



PESQUISA OPERACIONAL II

PROBLEMA DE COERBTURA DE NÓS: O CAIXEIRO VIAJANTE

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

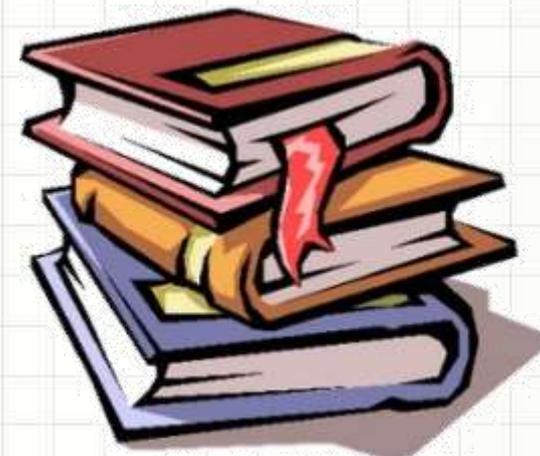
Objetivos

- Compreender o Problema de Cobertura de Nós
- Conhecer a modelagem do caixeiro viajante
- Capacitar para a aplicação do método do vizinho mais próximo

- **Atividade Aula 11 – SAVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação

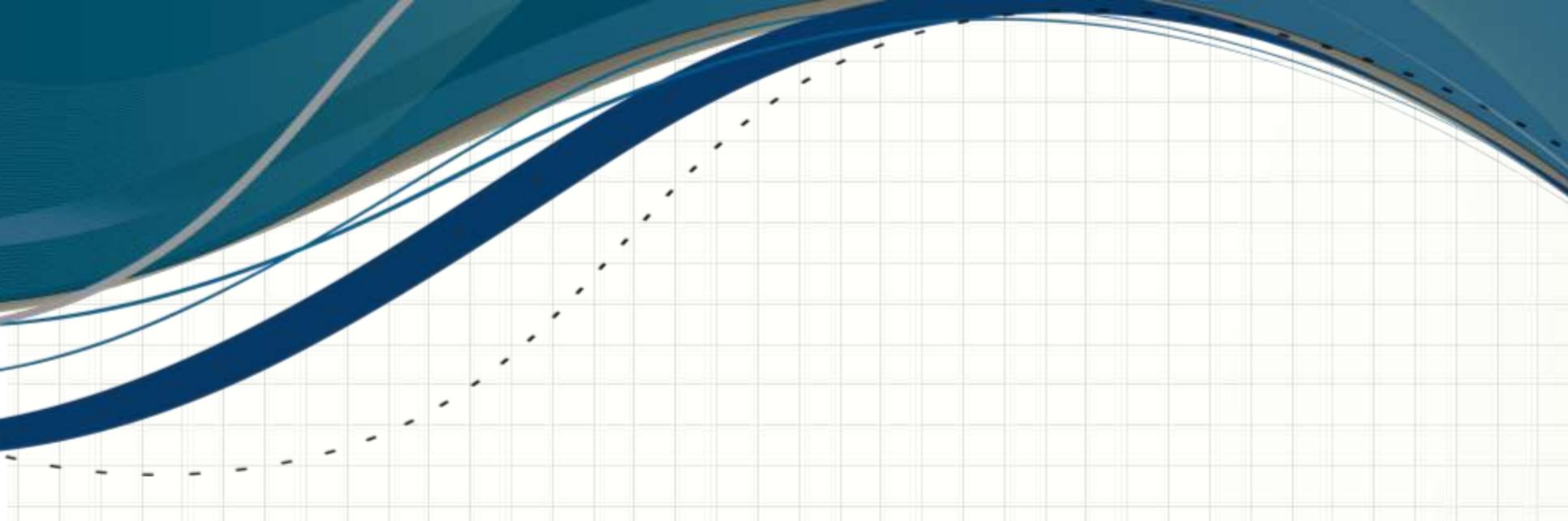
<http://www.caetano.eng.br/>
(Pesquisa Operacional II – Aula 11)

