

# **MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

## **TENSÕES NORMAIS E CISALHANTES**

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

# Objetivos

- Compreender a noção dos esforços internos
  - Compreender os conceitos de tensões normais e cisalhantes e como elas surgem dentro de um corpo
- 
- **Atividade Aula 8 – SAVA!**
  - **Pós-Aula 08 – SAVA**
  - **Pré-Aula 09 – SAVA**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Mecânica dos Sólidos – Aula 8)

Material Didático

-

Minha Biblioteca

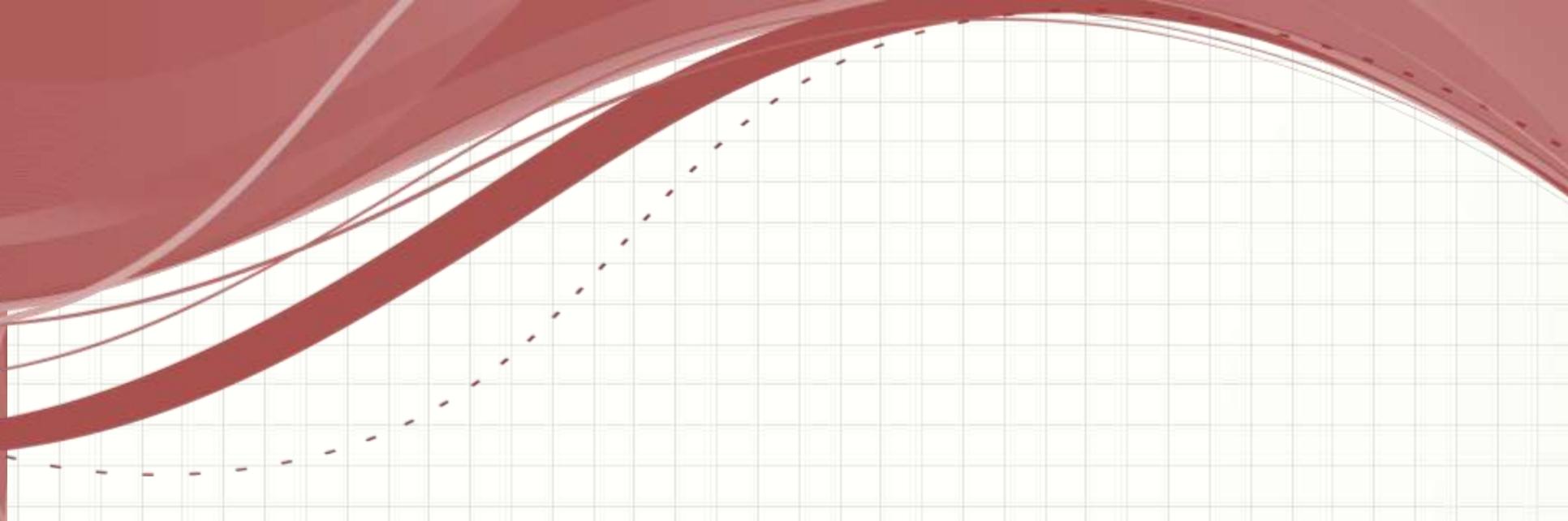
-

Biblioteca Virtual

Resistência dos Materiais (Hibbeler, 7ª, cap. 1)

---

**LEMBRETE: CONSULTAR O “DEPOIS” DA AULA 8 NO SAVA!**  
**LEMBRETE: CONSULTAR O “ANTES” DA AULA 9 NO SAVA!**

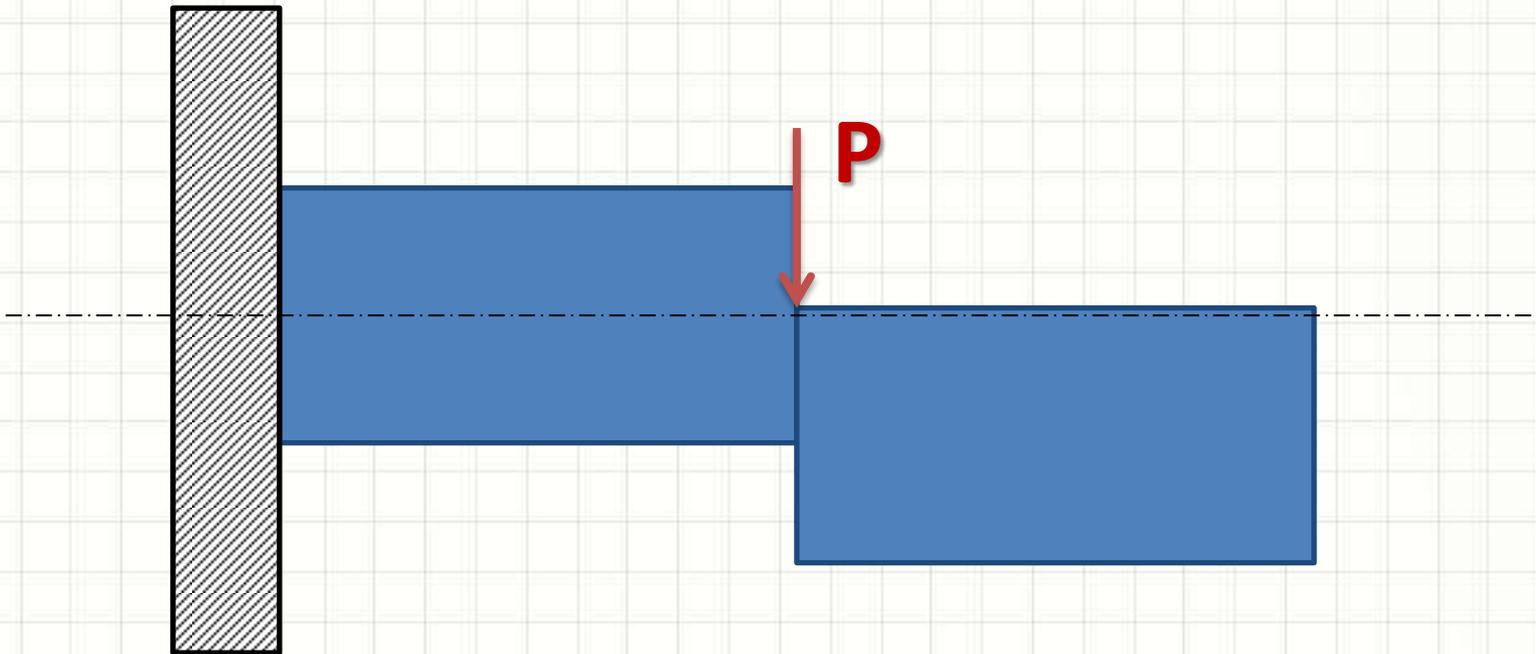


RETOMANDO:

# AS VIGAS

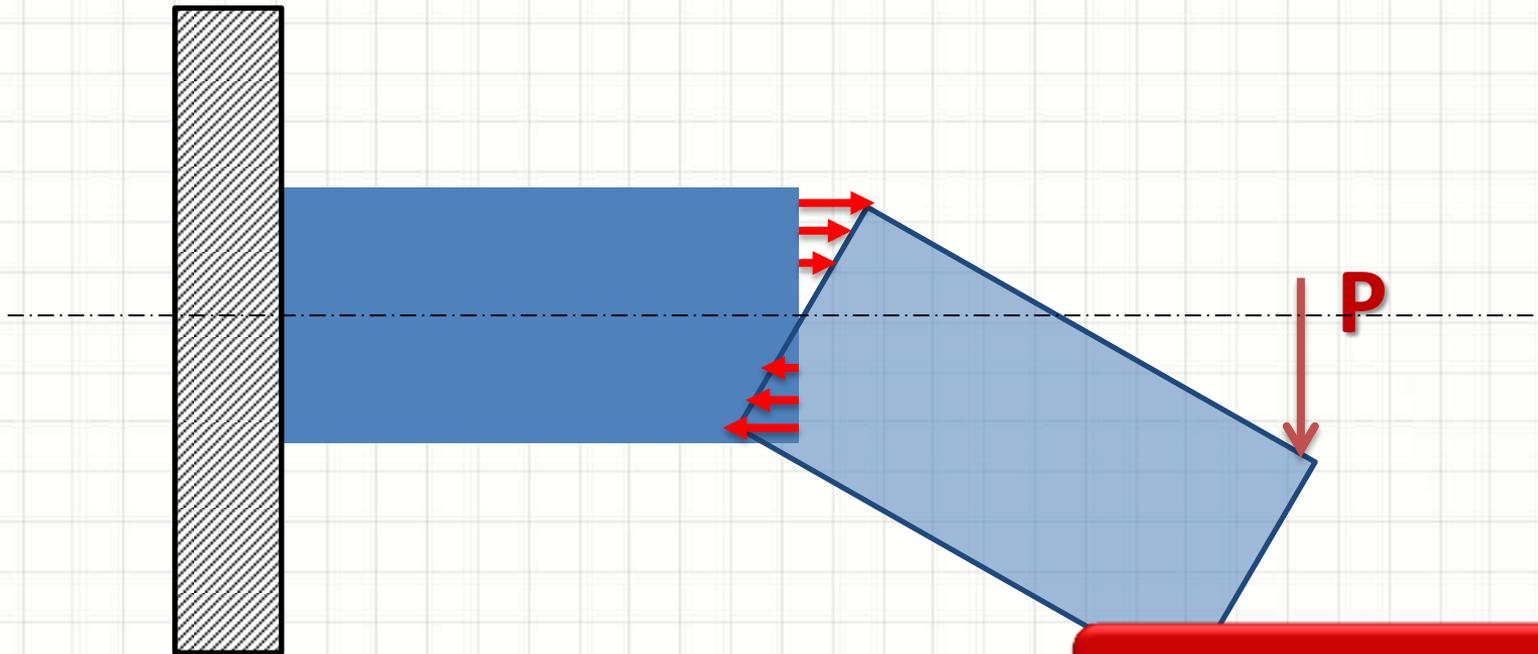
# Força Cortante

- Força Cortante: aquela que tende a “fatiar”
  - É perpendicular ao eixo da barra



# Momento Fletor

- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
  - Resulta das forças cortantes



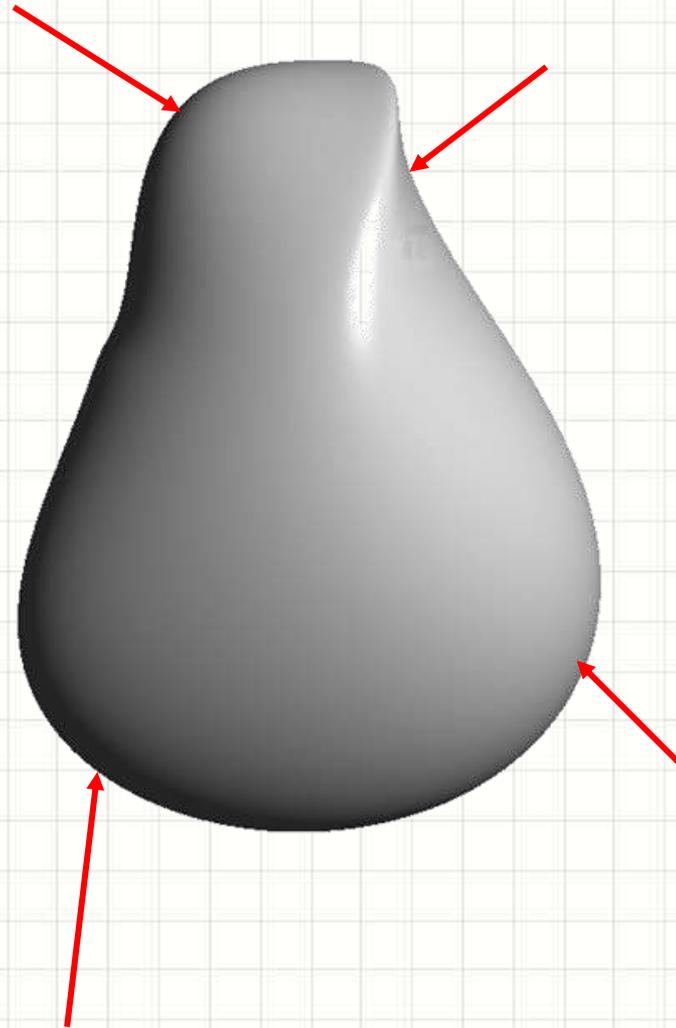
Como funciona?

The background features a light gray grid pattern. A thick, dark red wavy line curves across the top of the page. Below it, a dashed red line follows a similar path. The text is positioned in the lower right quadrant of the grid.

