



PESQUISA OPERACIONAL I

O MÉTODO SIMPLEX

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 2

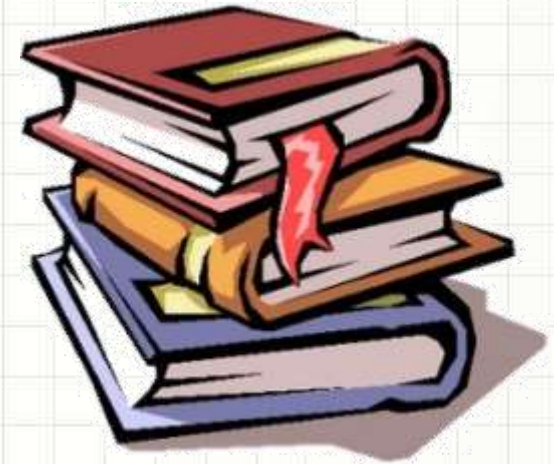
Objetivos

- Conhecer a tabela usada no Método Simplex
- Compreender o mecanismo evolutivo do Método Simplex

- **Atividade Aula 06 no SAVVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação e
Notas de Aula

<http://www.caetano.eng.br/>
(Pesquisa Operacional I – Aula 6)

Biblioteca Virtual

- Iniciação à Pesquisa Operacional no Ambiente de Gestão, Cap. 3

Minha Biblioteca

- Pesquisa Operacional: Curso Introdutório, Cap. 3



O PROCESSO DA PESQUISA OPERACIONAL

Processo em 5 Etapas

1. Definição do Problema

- O que se deseja atingir? Quais são as restrições?

2. Formulação do Modelo Quantitativo

- Definir equações e inequações

3. Resolução do Modelo


- Valores relevantes: **variáveis de decisão**

4. Validação e Consideração do Imponderável

- Deve ser aplicável à realidade

5. Implementação da Solução

- Transição suave



RETOMANDO:
NOÇÕES DO
MÉTODO SIMPLEX

Ideia do Simplex

- Procedimento

1. Determinar uma solução viável (primeiro vértice)
2. Se deslocar inteligentemente p/ próximo vértice
3. Parar quando se verifica que está no ótimo.

