



# **PESQUISA OPERACIONAL II**

## **O PROBLEMA DO TRANSPORTE: EVOLUÇÃO DA SOLUÇÃO**

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

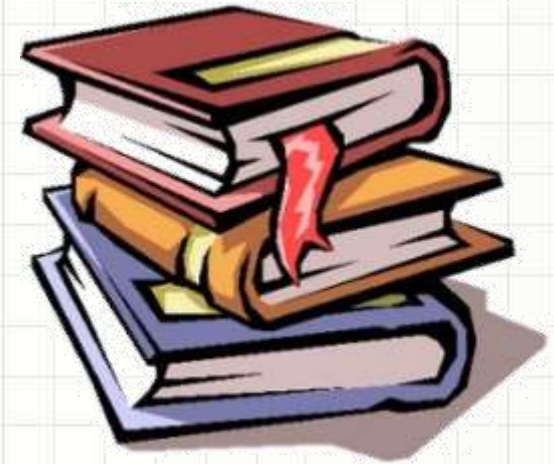
# Objetivos

- Compreender o método prático de evolução da solução
- Compreender o conceito de ciclo e como usá-lo na solução.

- **Atividade Aula 7 – SAVA!**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação


<http://www.caetano.eng.br/>  
(Pesquisa Operacional II – Aula 7)

Minha Biblioteca

Introdução à Pesquisa Operacional  
(Hillier/Lieberman)

Recursos na Web

[http://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/problema\\_de\\_transporte.pdf](http://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/problema_de_transporte.pdf)

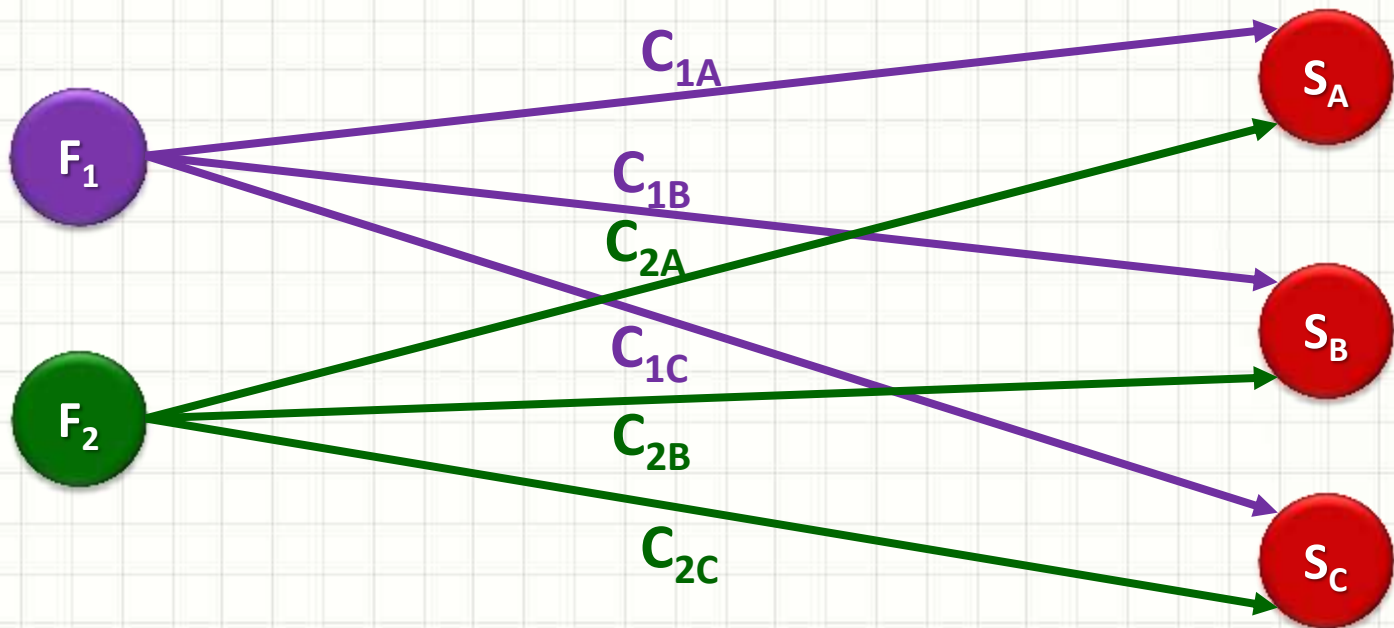


**RETOMANDO:**

# **O PROBLEMA DO TRANSPORTE**

# O Problema do Transporte

- Múltiplas fontes de um produto
- Múltiplos sorvedouros do mesmo produto
- Custos de transporte diferentes