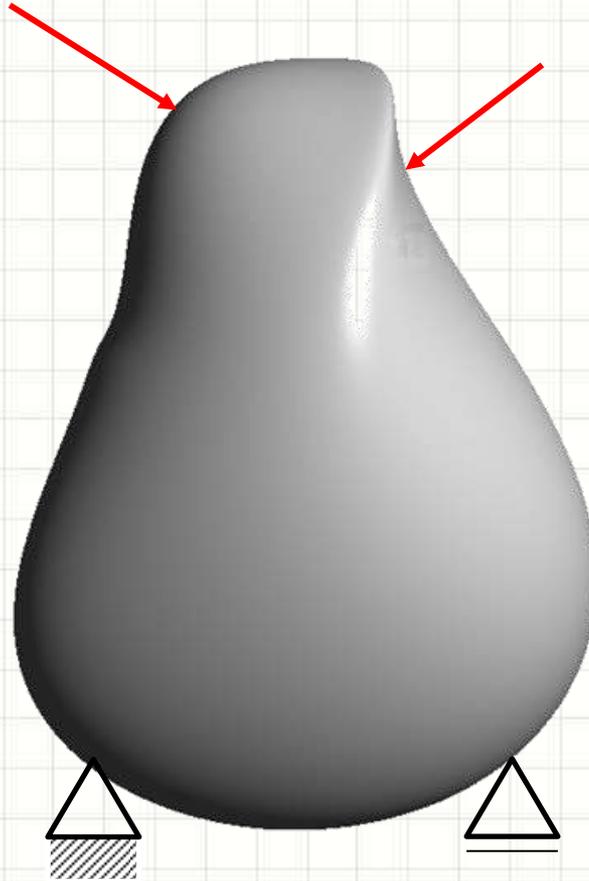
**RELEMBRANDO:**

# **EQUILÍBRIO ESTÁTICO**

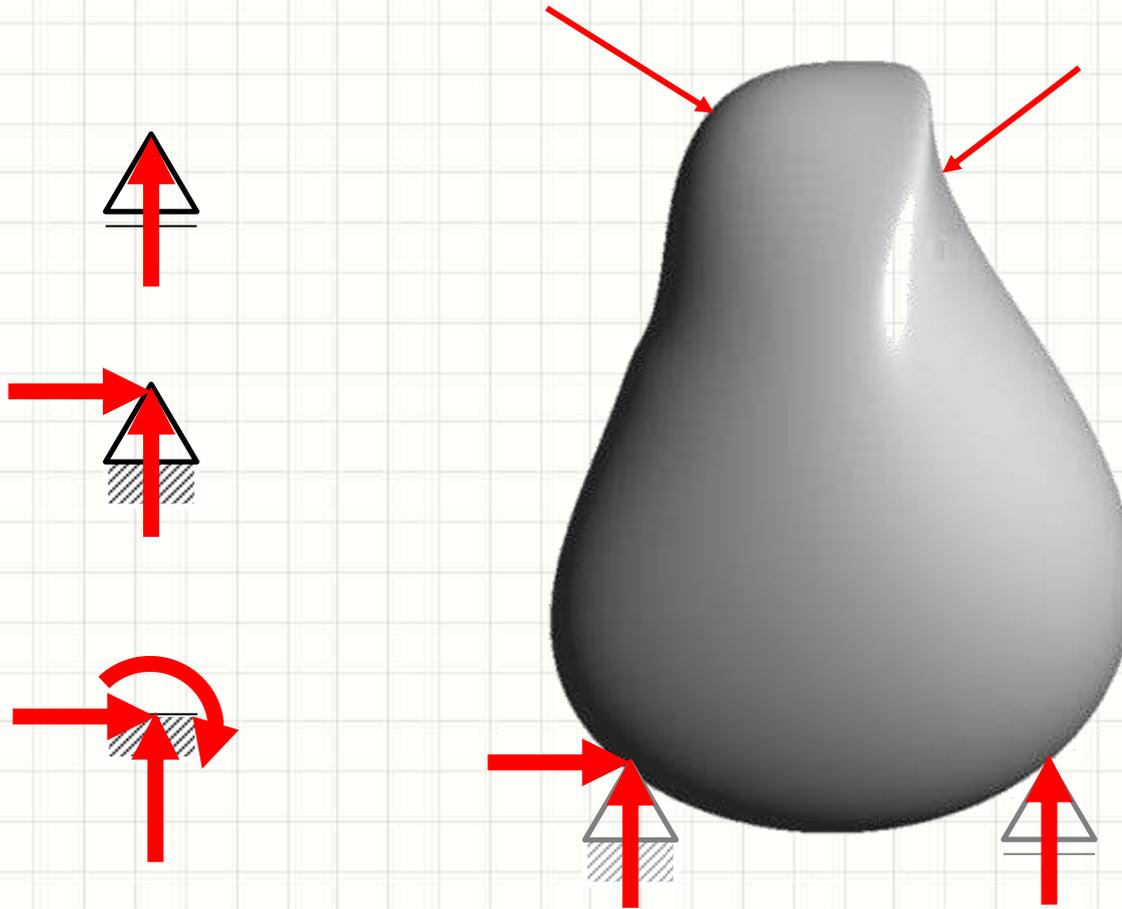
# Cargas Externas



# Apoios...



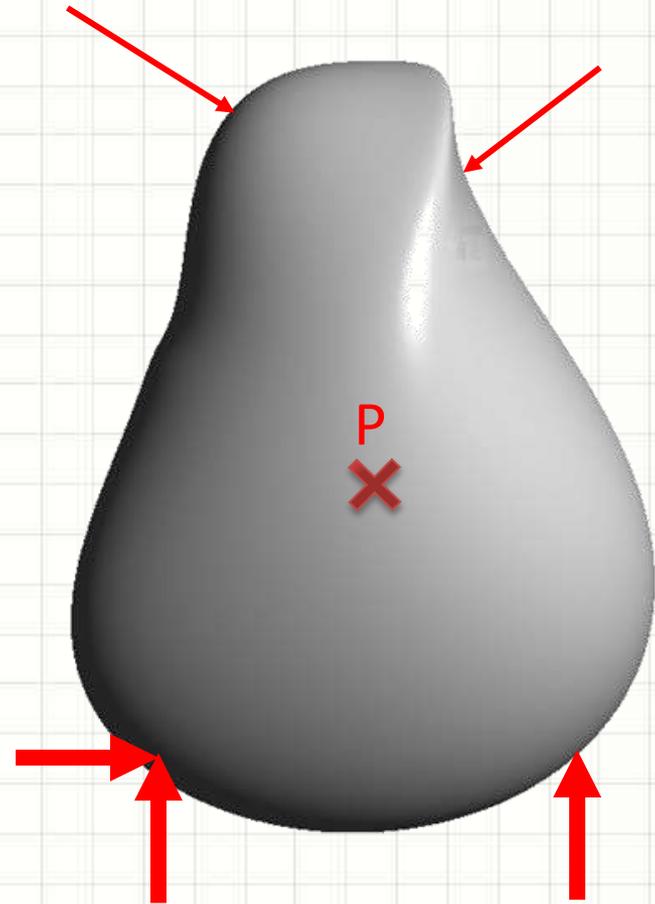
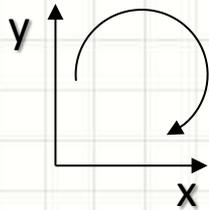
# Reações de Apoio

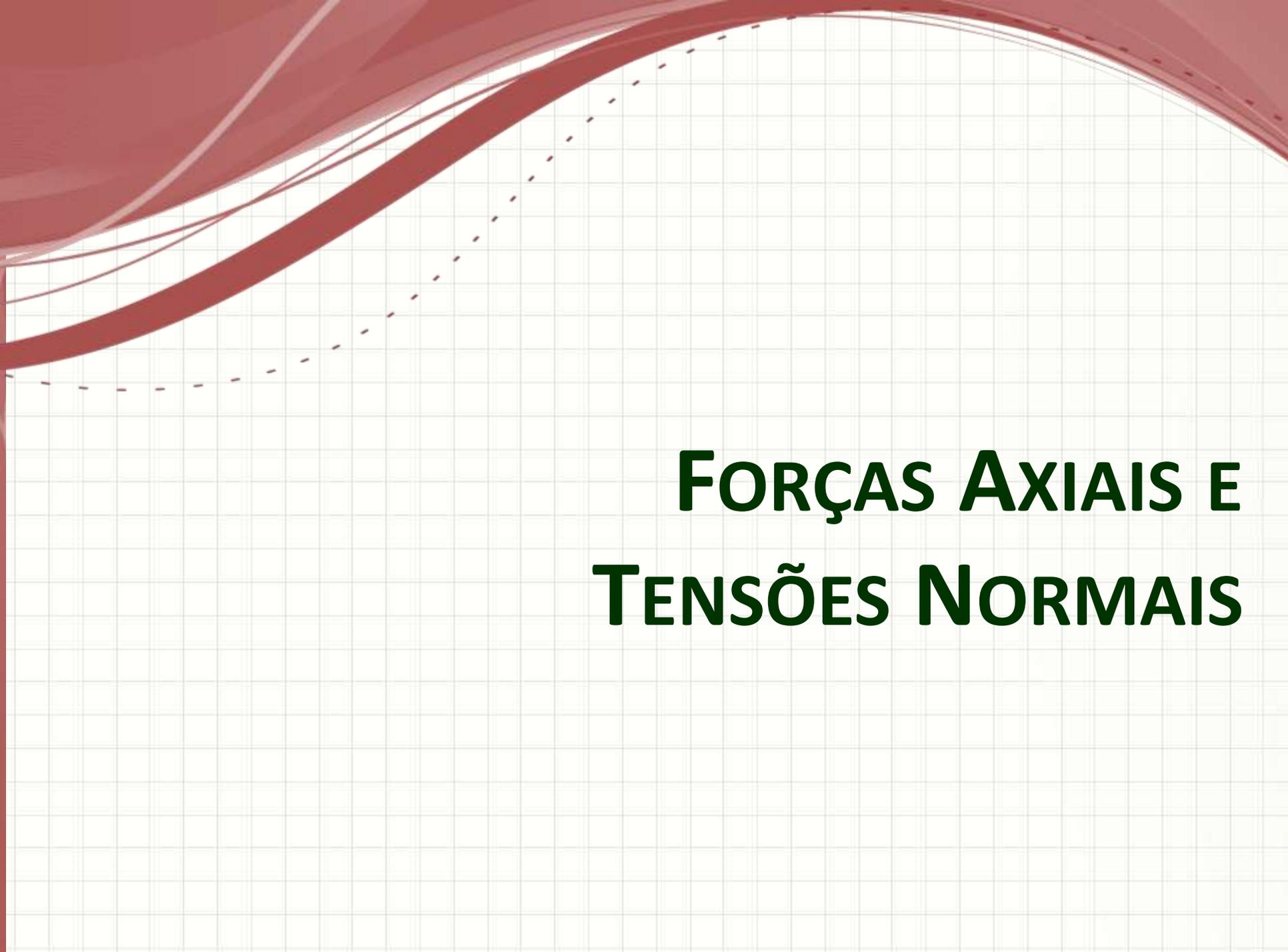


# Equilíbrio Estático

- Equilíbrio
  - Em X:  $\sum F_x = 0$
  - Em Y:  $\sum F_y = 0$
  - Momento:  $\sum M_p = 0$

- Referência Positiva

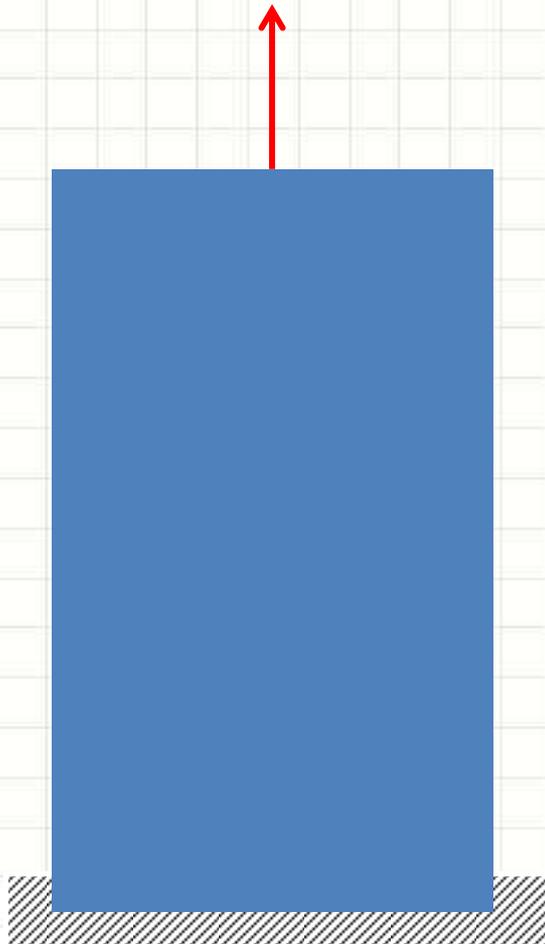




# **FORÇAS AXIAIS E TENSÕES NORMAIS**

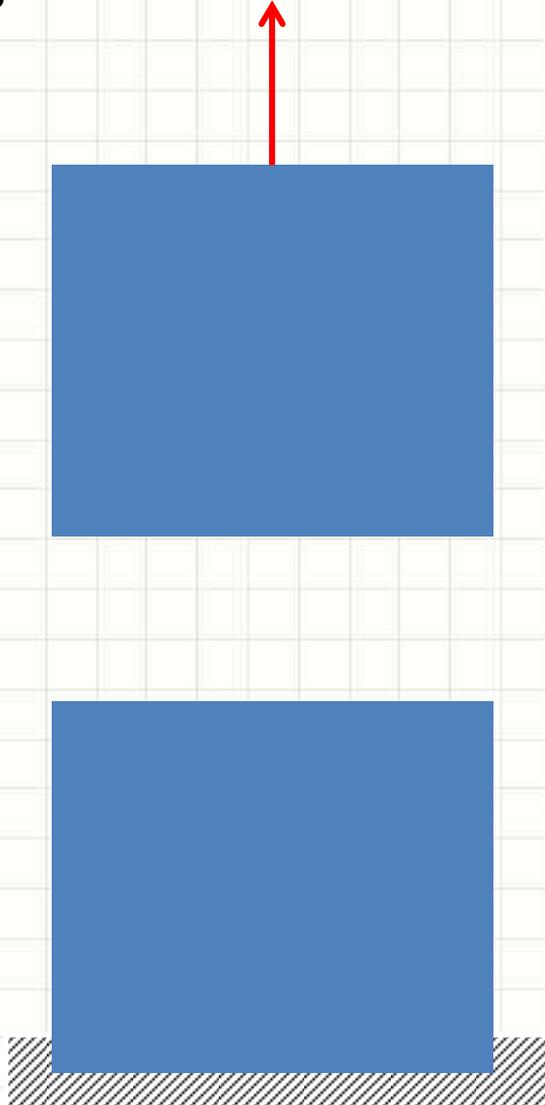
# Força Axial

- Como entender a ruptura?



