

# **MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

## **VIGAS**

### **PARTE I**

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

# Objetivos

- Conceituar viga e os tipos de cargas que nela atuam
- Conceituar forças cortantes e momentos fletores

- **Atividade Aula 6 – SAVA!**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Mecânica dos Sólidos – Aula 6)

Material Didático

Mecânica Geral (MACIEL), Cap. 5 (SAVA)

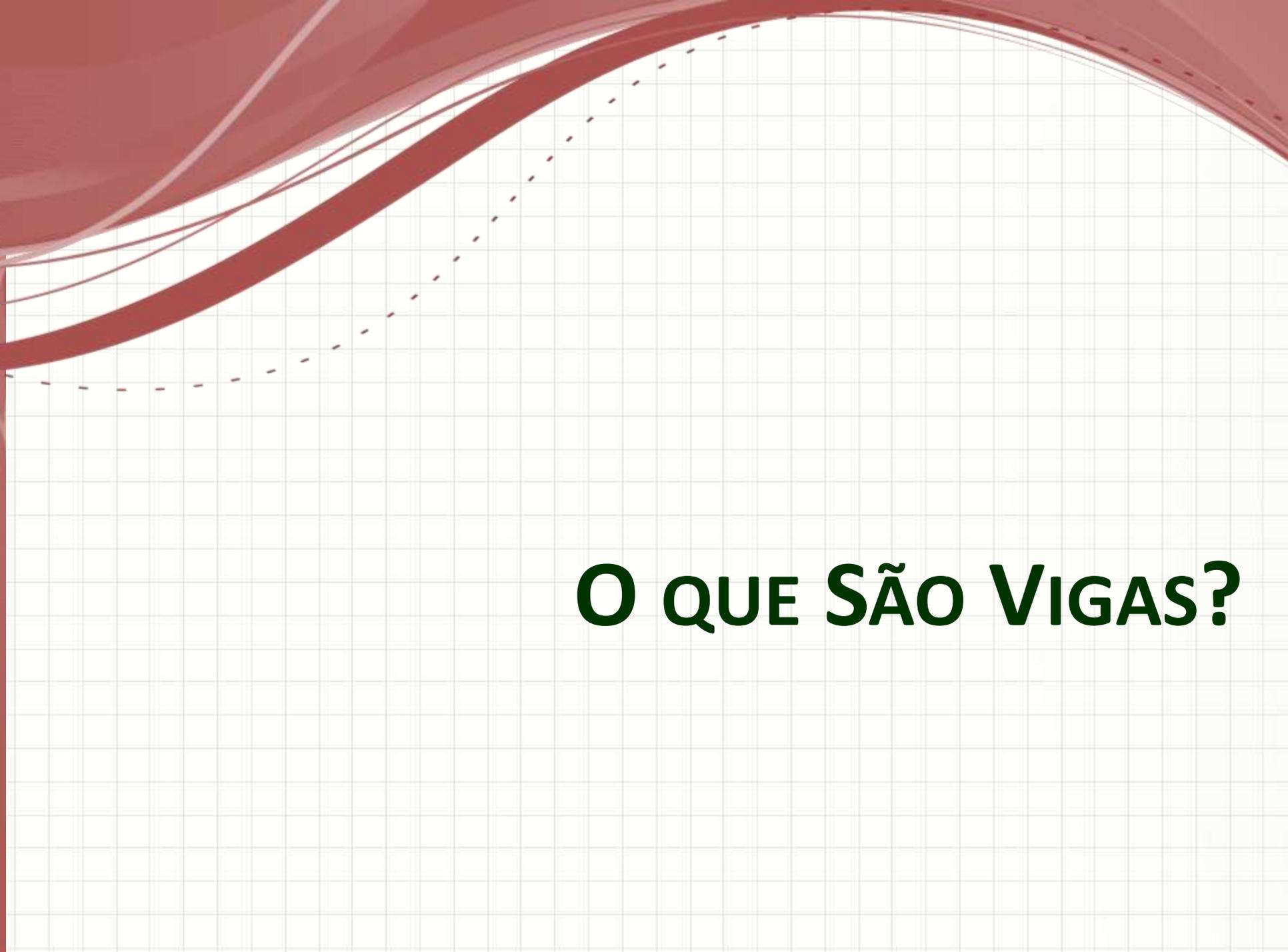
Minha Biblioteca

Estática e Mecânica dos Materiais (BERR;JOHNSTON),  
Cap. 11, 12 e 13

Biblioteca Virtual

Resistência dos Materiais (Hibbeler, 7ª, pgs 181-201)

---



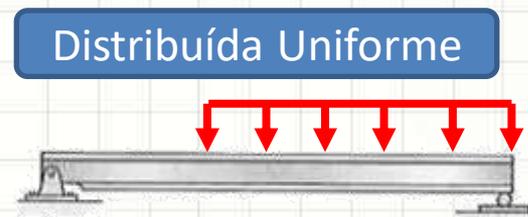
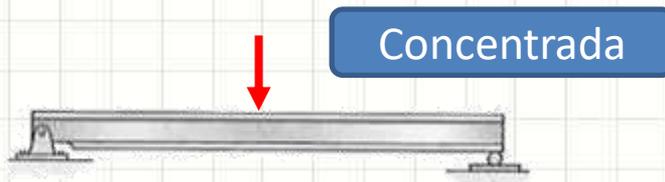
**O QUE SÃO VIGAS?**

# Objeto de Estudo

- Vigas – Cargas perpendiculares ao eixo



- Tipos de Cargas

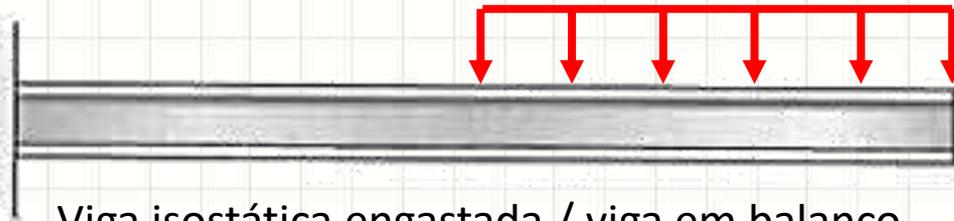


# Objeto de Estudo

- Tipos Clássicos de Vigas



Viga isostática bi-apoiada



Viga isostática engastada / viga em balanço



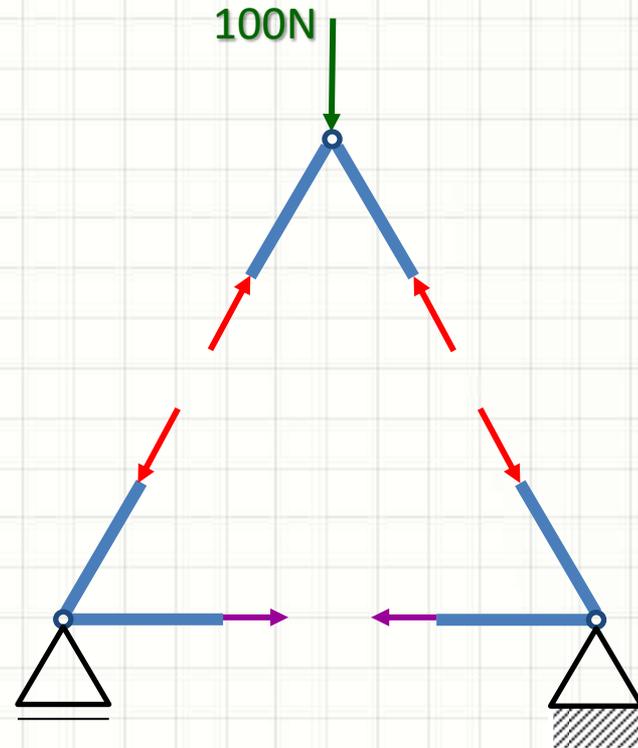
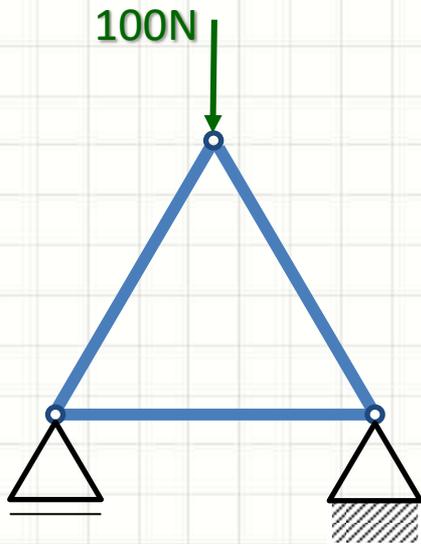
Viga isostática bi-apoiada com extremidade em balanço



# **ESFORÇOS INTERNOS NAS VIGAS**

# Forças Internas

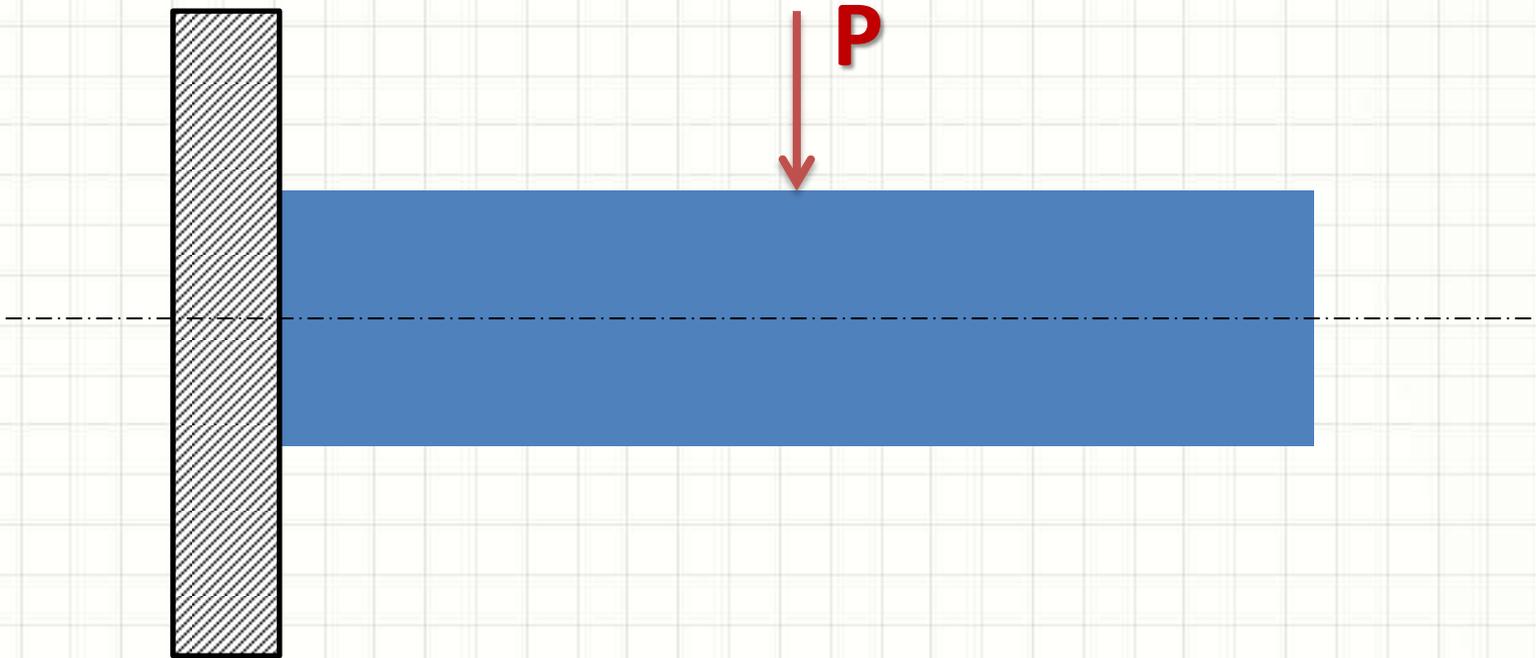
- Forças Internas: mantém estrutura coesa
- Em treliças: só **Tração** e **Compressão**



- E nas vigas?