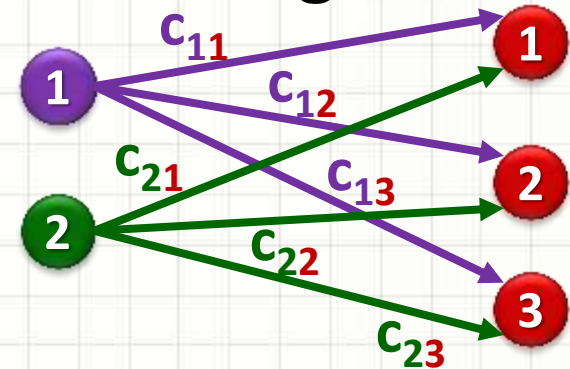


# Modelagem Matemática

- Minimizar Custo e Garantir a Entrega

- Modelo Completo

- F.O.: 
$$[\min] \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} \cdot x_{ij}$$



- S.A.: 
$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq S_1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq S_2$$
$$x_{11} + x_{21} \geq D_1$$
$$x_{12} + x_{22} \geq D_2$$
$$x_{13} + x_{23} \geq D_3$$

**5 Restrições**  
**6 Variáveis**

# Organizando as Informações

- Tableau do Problema

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13	8	9	10.000
F2	12	10	10	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Obtenção de Solução Inicial

- Método do Canto Noroeste
  - Esquerda para direita, cima para baixo.
  - 2 origens, 3 destinos = 5 elementos (n)
  - 4 células com valores (n-1)...

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000 0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000 0
Demanda	10.000 0	4.000 0	11.000 0	25.000



# Canto Noroeste x Vogel

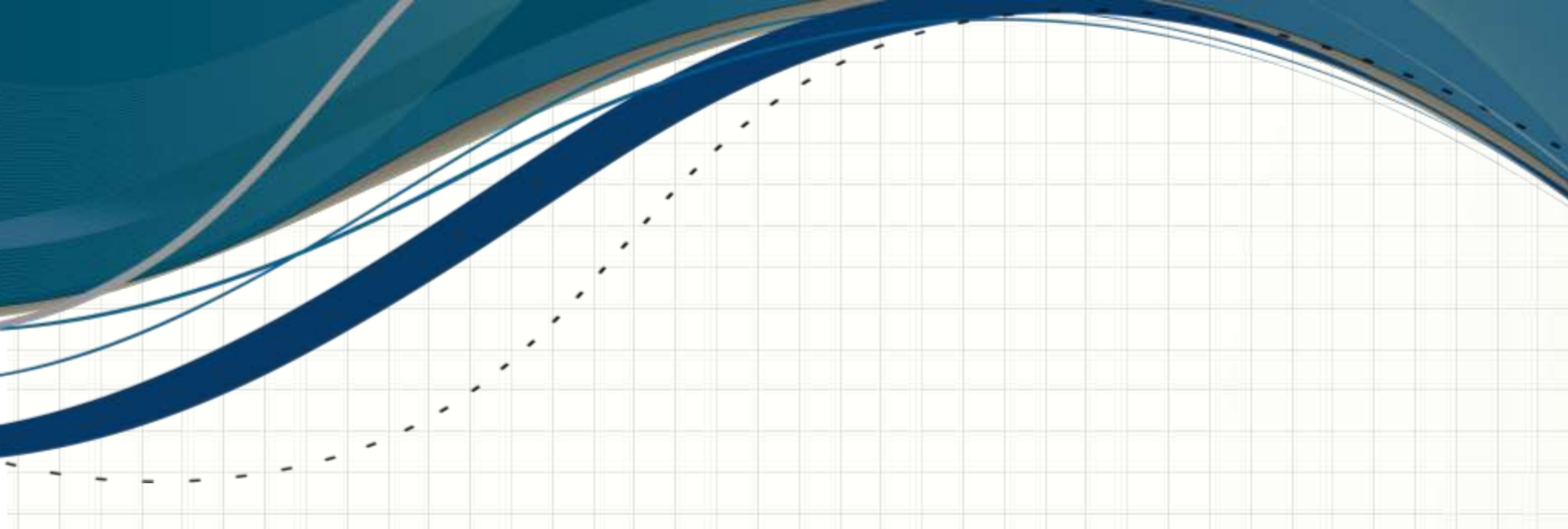
- Comparemos os resultados:

	L1	L2	L3	Sup
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000

**Canto**  
**Noroeste**  
**280.000**

	L1	L2	L3	Sup
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000
Dem	10.000	4.000	11.000	25.000

**Vogel**  
**256.000**



**O PROBLEMA DO TRANSPORTE:  
ALGORITMO PRÁTICO**

# Considerações

- Produção = Demanda
- Passos
  1. Obtenção de Solução Inicial
    - Método do Canto Noroeste
    - Método de Vogel
  2. Verificação de Otimalidade
  3. Melhoria da Solução
  4. Volte ao passo 2



# Modificando a Solução

- Finalizado o método do Canto Noroeste...
  - Temos uma solução inicial **viável**
- Próxima etapa...