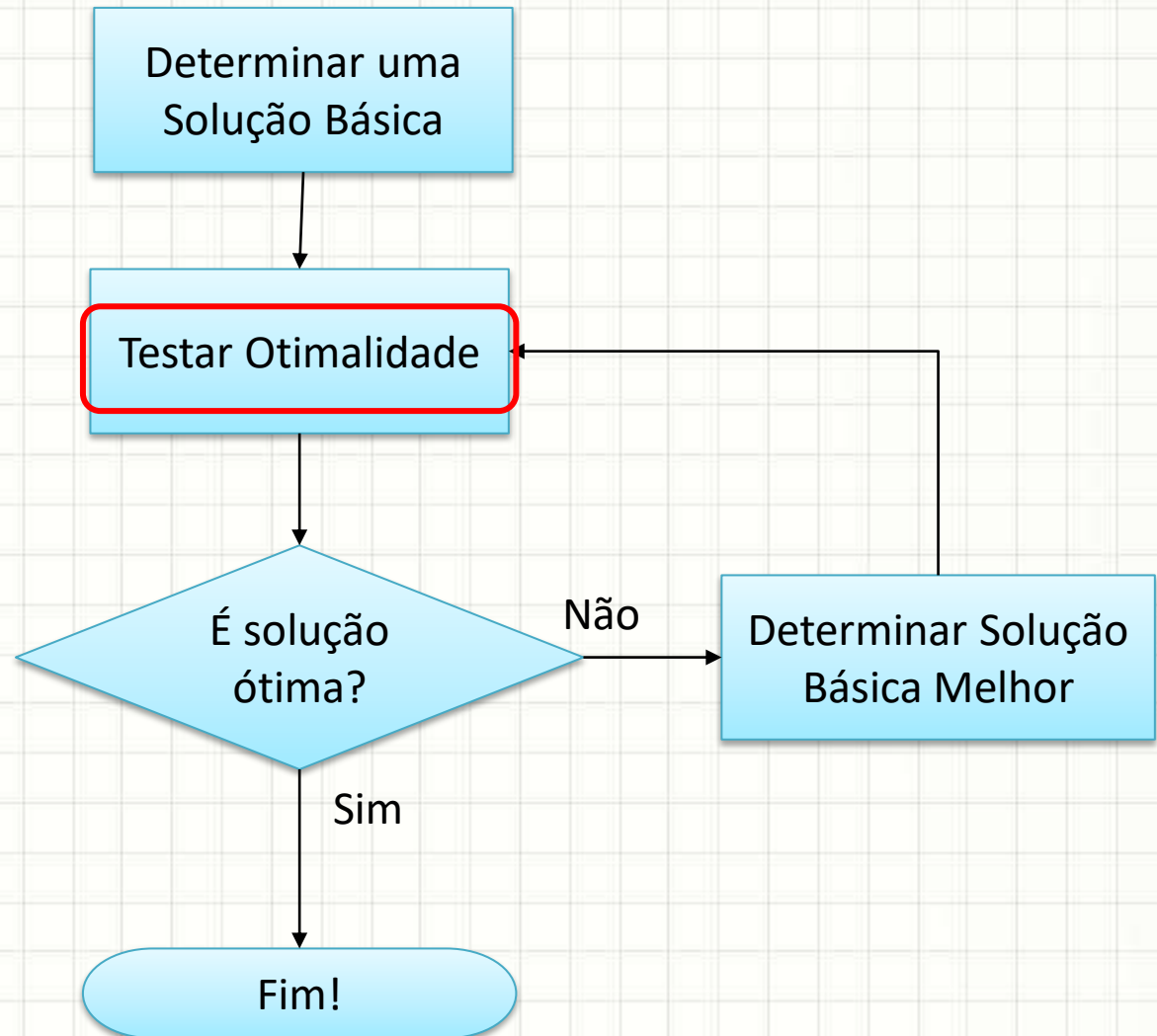
- F.O.: $[max] \ 80.x_A + 60.x_B + 0.x_{f1} + 0.x_{f2} + 0.x_{f3}$

- S.A.:
$$4.x_A + 6.x_B + 1.x_{f1} + 0.x_{f2} + 0.x_{f3} = 24$$
$$4.x_A + 2.x_B + 0.x_{f1} + 1.x_{f2} + 0.x_{f3} = 16$$
$$0.x_A + 1.x_B + 0.x_{f1} + 0.x_{f2} + 1.x_{f3} = 3$$

- Variáveis Não Básicas: $x_A = 0 \quad x_B = 0$

- Variáveis Básicas: $x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$

Algoritmo do Método Simplex





A TABELA DO SIMPLEX

Tabela do Simplex

- A partir do modelo na forma padrão

$$F.O.: [max] 80 \cdot x_A + 60 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3}$$

$$S.A.: \quad 4 \cdot x_A + 6 \cdot x_B + 1 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3} = 24$$

$$4 \cdot x_A + 2 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 1 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3} = 16$$

$$0 \cdot x_A + 1 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 1 \cdot x_{f3} = 3$$

- 3 Restrições: tabela de 7 linhas (3+4)
- 5 variáveis: tabela de 9 colunas (5+4)

Tabela do Simplex

- A partir do modelo na forma padrão

$$F.O.: [max] 80 \cdot x_A + 60 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3}$$

S.A.:

$$4 \cdot x_A + 6 \cdot x_B + 1 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3} = 24$$

$$4 \cdot x_A + 2 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 1 \cdot x_{f2} + 0 \cdot x_{f3} = 16$$

$$0 \cdot x_A + 1 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 1 \cdot x_{f3} = 3$$