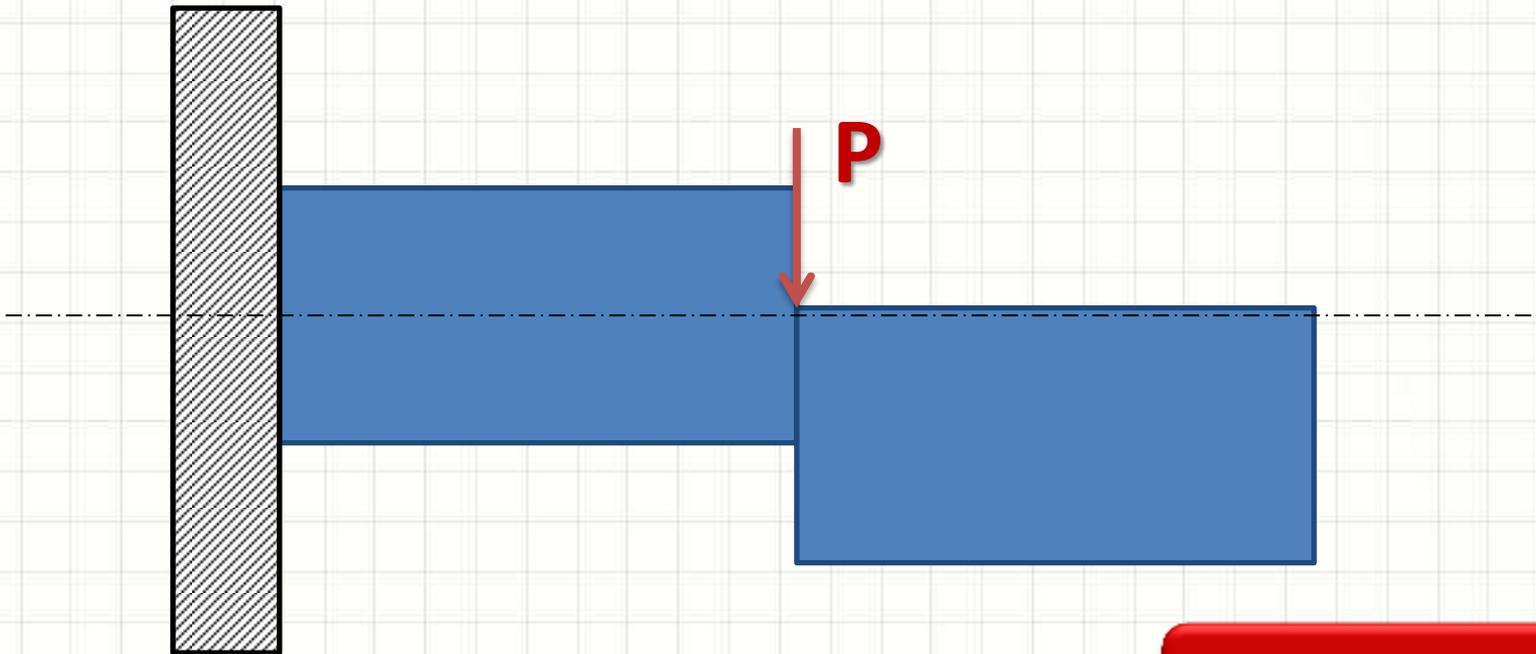
# Força Cortante

- Força Cortante: aquela que tende a “fatiar”
  - É perpendicular ao eixo da barra



# Força Cortante

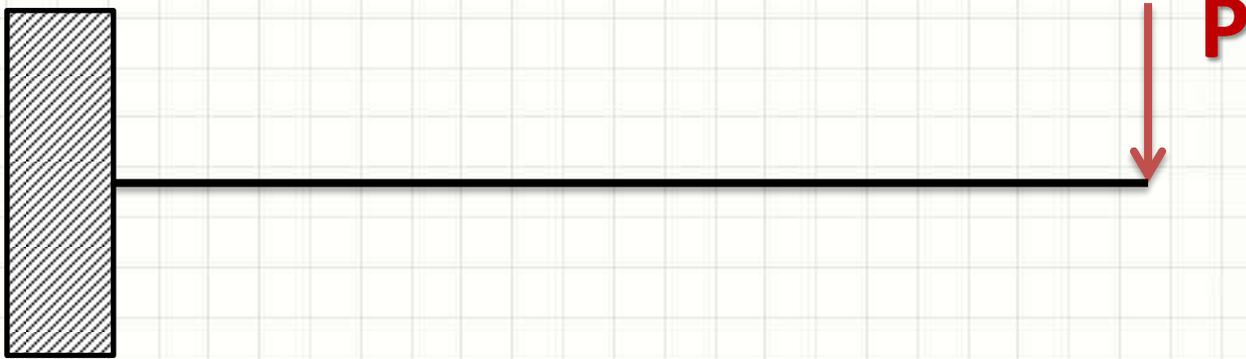
- Força Cortante: aquela que tende a “fatiar”
  - É perpendicular ao eixo da barra



Só isso?

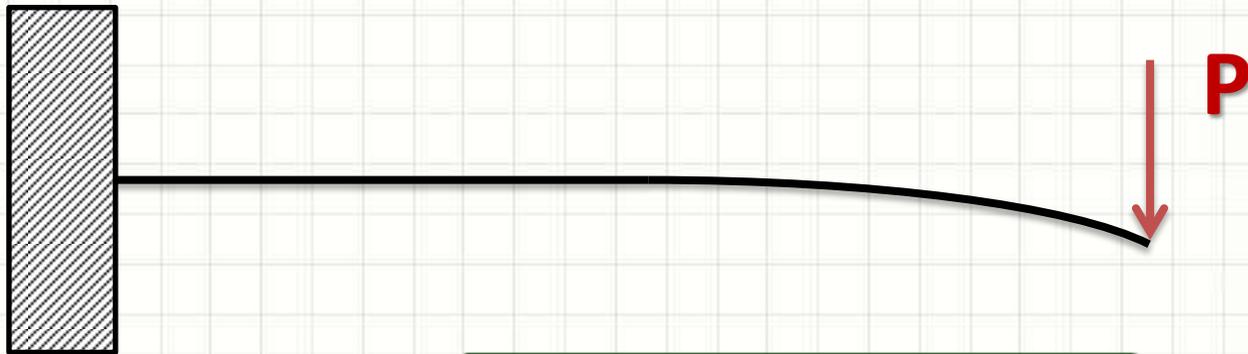
# Momento Fletor

- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
  - Resulta das forças cortantes



# Momento Fletor

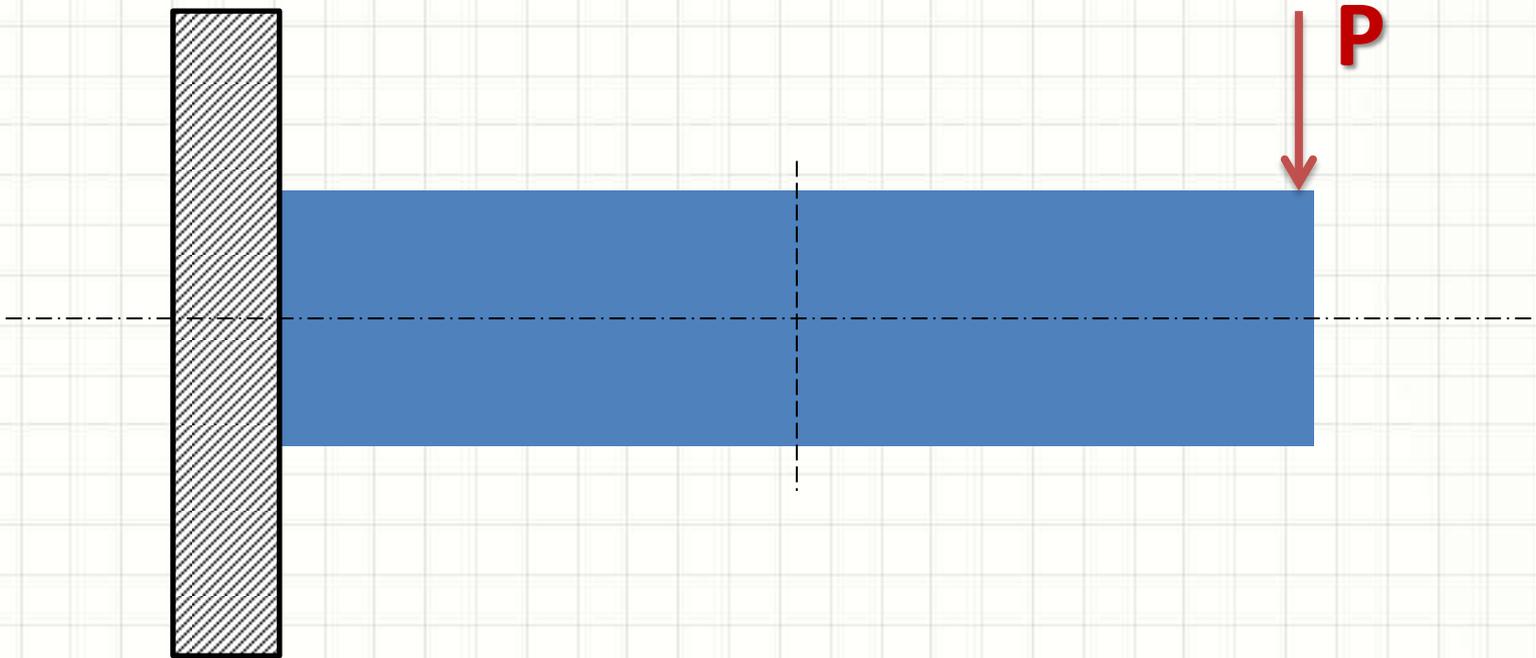
- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
  - Resulta das forças cortantes



Para compreender,  
precisamos analisar  
um modelo  
diferente...

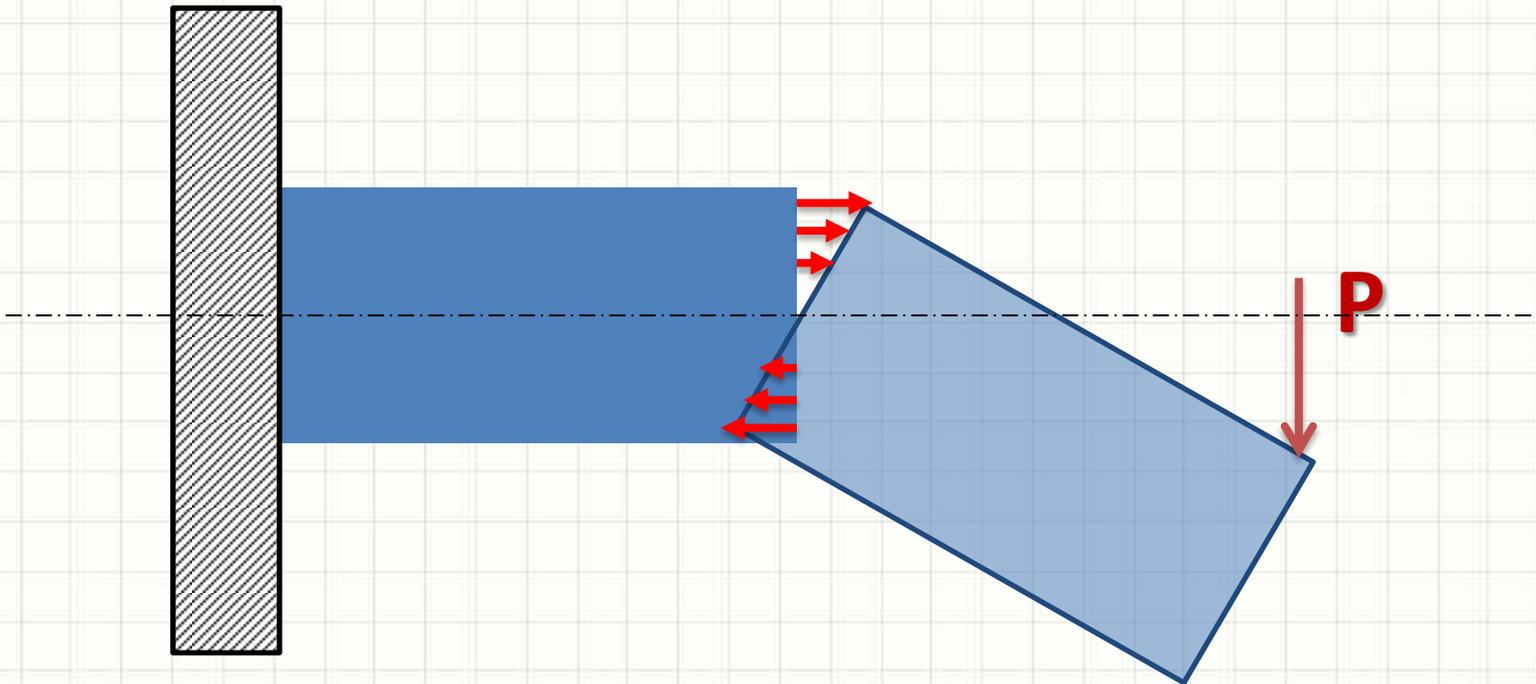
# Momento Fletor

- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
  - Resulta das forças cortantes



# Momento Fletor

- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
  - Resulta das forças cortantes