## **Modificar a Solução** **Buscando Aprimoramento**

- Como modificá-la mantendo viabilidade?

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- E se quiséssemos transportar 1 de F2 → L1?

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- E se quiséssemos transportar 1 de F2 → L1?

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- +1 em F2  $\rightarrow$  L1 implica em -1 em F1  $\rightarrow$  L1!

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- +1 em F2  $\rightarrow$  L1 implica em -1 em F1  $\rightarrow$  L1!



# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- -1 em F1 → L1 implica em +1 em F1 → L2!

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- -1 em F1  $\rightarrow$  L1 implica em +1 em F1  $\rightarrow$  L2!

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- +1 em F1 → L2 implica em -1 em F2 → L2!

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000 -1	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- +1 em F1  $\rightarrow$  L2 implica em -1 em F2  $\rightarrow$  L2!

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000 -1	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- **Observe:** alterar o valor de uma célula, para manter o equilíbrio, força alterar outra na mesma linha e outra na mesma coluna

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000 -1	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Qual a diferença de custo que será obtida?
- $\Delta\text{Custo: } +1 \times 12 - 1 \times 13 + 1 \times 8 - 1 \times 10$   
–  $\Delta\text{Custo: } -3$  **ECONOMIA!**

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -1	8 0 +1	9	10.000
F2	12 +1	10 4.000 -1	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Se ao invés de somar/subtrair 1, somarmos e subtrairmos  $\Theta$ ...

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 - $\Theta$	8 0 + $\Theta$	9	10.000
F2	12 + $\Theta$	10 4.000 - $\Theta$	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Se ao invés de somar/subtrair 1, somarmos e subtrairmos  $\Theta$ ...
- Qual o maior valor que  $\Theta$  pode atingir?



# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000 -4.000	8 0 +4.000	9	10.000
F2	12 +4.000	10 4.000 -4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Se ao invés de somar/subtrair 1, somarmos e subtrairmos  $\Theta$ ...
- Qual o maior valor que  $\Theta$  pode atingir?

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000
F2	12 4.000	10 0	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Agora, temos **n** células com valores
- Escolher uma com **0** para remover...

# Modificando a Solução

- Selecionar uma célula vazia (exemplo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000
F2	12 4.000	10	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

- Quanto custa essa solução?
- Custo:  $13 \times 6.000 + 8 \times 4.000 + 12 \times 4.000 + 10 \times 11.000$   
– Custo: 268.000
- Custo anterior: **280.000**

**Sempre melhora?**

# Melhorando a Solução

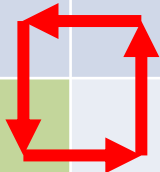
- Nem sempre melhora
  - Variação de custo devido à escolha da célula
- Como saber?
  - Para cada célula vazia, identificar o “ciclo”

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12 10.000	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Melhorando a Solução

- Nem sempre melhora
  - Variação de custo devido à escolha da célula
- Como saber?
  - Para cada célula vazia, identificar o “ciclo”

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12 10.000	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000