Minha Biblioteca

Pesquisa Operacional – Fundamentos e Modelos
(Loesch;Heiin) – Seção 7.2

Recursos na Web

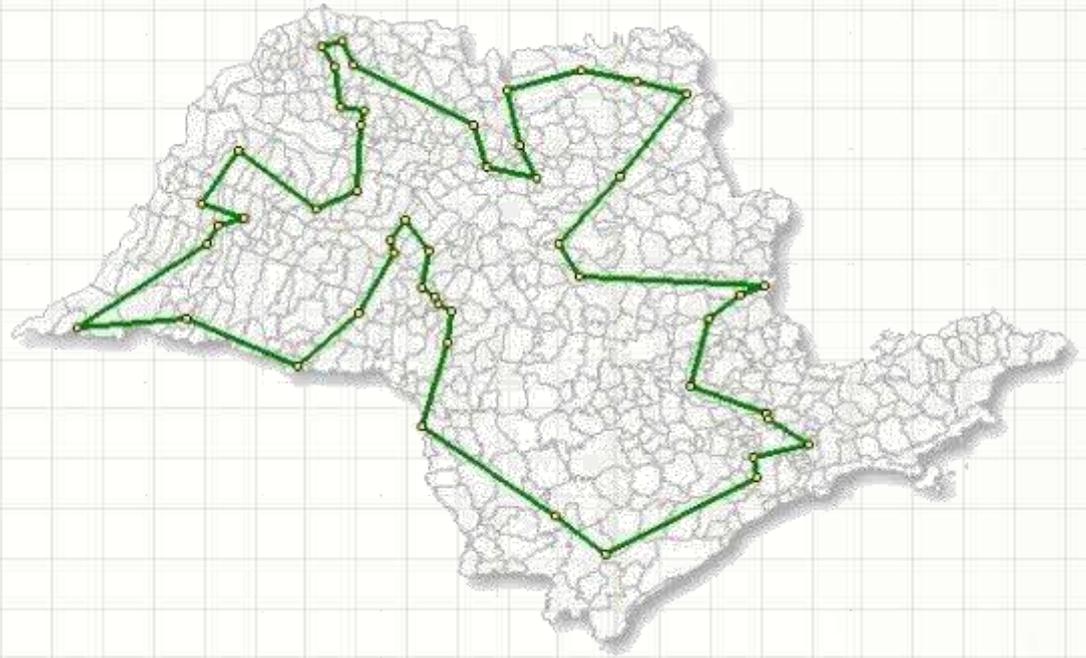
Grafos – Caixeiro Viajante:
<https://tinyurl.com/y5ygp3gf>