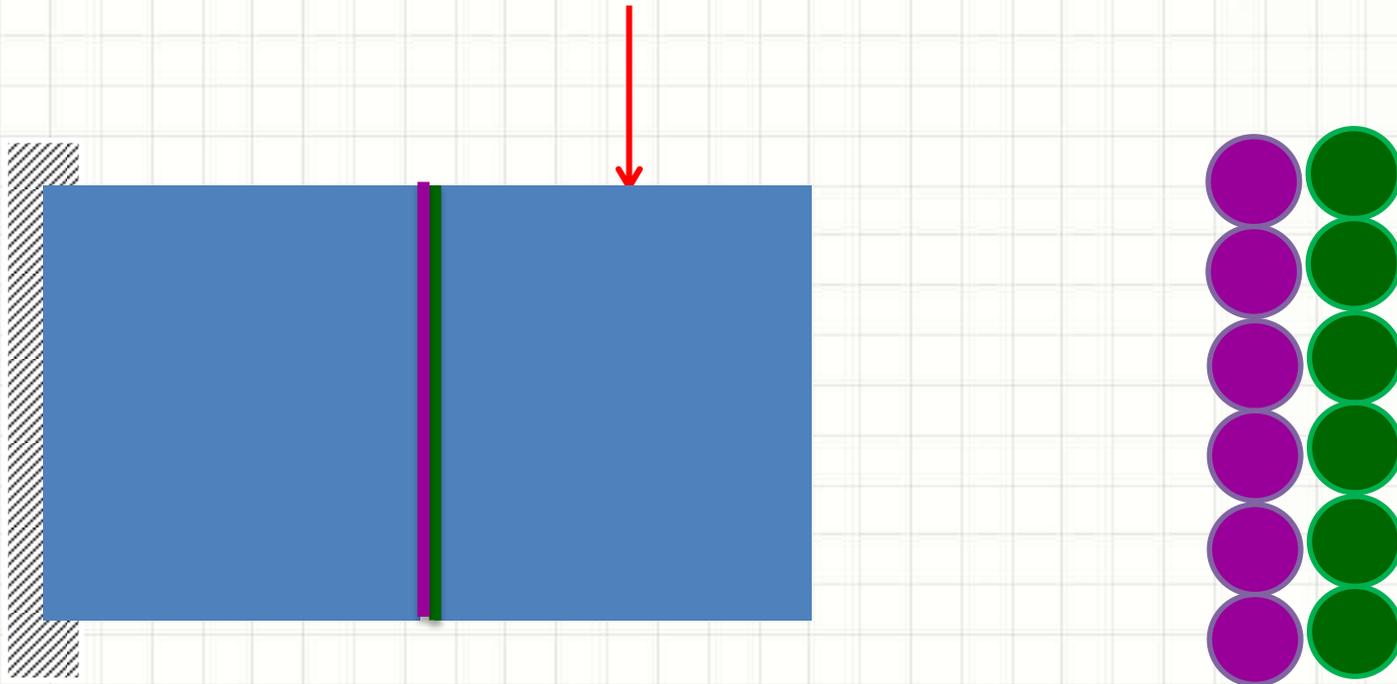




# **ESFORÇOS CORTANTES E AS TENSÕES DE CISALHAMENTO**

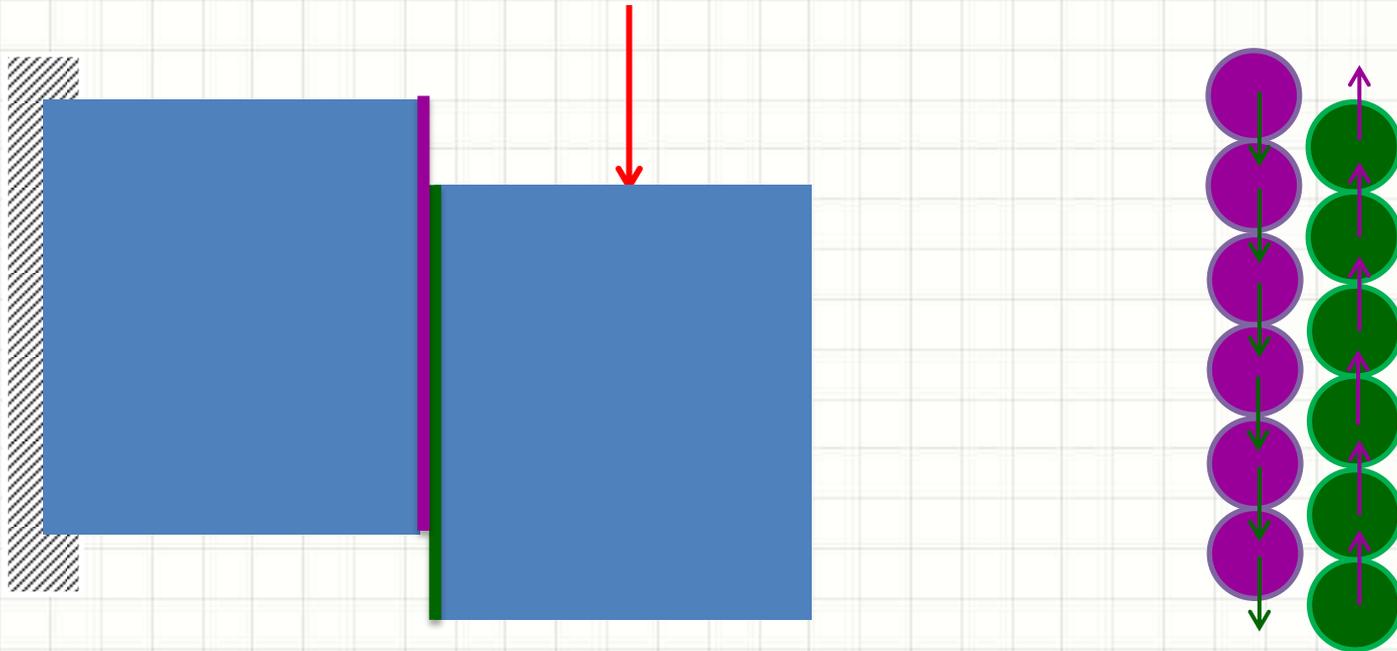
# Esforços Cortantes

- O que são?



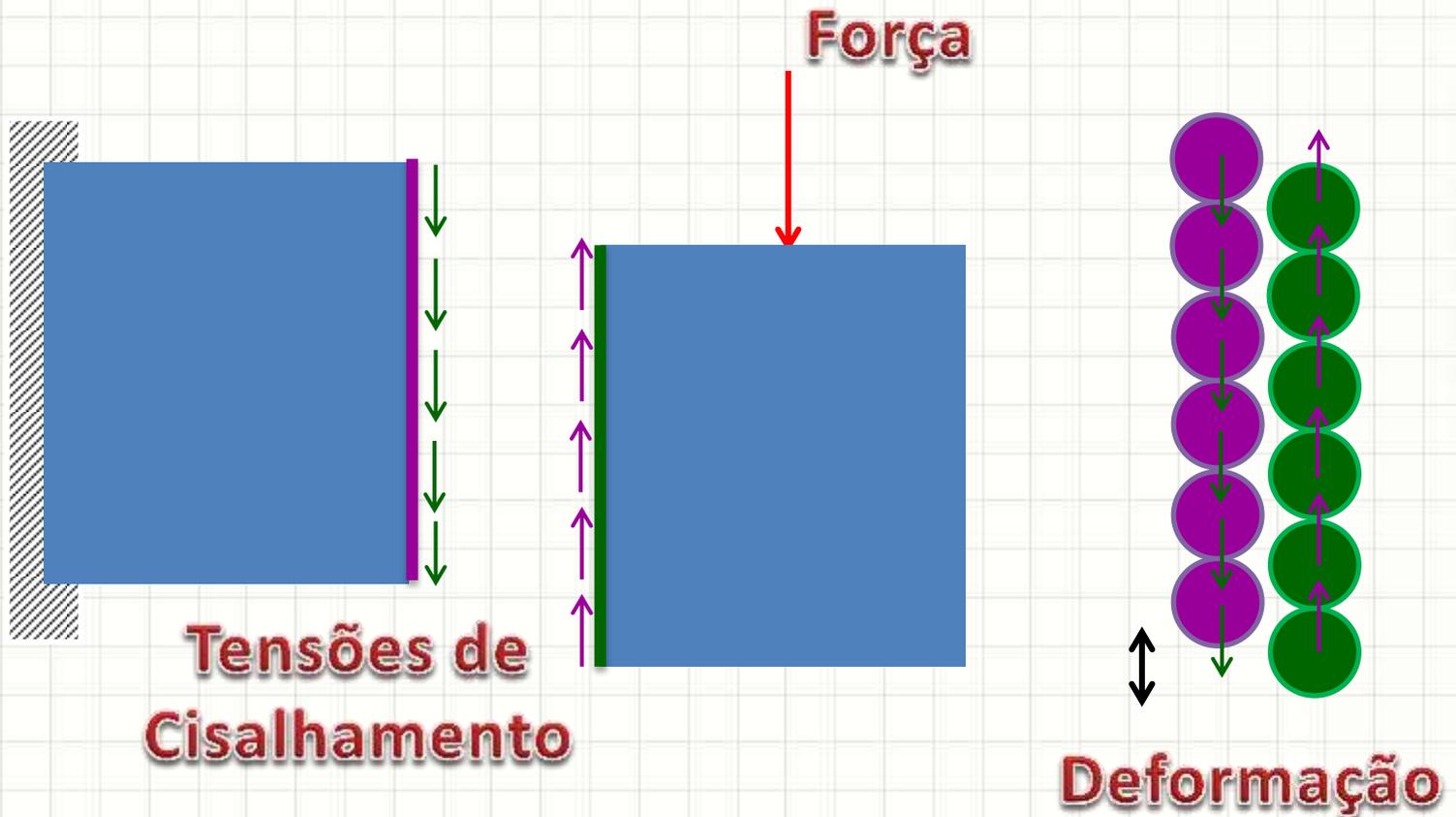
# Esforços Cortantes

- O que são?



# Esforços Cortantes

- O que são?

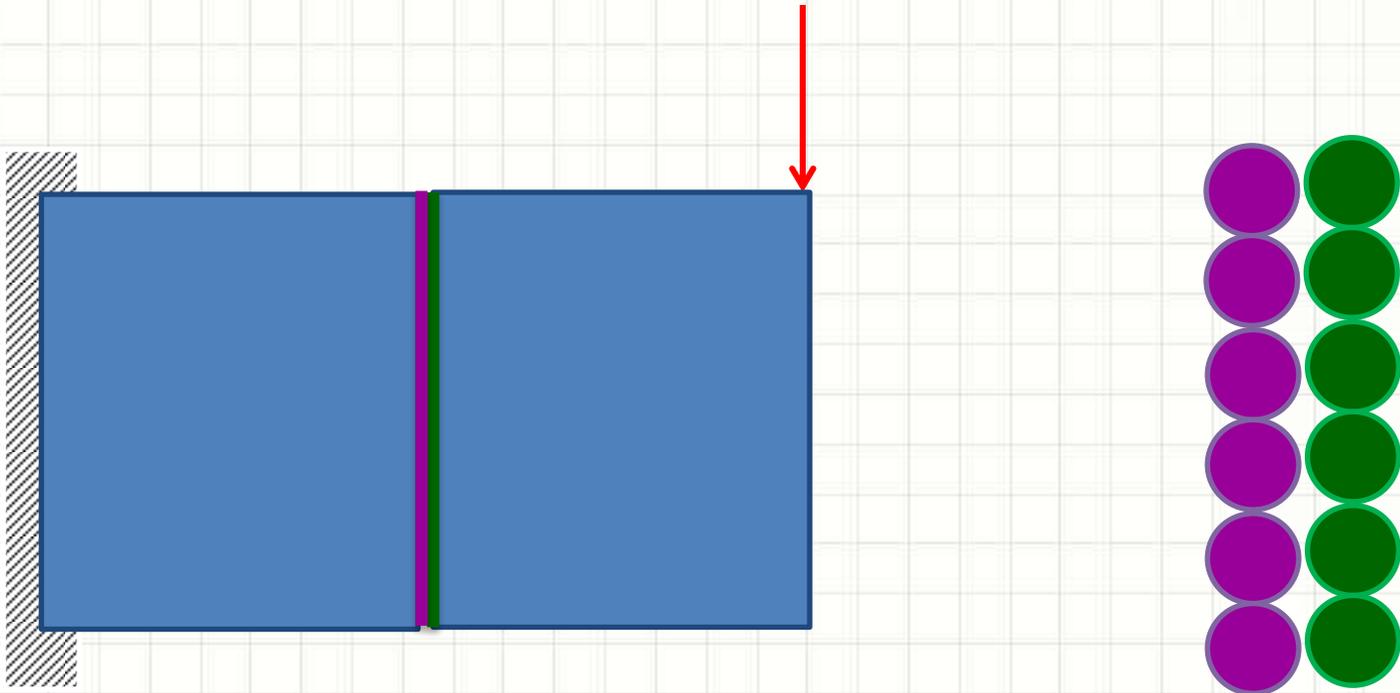




# **MOMENTO FLETOR E AS TENSÕES NORMAIS**

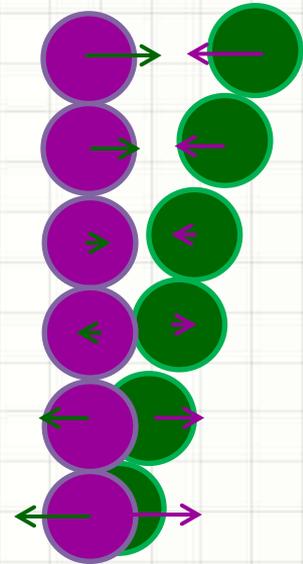
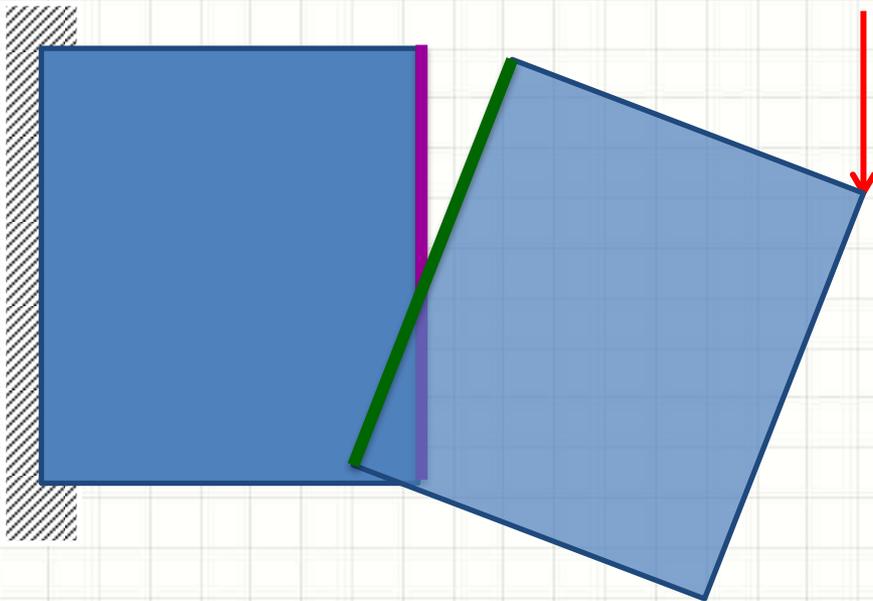
# Tensões Normais

- O que são?



