Aula 09: Simplex: Ferramentas Computacionais

Prof. Daniel Caetano

Objetivo: Apresentar o uso do Excel/Solver para a resolução de um problema de otimização.

1. Apresentação do Problema

1) Para realizar a instalação de terminais de computador, uma empresa pode usar os esforços de dois funcionários: Pedro e João. O salário de Pedro é R$ 25,00 por hora e o de João é de R$ 40,00 por hora. Pedro consegue instalar um terminal em meia hora (0,5 hora) e João em 15 minutos (0,25 hora). É necessário instalar um total de 40 terminais, sendo que Pedro deve instalar pelo menos 10 deles. Sabe-se que nenhum dos dois funcionários pode trabalhar mais do que 8 horas em um dia. Deseja-se minimizar o custo total da instalação.

Como já visto, a modelagem matemática deste problema é:

F.O.: [MIN] $25*x_P + 40*x_J$
S.A.: $2*x_P + 4*x_J = 40$ <= Restrição do número de máquinas a instalar.
$2*x_P \geq 10$ <= Restrição do mínimo de máquinas para Pedro
$x_P \leq 8$ <= Número máximo de horas de trabalho para Pedro
$x_J \leq 8$ <= Número máximo de horas de trabalho para João

2. Usando o Computador para Resolver o Problema

Para resolver um problema deste tipo, existem inúmeras ferramentas. Algumas delas, as mais poderosas (LINDO, LINGO, GAMS, etc) podem usar a forma padrão.

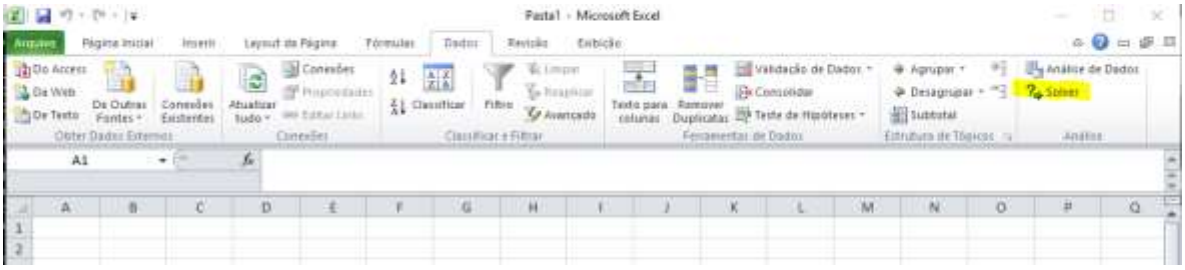
Entretanto, há ferramentas mais simples no mercado, como aquela que vem no Microsoft Excel, chamada Solver. O Solver é uma biblioteca do Excel que implementa algoritmos de programação linear e não linear. Curiosamente, para o uso do Excel, não é necessário usar a forma padrão, como será visto a seguir.

A instalação padrão do Excel, entretanto, não vem com o Solver habilitado. Para tanto, é preciso seguir alguns passos.

Na aba/menu **Arquivo**, escolha **Opções**. Uma janela será aberta. Selecione, no lado esquerdo, a opção **Suplementos**. Na parte inferior da janela haverá uma caixa com a opção "Suplementos do Excel" selecionada e o botão **Ir...**, no qual você deve clicar.