O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE

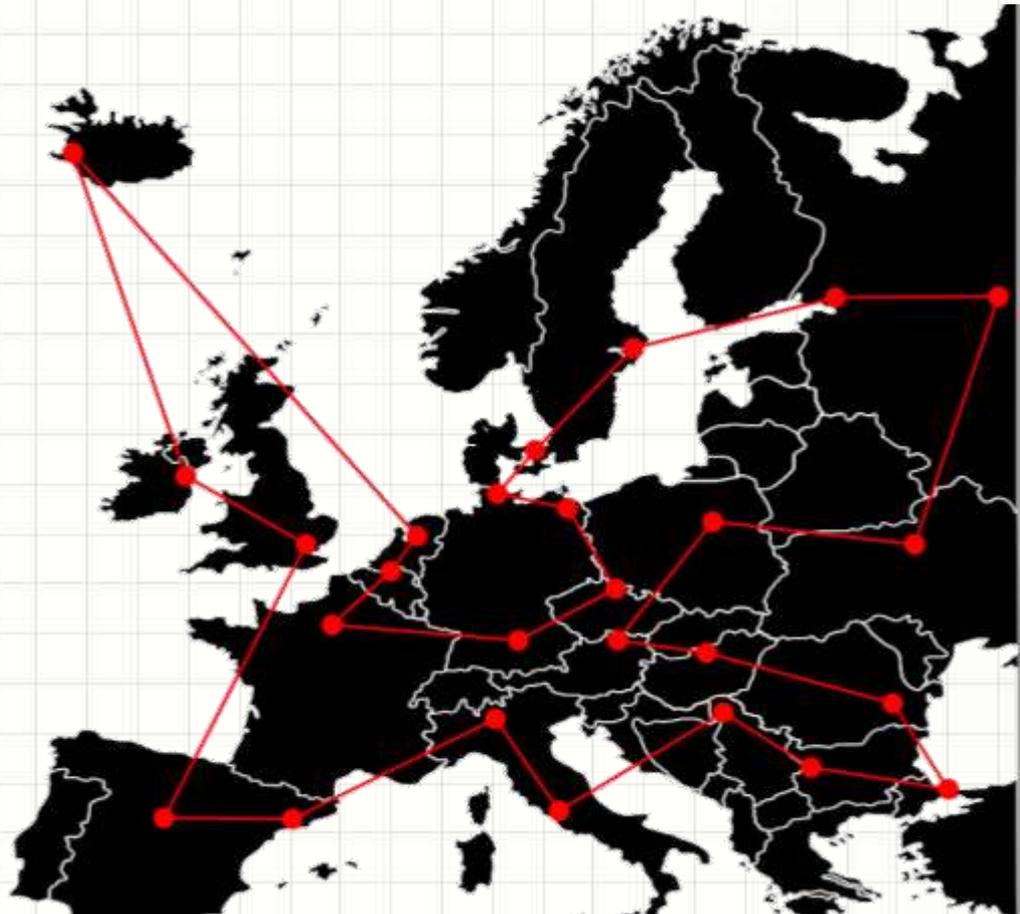
Problema do Caixeiro Viajante

- Visitar todas as cidades, sem repetir, com a menor distância



Problema do Mochileiro Econômico

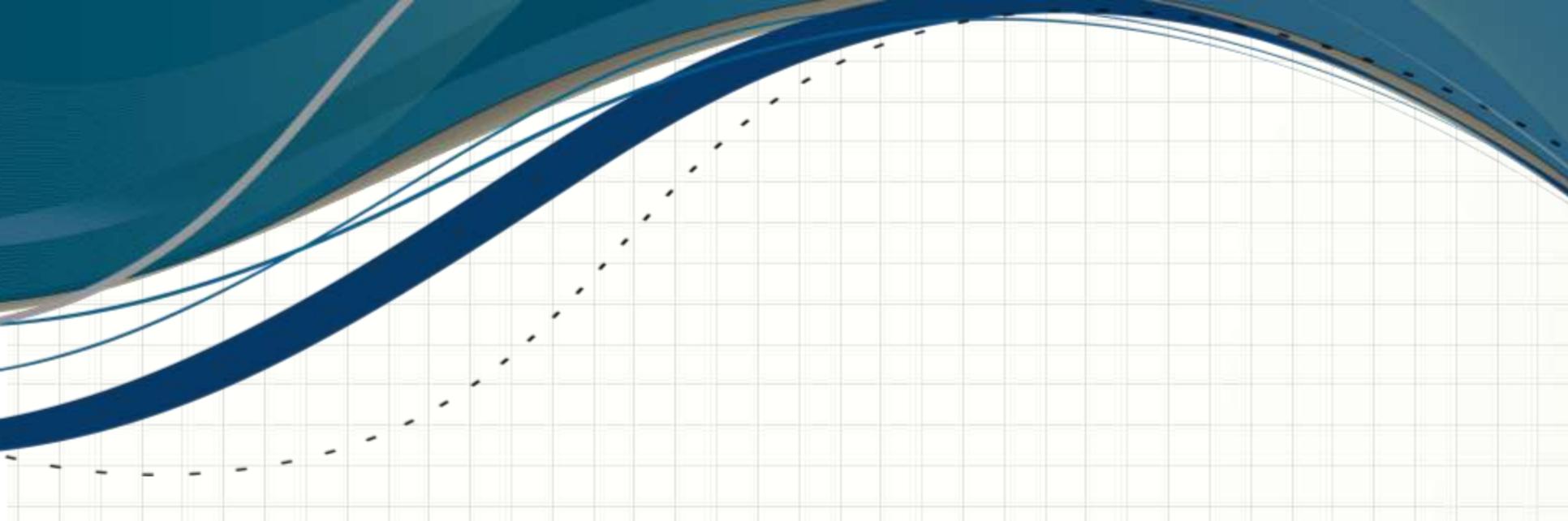
- Visitar todas as cidades, gastando o mínimo possível



Problema da Rota Simplificado

- Fazer todas as entregas com o menor consumo de combustível

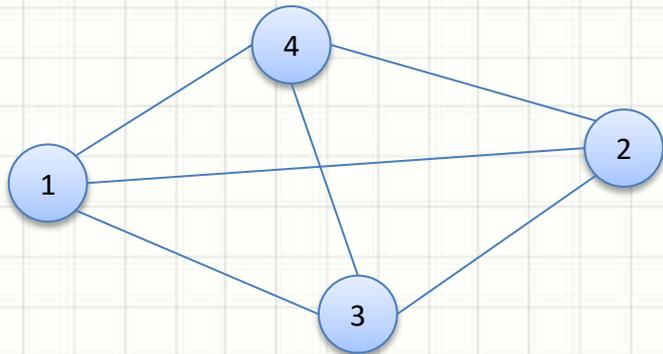




O PROBLEMA DA COBERTURA DE NÓS

Problema da Cobertura de Nós

- Problema: visitar todos os nós cobrindo a menor distância possível
- Posso ir de qualquer nó para qualquer nós
- Não posso revisitar nós, mas tenho que partir e voltar ao mesmo nó inicial