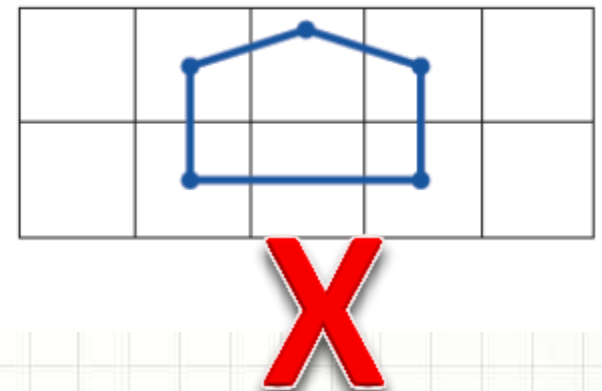
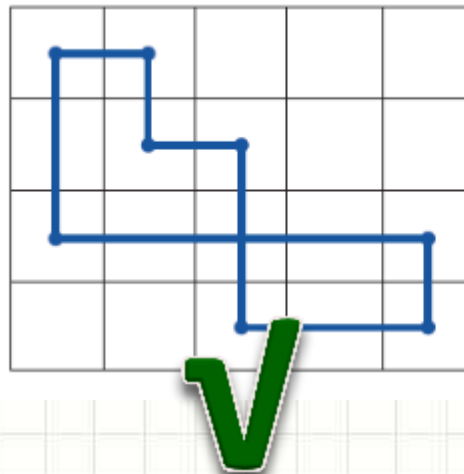
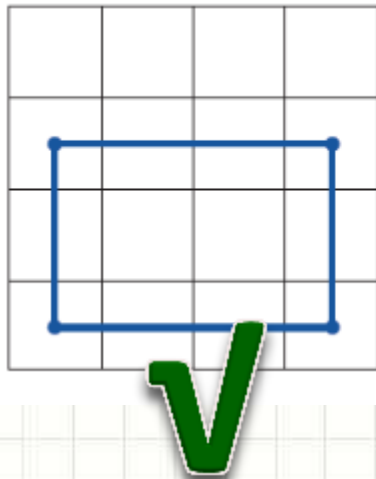
# Voltando: Melhorando a Solução

- Como saber qual célula?
  - Calcular variação de custos
    - $F2/L1: +12-13+8-10 = -3$
    - $F1/L3: +9-10+10-8 = 1$
  - Escolher a melhor célula (número mais negativo)

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Parênteses: Definindo o Ciclo

- Ciclo: sequência ordenada de ao menos 4 células
  1. Duas células na sequência na mesma linha/coluna
    - Nunca se deslocar na diagonal!
  2. Nunca 3 células na sequência na mesma linha/coluna
  3. A última célula na sequência está sempre na mesma linha ou coluna que a primeira célula



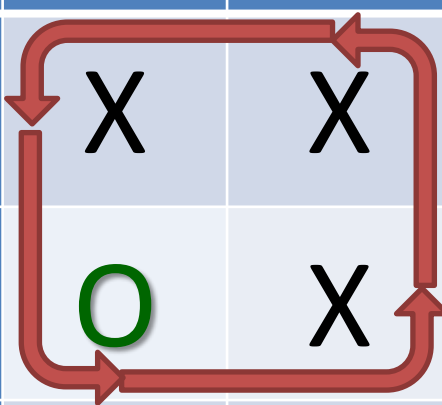
# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	
F3	X			X



# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2	O	X	X	
F3	X			X



# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2	O	X	X	
F3	X			X

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	
F3	X	O		X

The diagram illustrates a cycle in a grid. The grid has columns labeled L1, L2, L3, L4 and rows labeled F1, F2, F3. A red cycle is drawn around the cells (F1, L1), (F1, L2), (F3, L2), and (F3, L1). The cell (F3, L2) contains a green 'O' instead of an 'X'.

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	
F3	X	O		X

The diagram illustrates a cycle in a grid. The grid has columns labeled L1, L2, L3, L4 and rows labeled F1, F2, F3. A red cycle is drawn around the cells (F1, L1), (F1, L2), (F3, L2), and (F3, L1). The cell (F3, L2) contains a green 'O' instead of an 'X'.

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X	O	
F2		X	X	
F3	X			X

The diagram illustrates a cycle of four cells in a grid. The cells are (F1, L2), (F1, L3), (F2, L3), and (F2, L2). Red arrows connect them in a clockwise cycle: (F1, L2) to (F1, L3), (F1, L3) to (F2, L3), (F2, L3) to (F2, L2), and (F2, L2) to (F1, L2). The cell (F1, L3) contains a green 'O', while the others contain 'X'.

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X	O	
F2		X	X	
F3	X			X

The diagram illustrates a cycle of dependencies between cells in a grid. Red arrows form a closed loop connecting the following cells: (F1, L2) to (F2, L2), (F2, L2) to (F2, L3), (F2, L3) to (F1, L3), and (F1, L3) back to (F1, L2). The cell (F1, L3) contains a green 'O', while the other cells in the cycle contain red 'X's. The rest of the grid contains black 'X's.

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	
F3	X		O	X

The diagram illustrates a cycle of red arrows connecting the 'X' cells in a 3x4 grid. The cycle starts at (F1, L1), goes to (F1, L2), then to (F2, L3), then to (F3, L4), then to (F3, L1), then to (F2, L2), and finally back to (F1, L1). The cell (F3, L3) contains a green 'O'.