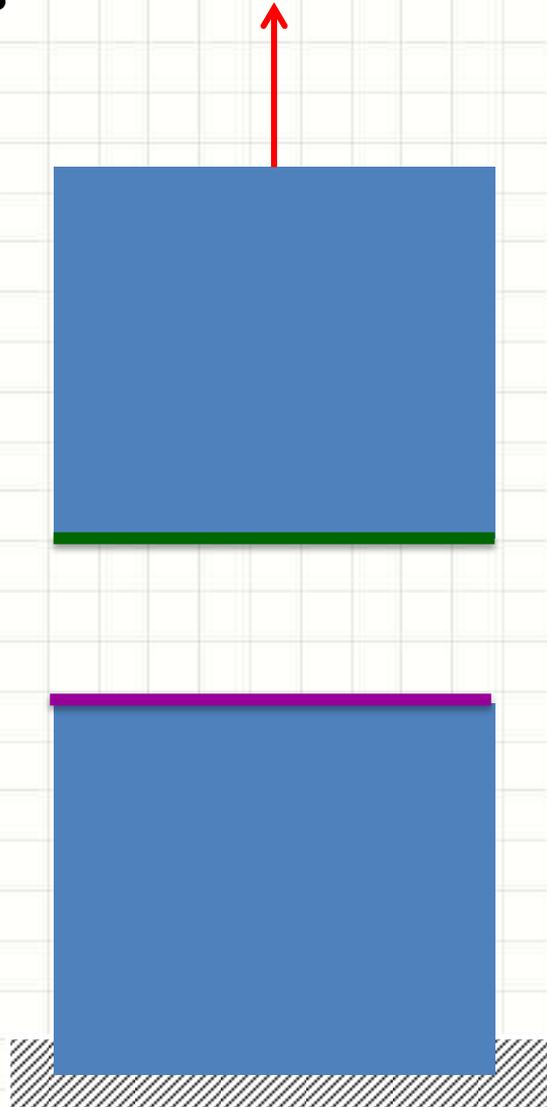
Esforço Solicitante

# Força Axial x Tensão Normal

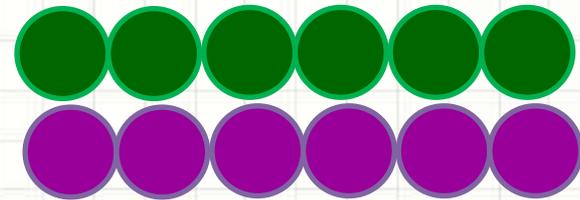


- Como entender a ruptura?

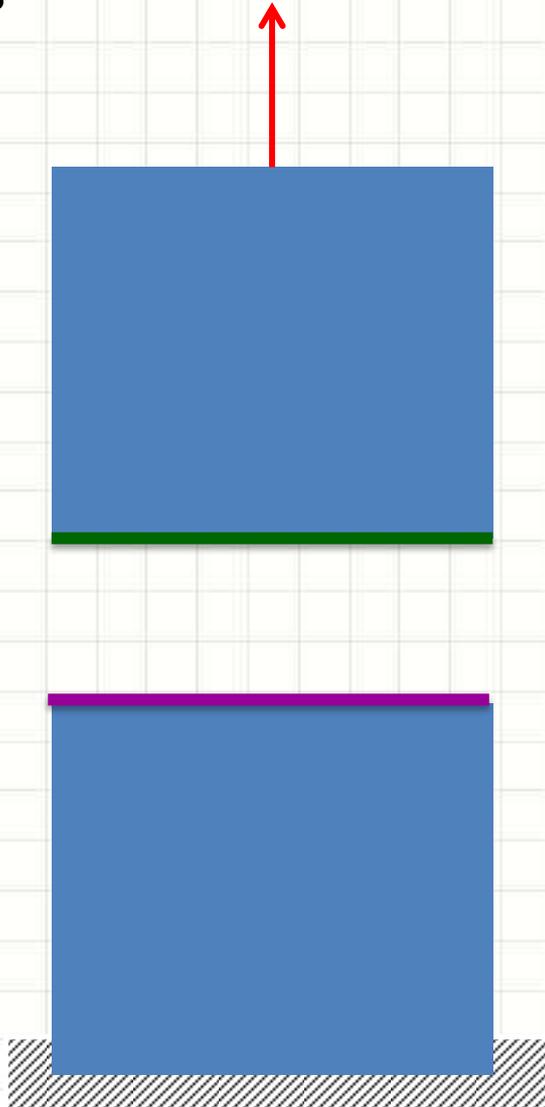
# Força Axial x Tensão Normal



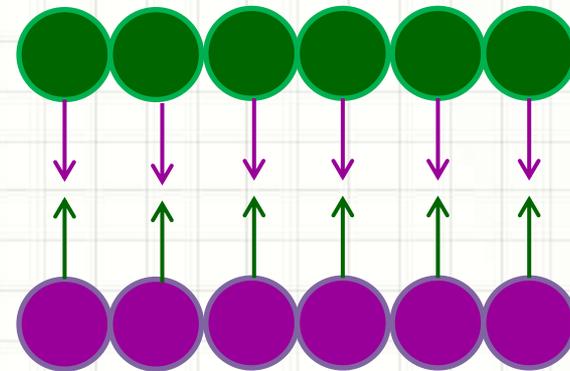
- Como entender a ruptura?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



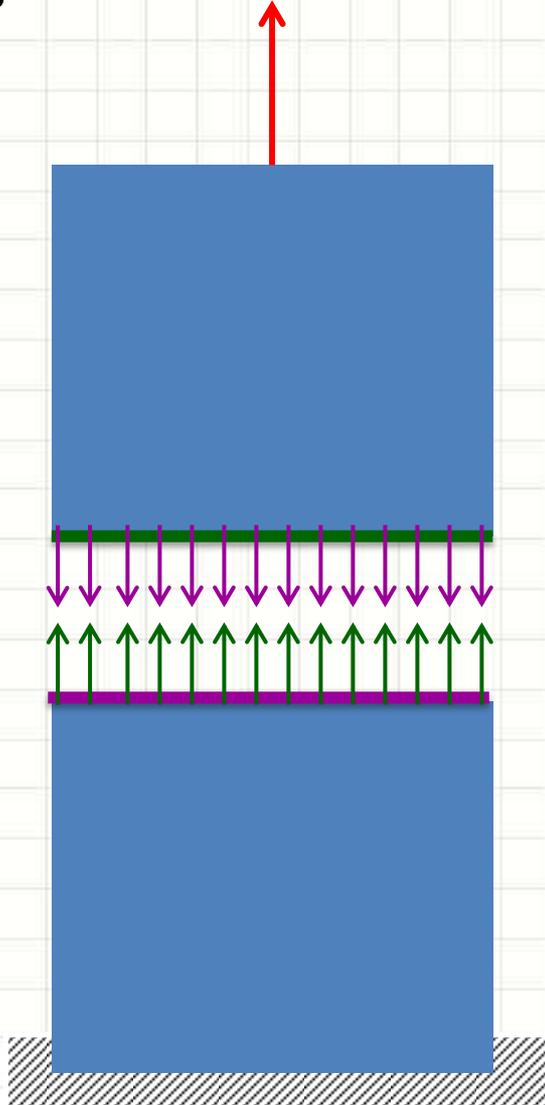
# Força Axial x Tensão Normal



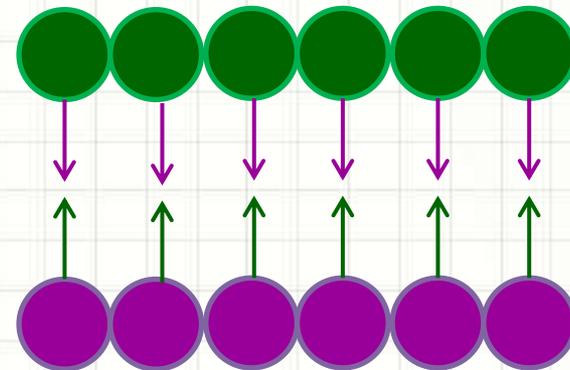
- Como entender a ruptura?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



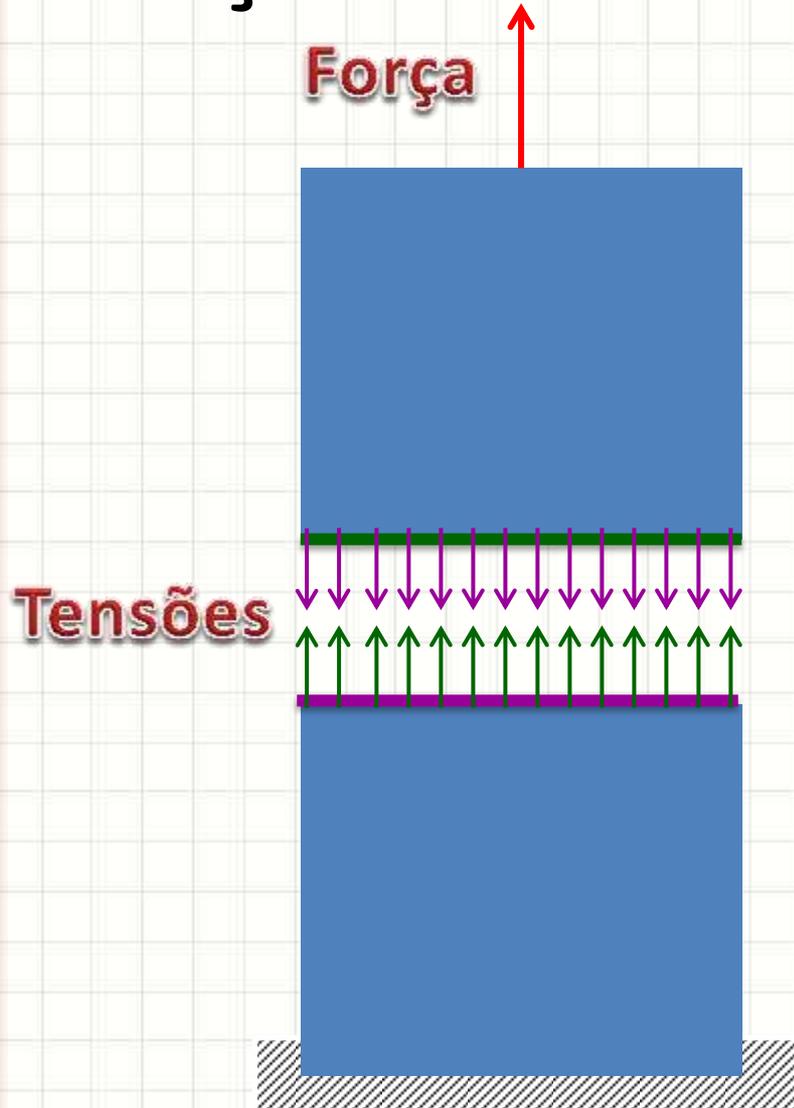
# Força Axial x Tensão Normal



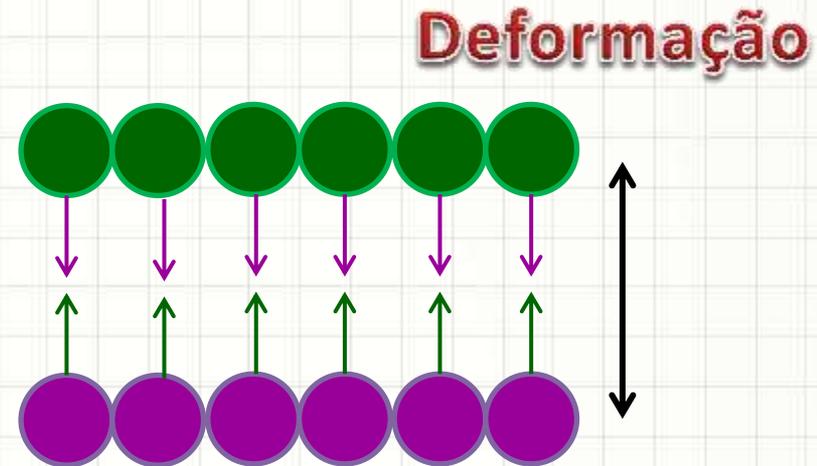
- Como entender a ruptura?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



# Força Axial x Tensão Normal

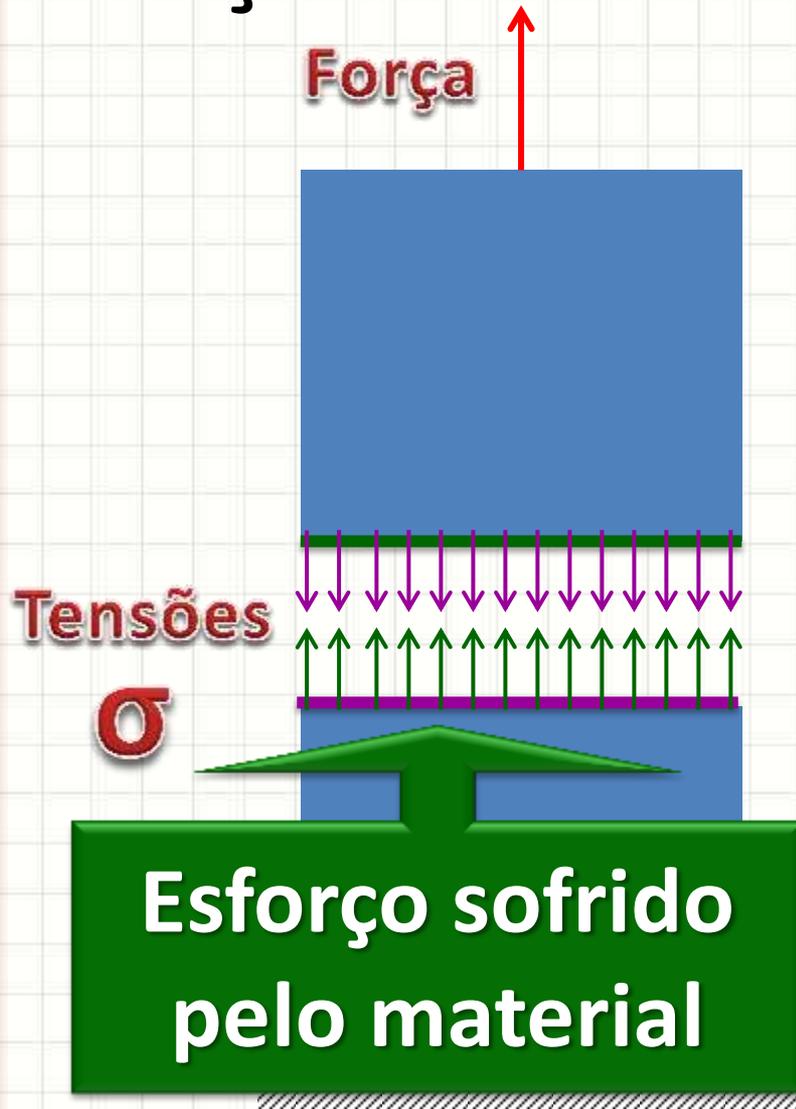


- Como entender a ruptura?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!

