



PESQUISA OPERACIONAL I

MÉTODO DAS DUAS FASES

Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 2

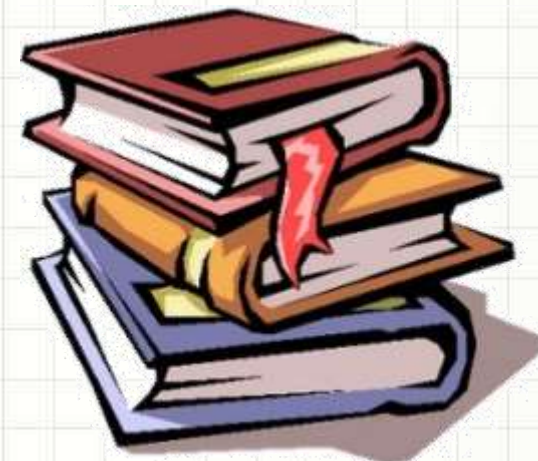
Objetivos

- Compreender como lidar com problemas que contenham variáveis artificiais
- Capacitar para aplicar o método Simplex de Duas Fases

- **Atividade Aula 08 no SAVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação e
Notas de Aula

<http://www.caetano.eng.br/>
(Pesquisa Operacional I – Aula 8)

Biblioteca Virtual

- Pesquisa Operacional (Taha), Cap. 3

Minha Biblioteca

- Pesquisa Operacional: Curso Introdutório, Cap. 3



O PROCESSO DA PESQUISA OPERACIONAL

Processo em 5 Etapas

1. Definição do Problema

- O que se deseja atingir? Quais são as restrições?

2. Formulação do Modelo Quantitativo

- Definir equações e inequações

3. Resolução do Modelo


- Valores relevantes: **variáveis de decisão**

4. Validação e Consideração do Imponderável

- Deve ser aplicável à realidade

5. Implementação da Solução

- Transição suave




RETOMANDO:
NOÇÕES DO
MÉTODO SIMPLEX

Ideia do Simplex

- Procedimento
 1. Determinar uma solução viável (primeiro vértice)
 2. Se deslocar inteligentemente p/ próximo vértice
 3. Parar quando se verifica que está no ótimo.
- Exigências do Método Visto
 - Todas as variáveis positivas
 - Lado direito positivo
 - Restrições de igualdade (a partir de “menor ou igual”)
 - Problemas de maximização

Resumo dos Artifícios

- Lado direito negativo
 - Multiplicar a restrição por -1
- Restrições do tipo \geq
 - Inserir variável de excesso subtraindo: $-1 \cdot x_{E1}$
 - Inserir variável artificial somando: $+1 \cdot A_1$
- Restrições do tipo $=$
 - Inserir variável artificial somando: $+1 \cdot A_1$
- Problemas de Minimização
 - Multiplicar função objetivo por -1
 - Tratá-la como maximização



MUDANÇAS NA FUNÇÃO OBJETIVO

Mudanças na F.O.

- Variáveis de folga
 - Aparecem com coeficiente 0 na F.O.
 - Porque não aumentam nem custo nem lucro
- Variáveis de excesso
 - Também aparecem com coeficiente 0 na F.O.
 - Pela mesma razão
- E as variáveis Artificiais?

Mudanças na F.O.

- Variáveis Artificiais?
 - Precisam **sair** da solução
 - Método do M grande: coeficiente alto a prejudicial
 - Duas fases
 - Fase 1: F.O. alternativa para eliminar A: [MIN] $1.A_1$
 - Fase 2: F.O. original a partir de solução da Fase 1



EXEMPLO

Exemplo

- Coloque na forma padrão e encontre a solução:

- F.O.: $[max] 4.x_A + 3.x_B$

- S.A.: $2.x_A + 1.x_B = 15$

$$1.x_B \geq 4$$

$$1.x_A \geq 0$$

- Forma Padrão

- F.O.: $[max] 4.x_A + 3.x_B + 0.x_E + 0.A_1 + 0.A_2$

- S.A.: $2.x_A + 1.x_B + 0.x_E + 1.A_1 + 0.A_2 = 15$

$$0.x_A + 1.x_B - 1.x_E + 0.A_1 + 1.A_2 = 4$$

Exemplo – Fase 1

- Eliminar as variáveis artificiais

- F.O.: $[max] 4.x_A + 3.x_B + 0.x_E + 0.A_1 + 0.A_2$

- S.A.: $2.x_A + 1.x_B + 0.x_E + 1.A_1 + 0.A_2 = 15$

$$0.x_A + 1.x_B - 1.x_E + 0.A_1 + 1.A_2 = 4$$

- Trocar a função objetivo por

$$[min] 1.A_1 + 1.A_2$$

- Ou...