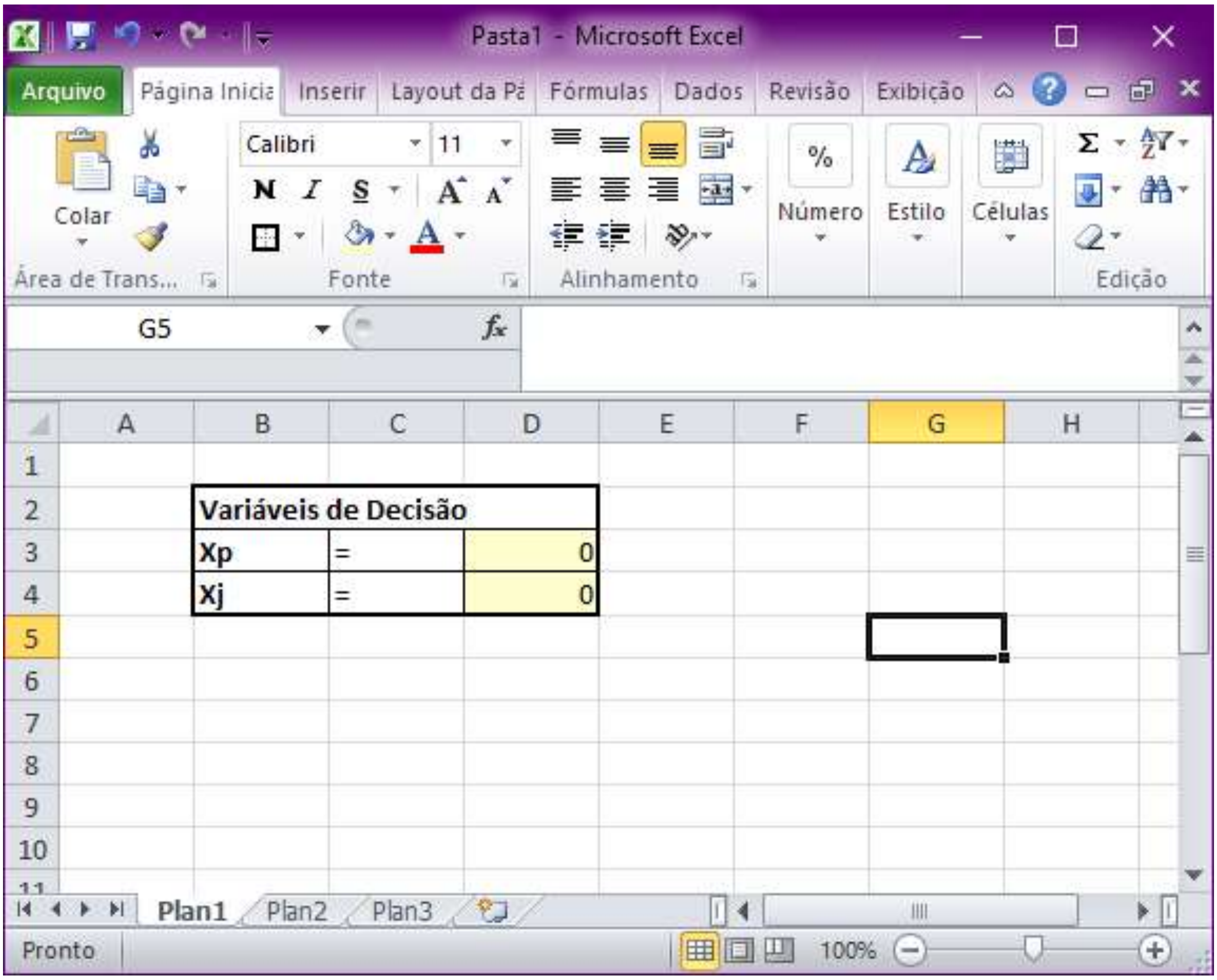
Isso irá abrir uma janelinha, bastando agora selecionar “Solver” e “Ferramentas de Análise” e depois clicar no botão **OK**.

Agora a opção “Solver” deverá aparecer na aba **Dados**.