- 7 linhas e 9 colunas

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

$$\sum c_j \cdot b_j = F.O.$$

Tabela do Simplex

- Entendendo melhor a tabela $x_A = 0$ e $x_B = 0$

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela: Z

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0						
	Linha C-Z							

$$0.4 + 0.4 + 0.0 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0					
	Linha C-Z							

$$0.6 + 0.2 + 0.1 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0				
	Linha C-Z							

$$0.1 + 0.0 + 0.0 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela: Z

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0			
	Linha C-Z							

$$0.0 + 0.1 + 0.0 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela: Z

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0		
	Linha C-Z							

$$0.0 + 0.0 + 0.1 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela: Z

		80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z							

$$0.24 + 0.16 + 0.3 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: C-Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80						

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: C-Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60					

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: C-Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X _{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X _{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X _{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0				

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: C-Z

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0			

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela: C-Z

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X _{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X _{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X _{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		


Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_i / a_{ij}
0	X _{F1}	4	6	1	0	0	24	
0	X _{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X _{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		



**Maior valor C-Z:
Variável que vai entrar na
Solução Básica**

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: b_j/a_{ij}

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

$$24/4 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: b_j/a_{ij}

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	4
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

$$16/4 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

- Calculando a tabela: b_j/a_{ij}

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	4
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	$+\infty$
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

$$3/0 = ?$$

Tabela do Simplex

$$x_{f1} = 24 \quad x_{f2} = 16 \quad x_{f3} = 3$$

$$x_A = 0 \text{ e } x_B = 0$$

- Calculando a tabela

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	4
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	$+\infty$
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

Menor do b_j/a_{ij} :
Variável que vai sair da
Solução Básica

- X_{F2} vai passar a valer 0
- X_A vai passar a ser diferente de zero...

Quanto?



**EVOLUINDO A SOLUÇÃO:
MUDANDO DE VÉRTICE**

Evolução do Simplex

- Colocando a variável

Pivô

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
0	X_{F2}	4	2	0	1	0	16	4
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	$+\infty$
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

Evolução do Simplex

- Colocando a variável

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	6
80	X_A	4	2	0	1	0	16	4
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	$+\infty$
	Linha Z	0	0	0	0	0	0	
	Linha C-Z	80	60	0	0	0		

- Dividir a linha toda pelo pivô

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
80	X_A	4/4	2/4	0/4	1/4	0/4	16/4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

Evolução do Simplex

- Colocando a variável

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

- Fazer com que outras linhas tenham 0 em X_A

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

Evolução do Simplex

- Zerando a outra linha

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	4	6	1	0	0	24	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

- Multiplicar a linha referência (principal) por -4

$$\begin{array}{cccccc}
 1 \cdot -4 & 0,5 \cdot -4 & 0 \cdot -4 & 0,25 \cdot -4 & 0 \cdot -4 & 4 \cdot -4 \\
 -4 & -2 & 0 & -1 & 0 & -16
 \end{array}$$

- Somar com a linha a anular

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & 4 & 1 & -1 & 0 & 8
 \end{array}$$

Evolução do Simplex

- Tabela pronta!

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

- Qual a nova solução não básica?

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$\sum c_j \cdot b_j = \text{F.O.}$$

- E a nova solução básica?

$$\text{F.O.} = 320$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$


$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Calculando a nova linha Z

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z							

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Calculando a nova linha C-Z

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Variáveis na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável entra?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

Maior valor C-Z:
Variável que vai entrar na
Solução Básica

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável sai?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

$$8/4 = ?$$

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável sai?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	8
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

$$4/0,5 = ?$$

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável sai?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	8
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	3
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

$$3/1 = ?$$

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável sai?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	8
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	3
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

$$3/1 = ?$$

$$\mathbf{F.O. = 320}$$

$$x_B = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_{f1} = 8 \quad x_A = 4 \quad x_{f3} = 3$$

Evolução do Simplex

- Qual variável sai?