$$[max] -1.A_1 - 1.A_2$$

- Ou ainda...

$$[max] 0.x_A + 0.x_B + 0.x_E - 1.A_1 - 1.A_2$$

Exemplo – Fase 1

- Eliminar as variáveis artificiais
- F.O.: $[max] 0.x_A + 0.x_B + 0.x_E - 1.A_1 - 1.A_2$
- S.A.: $2.x_A + 1.x_B + 0.x_E + 1.A_1 + 0.A_2 = 15$
 $0.x_A + 1.x_B - 1.x_E + 0.A_1 + 1.A_2 = 4$

- Solução inicial:

$$x_A = x_B = x_E = 0$$

$$A_1 = 15$$

$$A_2 = 4$$

Exemplo – Fase 1

- Eliminar as variáveis artificiais
- F.O.: $[max] 0.x_A + 0.x_B + 0.x_E - 1.A_1 - 1.A_2$
- S.A.: $2.x_A + 1.x_B + 0.x_E + 1.A_1 + 0.A_2 = 15$
 $0.x_A + 1.x_B - 1.x_E + 0.A_1 + 1.A_2 = 4$
- Primeiro Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | |
| 0 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

Exemplo – Fase 1

- Primeiro Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | |
| 0 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Calculando Z e C-Z

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| -1 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | -2 | -2 | 1 | -1 | -1 | -19 | |
| | Linha C-Z | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | | |

- Qual variável entra?

Exemplo – Fase 1

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | b_i | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | | b_i / a_{ij} |
| -1 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | 7,5 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | inf. |
| | Linha Z | -2 | -2 | 1 | -1 | -1 | -19 | |
| | Linha C-Z | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | b_i | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | | b_i / a_{ij} |
| | | | | | | | | |
| -1 | A_2 | | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Quem entra?

Exemplo – Fase 1

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| -1 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | 7,5 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | inf. |
| | Linha Z | -2 | -2 | 1 | -1 | -1 | -19 | |
| | Linha C-Z | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | | | | | | | |
| -1 | A_2 | | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- O que isso nos diz?

Exemplo – Fase 1

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| -1 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | 7,5 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | inf. |
| | Linha Z | -2 | -2 | 1 | -1 | -1 | -19 | |
| | Linha C-Z | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | 1 | | | | | | |
| -1 | A_2 | 0 | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Como transformar o 2 em 1?

Exemplo – Fase 1

- Primeiro Tableau Calculado

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| -1 | A_1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 15 | 7,5 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | inf. |
| | Linha Z | -2 | -2 | 1 | -1 | -1 | -19 | |
| | Linha C-Z | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | |
| -1 | A_2 | 0 | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- A outra linha precisa de transformação?

Exemplo – Fase 1

- Segundo Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Calculando o Z e o C-Z...

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | 0 | -1 | 1 | 0 | -1 | -4 | |
| | Linha C-Z | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | | |

- Qual variável entra?

Exemplo – Fase 1

- Segundo Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | 15 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |
| | Linha Z | 0 | -1 | 1 | 0 | -1 | -4 | |
| | Linha C-Z | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | | |

- Preparando o Terceiro Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Quem entra?

Exemplo – Fase 1

- Segundo Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | 15 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |
| | Linha Z | 0 | -1 | 1 | 0 | -1 | -4 | |
| | Linha C-Z | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | | |

- Preparando o Terceiro Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | | | | | | | |
| 0 | X_B | | | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- O isso nos diz?

Exemplo – Fase 1

- Segundo Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | 15 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |
| | Linha Z | 0 | -1 | 1 | 0 | -1 | -4 | |
| | Linha C-Z | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | | |

- Preparando o Terceiro Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | | 0 | | | | | |
| 0 | X_B | | 1 | | | | | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Essa linha precisa de alguma mudança?