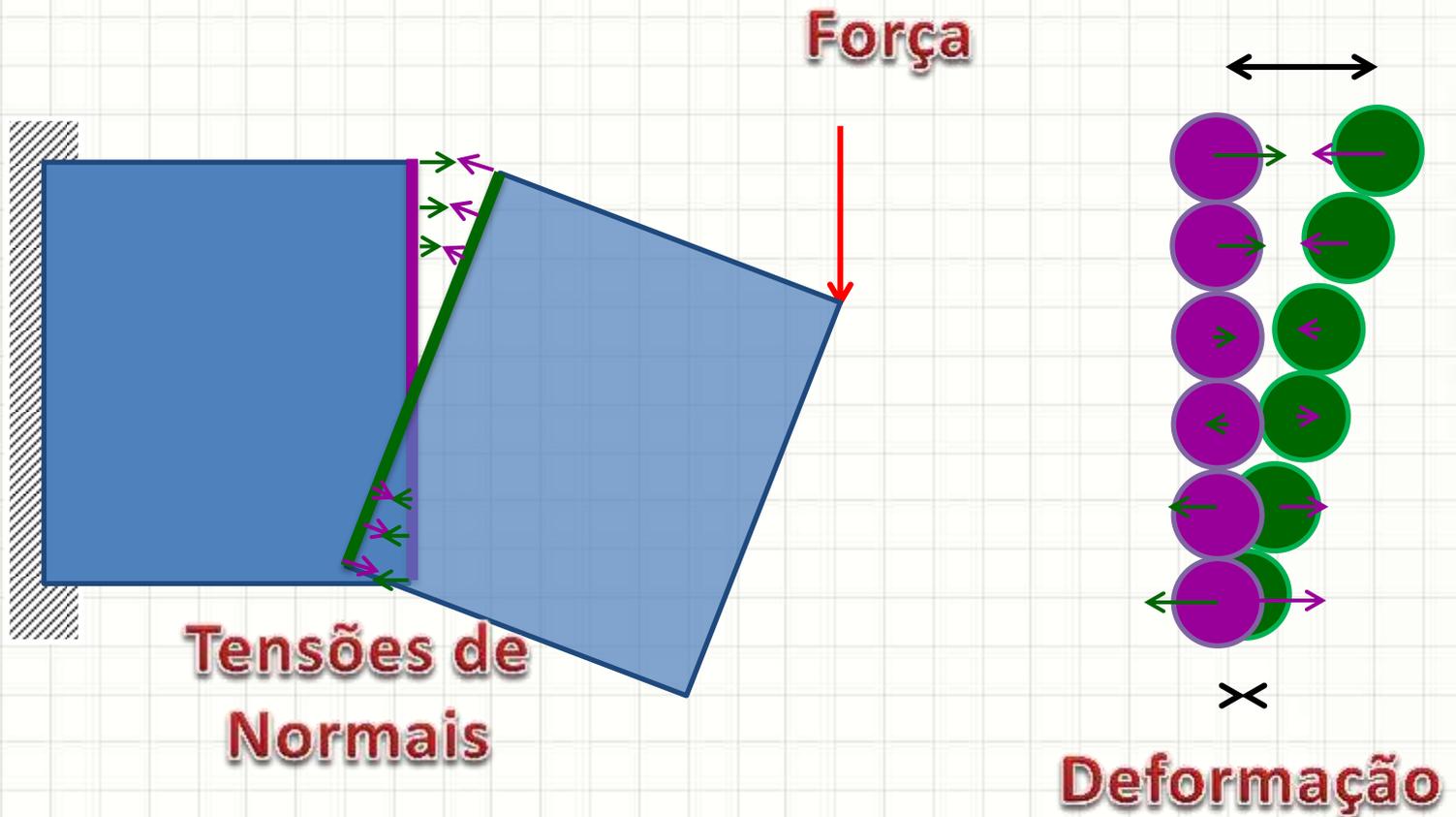
# Esforços Cortantes

- O que são?



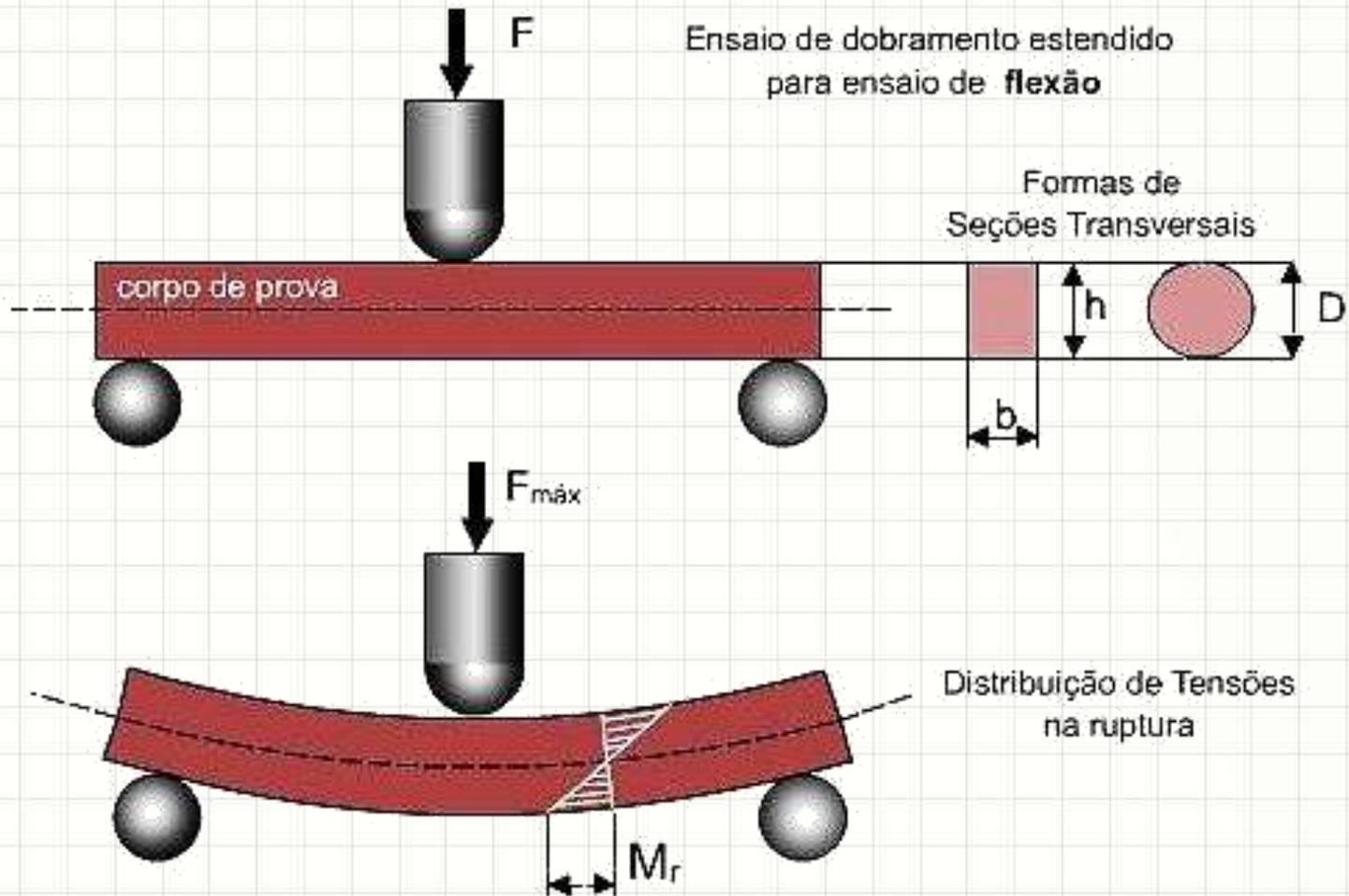
# Esforços Cortantes

- O que são?



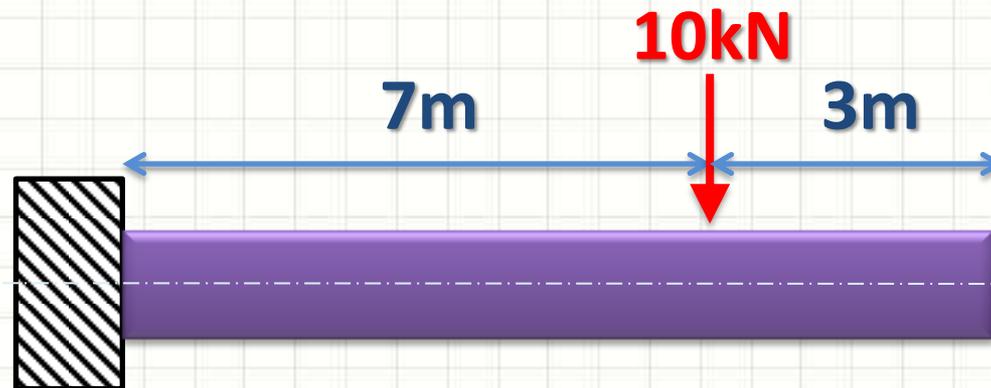
# Momento Fletor

- Tensões Normais em viga Bi-Apoiada



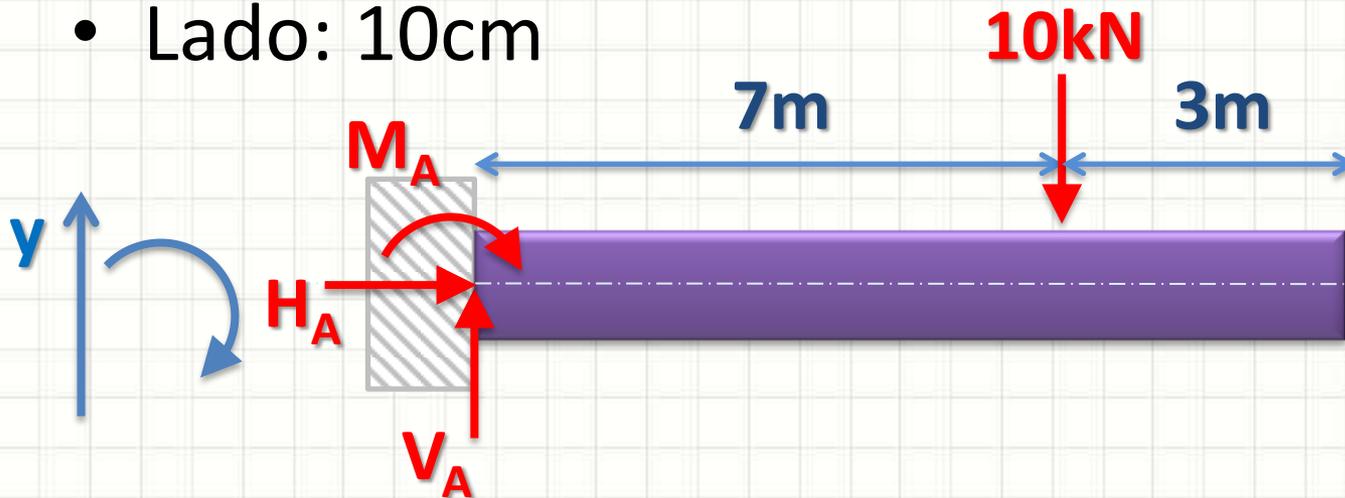
# Exemplo

- Considere a viga abaixo, de seção quadrada de lado 10cm. Calcule as reações de apoio.