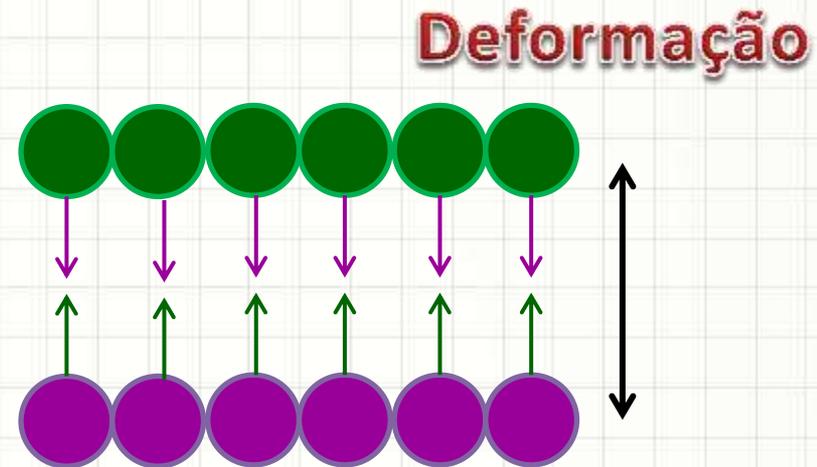


- Resistência é **finita!**

# Força Axial x Tensão Normal

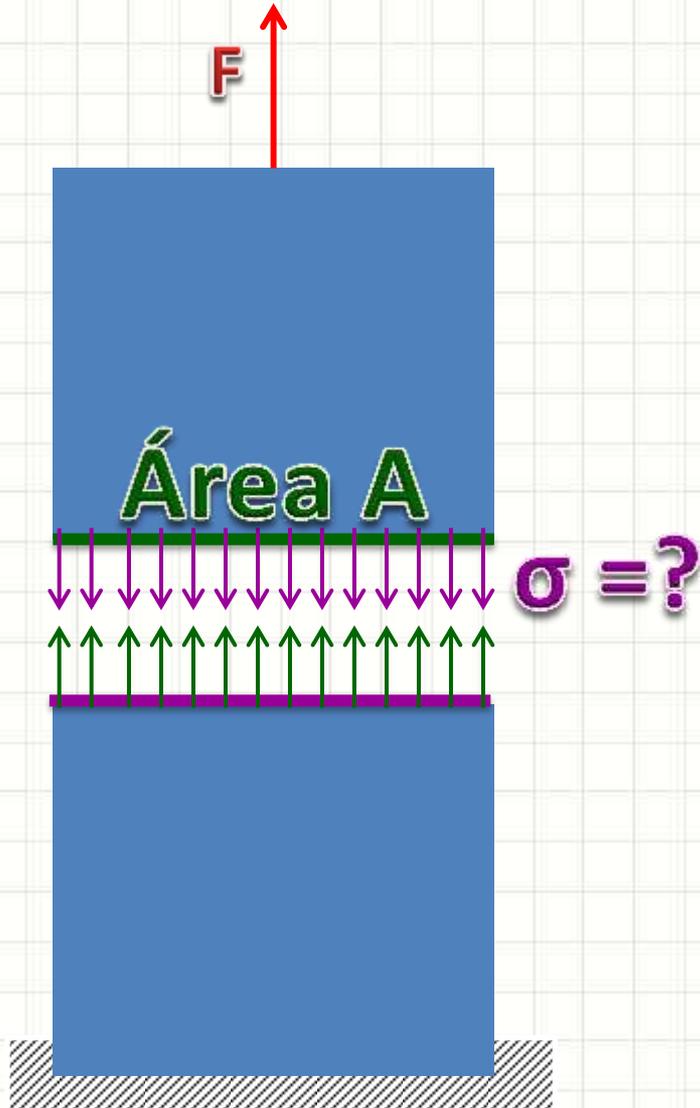


- Como entender a ruptura?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



- Resistência é **finita!**

# Tensão Normal Média



$$\sigma = \frac{F}{A}$$

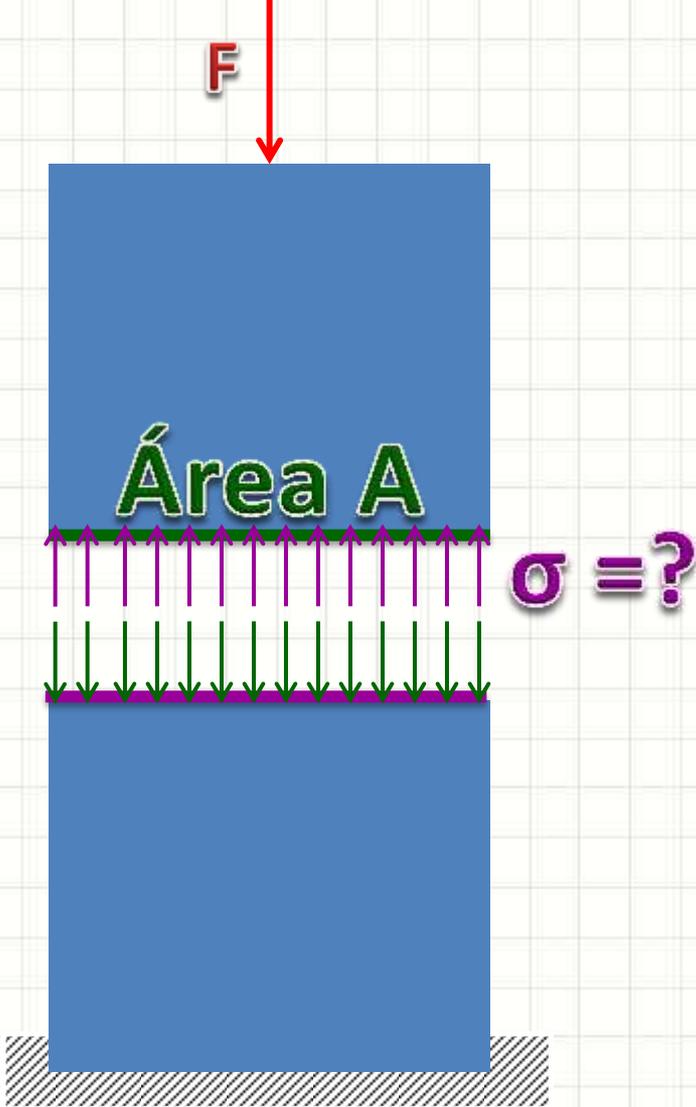
- Unidade?

$$[\sigma] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

- Tensão Normal pode ser:
  - Tração (+)

# Tensão Normal Média

**Tensão Admissível**  $\sigma_{adm}$  :  
a maior tensão aceitável,  
por projeto



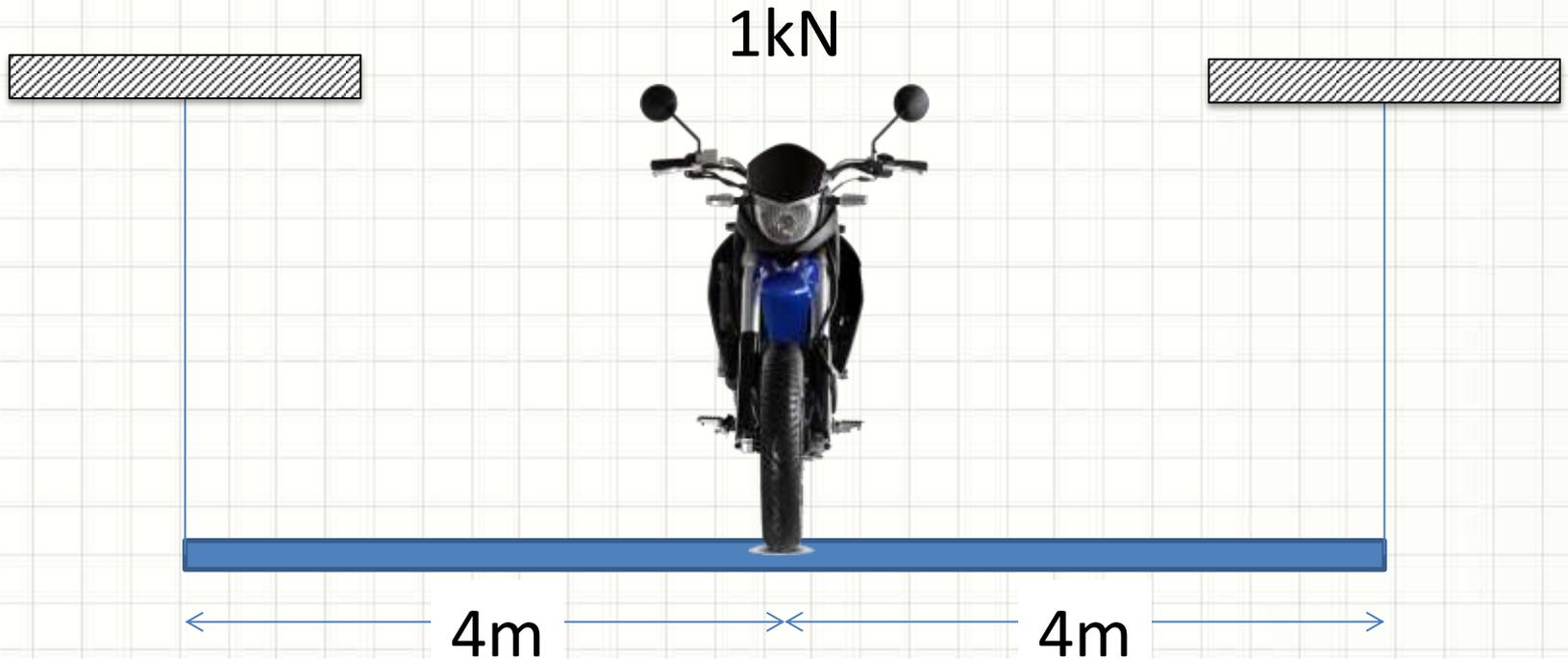
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- Unidade?

$$[\sigma] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

- Tensão Normal pode ser:
  - Tração (+)
  - Compressão (-)

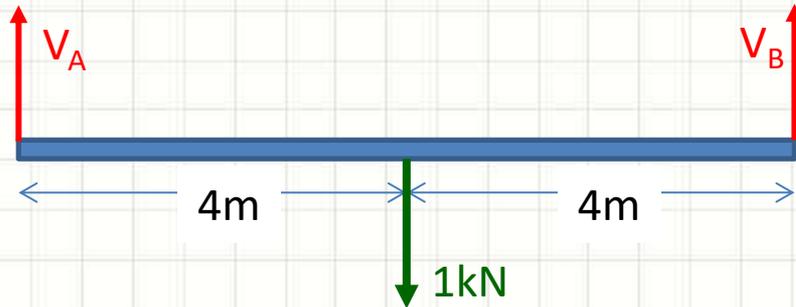
# Exemplo



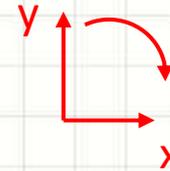
**Qual o esforço realizado por cada cabo?  
Ele resiste, se for CA-50A,  $\phi=8$ ?**

# Exemplo

Qual o esforço realizado por cada cabo?  
Ele resiste, se for CA-50A,  $\phi=8$ ?



$$\sigma = \frac{F}{A}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow ?$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +V_A - 1000 + V_B = 0 \Rightarrow V_B = 1000 - V_A$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow +(V_A \cdot 8) - (1000 \cdot 4) = 0 \Rightarrow 8 \cdot V_A = +4000$$

$$\Rightarrow V_A = 500N$$

$$\therefore V_B = 500N$$

- Barra  $\phi=8(\text{mm})$

$$A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 0,004^2 = 5 \cdot 10^{-5}$$

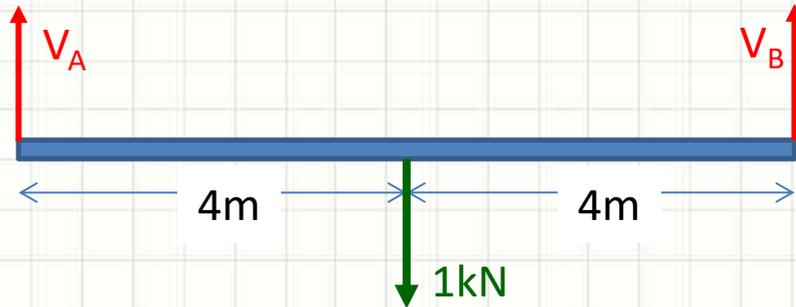
$$\sigma = \frac{500}{5 \cdot 10^{-5}} = 100 \cdot 10^5$$

$$\sigma = 10.000.000 \text{ Pa}$$

$$\sigma = 10 \text{ MPa}$$

# Exemplo

Qual o esforço realizado por cada cabo?  
Ele resiste, se for CA-50A,  $\phi=8$ ?