2.1. Preparando a Planilha para o Uso do Solver

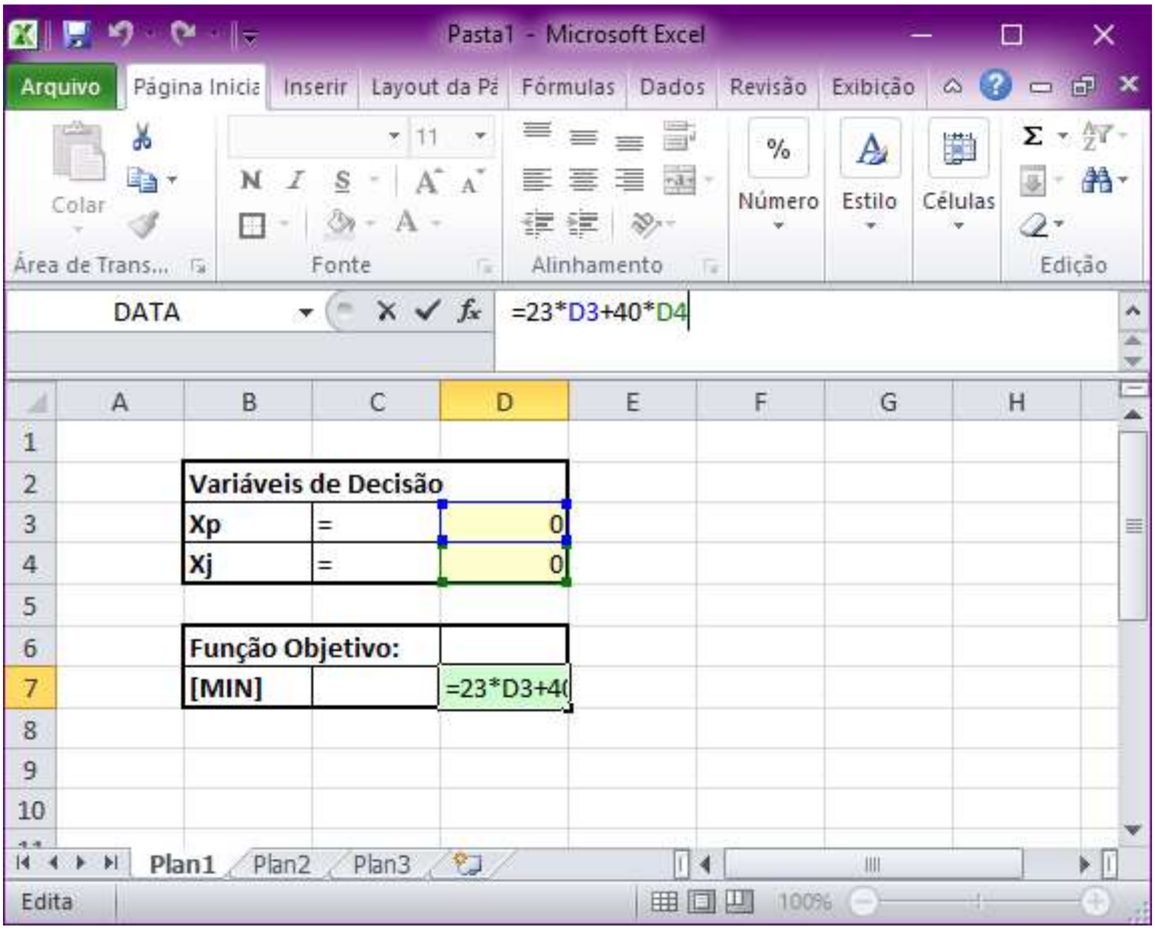
Ao abrir o Excel, surge uma planilha em branco, mas é possível preenchê-la de forma a facilitar o trabalho para seu uso posterior no solver. A ideia é listar primeiramente todas as variáveis de decisão, com seu nome e valor inicial (normalmente 0), como apresentado na tela a seguir. Note que estão marcados em amarelo os valores das variáveis de decisão.



O próximo passo é representar a Função Objetivo, como na figura abaixo, lembrando que no local onde aparece o valor da função objetivo é preciso escrever a fórmula da mesma, baseada no valor das células com as variáveis de decisão já indicadas (em **amarelo**), sendo que, no exemplo da figura, Xp é a célula D3 e Xj é a célula D4, fazendo com que a fórmula $25*x_P + 40*x_J$ seja:

= 25*D3 + 40*D4

Note que o valor da função objetivo foi marcado em **verde**.