# Exemplo

- Lado: 10cm



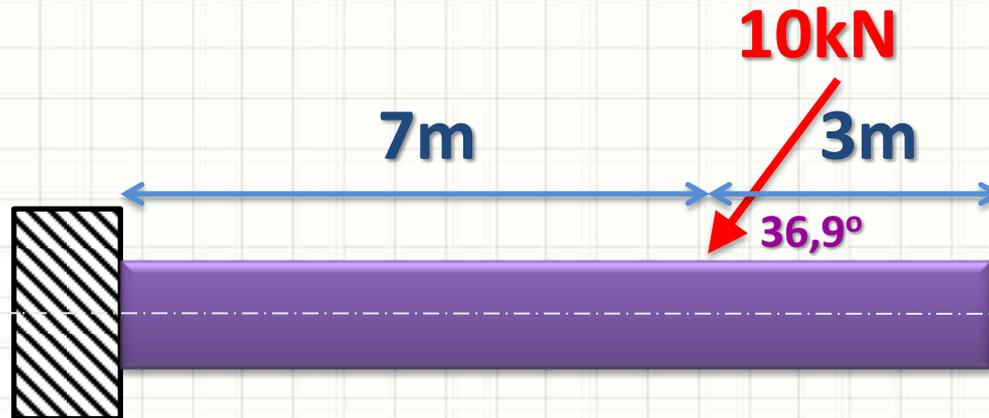
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = 0\text{kN}}$$

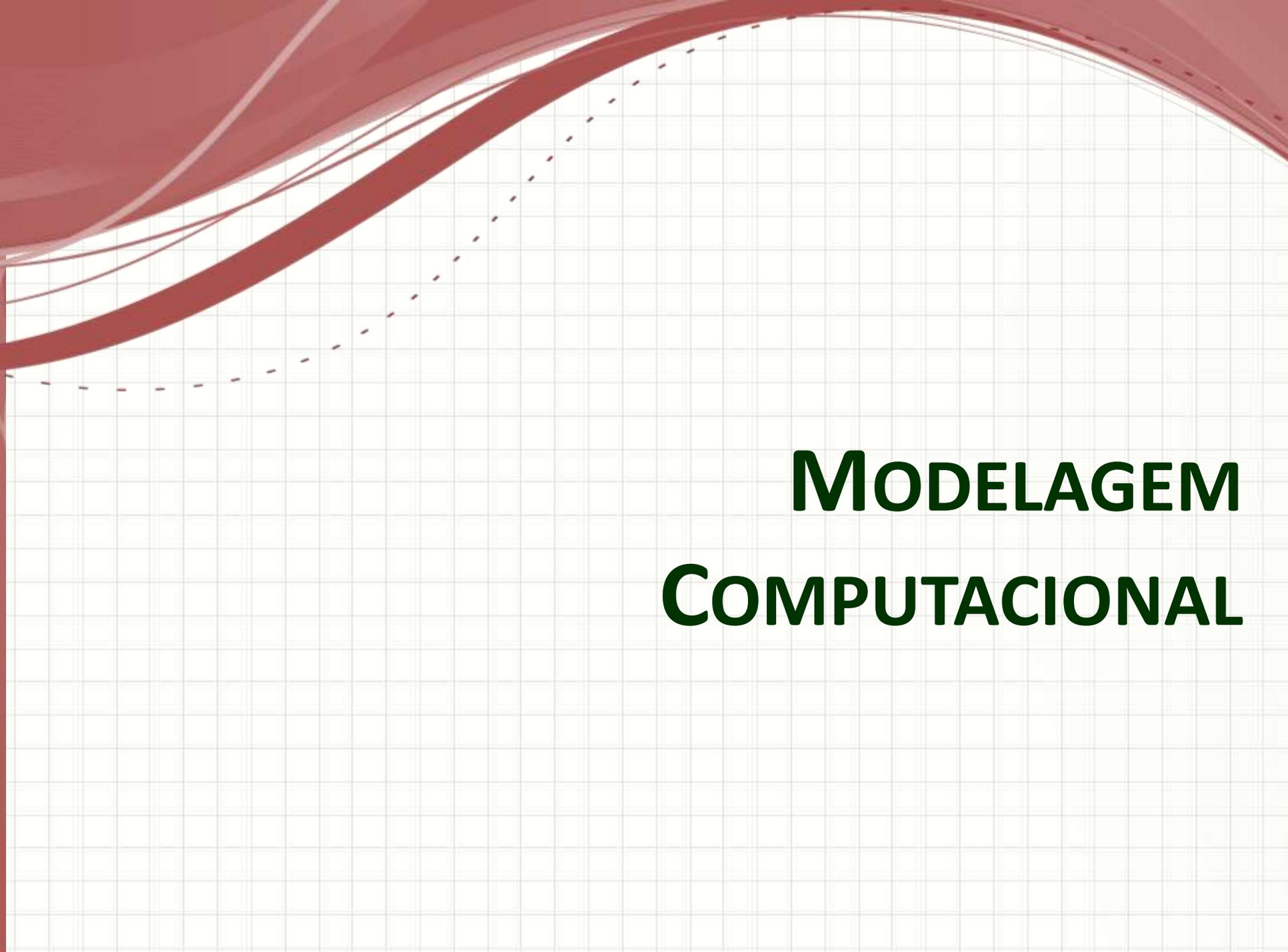
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - 10000 = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = 10\text{kN}}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 10000 \cdot 7 = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = 70\text{kN.m}}$$

# Exercício

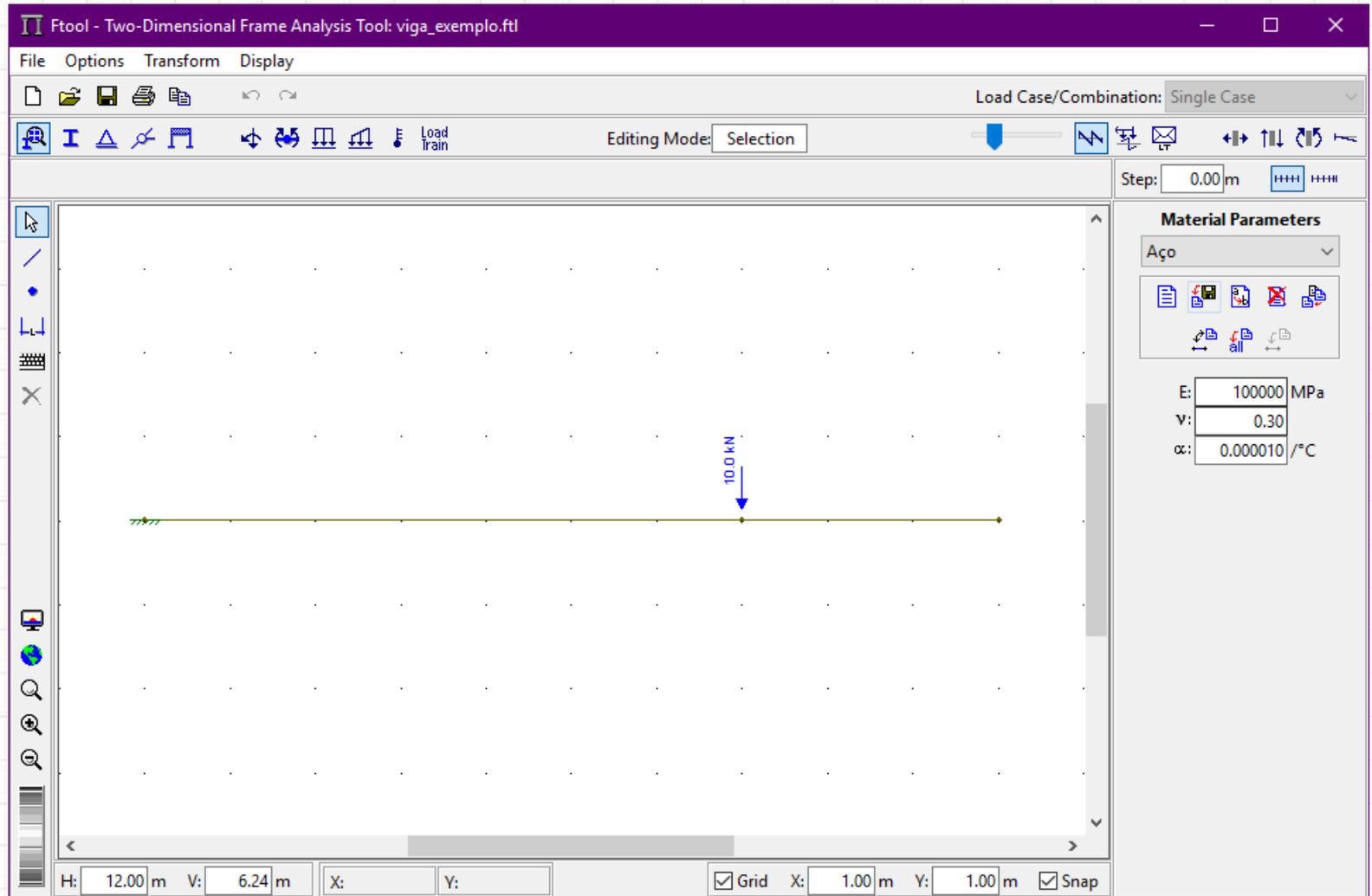
- Considere a viga abaixo, de seção retangular de lado 20x10cm. Calcule as reações de apoio