$$V_A = 500N$$

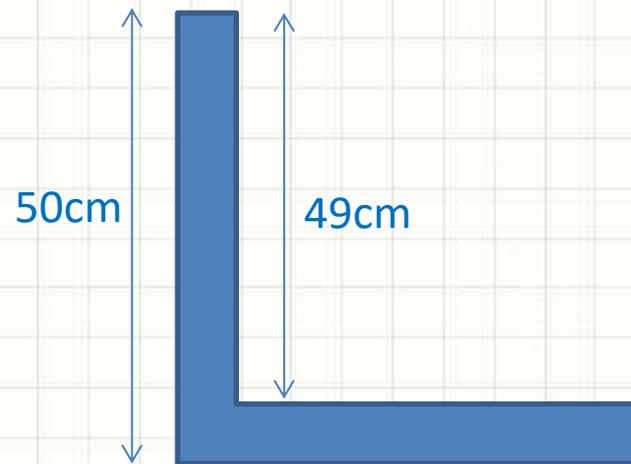
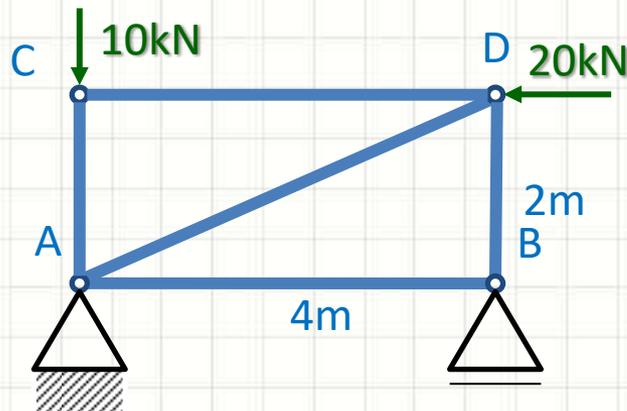
$$V_B = 500N$$

$$\sigma = 10MPa$$

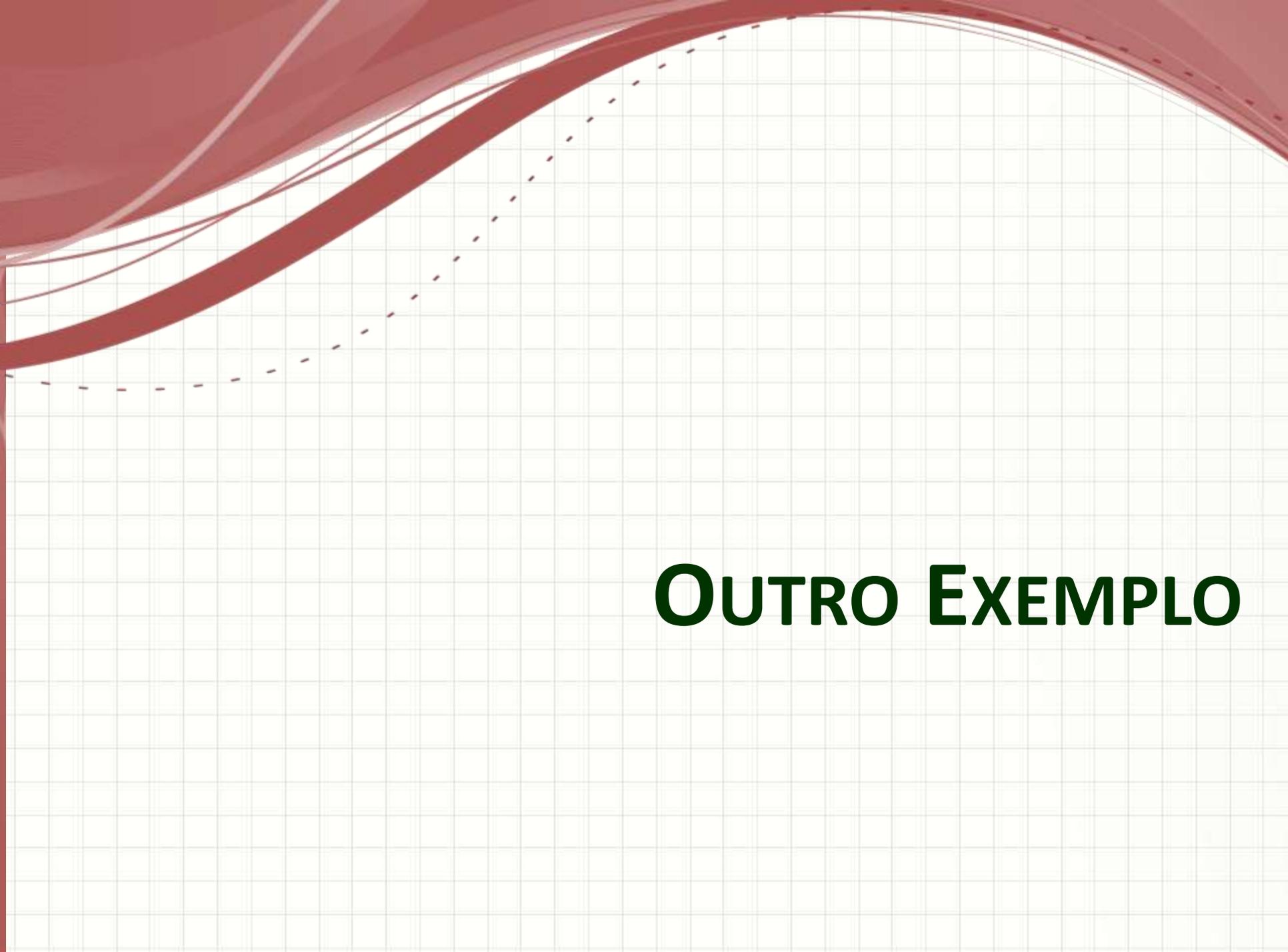
- CA-50A?
  - Tensão Admissível da barra de aço
  - $50kN/cm^2 = 50.000N/cm^2$
  - $1m^2$  tem  $10.000cm^2$
  - $50kN/cm^2 = 50.000 * 10.000 N/m^2 = \mathbf{500MPa}$

# Exercício

Considere a treliça abaixo, em que a barra AB está sujeita a uma tração de 10kN, calcule a tensão normal no material, sabendo que sua seção transversal tem o seguinte formato:



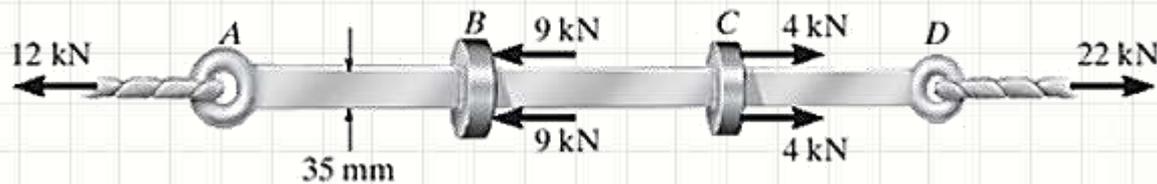
$$\sigma \approx 1\text{MPa}$$



**OUTRO EXEMPLO**

# Exemplo – Tensão no Trecho Crítico

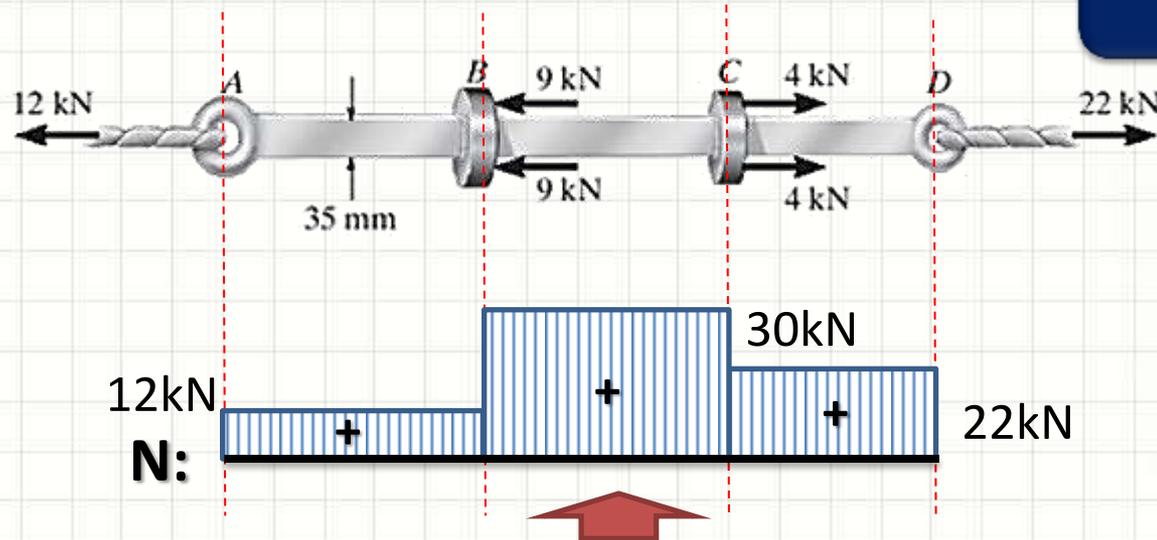
- Múltiplas cargas: diagrama de normal
- Barra de 10mm de espessura (cte)



# Exemplo – Tensão no Trecho Crítico

- Múltiplas cargas: diagrama de normal
- Barra de 10mm de espessura (cte)

Mesma lógica do diagrama de cortante



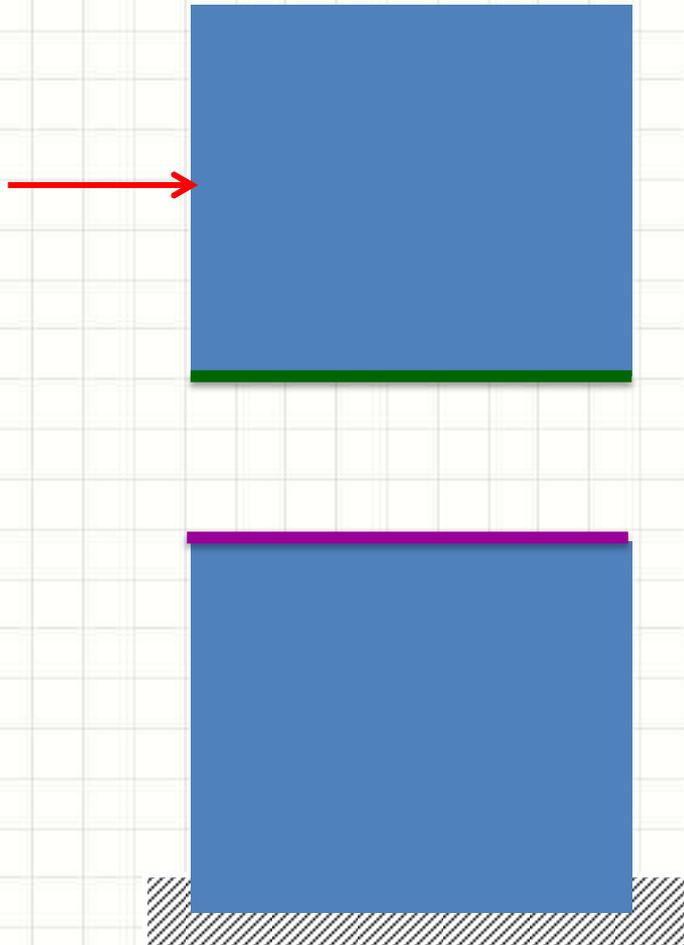
$$A = 0,010 \cdot 0,035 = 3,5 \cdot 10^{-4} \quad \sigma = \frac{30000}{3,5 \cdot 10^{-4}} = 85,7 \cdot 10^6$$

$$\sigma = 85,7 \text{ MPa}$$

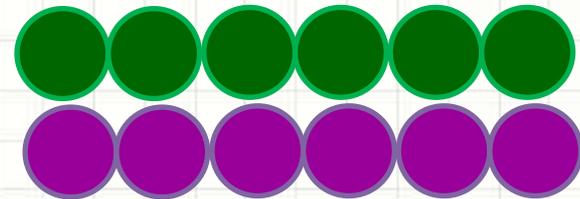


# **FORÇAS CORTANTES E TENSÕES CISALHANTES**

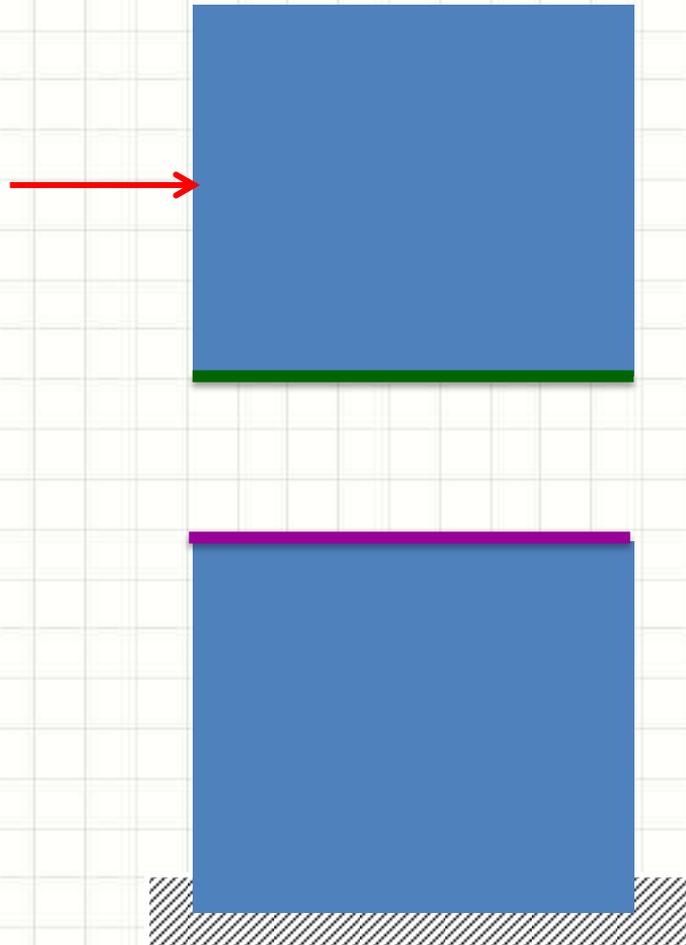
# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento



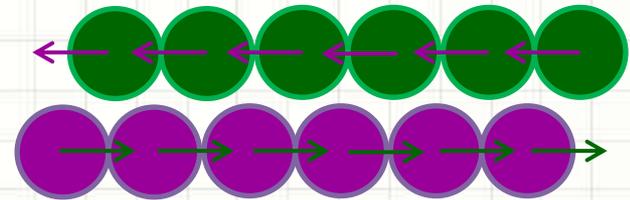
- E no caso de cortante?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