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	
F3	X		O	X



# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		O
F2		X	X	
F3	X			X

# Parênteses: Definindo o Ciclo

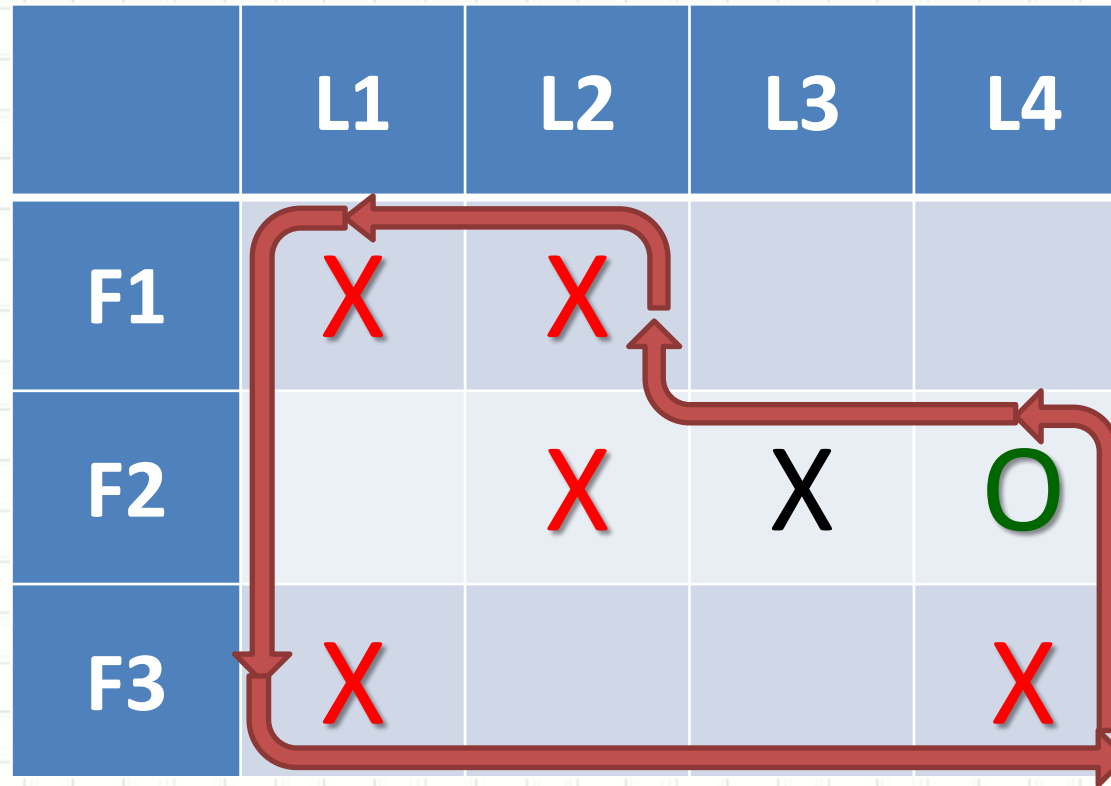
	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		O
F2		X	X	
F3	X			X

# Parênteses: Definindo o Ciclo

	L1	L2	L3	L4
F1	X	X		
F2		X	X	O
F3	X			X

The diagram illustrates a cycle in a grid. The grid has columns labeled L1, L2, L3, and L4, and rows labeled F1, F2, and F3. The cells contain the following characters: F1L1: X, F1L2: X, F2L2: X, F2L3: X, F2L4: O (green), F3L1: X, F3L4: X. Red arrows indicate a cycle: F1L1 to F1L2, F1L2 to F2L3, F2L3 to F2L4, F2L4 to F3L4, F3L4 to F3L1, and F3L1 to F1L1.

# Parênteses: Definindo o Ciclo



# Voltando: Melhorando a Solução

- Como saber qual célula?

– Calcular variação de custos

- $F2/L1: +12-13+8-10 = -3$  **E se forem iguais?**

- $F1/L3: +9-10+10-8 = 1$  **E se nenhuma for negativa?**

– Escolher a melhor célula

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	13 10.000	8 0	9	10.000
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Testar cada possibilidade não é prático!
- Existe um critério que facilita o processo
  - Método Prático: “Escolha Esclarecida”



# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b> 10.000	<b>8</b> 0	<b>9</b>	10.000	
F2	<b>12</b>	<b>10</b> 4.000	<b>10</b> 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K					

- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K					

- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha
- Para as células com carga do L existente, calcula-se o K das colunas:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $K = C - L$ )



# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 1	8 0	9	10.000	0
F2		10 4.000	10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K					



- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha
- Para as células com carga do L existente, calcula-se o K das colunas:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $K = C - L$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 1	8 0	9	10.000	0
F2		10 4.000	10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13				



- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha
- Para as células com carga do L existente, calcula-se o K das colunas:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $K = C - L$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado


	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8	9	10.000	0
F2	12		10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13				

- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha
- Para as células com carga do L existente, calcula-se o K das colunas:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $K = C - L$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8	9	10.000	0
F2	12		10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			



- Inicia-se com  $L = 0$  na primeira linha
- Para as células com carga do L existente, calcula-se o K das colunas:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $K = C - L$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

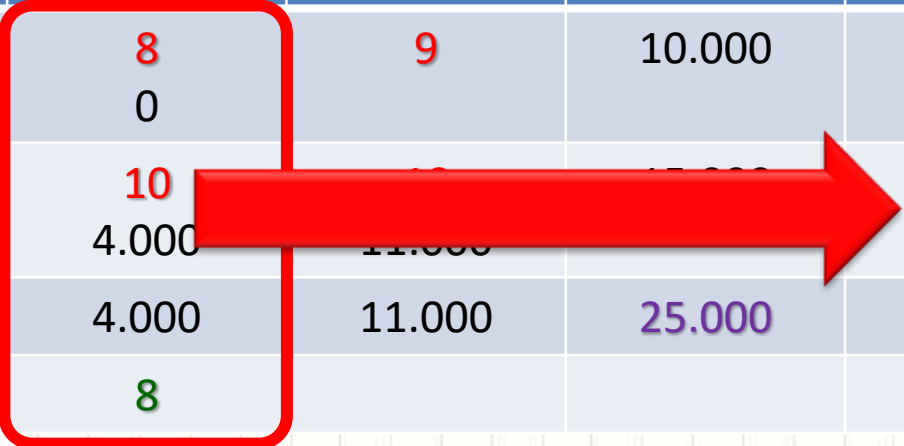
	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			

- Para cada coluna com K, verifica-se se é possível calcular um novo L

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	11.000	11.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			

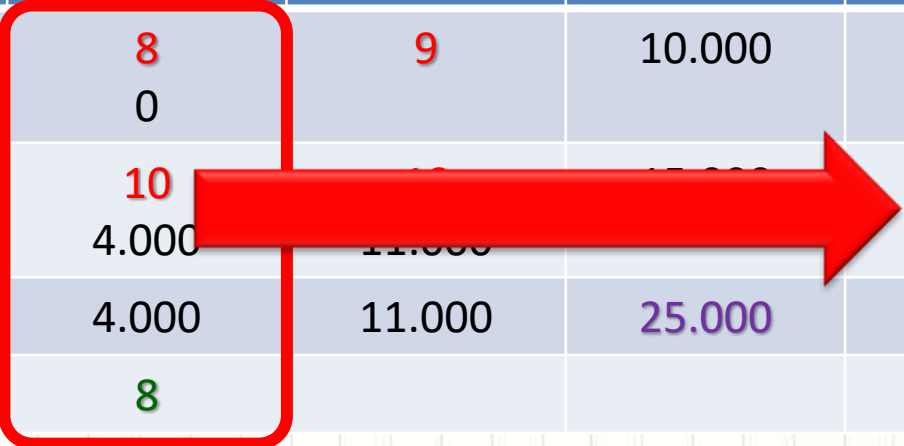


- Para cada coluna com K, verifica-se se é possível calcular um novo L
- Se sim, calcula-se:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $L = C - K$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	11.000	11.000	2
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			




- Para cada coluna com K, verifica-se se é possível calcular um novo L
- Se sim, calcula-se:
  - $K + L = \text{custo da célula com carga}$  (ou  $L = C - K$ )

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 1.000	15.000	2
Demanda	10.000	4.000	1.000	25.000	
K	13	8			




- Repete-se o processo de calcular o K para o novo L...



# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Tableau alterado

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 10.000	15.000	2
Demanda	10.000	4.000	10.000	25.000	
K	13	8	8		



- Repete-se o processo de calcular o K para o novo L...

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Cálculo do Índice de Melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000	2
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	8		

- Para cada célula vazia:  $\Delta\text{custo} = C - K - L$ 
  - F2/L1 =  $12 - 13 - 2 = -3$
  - F1/L3 =  $9 - 8 - 0 = 1$

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Cálculo do Índice de Melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 10.000	8 0	9	10.000	0
F2	12	10 4.000	10 11.000	15.000	2
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	8		



- Para cada célula vazia:  $\Delta\text{custo} = C - K - L$ 
  - $F2/L1 = 12 - 13 - 2 = -3$
  - $F1/L3 = 9 - 8 - 0 = 1$

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Procede-se à realocação

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 $10.000 - \Theta$	8 $0 + \Theta$	9	10.000	0
F2	12 $+\Theta$	10 $4.000 - \Theta$	10 11.000	15.000	2
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	8		

- $\Theta = 4.000$

Nenhuma célula pode ficar negativa!