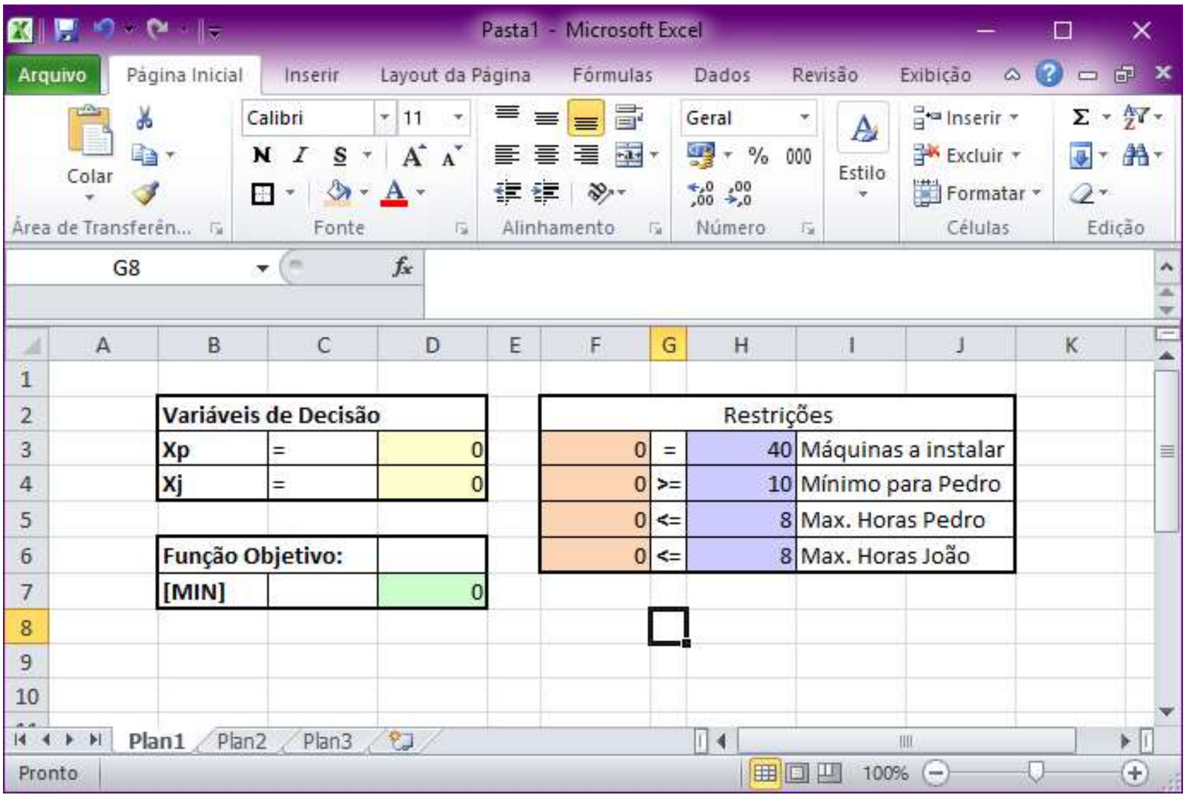


Falta agora representar as restrições, sendo que elas devem ser representadas em 3 colunas: a primeira contém as fórmulas do lado esquerdo de cada restrição, convertidas para o formato Excel (indicando as células das variáveis de decisão), a segunda contém o sinal (igual, maior ou igual, menor ou igual) e a terceira contém o lado direito das restrições (o número).

O lado direito das restrições $2*x_P + 4*x_J = 40$, $2*x_P \geq 10$, $x_P \leq 8$ e $x_J \leq 8$ ficam, no formato do Excel e considerando os exemplos das figuras anteriores, respectivamente:

= 2*D3 + 4*D4
= 2*D3
= D3
= D4

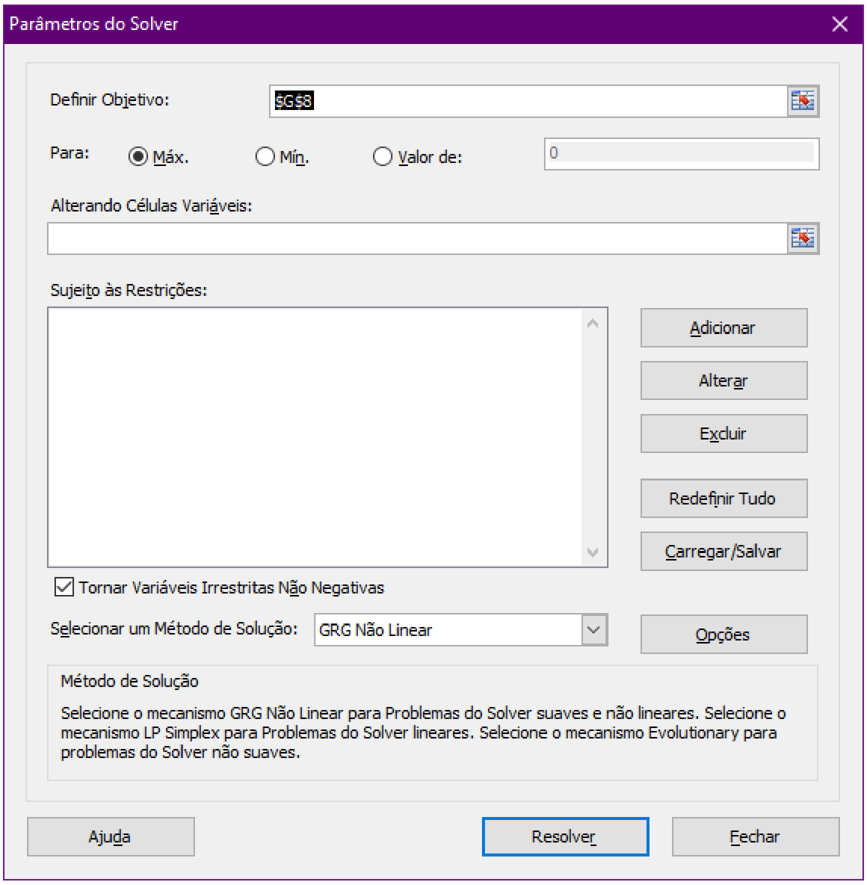
Quando colocadas no Excel, as restrições deverão ficar como na figura a seguir. Note que os valores das restrições estão em **laranja** e os limites das restrições estão em **roxo**.



2.1. Iniciando e Preparando o Solver

Agora que a planilha está pronta, está na hora de iniciar o Solver. Como já vimos, o solver se encontra na aba **Dados**, como indicado na figura a seguir:

Abrindo o Solver, aparecerá sua janela principal, representada abaixo:

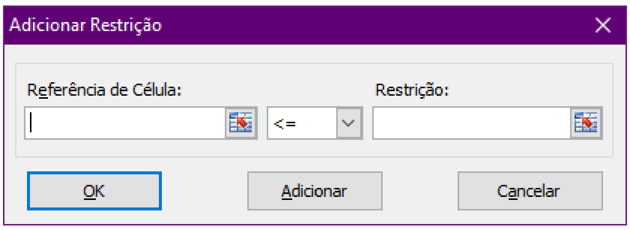


A primeira coisa que devemos fazer é marcar “Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas”, caso não esteja marcado, e em “Selecionar um Método de Solução”, selecionar **LP Simplex**. Se quiser fazer mais configurações (tempo máximo de execução, tolerância com relação a inteiros etc...), elas estão disponíveis no botão "**Opções**".