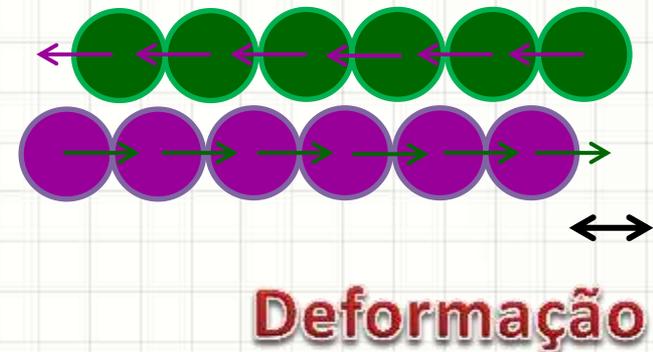
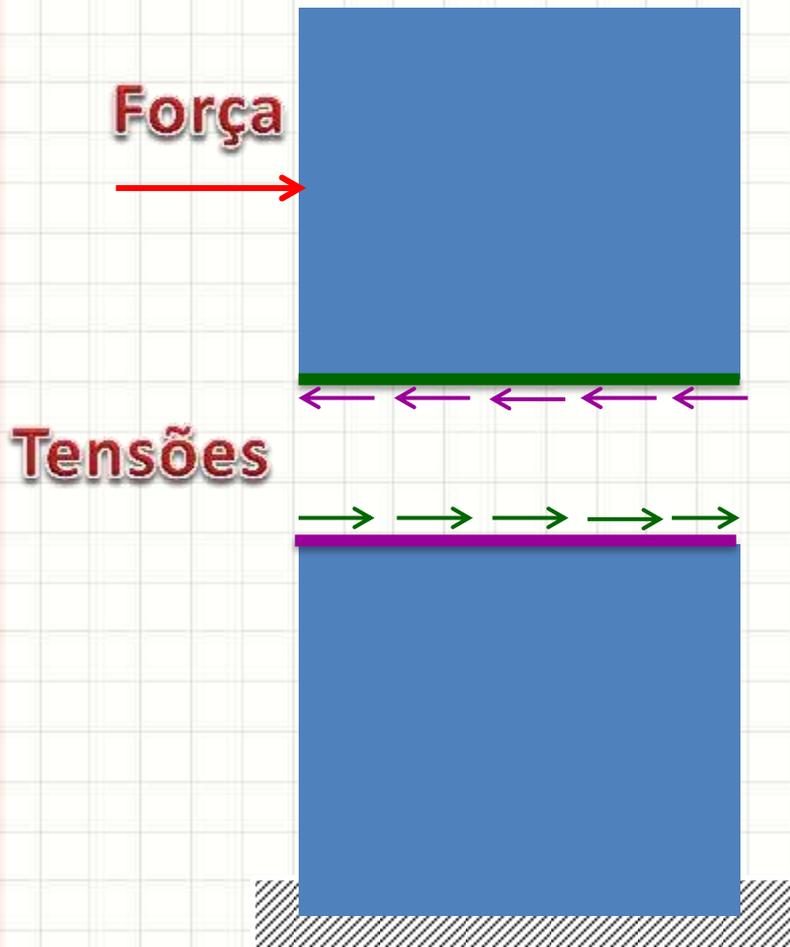


- E no caso de cortante?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



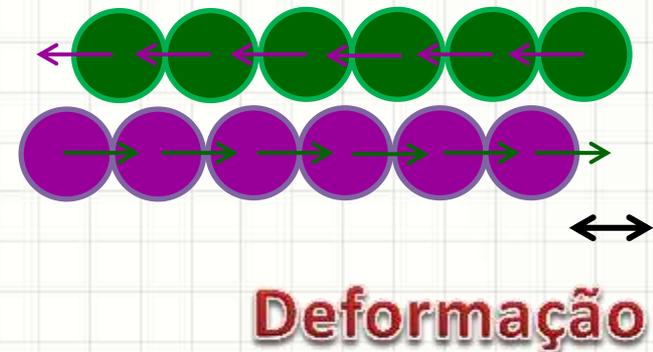
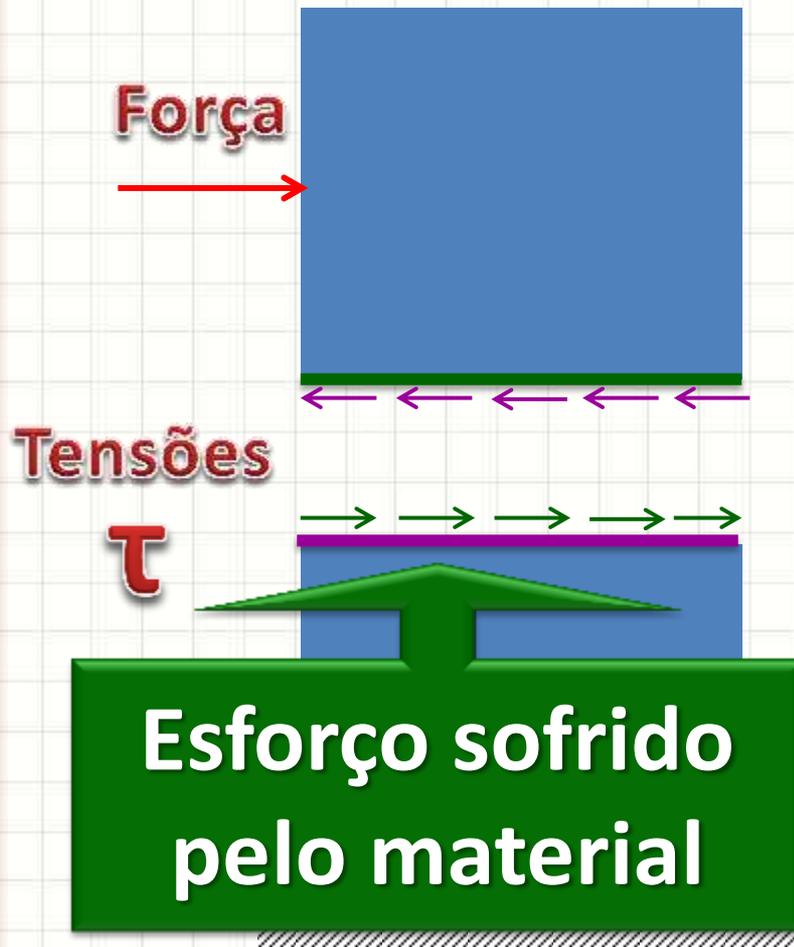
# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

- E no caso de cortante?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!

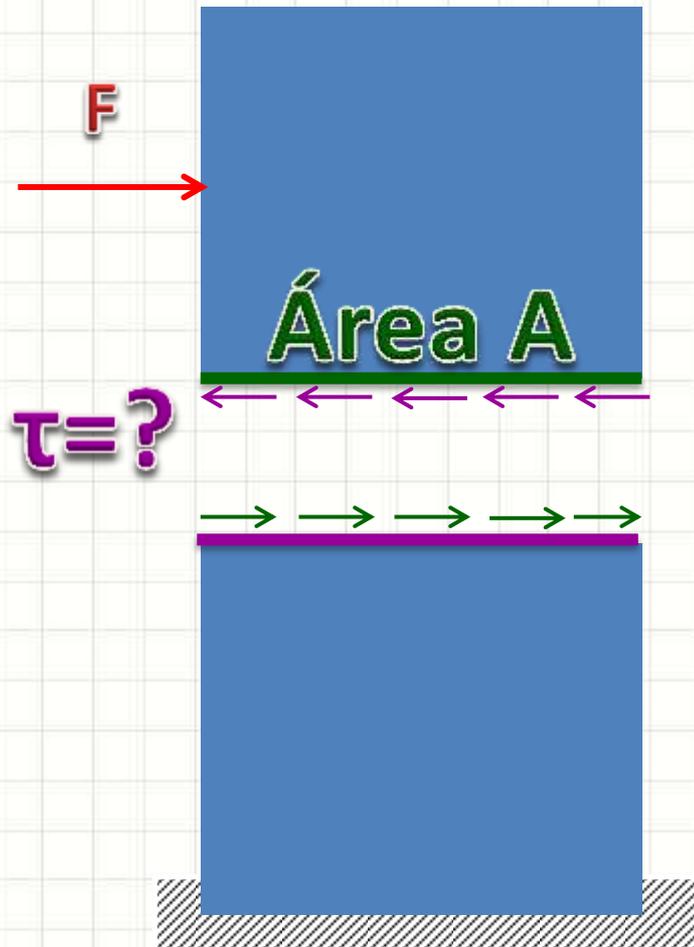


# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

- E no caso de cortante?
- Por que estas faces não se separam?
- Sólido!



# Tensão de Cisalhamento Média



$$\tau = \frac{F}{A}$$

- Unidade?

$$[\tau] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

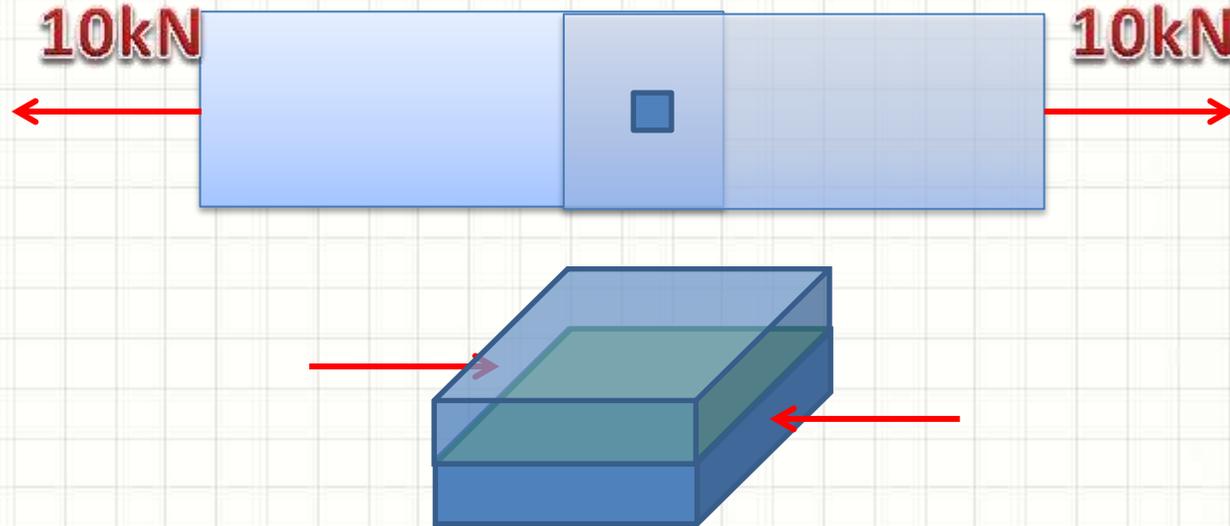
# Exemplo

Calcule a tensão de cisalhamento média no parafuso “frouxo” de seção quadrada de 2cm



# Exemplo

Calcule a tensão de cisalhamento média no parafuso “frouxo” de seção quadrada de 2cm



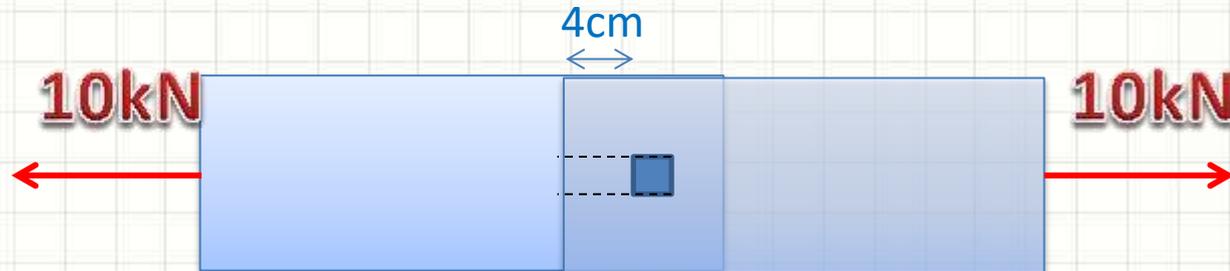
$$A = L^2 = 0,02^2 = 4 \cdot 10^{-4} \quad \tau = \frac{10000}{4 \cdot 10^{-4}} = 2500 \cdot 10^4$$

$$\tau = 25.000.000 \text{ Pa}$$

$$\tau = 25 \text{ MPa}$$

# Exercício

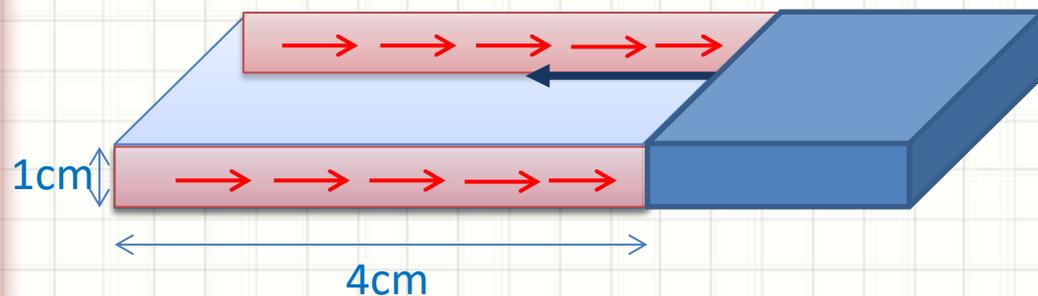
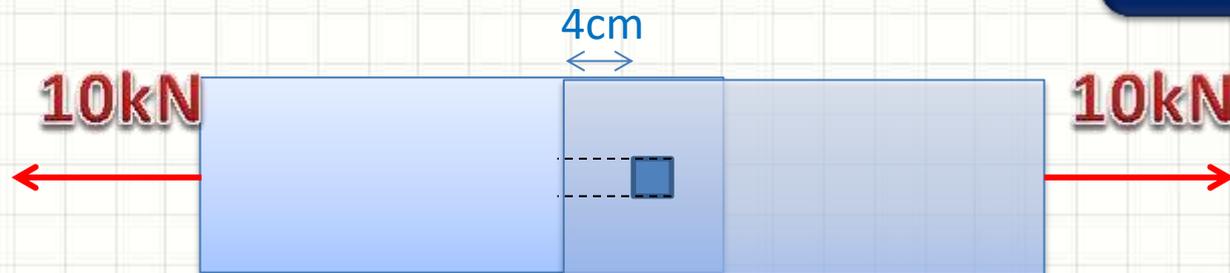
Sabendo que a chapa do exercício anterior tem 1cm de espessura, calcule a tensão média de cisalhamento na região indicada.