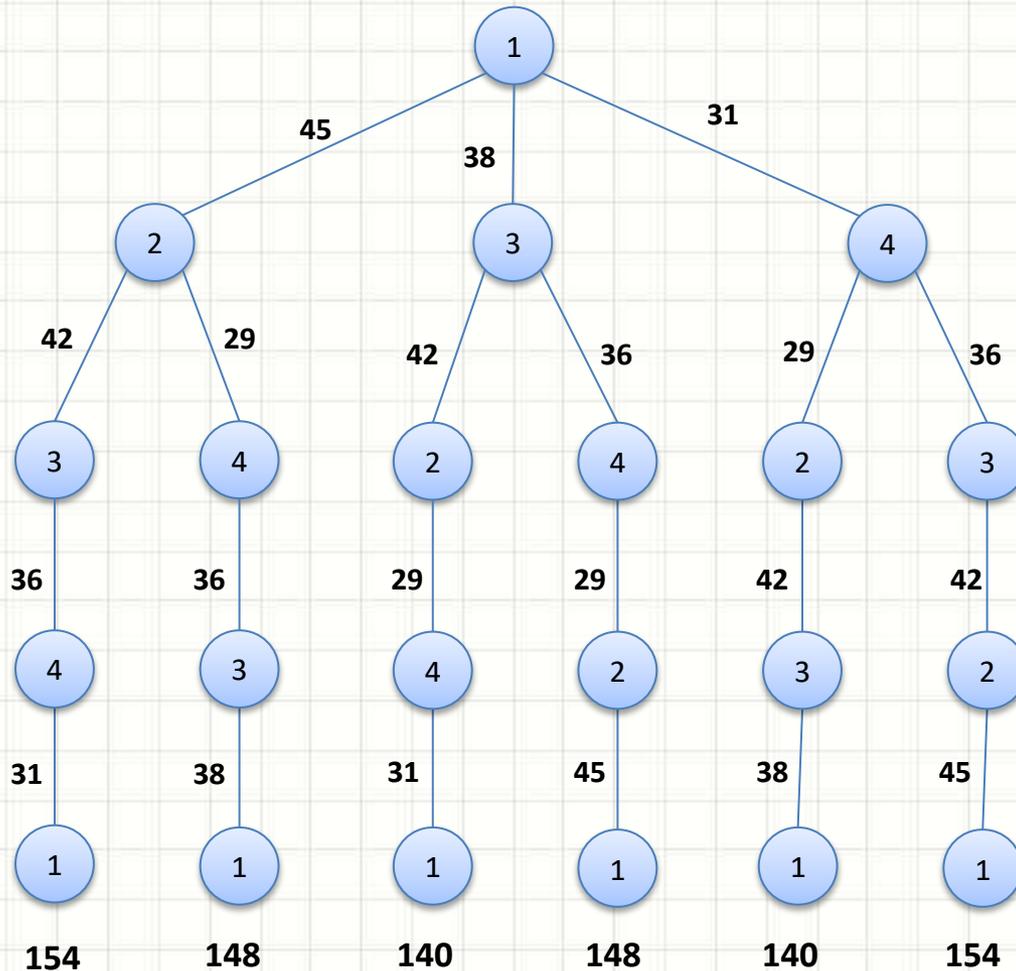
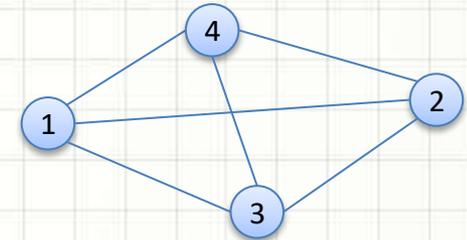