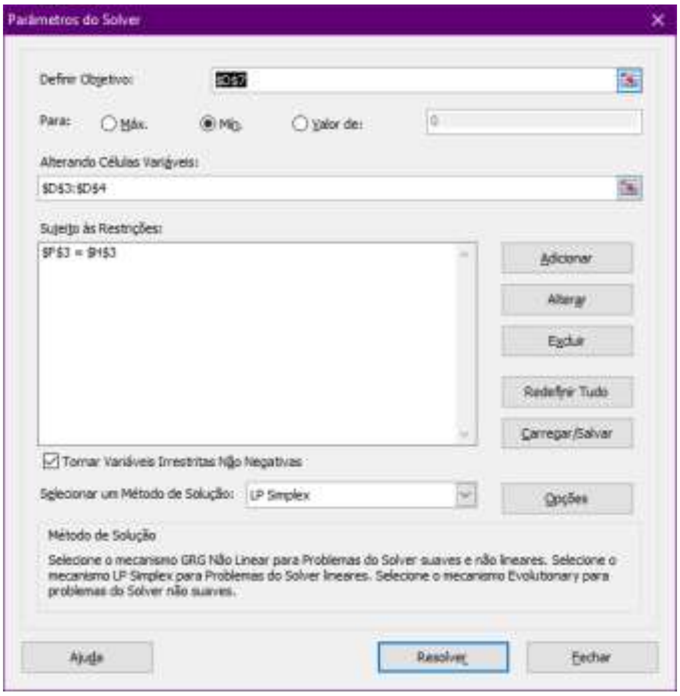
Após isso, será apresentada novamente a janela do Solver. No campo "Definir Objetivo", deve-se clicar no botão e indicar a célula em **verde**. No campo "Para" deve-se marcar "Min", indicando o desejo de minimizar o valor.

No campo "Alterando Células Variáveis", deve-se clicar no botão e indicar as células em **amarelo** (todas ao mesmo tempo).

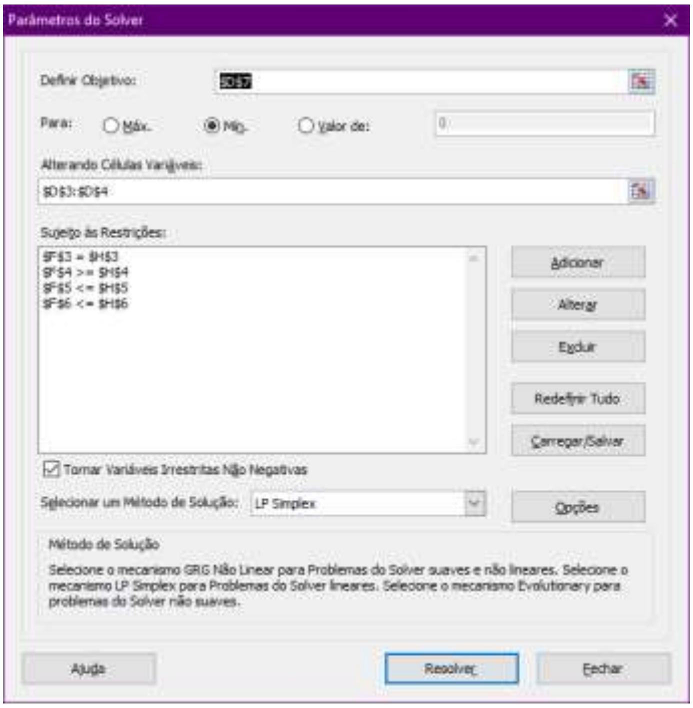
No campo "Submeter às Restrições", há um pouco mais de trabalho. Deve-se primeiramente clicar no botão "Adicionar". A janela abaixo será apresentada:



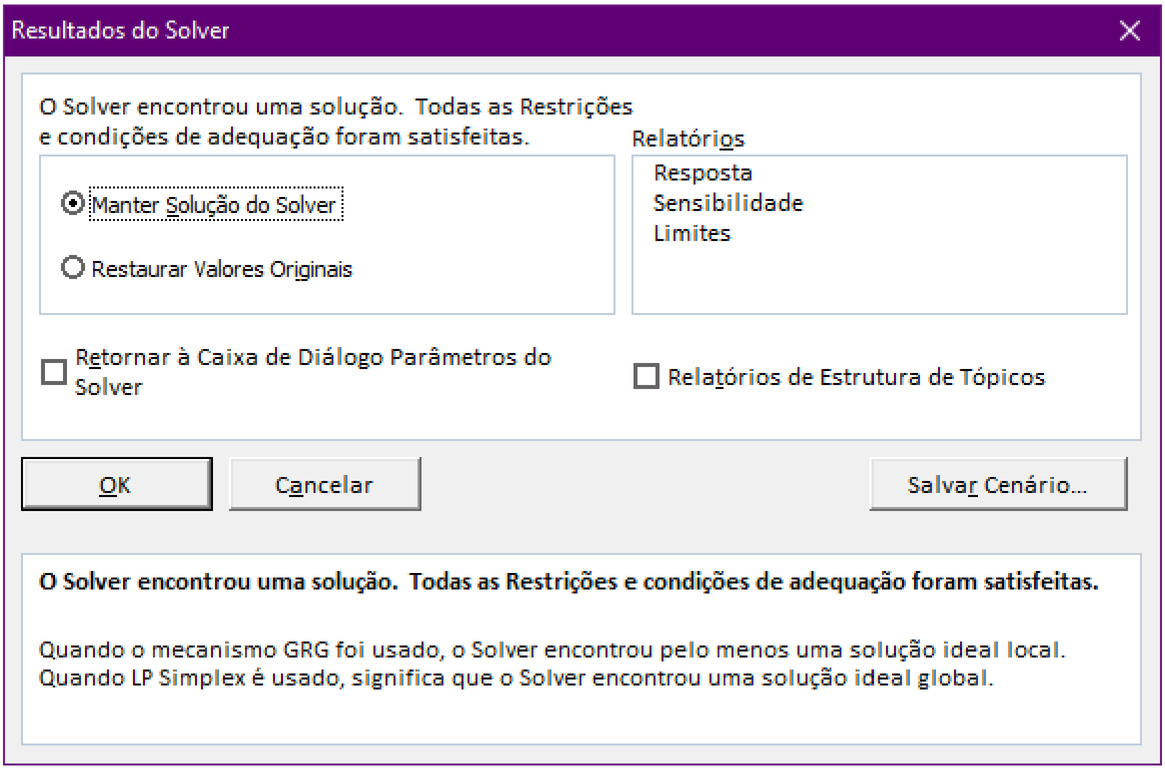
O primeiro passo é adicionar a primeira restrição. No campo "Referência da célula", deve-se clicar no botão e selecionar a primeira célula laranja (F3). No campo sem nome que contém o sinal, deve ser feita a seleção do mesmo sinal da restrição, que no caso é o igual (=). No campo "Restrição", basta clicar no botão e indicar a primeira célula roxa (H3). Feito isso, simplesmente clique no botão OK e a primeira restrição estará adicionada, como indicado na figura abaixo:



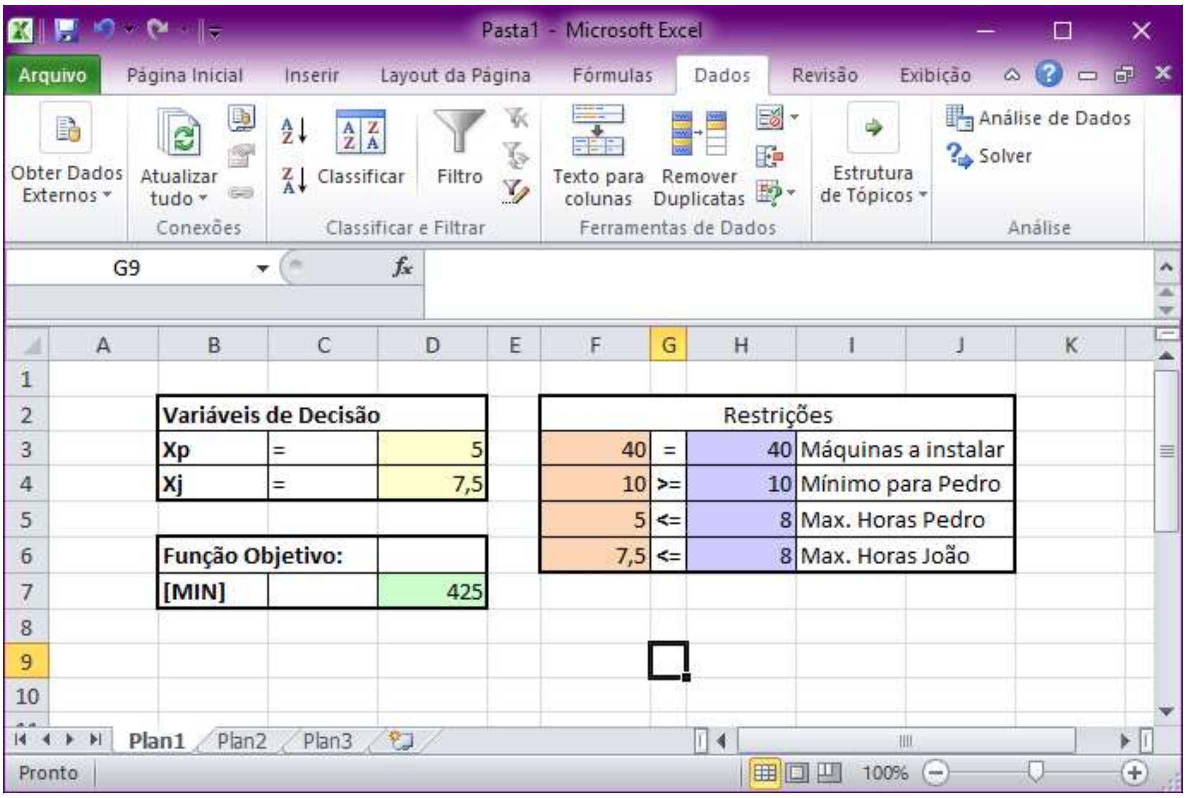
Repetindo o processo para as outras 3 restrições, a janela do solver terá a seguinte aparência:



Neste momento, basta clicar no botão "**Resolver**". Após isso, aparecerá a seguinte janela:



Após decidir se quer visualizar algum dos relatórios (Resposta, Sensibilidade e Limites), deve-se clicar no botão Ok. Neste ponto, a planilha do Excel mostrará a solução final, como apresentado na figura a seguir.



Ou seja: a solução é Xp = 5 (Pedro trabalhará 5 horas) e Xj = 7,5 (João trabalhará 7,5 horas). O custo final será R$ 425,00. Estes valores também são apresentados no relatório de respostas.

3. Relatório de Sensibilidade

O "Relatório de Sensibilidade" apresenta algumas informações adicionais sobre variações que poderiam ocorrer sem que a solução fosse modificada. Vamos compreender cada uma dessas informações.

No relatório de sensibilidade, os significados são:

Células Variáveis

Custo Reduzido: para as variáveis de decisão com valor zero, esse valor indica o quanto este valor está abaixo (negativo) ou acima (positivo) do valor que deveria ter para que a variável passasse a ter valor diferente de zero.

Coeficiente Objetivo: é o coeficiente da variável na Função Objetivo.

Permitido Aumentar: Quanto é possível aumentar o valor do coeficiente até que o valor das variáveis mude.

Permitido Reduzir: Quanto é possível reduzir o valor do coeficiente até que o valor das variáveis mude.

Restrições

Preço Sombra: para as restrições que chegaram ao limite – isto é, indicam que o recurso se esgotou – o preço sombra será diferente de zero. Ele significa o quanto o valor da função objetivo cresceria se houvesse mais uma unidade desse recurso. Em geral isso significa que esses são os recursos limitantes.

Permitido Aumentar: Quanto é possível aumentar esse recurso sem alterar qual a restrição mais limitante, isto é, qual o gargalo do problema.

Permitido Reduzir: Quanto é possível reduzir esse recurso sem alterar qual a restrição mais limitante, isto é, qual o gargalo do problema.

3.1. Exercício

Experimente resolver para o seguinte problema:

F.O.:	[MIN] $200*x_A + 300*x_B + 50*x_C$	
S.A.:	$2*x_A + 3*x_B + 7*x_C \leq 40$	<= Restrição do volume
	$3*x_A + 3*x_B + 2*x_C \leq 40$	<= Restrição do peso
	$1*x_A \geq 3$	<= Mínimo de unidades de A a transportar
	$1*x_A \geq 10$	<= Mínimo de unidades de B a transportar