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_i	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_i	b_i / a_{ij}
0	X_{F1}	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	8
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	3
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

Menor do b_i/a_{ij} :
Variável que vai sair da
Solução Básica

- X_{F1} vai passar a valer 0
- X_B vai passar a ser diferente de zero...

Evolução do Simplex

- Inserindo a nova variável

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	4	1	-1	0	8	2
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	8
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	3
	Linha Z	80	40	0	20	0	320	
	Linha C-Z	0	20	0	-20	0		

- Dividir por 4!

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0/4=0	4/4=1	1/4	-1/4	0/4=0	8/4=2	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

Evolução do Simplex

- Ajustar as demais linhas

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1	1/2	0	1/4	0	4	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

- Multiplicar por -0,5 para gerar o 0 na linha 2

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1 -1/2*0	1/2 -1/2*1	0 -1/2*1/4	1/4 -1/2*-1/4	0 -1/2*0	4 -1/2*2	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

Evolução do Simplex

- Ajustar as demais linhas

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1	0	-1/8	3/8	0	3	
0	X_{F3}	0	1	0	0	1	3	
	Linha Z							
	Linha C-Z							

- Multiplicar por -1 para gerar o 0 na linha 3

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1	0	-1/8	3/8	0	3	
0	X_{F3}	$0 - 1 \cdot 0$	$1 - 1 \cdot 1$	$0 - 1 \cdot 1/4$	$0 - 1 \cdot -1/4$	$1 - 1 \cdot 0$	$3 - 1 \cdot 2$	
	Linha Z							
	Linha C-Z							


$$\mathbf{F.O. = 360}$$

$$x_{f1} = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_B = 2 \quad x_A = 3 \quad x_{f3} = 1$$

Evolução do Simplex

- Calcular a linha Z...

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1	0	-1/8	3/8	0	3	
0	X_{F3}	0	0	-1/4	1/4	1	1	
	Linha Z	80	60	5	15	0	360	
	Linha C-Z							

$$\mathbf{F.O. = 360}$$

$$x_{f1} = 0 \quad x_{f2} = 0$$

$$x_B = 2 \quad x_A = 3 \quad x_{f3} = 1$$

Evolução do Simplex

- Calcular a linha C-Z...

	Linha C	80	60	0	0	0		Linha
c_j	Var. na Solução	X_A	X_B	X_{F1}	X_{F2}	X_{F3}	b_j	b_j / a_{ij}
60	X_B	0	1	1/4	-1/4	0	2	
80	X_A	1	0	-1/8	3/8	0	3	
0	X_{F3}	0	0	-1/4	1/4	1	1	
	Linha Z	80	60	5	15	0	360	
	Linha C-Z	0	0	-5	-15	0		

Nenhum valor positivo:
Encontramos a solução
ótima para o problema!



PROBLEMAS

Problema I

- Resolva pelo método Simplex:
- F.O.: $[max] 5 \cdot x_S + 2 \cdot x_C$
- S.A.: $10 \cdot x_S + 12 \cdot x_C \leq 60$
 $2 \cdot x_S + 1 \cdot x_C \leq 6$
 $1 \cdot x_S \geq 0$
 $1 \cdot x_C \geq 0$

Problema I

F.O. [MAX] $5 \cdot x_s + 2 \cdot x_c + 0x_{f1} + 0x_{f2}$

S.A. $10 \cdot x_s + 12 \cdot x_c + 1x_{f1} + 0x_{f2} = 60$

$2 \cdot x_s + 1 \cdot x_c + 0x_{f1} + 1x_{f2} = 6$

2 Rest → 6 LINHAS

4 VARS → 8 COLUNAS

1. COLOCAR NA FORMA PADRÃO
2. CONSTRUIR A TABELA INICIAL
3. CALCULAR z e C-Z
4. IDENTIFICAR VARIÁVEL QUE ENTRA
5. CALCULAR COLUNA b/a
6. IDENTIFICAR VARIÁVEL QUE SAÍ
7. REDESENHAR A TABELA