O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

Caixeiro Viajante

Problema da Cobertura de Nós

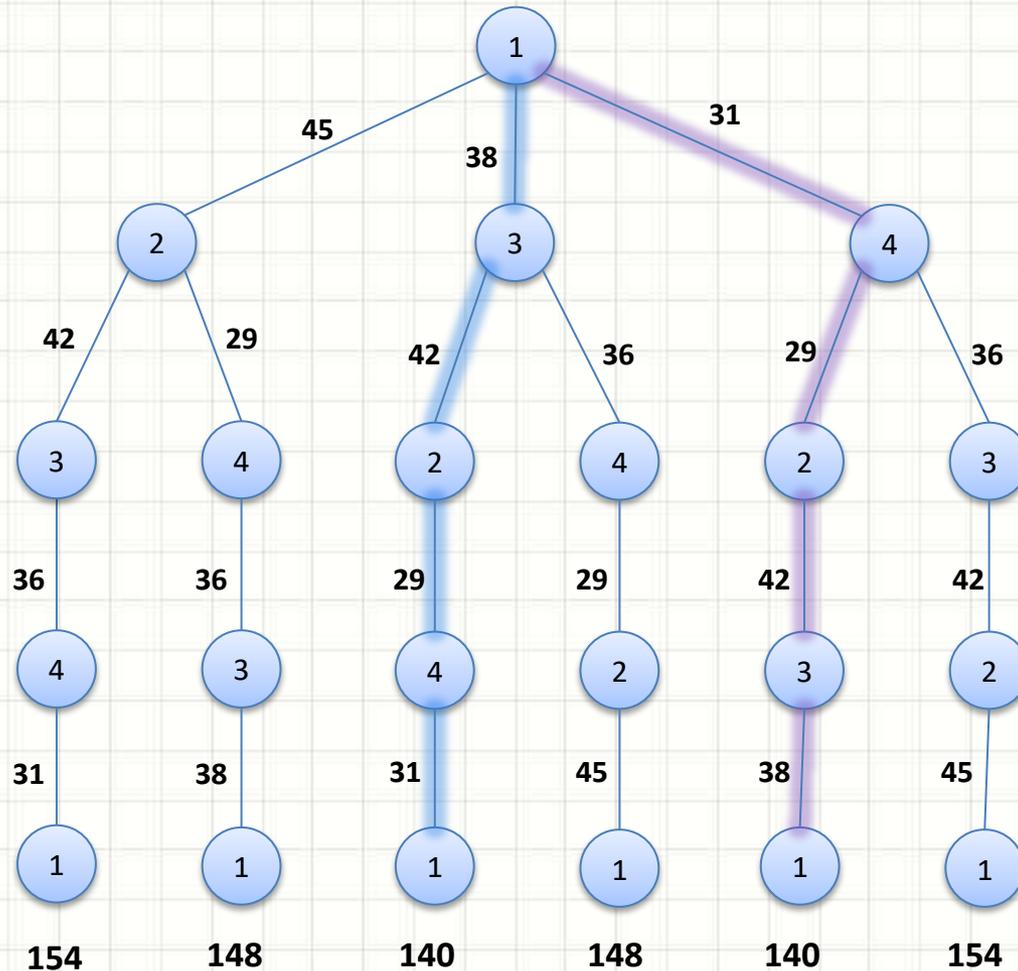
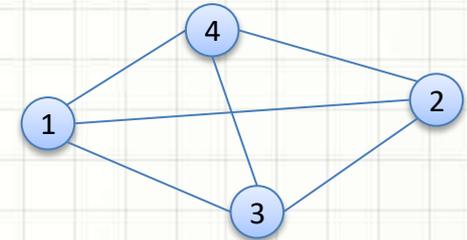
- Começando de 1, possibilidades:



O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

Problema da Cobertura de Nós

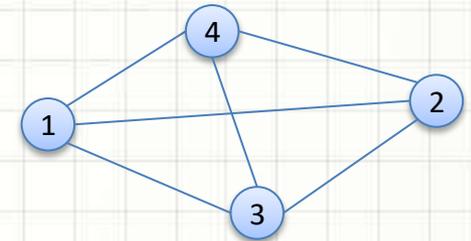
- Começando de 1, possibilidades:



O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

Modelagem Matemática

- Minimizar a distância percorrida
- Modelo Completo
- F.O.:



- S.A.:
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j: j \neq i$$

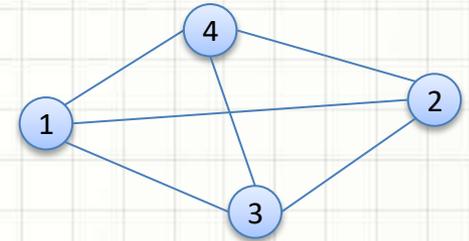
$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i: i \neq j \quad \sum_{i=1}^n x_{ii} = 0$$

$$u_i - u_j + 1 - (n - 1)(1 - x_{ij}) \leq 0 \quad \forall (i, j): i, j \neq 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j$$

Excel

Modelagem Matemática (var2)



- Minimizar a distância percorrida
- Modelo Completo
- F.O.:

$$\min \sum_{ij \in E} c_{ij} x_{ij}$$

- S.A.:
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, j \neq i$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, i \neq j$$

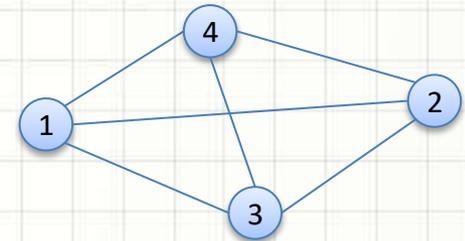
$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = 0$$

$$u_i - u_j + 1 - (n - 1)(1 - x_{ij}) \leq 0 \quad \forall (i, j): i, j \neq 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j$$

Excel

Modelagem Matemática (var 3)



- Minimizar a distância percorrida
- Modelo Completo
- F.O.:

$$\min \sum_{ij \in E} c_{ij} x_{ij}$$

- S.A.: $\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, j \neq i$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = 0$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall (i, j), i \neq j$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j$$

Simplificação Grosseira

Excel

Problema da Cobertura de Nós

- Considerações importantes
 - Solução “garantida”...
 - Para grafos totalmente conectados
 - Para grafos não totalmente conectados...
 - Não há garantia de solução
 - Para problemas limitados (20 cidades ou mais)
 - Método Simplex muito lento!
 - Para problemas grandes...
 - Muitas vezes não é possível descobrir a solução ótima!
 - Solução ótima independente do ponto de início!
 - Começamos sempre no ponto “1”



PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE:

MÉTODO DA CIDADE MAIS PRÓXIMA

Método do Vizinho Mais Próximo

- Método com Complexidade $O(n^2)$
- Passos
 1. Dentre os nós não visitados, encontre o vizinho mais próximo
 2. Siga até ele
 3. Se ainda houver nós não visitados, volte para 1

**Resultado pode variar com a
escolha do nó inicial!**

Não leva sempre ao ótimo!