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Procede-se à realocação

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b> 6.000	<b>8</b> 4.000	<b>9</b>	10.000	
F2	<b>12</b> 4.000	<b>10</b>	<b>10</b> 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K					

- Recalcula-se os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b> 6.000	<b>8</b> 4.000	<b>9</b>	10.000	<b>0</b>
F2	<b>12</b> 4.000	<b>10</b>	<b>10</b> 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K					

- Recalcula-se os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b> 6.000	<b>8</b> 4.000	<b>9</b>	10.000	<b>0</b>
F2	<b>12</b> 4.000	<b>10</b>	<b>10</b> 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K	<b>13</b>				

- Recalcula-se os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000	0
F2	12 4.000	10	10 11.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			

- Recalcula-se os Ks e Ls



# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000	0
F2	12 4.000	10	10 11.000	15.000	-1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8			

- Recalcula-se os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria


	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000	0
F2	12 4.000	10	10 11.000	15.000	-1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	11		

- Agora são calculados os novos índices:
  - F1/L3:  $9 - 11 - 0 = -2$
  - F2/L2:  $10 - 8 - (-1) = 3$

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalculando os índices de melhoria

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 6.000	8 4.000	9	10.000	0
F2	12 4.000	10	10 11.000	15.000	-1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	11		



- Agora são calculados os novos índices:
  - **F1/L3:  $9 - 11 - 0 = -2$**
  - **F2/L2:  $10 - 8 - (-1) = 3$**

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Procede-se a relocação...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13 6.000- $\Theta$	8 4.000	9 + $\Theta$	10.000	0
F2	12 4.000+ $\Theta$	10	10 11.000- $\Theta$	15.000	-1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	13	8	11		

- $\Theta$  vale 6.000

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b>	<b>8</b> 4.000	<b>9</b> 6.000	10.000	<b>0</b>
F2	<b>12</b> 10.000	<b>10</b>	<b>10</b> 5.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K					

- Inicia-se recalculando os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000	0
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K		8			

- Inicia-se recalculando os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000	0
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000	
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K		8	9		

- Inicia-se recalculando os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	<b>13</b>	<b>8</b> 4.000	<b>9</b> 6.000	10.000	<b>0</b>
F2	<b>12</b> 10.000	<b>10</b>	<b>10</b> 5.000	15.000	<b>1</b>
Demanda	10.000	4.000	11.000	<b>25.000</b>	
K		<b>8</b>	<b>9</b>		

- Inicia-se recalculando os Ks e Ls



# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000	0
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000	1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	11	8	9		

- Inicia-se recalculando os Ks e Ls

# Escolha Esclarecida (M. Prático)

- Recalcula-se os índices de melhoria...

	L1	L2	L3	Suprimento	L
F1	13	8 4.000	9 6.000	10.000	0
F2	12 10.000	10	10 5.000	15.000	1
Demanda	10.000	4.000	11.000	25.000	
K	11	8	9		

- Recalcular as melhorias...

– F1/L1:  $13 - 0 - 11 = 2$

– F2/L2:  $10 - 8 - 1 = 1$

**Solução Ótima!**

- Custo:**  $4.000 \times 8 + 6.000 \times 9 + 10.000 \times 12 + 5.000 \times 10 = 256.000$

# O PROBLEMA DO TRANSPORTE: EXEMPLO DE APLICAÇÃO



# Exemplo

Produção		Consumo	
Origem	Toneladas	Destino	Toneladas
A	600	D	350
B	700	E	200
C	400	F	450
	Total: 1.700	G	700
			Total: 1.700

Custo de Transporte					
Origem	Destino	D	E	F	G
A		5	9	11	6
B		12	15	6	8
C		14	2	10	7



# Exemplo

- Solução Inicial pelo Canto Noroeste

	D		E		F		G		Prod.	K
A		5		9		11		6	600	
	350		200		50					
B		12		15		6		8	700	
					400		300			
C		14		2		10		7	400	
							400			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L										

- Melhorias?

# Exemplo

- Cálculo dos Ks e Ls

	D		E		F		G		Prod.	K
A		5		9		11		6	600	0
	350		200		50					
B		12		15		6		8	700	-5
					400		300			
C		14		2		10		7	400	-6
							400			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		9		11		13			

- Melhorias de cada célula vazia?

