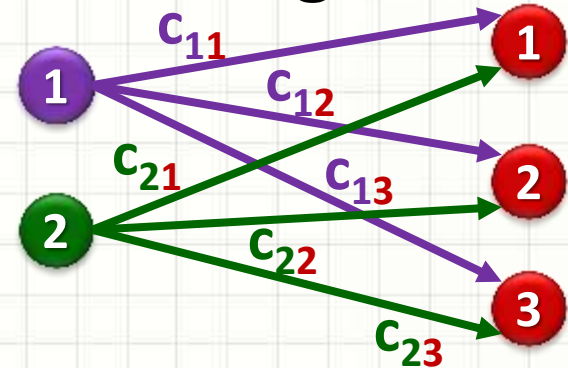
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq S_2$$

Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- S_i : suprimento em i

- D_j : demanda em j



- S.A. (Demanda):

$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$

$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$

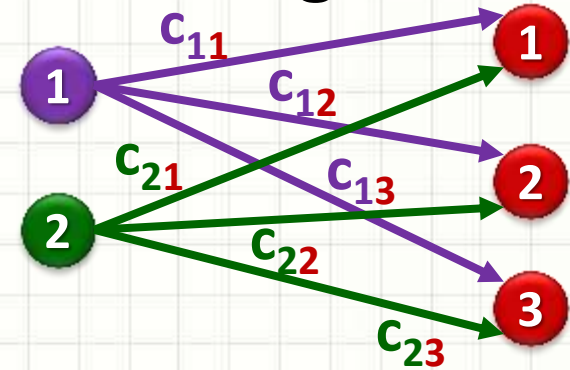
$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$

Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- Modelo Completo

- F.O.:
$$[\min] \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot x_{ij}$$

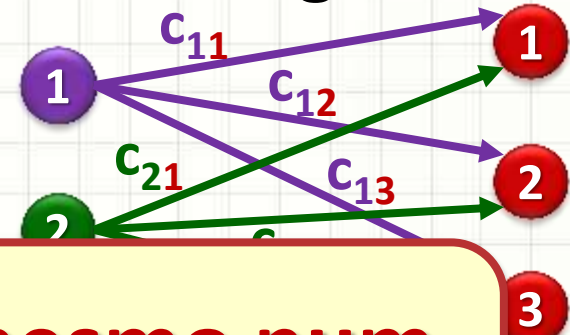


- S.A.:
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq S_1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq S_2$$
$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$
$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$
$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$

5 Restrições
6 Variáveis

Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega
- Modelo Completo
- F.O.: $\min z = c_1x_1 + c_2x_2$



Chato resolver, mesmo num caso pequeno como esse!

- S.A.:

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq D_2$$

$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$

$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$

$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$

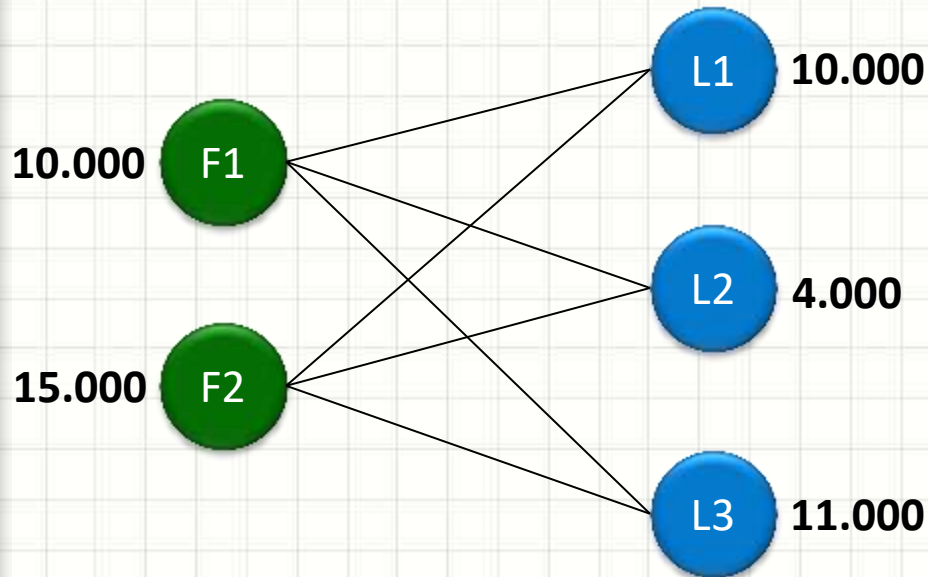
5 Restrições
6 Variáveis



EXEMPLO DE FORMULAÇÃO

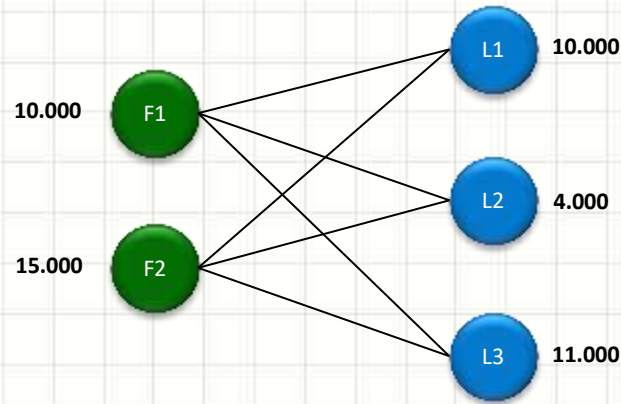
Exemplo: Formulação Matemática

- Entregar 25.000 engradados de Qualquer-Cola
- Duas Fábricas: F1 (10.000) e F2 (15.000)
- Três Lojas: L1 (10.000), L2 (4.000) e L3 (11.000)



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

Exemplo



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

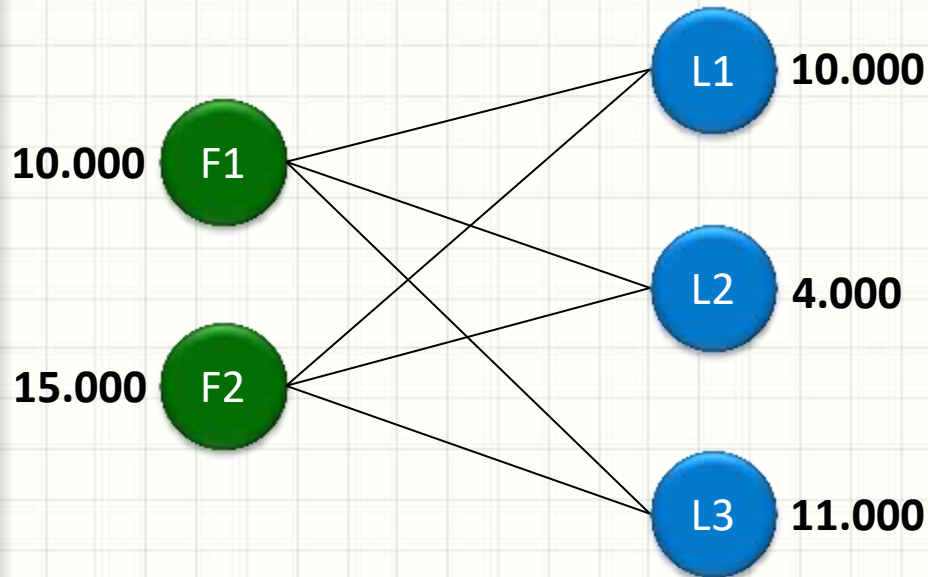
- F.O.: $[min] 13 \cdot x_{11} + 8 \cdot x_{12} + 9 \cdot x_{13} + 12 \cdot x_{21} + 10 \cdot x_{22} + 10 \cdot x_{23}$
- S.A.:
 $x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 10.000$
 $x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 15000$
 $x_{11} + x_{21} \geq 10.000$
 $x_{12} + x_{22} \geq 4.000$
 $x_{13} + x_{23} \geq 11.000$