Método do Vizinho Mais Próximo

- Basta Tabela de Distâncias (ou a calcular)

O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

Método do Vizinho Mais Próximo

- Começando do nó 1, para onde vamos?

O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

1-

Método do Vizinho Mais Próximo

- A partir do 4, para onde vamos?

O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

1-4-

Método do Vizinho Mais Próximo

- E depois do 2, para onde?

O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

1-4-2-

Método do Vizinho Mais Próximo

- Finalmente, depois do 3...

O/D	1	2	3	4
1	-	45	38	31
2	45	-	42	29
3	38	42	-	36
4	31	29	36	-

1- 4- 2- 3- 1

Custo: 140

Exercício

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

O/D	1	2	3	4	5
1	-	20	40	31	37
2	20	-	18	24	39
3	40	18	-	38	13
4	31	24	38	-	11
5	37	39	13	11	-

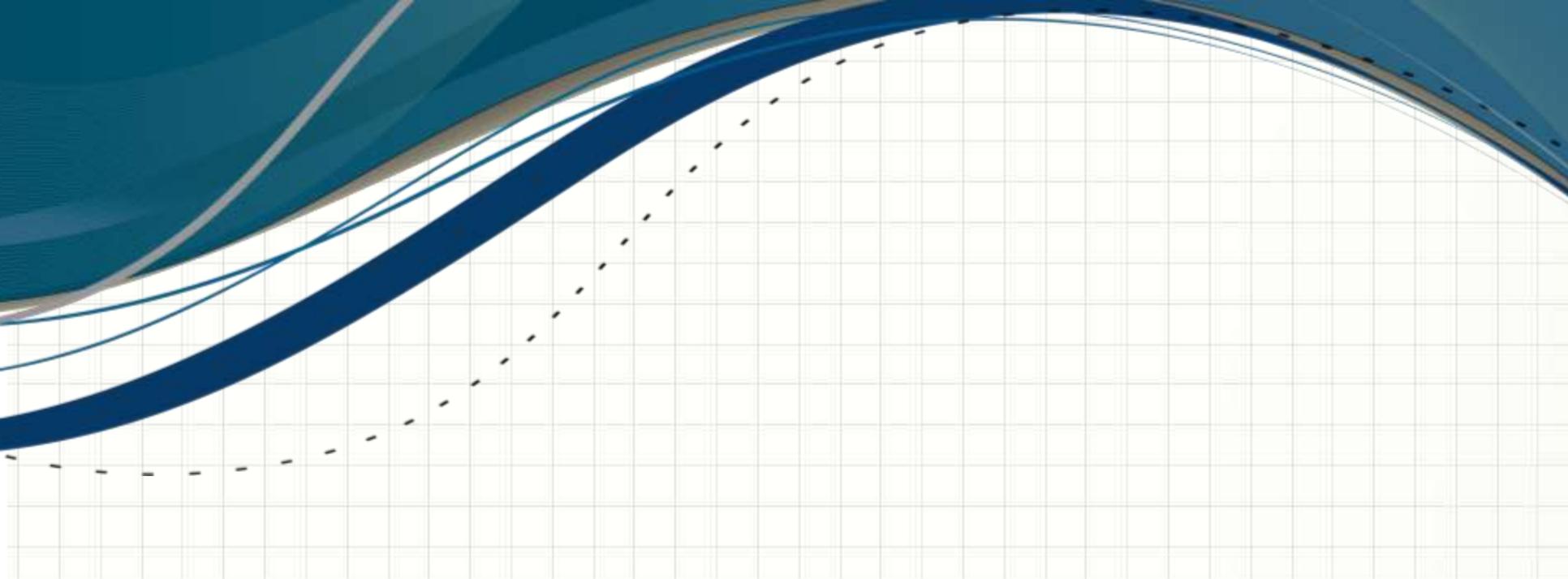
Exercício

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

O/D	1	2	3	4	5
1	-	20	40	31	37
2	20	-	18	24	39
3	40	18	-	38	13
4	31	24	38	-	11
5	37	39	13	11	-

1-2-3-5-4-1

Custo: 93



EXEMPLO MAIS COMPLETO

Exemplo Mais Completo

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	24	29	21	19	18	28	34	17	41
2	27	-	12	40	11	38	42	32	21	12
3	15	26	-	17	36	22	8	33	39	13
4	39	35	32	-	11	37	32	29	41	26
5	23	9	33	8	-	41	17	20	17	36
6	25	39	18	16	19	-	24	23	24	32
7	14	33	19	14	39	21	-	17	39	39
8	40	37	39	27	29	10	39	-	9	11
9	41	27	41	33	41	34	15	28	-	15
10	13	18	38	30	41	36	20	14	11	-