# Exercício

Sabendo que a chapa do exercício anterior tem 1cm de espessura, calcule a tensão média de cisalhamento na região indicada.

O que mudaria se parafuso não fosse "frouxo"?



$$A = 2 \cdot (0,01 \cdot 0,04) = 8 \cdot 10^{-4}$$

$$\tau = \frac{10000}{8 \cdot 10^{-4}} = 1250 \cdot 10^4$$

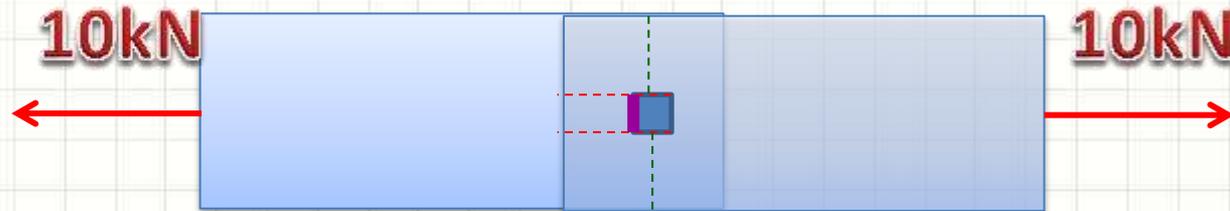
$$\tau = 12,5 \text{ MPa}$$



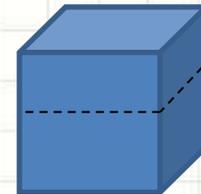
# TENSÃO DE ESMAGAMENTO

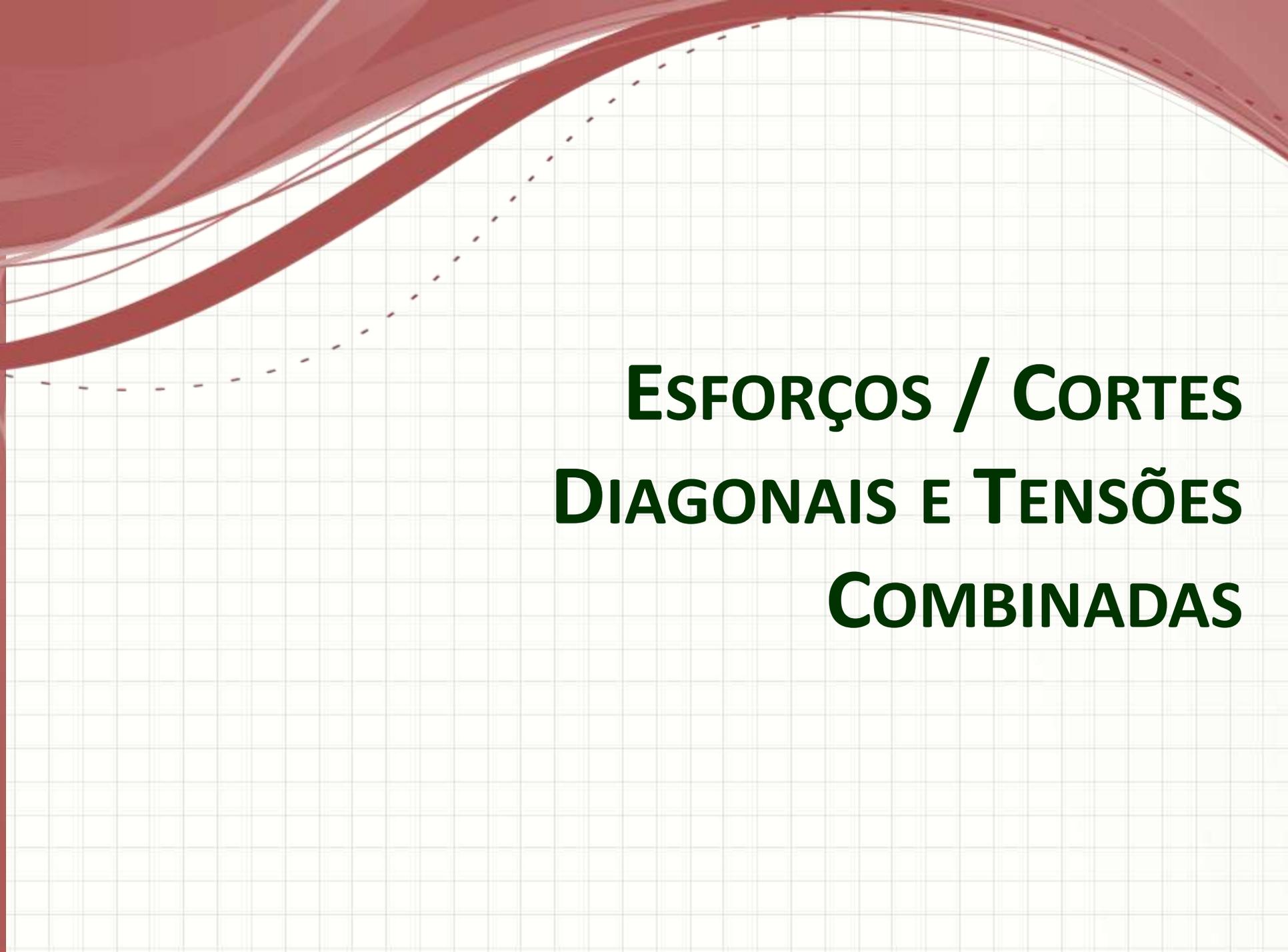
# Tensão de Esmagamento

- Situação de parafuso, muito a dimensionar



- Cisalhamento no parafuso
- Cisalhamento na barra
- Tensão normal na barra
- Esmagamento na barra/parafuso
  - Esforço resistido por uma área reduzida
- Cisalhamento entre as barras (simples x duplo)

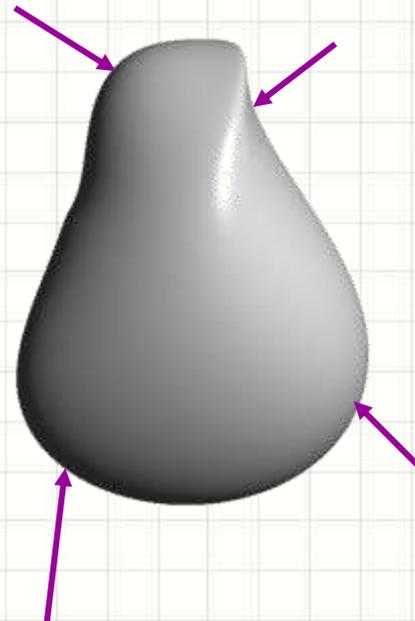
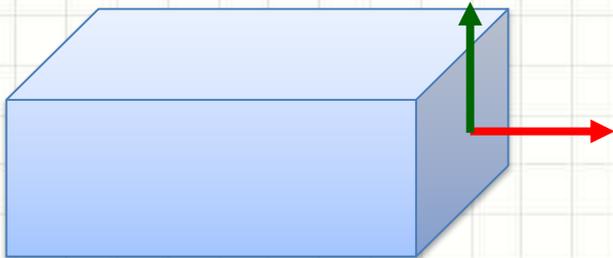




**ESFORÇOS / CORTES  
DIAGONAIS E TENSÕES  
COMBINADAS**

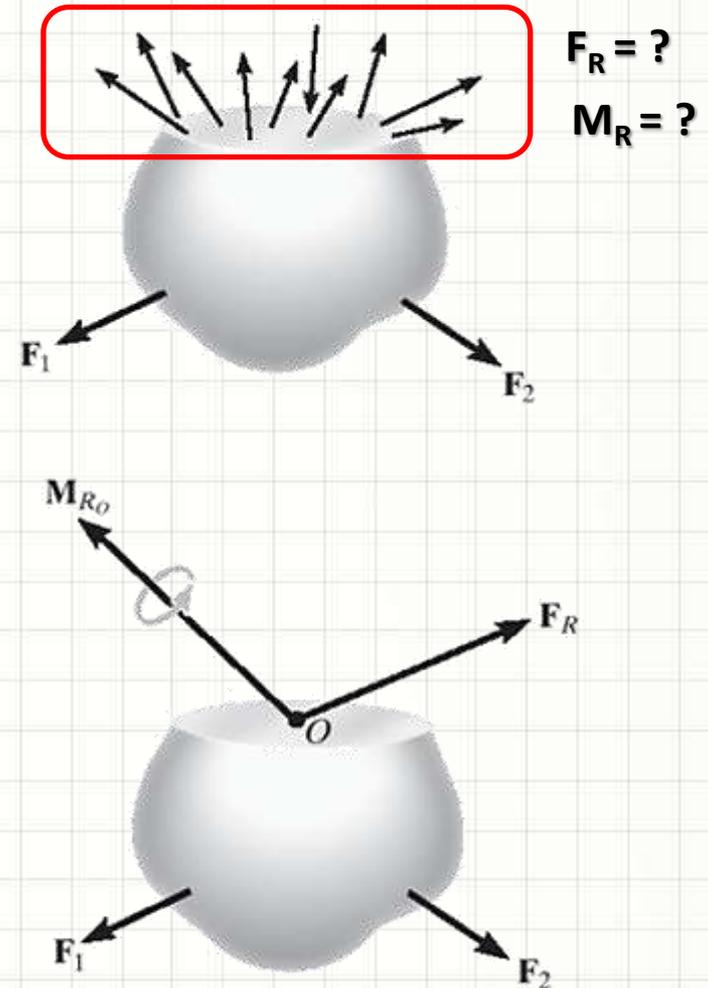
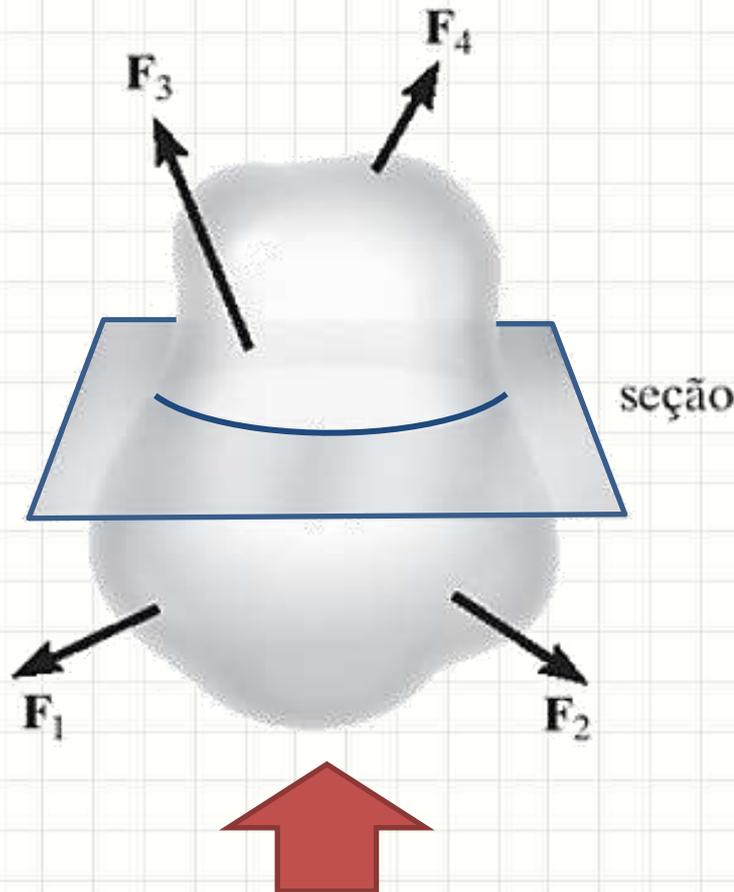
# Esforços em Qualquer Direção

- Até agora falamos de esforços aplicados
  - Perpendicularmente à seção transversal
  - Paralelamente à seção transversal
- Os esforços serão sempre assim?