# Exemplo

- Melhorias de cada célula vazia?

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	-	9	-	11	-7	6	600	0
	350		200		50					
B	12	12	11	15	-	6	-	8	700	-5
					400		300			
C	15	14	-1	2	5	10	-	7	400	-6
							400			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		9		11		13			

- Ciclo?



# Exemplo

- Ciclo e  $\Theta$

	D		E		F		G		Prod.	K		
A	-	5	-	9	-	$-\Theta$	11	-7	$+\Theta$	6	600	0
	350		200		50							
B	12	12	11	15	-	$+\Theta$	6	-	$-\Theta$	8	700	-5
					400		300					
C	15	14	-1	2	5		10	-		7	400	-6
							400					
Dem.	350		200		450		700				1.700	
L	5		9		11		13					

- $\Theta_{\max} = ?$

- $\Theta_{\max} = 50$

# Exemplo

- Novo tableau

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	-	9	-	11	-7	6	600	0
	350		200		0		50			
B	12	12	11	15	-	6	-	8	700	-5
					450		250			
C	15	14	-1	2	5	10	-	7	400	-6
							400			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		9		11		13			

- Corrigir número de células com número

# Exemplo

- Nova iteração: calcular Ks e Ls e economias

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	-	9	7	11	-	6	600	0
	350		200				50			
B	5	12	4	15	-	6	-	8	700	2
					450		250			
C	8	14	-8	2	5	10	-	7	400	1
							400			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		9		4		6			

# Exemplo

- Definir o ciclo e o  $\Theta$

	D		E		F		G		Prod.	K		
A	-	5	-	$-\Theta$	9	7	11	-	$+\Theta$	6	600	0
	350		200		450		250					
B	5	12	4		15	-	6	-		8	700	2
							400					
C	8	14	-8	$+\Theta$	2	5	10	-	$-\Theta$	7	400	1
Dem.	350		200		450		700				1.700	
L	5		9		4		6					

- $\Theta_{\max} = 200$

# Exemplo

- Novo tableau

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	-	9	7	11	-	6	600	0
	350		0				250			
B	5	12	4	15	-	6	-	8	700	2
					450		250			
C	8	14	-8	2	5	10	-	7	400	1
			200				200			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		9		4		6			

- Corrigir número de células com valor

# Exemplo

- Nova iteração: calcular Ks e Ls e economias

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	8	9	7	11	-	6	600	0
	350						250			
B	5	12	12	15	-	6	-	8	700	2
					450		250			
C	8	14	-	2	5	10	-	7	400	1
			200				200			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		1		4		6			

- Não há nenhuma célula que forneça economia: resultado ótimo

# Exemplo

- Resultado

	D		E		F		G		Prod.	K
A	-	5	8	9	7	11	-	6	600	0
	<b>350</b>						<b>250</b>			
B	5	12	12	15	-	6	-	8	700	2
					<b>450</b>		<b>250</b>			
C	8	14	-	2	5	10	-	7	400	1
			<b>200</b>				<b>200</b>			
Dem.	350		200		450		700		1.700	
L	5		1		4		6			



# EXERCÍCIO



# Exercício

- Resolva pelo Canto Noroeste e aplique o método prático das melhorias

	L1	L2	L3	Suprimento
F1	20	12	25	20.000
F2	10	30	18	25.000
Demanda	15.000	16.000	14.000	45.000



**CONCLUSÕES**

# Resumo

- Problema do Transporte
    - É possível chegar na solução ótima
  - Método “Prático”
    - Porém trabalhoso!
  - Vogel: reduz o número de passos ao ótimo
  - **TAREFA:** Exercícios Aula 7
- 
- Como resolver desequilíbrios
  - E quando há transbordos?
  - Há solução específica para designação (1:1)?



**PERGUNTAS?**



**EXERCÍCIO**

# Exercício (para casa)

Um fabricante de refrigerantes precisa entregar 1.100 engradados de refrigerante partindo de 3 fábricas (A, B e C) com destino a 4 depósitos (D, E, F e G). As demandas e custos estão indicados nas tabelas a seguir:

Fábrica	Produção
A	400
B	500
C	200

Depósito	Demanda
D	300
E	400
F	250
G	150

Custos: (\$ por engradado transportado)

	D	E	F	G
A	8	16	22	14
B	6	14	30	16
C	7	10	24	12

Determine a quantidade de carga que será transportada de cada fábrica para cada depósito, calculando também o custo total de transporte da solução ótima. Resolva pelo Método do Canto Noroeste e pelo Método de Vogel.