Exemplo Mais Completo

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	24	29	21	19	18	28	34	17	41
2	27	-	12	40	11	38	42	32	21	12
3	15	26	-	17	36	22	8	33	39	13
4	39	35	32	-	11	37	32	29	41	26
5	23	9	33	8	-	41	17	20	17	36
6	25	39	18	16	19	-	24	23	24	32
7	14	33	19	14	39	21	-	17	39	39
8	40	37	39	27	29	10	39	-	9	11
9	41	27	41	33	41	34	15	28	-	15
10	13	18	38	30	41	36	20	14	11	-

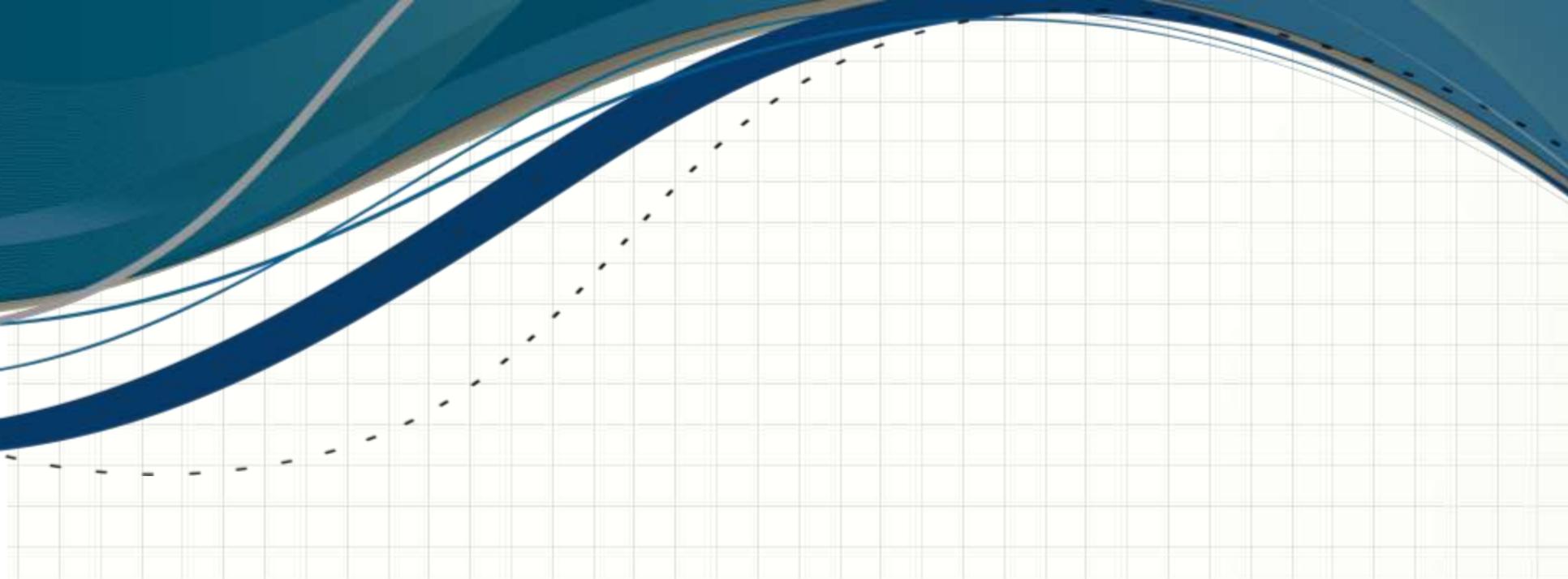
1-9-7-4-5-2-3-10-8-6-1

Custo: 140

Exercício (para entrega)