# Esforços em Qualquer Direção

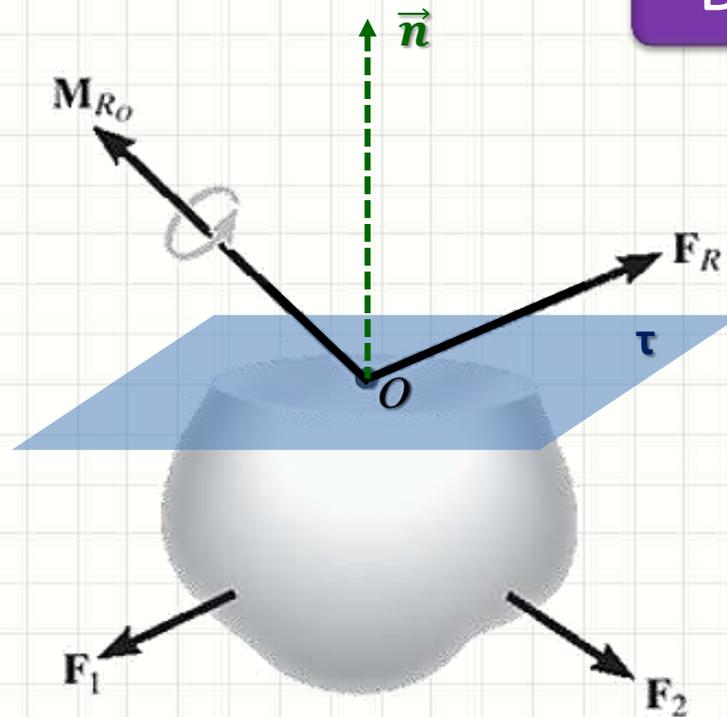
- Vamos analisar um caso mais genérico



# Esforços em Qualquer Direção

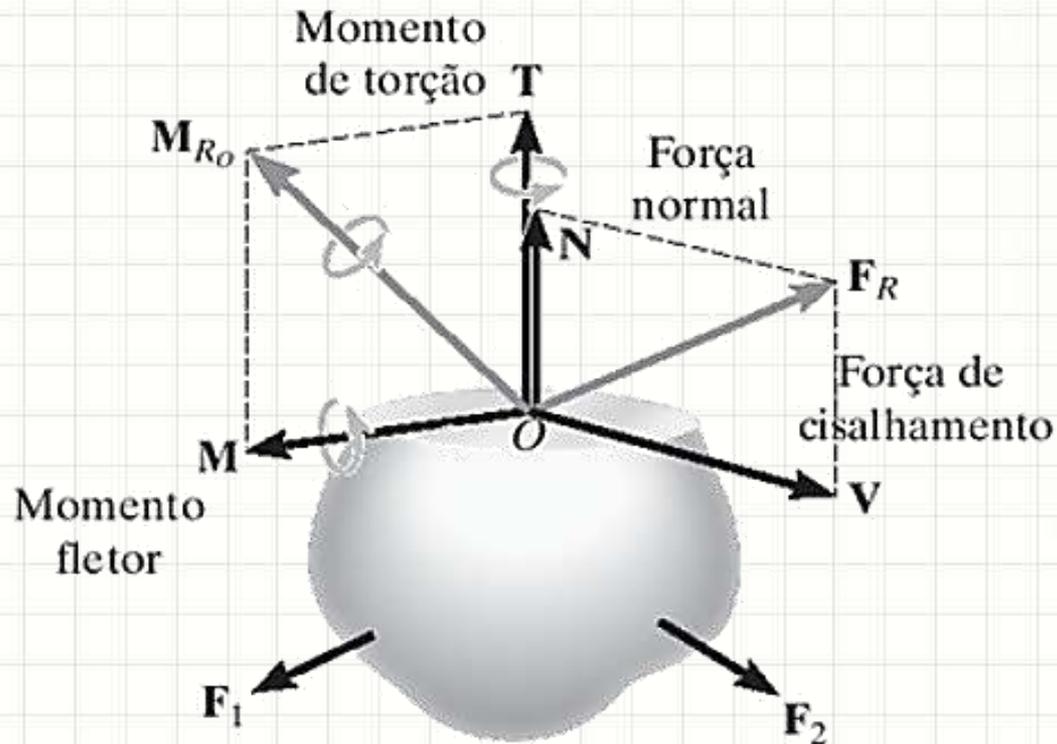
- Vamos analisar um caso mais genérico

Decompor?



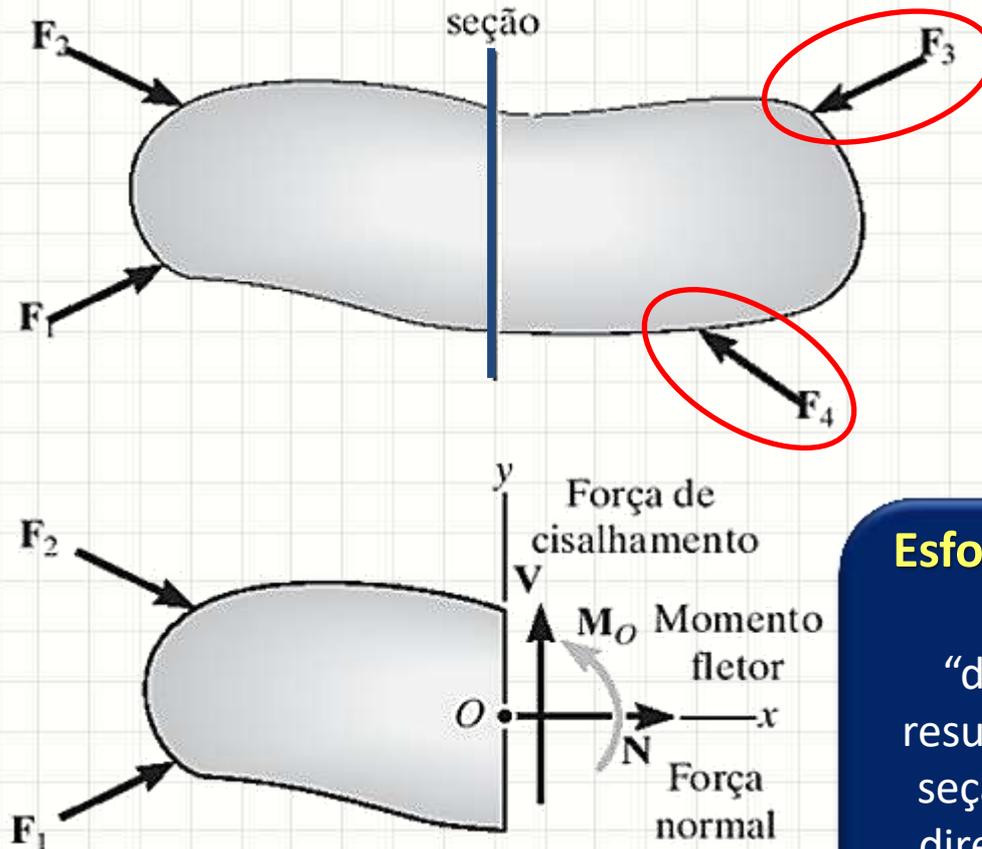
# Esforços em Qualquer Direção

- Vamos analisar um caso mais genérico



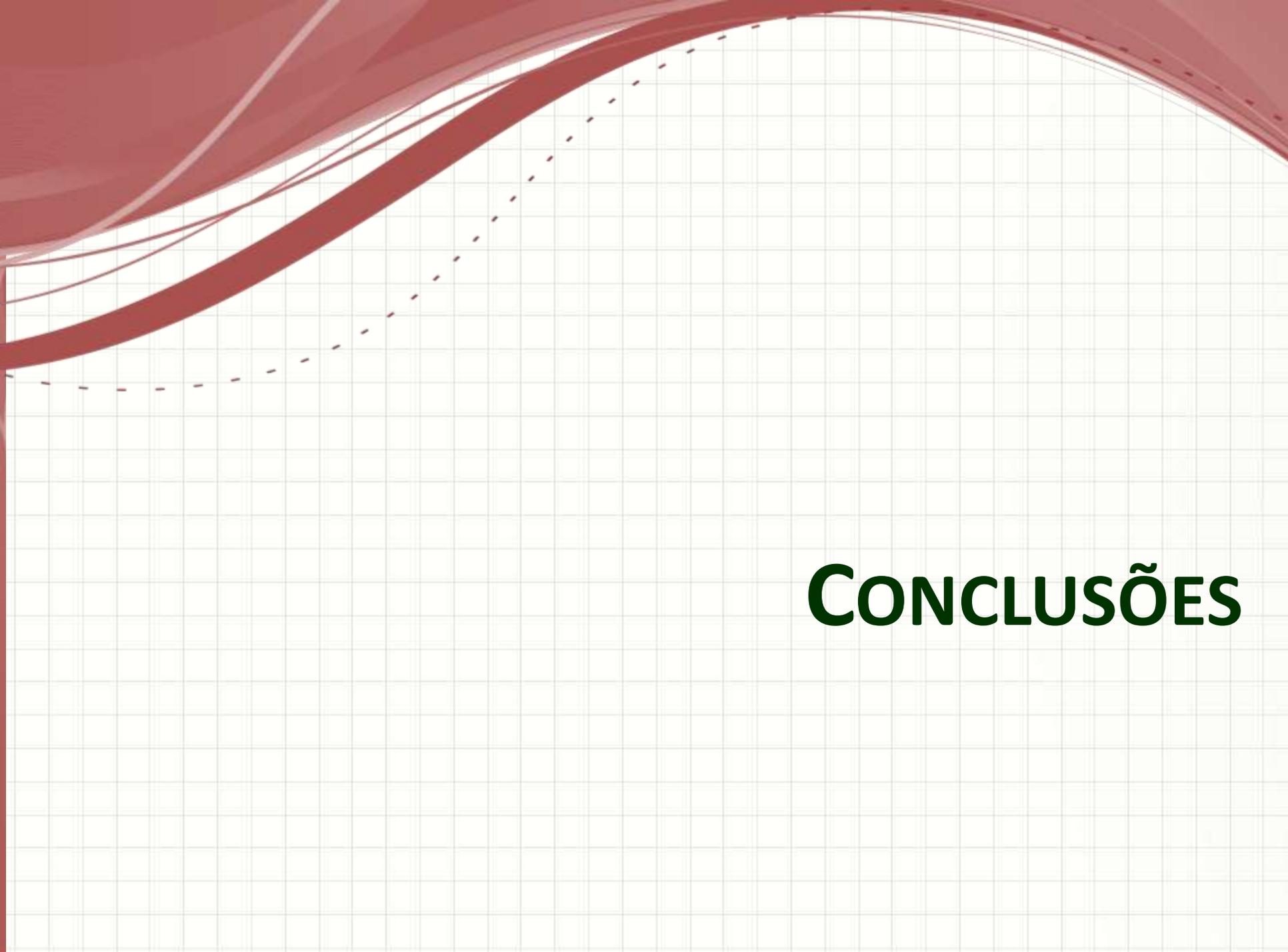
# Esforços em Qualquer Direção

- No plano, é aplicação do teorema do corte



## Esforços equivalentes na seção

“decomposição das resultantes no plano da seção transversal e na direção normal a esse plano”



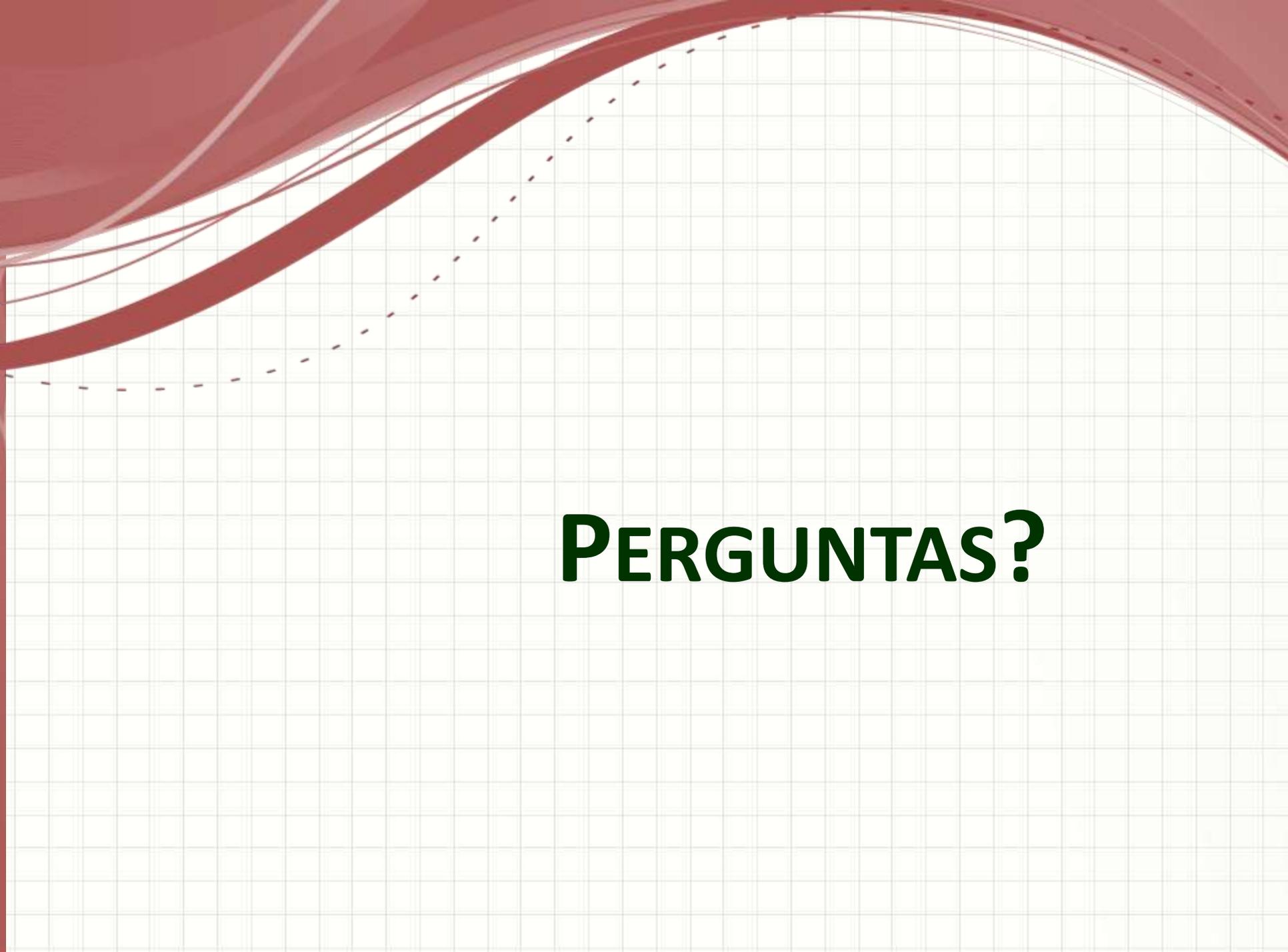
# CONCLUSÕES

# Resumo

- Forças axiais e cortantes
  - Geram tensões normais e de cisalhamento
- Tensões Admissíveis: verificação do material
- Esforços genéricos: decomposição
- **TAREFA:** Exercícios Aula 8

**SAVA8/9!**

- Aula online e leitura do livro
- Deformação dos materiais?
  - Quais são os tipos de deformação?
  - Como medi-las?



**PERGUNTAS?**

# Exercício para casa

- Leia os exemplos 1.6 a 1.12 do Hibbeler, 7ª ed.
- Determine as tensões normais nos pontos B, C e D