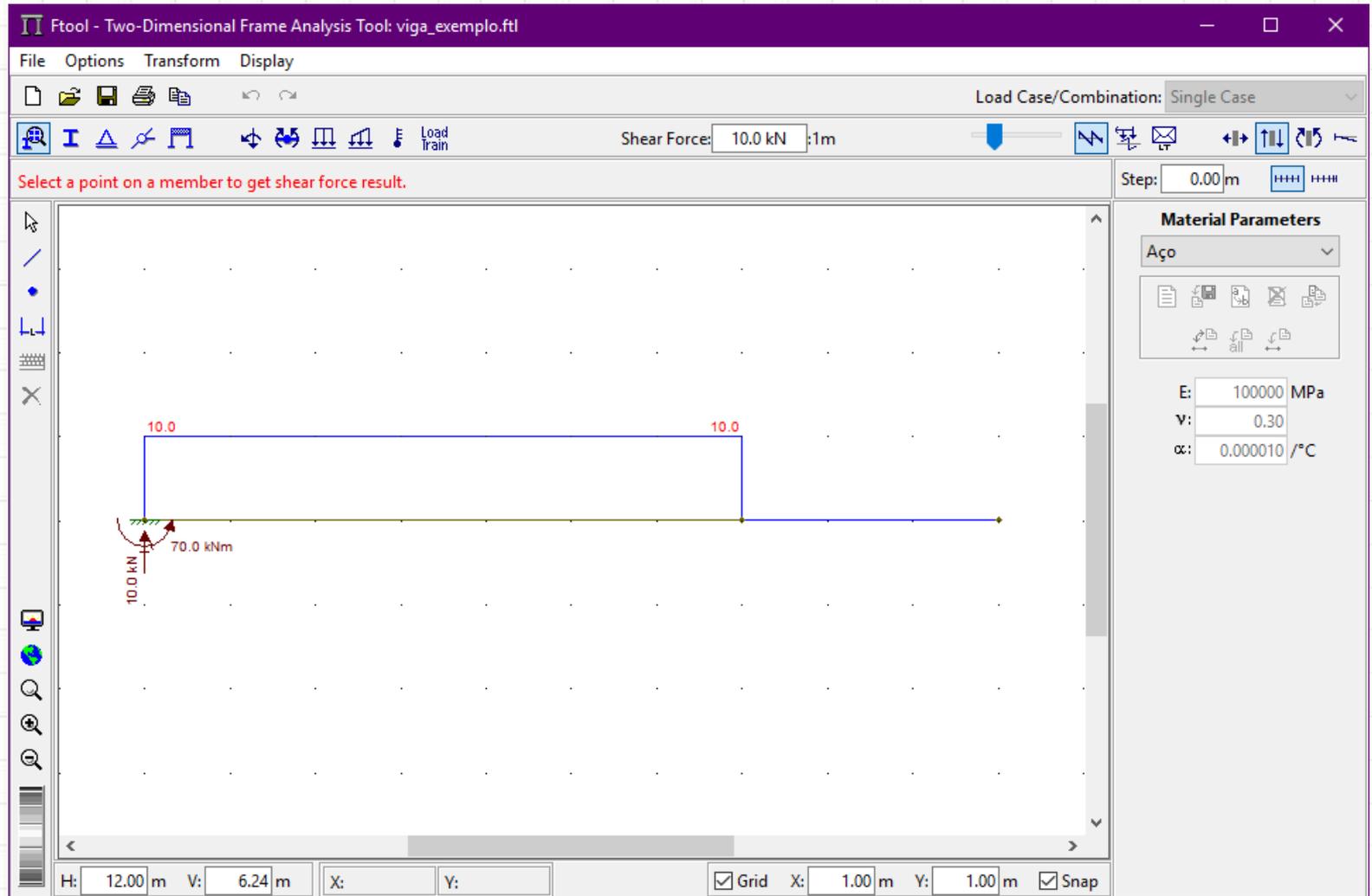


# **MODELAGEM COMPUTACIONAL**

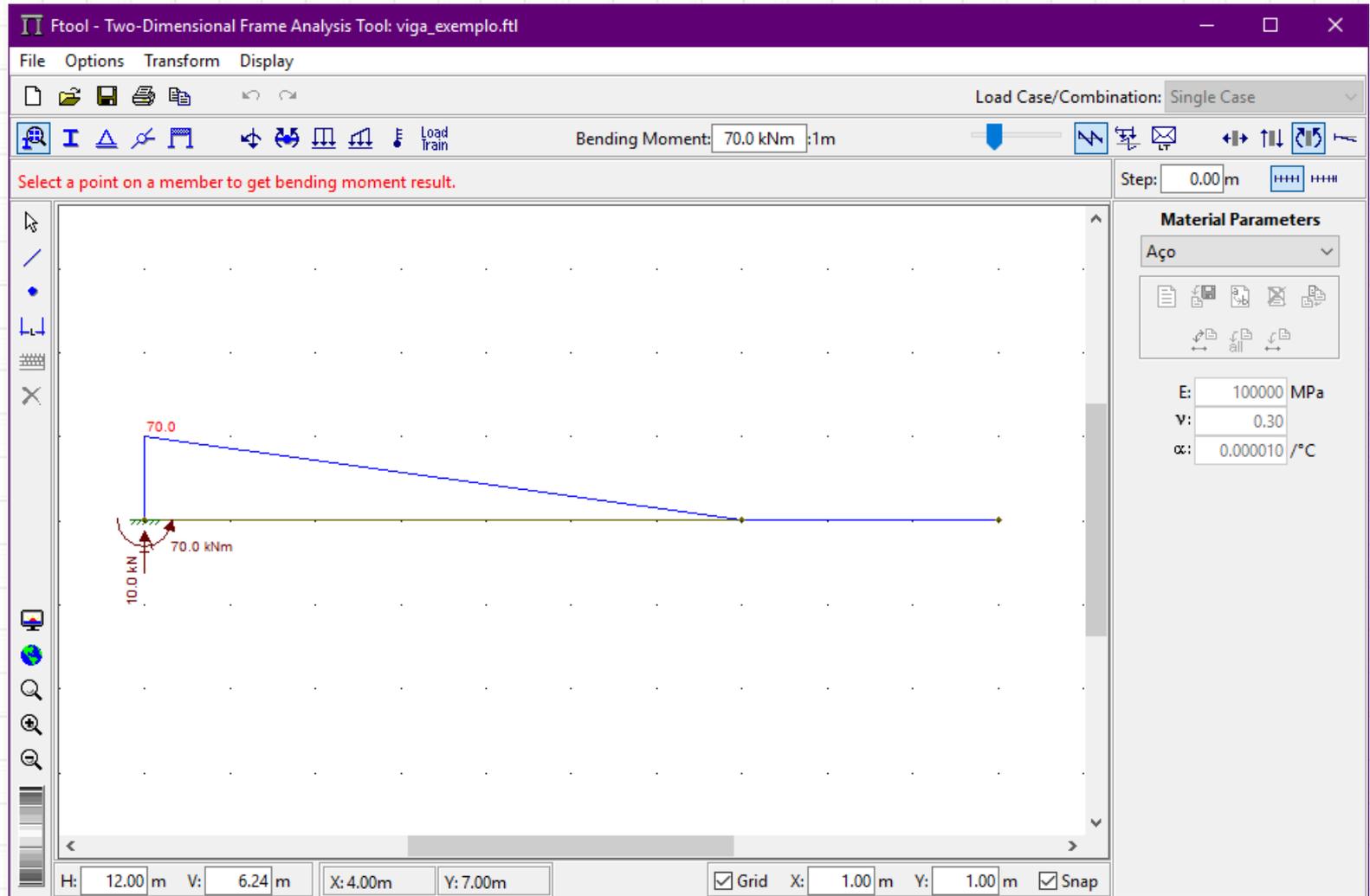
# Modelagem Computacional



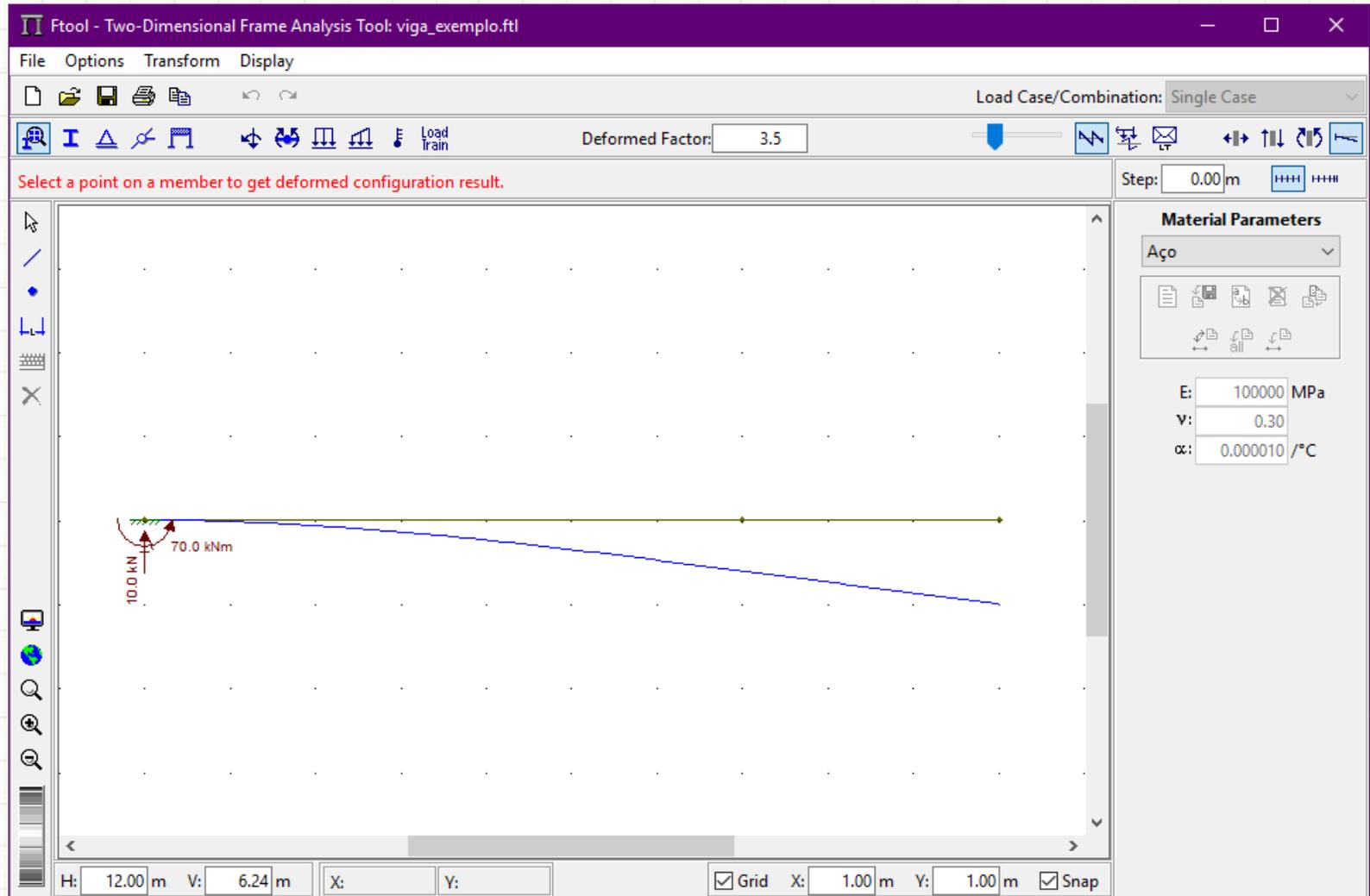
# Modelagem Computacional



# Modelagem Computacional



# Modelagem Computacional



# Modelagem Computacional

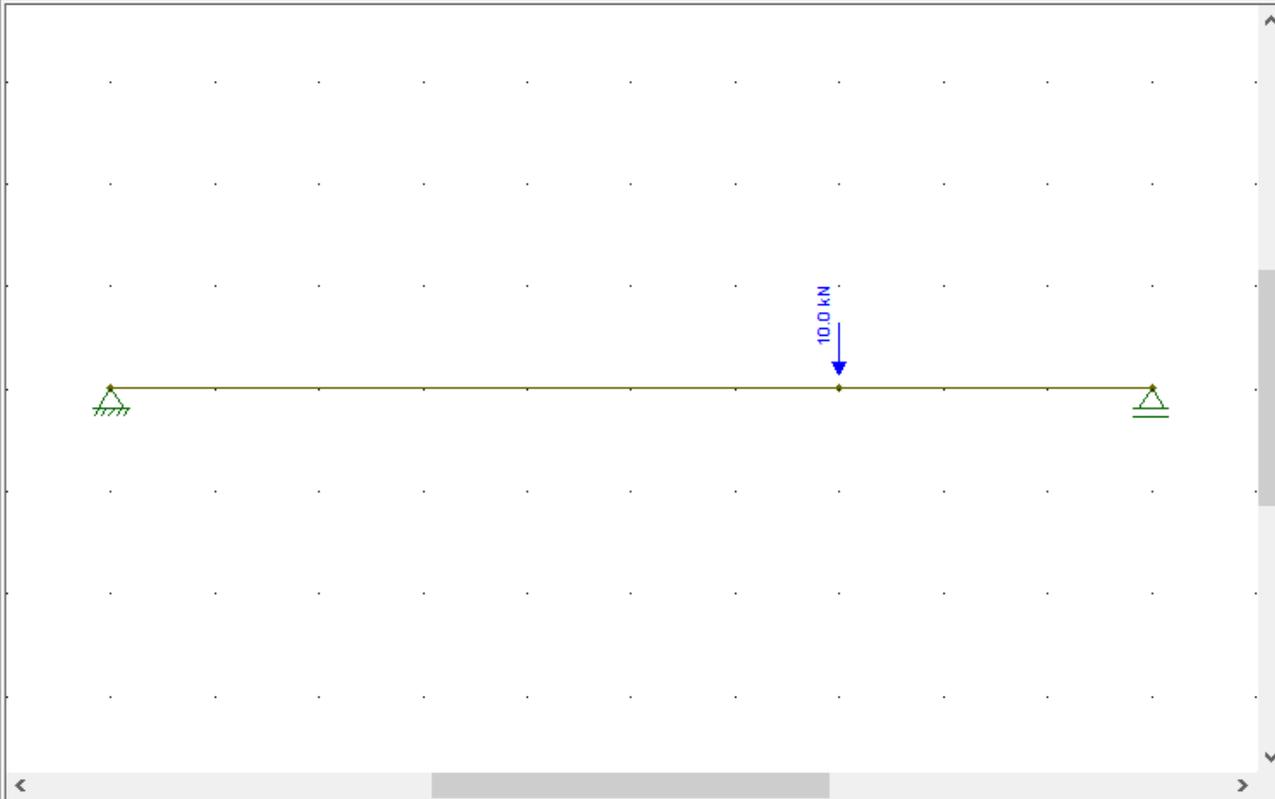
FTool - Two-Dimensional Frame Analysis Tool: viga\_exemplo\_2.ftl

File Options Transform Display

Load Case/Combination: Single Case

Editing Mode: Selection

Step: 0.00 m



**Support Conditions**

Displac. X:  Free  Fix  Spring  Kx

Displac. Y:  Free  Fix  Spring  Ky

Rotation Z:  Free  Fix  Spring  Kz

Angle: 0.0 deg

Prescribed Displacem./Rot.

Dx:  mm

Dy:  mm

Rz:  rad

**Spring Stiffness Values**

Kx:  kN/m

Ky:  kN/m

Kz:  kNm/rad

H: 12.00 m V: 7.45 m X:  Y:

Grid X: 1.00 m Y: 1.00 m  Snap

# Modelagem Computacional

FTool - Two-Dimensional Frame Analysis Tool: viga\_exemplo\_2.ftl

File Options Transform Display

Load Case/Combination: Single Case

Shear Force: 7.0 kN :1m

Select a point on a member to get shear force result.

Step: 0.00 m

**Support Conditions**

Displac. X:  Free  Fix  Spring  Kx

Displac. Y:  Free  Fix  Spring  Ky

Rotation Z:  Free  Fix  Spring  Kz

Angle: 0.0 deg

Prescribed Displacem./Rot.

Dx: mm  
Dy: mm  
Rz: rad

**Spring Stiffness Values**

Kx: kN/m  
Ky: kN/m  
Kz: kNm/rad

H: 12.00 m V: 7.45 m X: Y:

Grid X: 1.00 m Y: 1.00 m  Snap

# Modelagem Computacional

FTool - Two-Dimensional Frame Analysis Tool: viga\_exemplo\_2.ftl

File Options Transform Display

Load Case/Combination: Single Case

Bending Moment: 21.0 kNm :1m

Select a point on a member to get bending moment result.

Step: 0.00 m

**Support Conditions**

Displac. X:  Free  Fix  Spring  Kx

Displac. Y:  Free  Fix  Spring  Ky

Rotation Z:  Free  Fix  Spring  Kz

Angle: 0.0 deg

Prescribed Displacem./Rot.

Dx: mm  
Dy: mm  
Rz: rad

**Spring Stiffness Values**

Kx: kN/m  
Ky: kN/m  
Kz: kNm/rad

H: 12.00 m V: 7.45 m X: Y:  Grid X: 1.00 m Y: 1.00 m  Snap

# Modelagem Computacional

FTool - Two-Dimensional Frame Analysis Tool: viga\_exemplo\_2.ftl

File Options Transform Display

Load Case/Combination: Single Case

Deformed Factor: 39.9

Select a point on a member to get deformed configuration result.

Step: 0.00 m

**Support Conditions**

Displac. X:  Free  Fix  Spring  Kx

Displac. Y:  Free  Fix  Spring  Ky

Rotation Z:  Free  Fix  Spring  Kz

Angle: 0.0 deg

Prescribed Displacem./Rot.