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

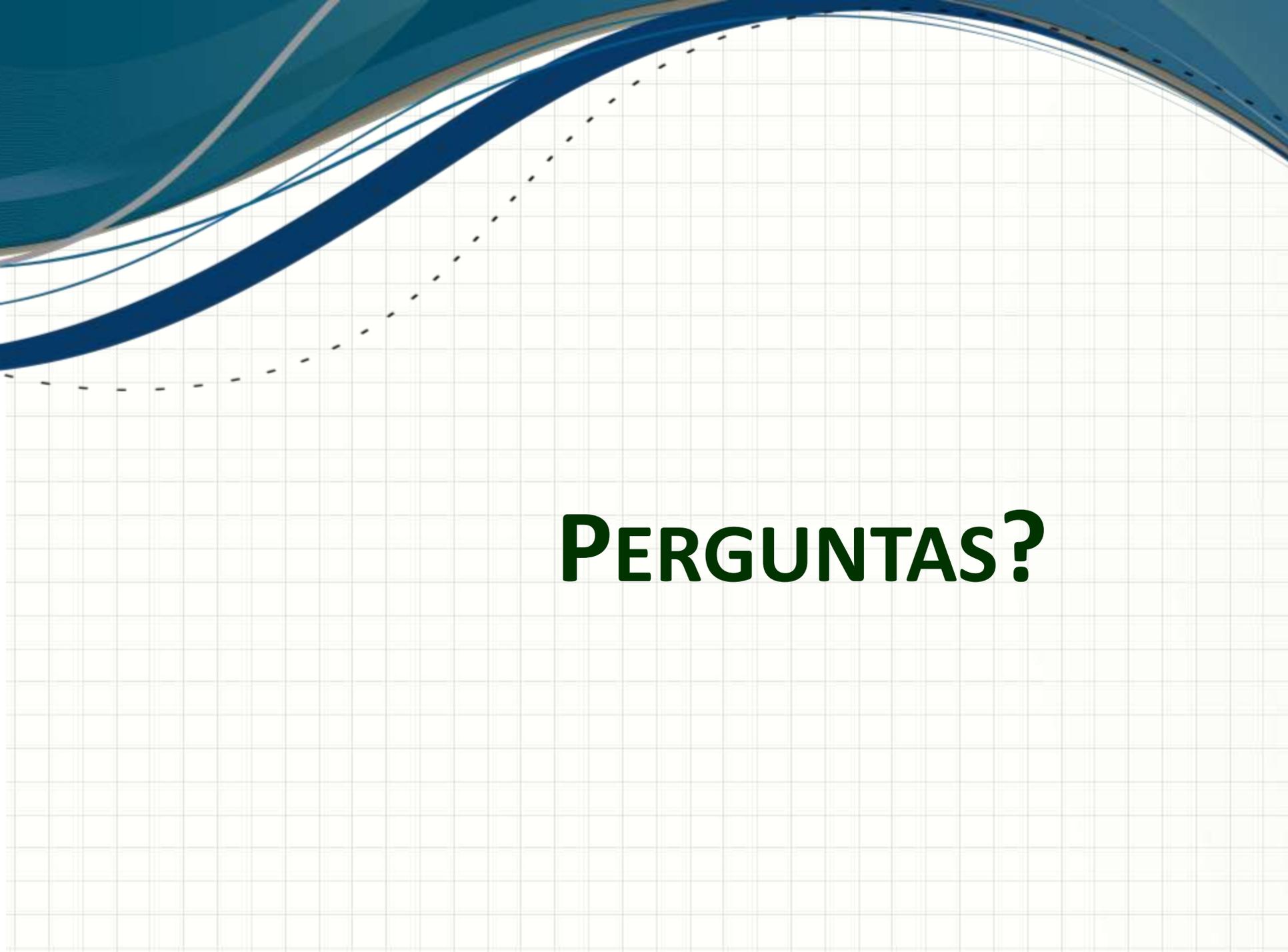
O/D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	41	8	18	8	14	33	32	25	11
2	24	-	29	38	32	14	9	32	10	25
3	30	9	-	32	12	16	39	15	16	24
4	31	9	19	-	28	10	40	37	40	40
5	41	10	22	38	-	24	42	26	8	23
6	9	41	28	34	28	-	33	13	11	17
7	21	27	37	28	11	12	-	26	36	22
8	9	25	13	14	33	8	18	-	13	15
9	19	31	19	38	41	19	14	41	-	41
10	13	29	25	33	11	11	9	9	13	-



CONCLUSÕES

Resumo

- Caixeiro Viajante
 - Problema simples
 - Solução complexa
 - Método básico: vizinho mais próximo
 - Nem sempre solução ótima!
 - **TAREFA:** Exercícios Aula 11
-
- Outros métodos de solução?
 - Método da inserção com o menor encargo



PERGUNTAS?



EXERCÍCIO

Exercício (para casa)

- Resolva pelo método do vizinho mais próximo

O/D	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	9	35	26	18	16	42	24
2	26	-	11	15	18	38	34	40
3	9	21	-	21	15	11	33	37
4	32	33	40	-	36	30	24	32
5	37	11	29	26	-	25	38	26
6	14	28	13	14	9	-	20	22
7	31	17	20	29	25	27	-	19
8	9	18	32	38	35	32	38	-