**O PROBLEMA DO TRANSPORTE:
RESOLVENDO COM O EXCEL**

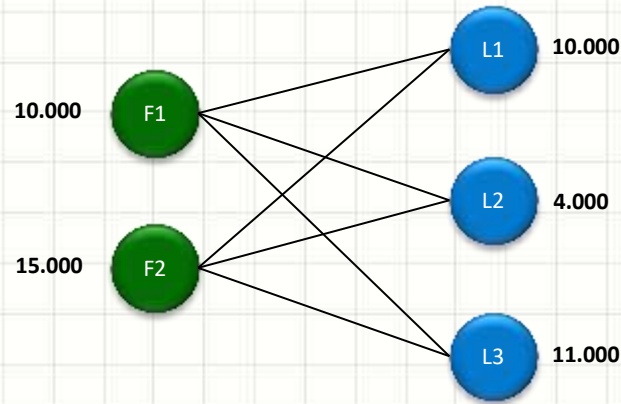
Problema

- Entregar 25.000 engradados de **Qualquer-Cola**
- Duas Fábricas: F1 (10.000) e F2 (15.000)
- Três Lojas: L1 (10.000), L2 (4.000) e L3 (11.000)



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

Planilha



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

Produção	
F1	10.000
F2	15.000

Custos	L1	L2	L3
F1	R\$ 13,00	R\$ 8,00	R\$ 9,00
F2	R\$ 12,00	R\$ 10,00	R\$ 10,00

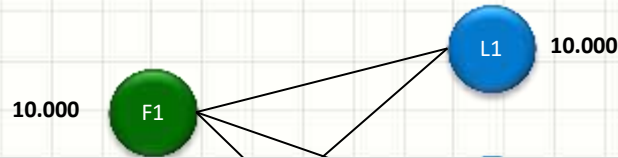
Consumo	
L1	10.000
L2	4.000
L3	11.000

Levar	L1	L2	L3	Total
F1	0	0	0	0
F2	0	0	0	0
Total	0	0	0	

Custo	R\$ -
-------	-------

$$13 \cdot x_{11} + 8 \cdot x_{12} + 9 \cdot x_{13} + 12 \cdot x_{21} + 10 \cdot x_{22} + 10 \cdot x_{23}$$

Solver



Custos

	L1	L2	L3

[*min*]

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: Máx. Mín. Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- $x_{11} + x_{21} \geq 10.000$
- $x_{12} + x_{22} \geq 4.000$
- $x_{13} + x_{23} \geq 11.000$
- $x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 10.000$
- $x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 15000$

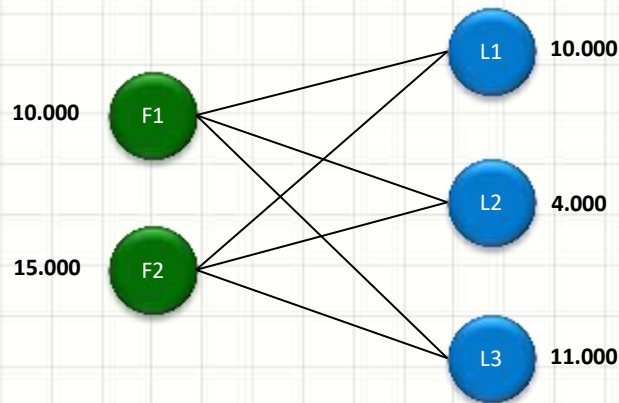
Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Opções

Adicionar
Alterar
Excluir
Redefinir Tudo
Carregar/Salvar

Resultado



Custos			
	L1	L2	L3
F1	13	8	9
F2	12	10	10

Produção	
F1	10.000
F2	15.000

Custos	L1	L2	L3
F1	R\$ 13,00	R\$ 8,00	R\$ 9,00
F2	R\$ 12,00	R\$ 10,00	R\$ 10,00

Consumo	
L1	10.000
L2	4.000
L3	11.000

Levar	L1	L2	L3	Total
F1	0	4.000	6.000	10.000
F2	10.000	0	5.000	15.000
Total	10.000	4.000	11.000	

Custo	R\$ 256.000,00
-------	----------------



CONCLUSÕES

Resumo

- Problemas de Fluxo em Rede
 - Vários tipos!
 - Problema do Transporte
 - Simplex x Solver
 - **TAREFA:** Exercícios Aula 5
-
- Há métodos alternativos para esse problema?
 - Método de Solução Inicial Canto Noroeste
 - Método de Solução Inicial de Vogel



PERGUNTAS?



EXERCÍCIO

Exercício (para entrega!)

1. Elabore o diagrama e a formulação matemática

- Entregar 30.000 caixas de laranja
- 3 Fazendas: F1 (10.000), F2 (15.000), F3 (5.000)
- 2 Sacolões: S1 (15.000), S2 (15.000)

Custos

	S1	S2
F1	15	20
F2	12	15
F3	21	7