Dx: mm  
Dy: mm  
Rz: rad

**Spring Stiffness Values**

Kx: kN/m  
Ky: kN/m  
Kz: kNm/rad

H: 12.00 m V: 7.45 m X: Y:  Grid X: 1.00 m Y: 1.00 m  Snap



# DIAGRAMAS DE ESFORÇOS CORTANTES

# Diagramas de Esforços Cortantes

- Por que traçar diagrama de cortante?
  - Cortante pode variar ao longo do comprimento
  - Encontrar o ponto de maior sollicitação

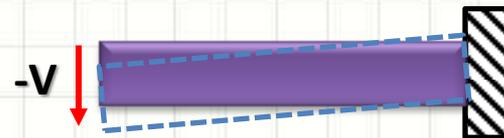
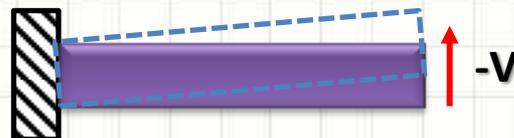
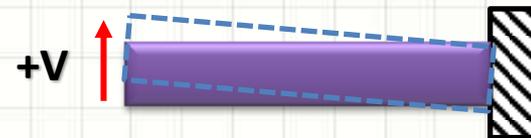
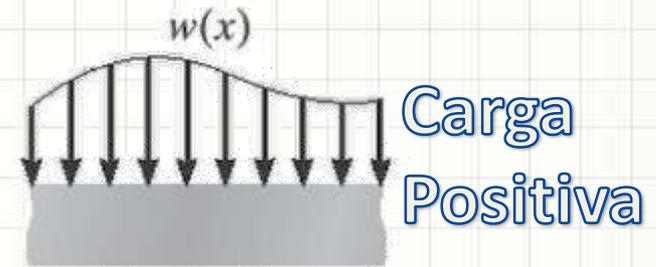
- Convenção de Sinais

- Carregamento

- De cima para baixo: +
    - De baixo para cima: -

- Cortante

- Gira sent. Horário: +
    - Gira sent. Anti-Horário: -

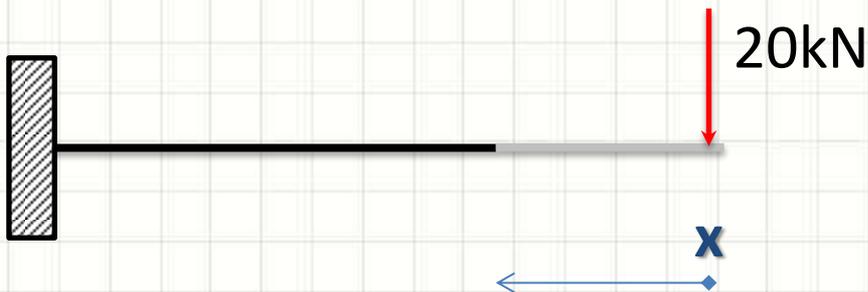


# Diagramas de Esforços Cortantes

- Força Cortante Concentrada



- Qual a força cortante em um ponto "x"?



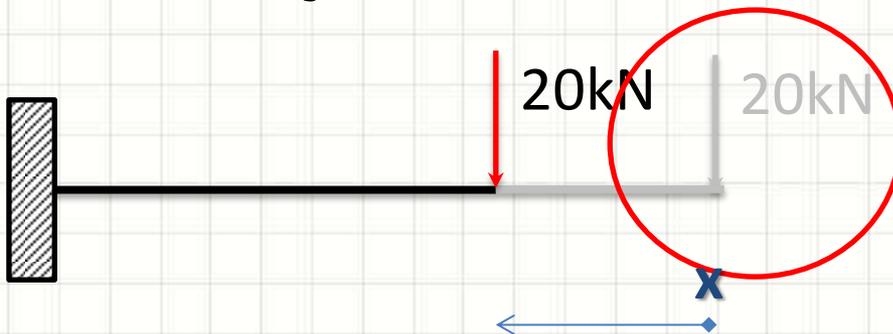
Redução dos  
Esforços ao  
ponto "x"

# Diagramas de Esforços Cortantes

- Força Cortante Concentrada



- Qual a força cortante em um ponto "x"?

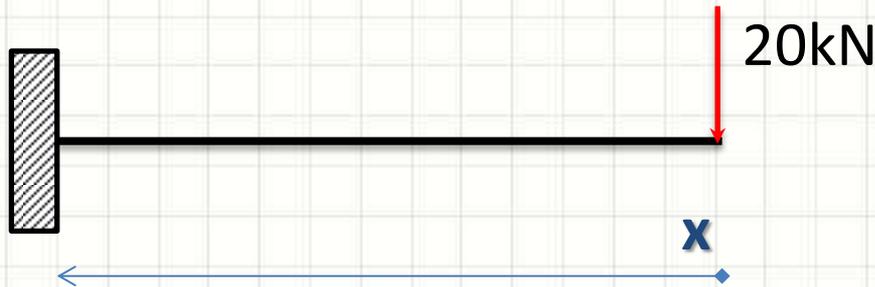


Sentido  
Horário!

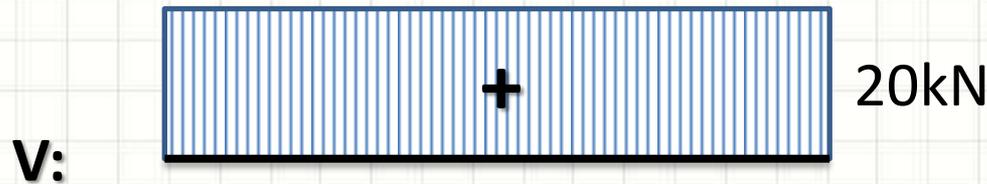
- $V(x) = 20\text{kN}$

# Diagramas de Esforços Cortantes

- Força Cortante Concentrada

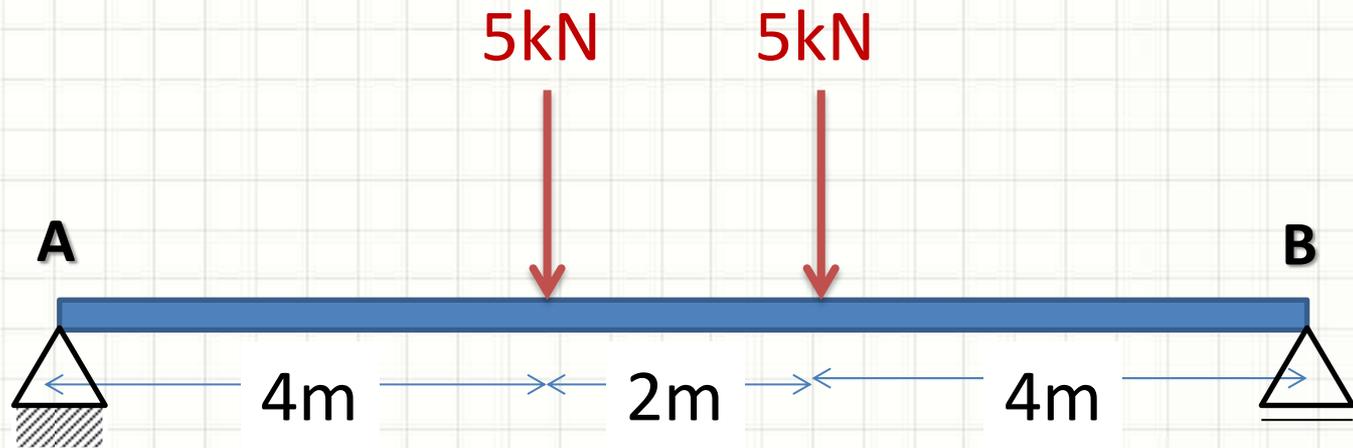


- $V(x) = 20\text{kN}$ ... Sentido horário
- Logo... O diagrama de cortante é



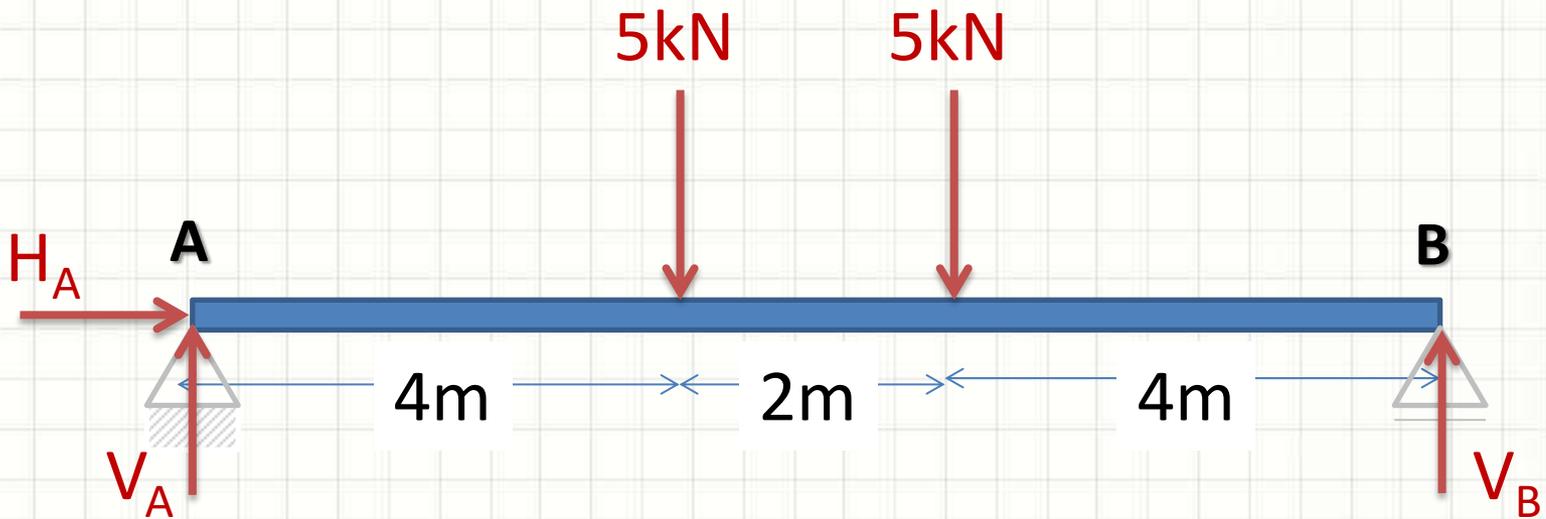
# Exemplo: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



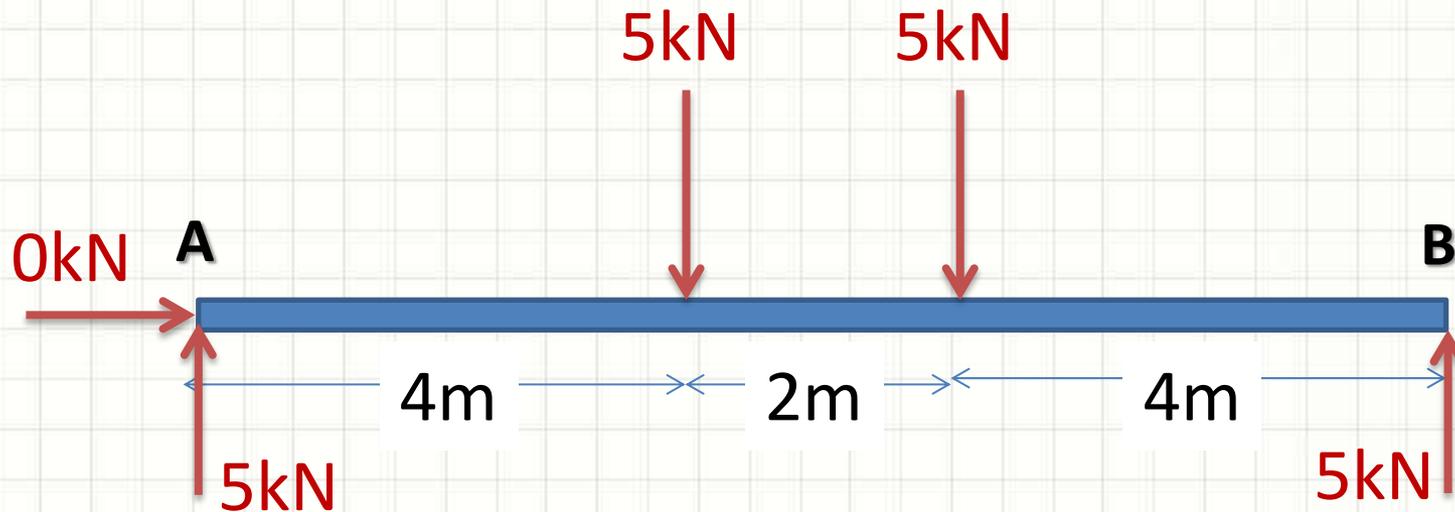
# Exemplo: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