	C	5	2	0	0		
	VS	x_s	x_c	x_{f1}	x_{f2}	b	b/a
0	x_{f1}	10	12	1	0	60	6
0	x_{f2}	2	1	0	1	6	3
	Z	0	0	0	0	0	
	C-Z	5	2	0	0		

	C	5	2	0	0		
	VS	x_s	x_c	x_{f1}	x_{f2}	b	b/a
0	x_{f1}	0	7	1	-5	30	
5	x_s	1	1/2	0	1/2	3	
	Z	5	2.5	0	2.5	15	
	C-Z	0	-0.5	0	-2.5		

Multi. Linha x_s por -10

-10 -5 0 -5 -30

SOLUÇÃO ÓTIMA

$x_s = 3$

$x_{f1} = 30$

$x_c = 0$

$x_{f2} = 0$

Problema II

- Resolva pelo método Simplex:
- F.O.: $[max] 20 \cdot x_L + 10 \cdot x_P + 30 \cdot x_T$
- S.A.: $1 \cdot x_L + 1 \cdot x_P + 1 \cdot x_T \leq 800$
 $1 \cdot x_T \leq 200$
 $1 \cdot x_L \geq 0$
 $1 \cdot x_P \geq 0$
 $1 \cdot x_T \geq 0$

Problema II

F.O. [MÁX] $20X_L + 10X_P + 30X_T + 0X_{f1} + 0X_{f2}$
 S.A. $1X_L + 1X_P + 1X_T + 1X_{f1} + 0X_{f2} = 800$
 $0X_L + 0X_P + 1X_T + 0X_{f1} + 1X_{f2} = 200$

2 Res → 2 linhas
 5 vars → 5 colunas

1. COLOCAR NA FORMA PADRÃO
2. CONSTRUIR A TABELA INICIAL
3. CALCULAR Z e C-Z
4. IDENTIFICAR VARIÁVEL DE ENTRADA
5. CALCULAR COLUNA b/a
6. IDENTIFICAR VARIÁVEL QUE SAÍ
7. REDESENHAR A TABELA

	C	20	10	30	0	0		
	V.S.	X_L	X_P	X_T	X_{f1}	X_{f2}	b	b/a
0	X_{f1}	1	1	1	1	0	800	800
0	X_{f2}	0	0	1	0	1	200	200
	Z	0	0	0	0	0	0	
	C-Z	20	10	30	0	0		

↑

	C	20	10	30	0	0		
	V.S.	X_L	X_P	X_T	X_{f1}	X_{f2}	b	b/a
0	X_{f1}	1	1	0	1	-1	600	600
30	X_T	0	0	1	0	1	200	200
	Z	0	0	30	0	30	6000	
	C-Z	20	10	0	0	-30		

MULT. LINHA ORIGINAL (X_T) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad -1 \quad -200$

	C	20	10	30	0	0		
	V.S.	X_L	X_P	X_T	X_{f1}	X_{f2}	b	b/a
20	X_L	1	1	0	1	-1	600	
30	X_T	0	0	1	0	1	200	
	Z	20	30	30	20	10	11000	
	C-Z	0	-10	0	-20	-10		

SOLUÇÃO ótima

$X_L = 600$ $X_P = 0$
 $X_T = 200$ $X_{f1} = 0$
 $X_{f2} = 0$



CONCLUSÕES

Resumo

- Método Simplex
 - Procedimento longo e tedioso
 - Mas resolve os problemas de P.L.!
 - A tabela do Simplex é rica em informações!
 - Vale a pena compreendê-la no detalhe!
-
- Como resolver problemas...
 - De minimização?
 - Com restrição maior ou igual?
 - Com restrição de igualdade original?



PERGUNTAS?