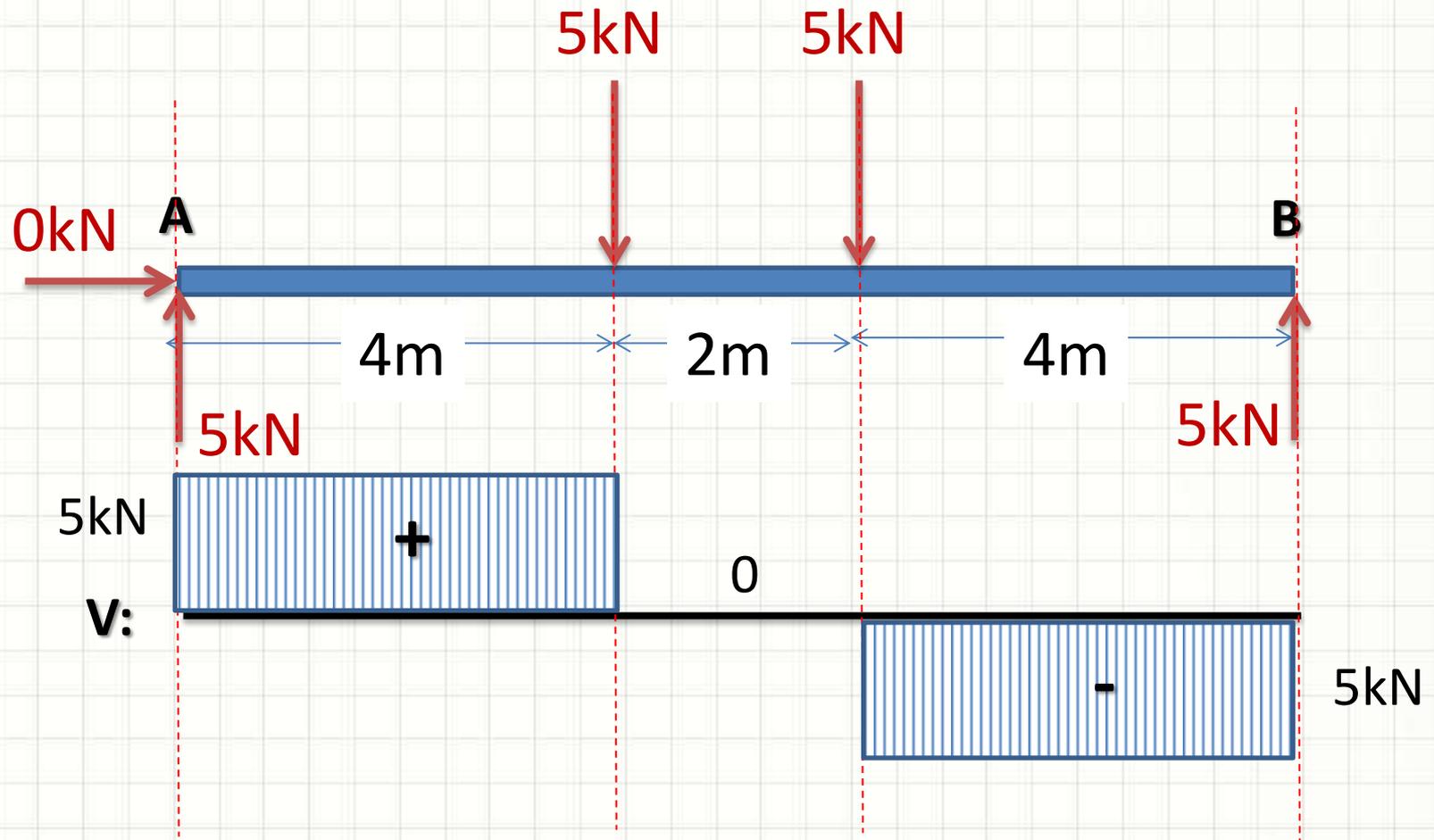
# Exemplo: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



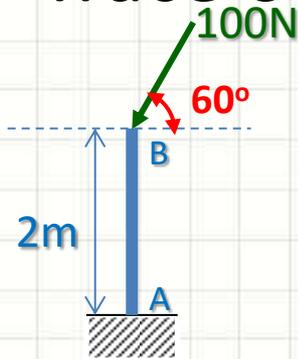
# Exemplo: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



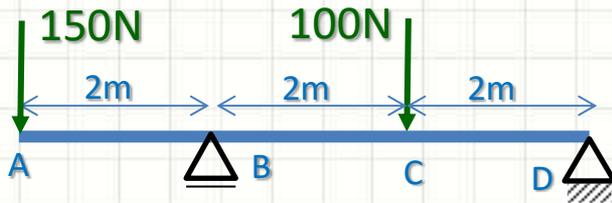
# Exercício: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



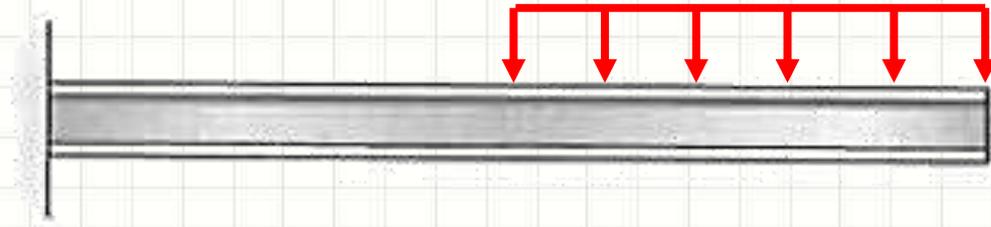
# Exercício

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:

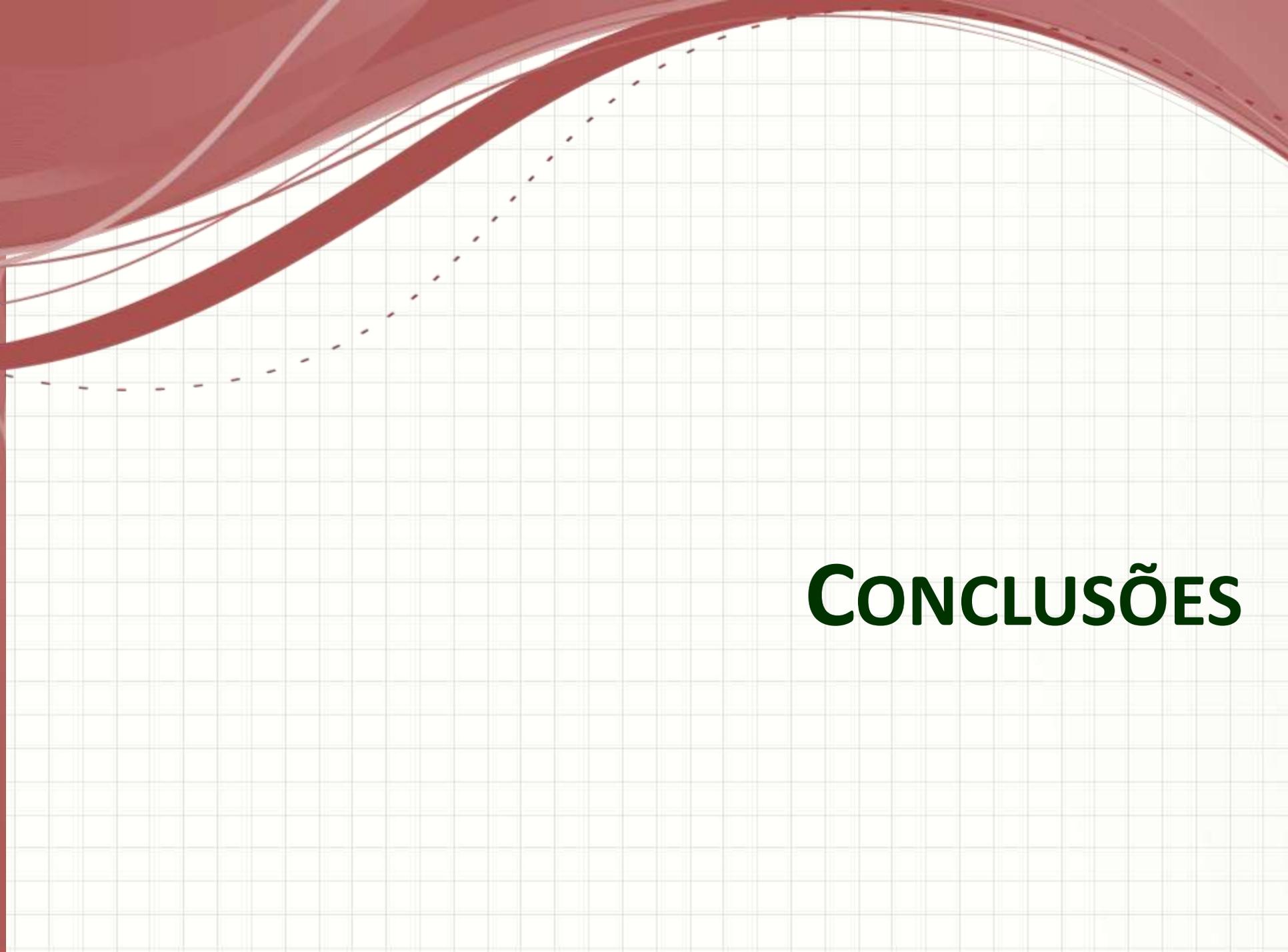


# Diagramas de Esforços Cortantes

- E se as forças forem uma carga distribuída?
  - Ex.: enchimento de uma laje rebaixada



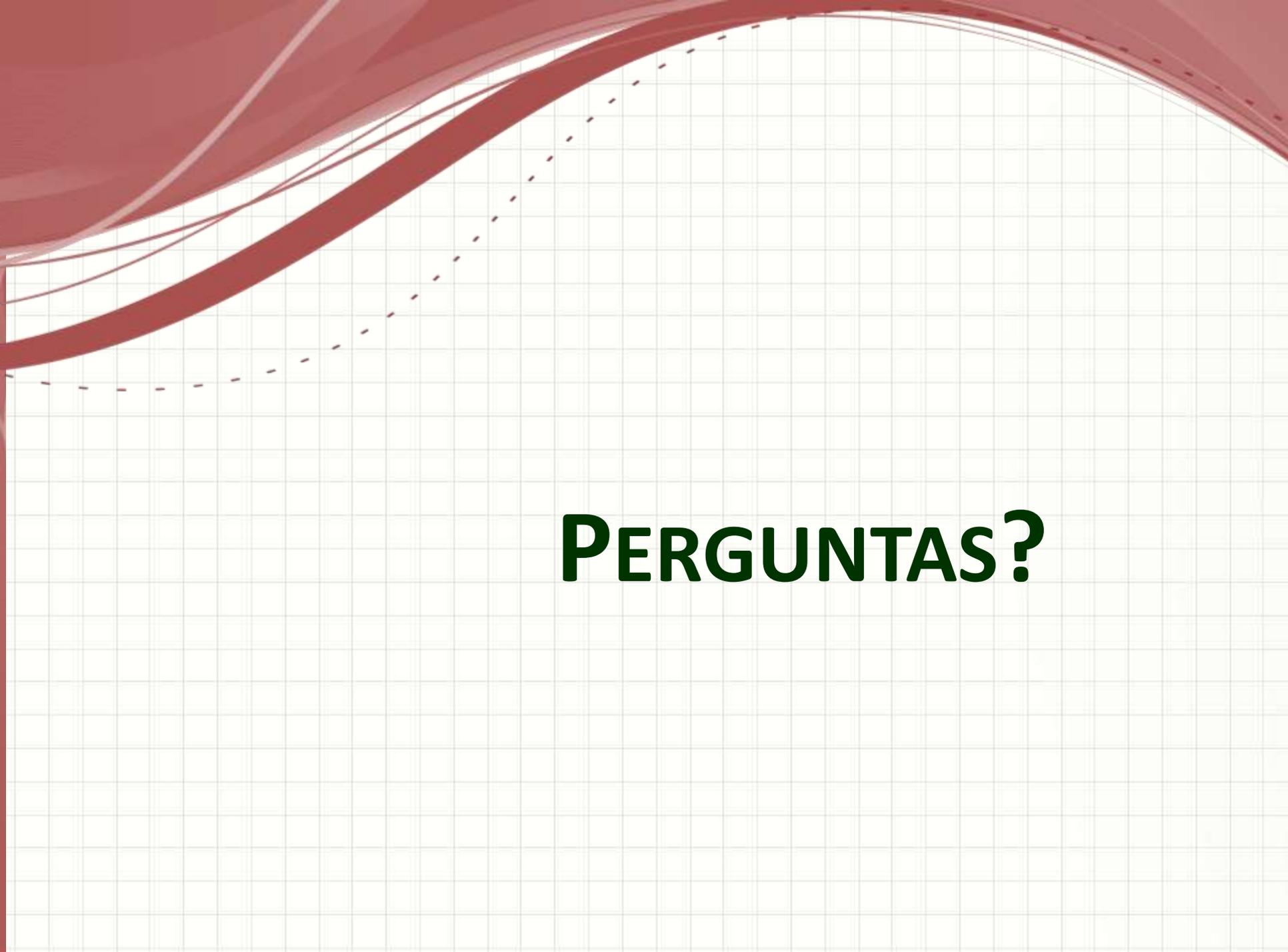
Próxima aula!



# CONCLUSÕES

# Resumo

- Vigas: sujeitas a vários esforços internos
  - Forças Cortantes x Momentos Fletores
    - Cisalhamentos e Esforços Normais
  - Esforços variam ao longo da viga!
    - Ponto mais solicitado?
  - **TAREFA:** Exercícios Aula 6
- 
- Diagramas de Cortante e Momentos
    - Cargas concentradas e cargas distribuídas



**PERGUNTAS?**

# Exercício para casa

Determine as reações e trace o diagrama de cortante da viga abaixo