Exemplo – Fase 1

- Segundo Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 15/2 | 15 |
| -1 | A_2 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |
| | Linha Z | 0 | -1 | 1 | 0 | -1 | -4 | |
| | Linha C-Z | 0 | 1 | -1 | -1 | 0 | | |

- Preparando o Terceiro Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | Linha b_j / a_{ij} |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| 0 | X_A | | 0 | | | | | |
| 0 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- E como fazer o $\frac{1}{2}$ da outra linha virar 0?

Exemplo – Fase 1

- Terceiro Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 0 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Calculando Z e C-Z...

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 0 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | |

- Qual variável entra?

Exemplo – Fase 1

- Terceiro Tableau

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 0 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | |

- Qual a solução representada?

$$A_1 = A_2 = x_E = 0$$

$$x_A = 5,5$$

$$x_B = 4$$

- Vamos agora para a fase 2

Exemplo – Fase 2

- Mudanças para a Segunda Fase

| | | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 0 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | | |

- Voltar F.O. original: $[max] 4 \cdot x_A + 3 \cdot x_B + 0 \cdot x_E + 0 \cdot A_1 + 0 \cdot A_2$

| | | 4 | 3 | 0 | 0 | 0 | | Linha |
|----------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

Observe que Z e C-Z terão de ser recalculados!

Exemplo – Fase 2

- Mudanças para a Segunda Fase

| | | 4 | 3 | 0 | 0 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | A_1 | A_2 | b_j | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 1/2 | -1/2 | 11/2 | |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | | | |

- Vamos, agora, sumir com A_1 e A_2 do Tableau

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- Esse será o novo Tableau da fase 2

Exemplo – Fase 2

- Primeiro Tableau

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- Calculando Z e C-Z

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | |
| | Linha Z | 4 | 3 | -1 | 34 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 1 | | |

- Qual variável entra?

Exemplo – Fase 2

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | 11 |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | -4 X |
| | Linha Z | 4 | 3 | -1 | 34 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 1 | | |

- Quem entra?

Exemplo – Fase 2

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | 11 |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | -4 |
| | Linha Z | 4 | 3 | -1 | 34 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 1 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | | | | | |
| 3 | X_B | | | | | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- O que isso nos diz?

Exemplo – Fase 2

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | 11 |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | -4 |
| | Linha Z | 4 | 3 | -1 | 34 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 1 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | | | 1 | | |
| 3 | X_B | | | 0 | | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- Como fazer o $\frac{1}{2}$ virar 1?

Exemplo – Fase 2

- Primeiro Tableau Calculado

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 4 | X_A | 1 | 0 | 1/2 | 11/2 | 11 |
| 3 | X_B | 0 | 1 | -1 | 4 | -4 |
| | Linha Z | 4 | 3 | -1 | 34 | |
| | Linha C-Z | 0 | 0 | 1 | | |

- Preparando o Segundo Tableau

| c_j | Variáveis na Solução | 4 | 3 | 0 | b_j | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| | | X_A | X_B | X_E | | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | 2 | 0 | 1 | 11 | |
| 3 | X_B | | | 0 | | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- E como fazer o -1 da outra linha virar 0?

Exemplo – Fase 2

- Segundo Tableau

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | 2 | 0 | 1 | 11 | |
| 3 | X_B | 2 | 1 | 0 | 15 | |
| | Linha Z | | | | | |
| | Linha C-Z | | | | | |

- Calculando Z e C-Z

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | 2 | 0 | 1 | 11 | |
| 3 | X_B | 2 | 1 | 0 | 15 | |
| | Linha Z | 6 | 3 | 0 | 45 | |
| | Linha C-Z | -2 | 0 | 0 | | |

- Qual variável entra?

Exemplo – Fase 2

- Segundo Tableau Calculado

| | | 4 | 3 | 0 | | Linha |
|-------|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|
| c_j | Variáveis na Solução | X_A | X_B | X_E | b_j | b_j / a_{ij} |
| 0 | X_E | 2 | 0 | 1 | 11 | |
| 3 | X_B | 2 | 1 | 0 | 15 | |
| | Linha Z | 6 | 3 | 0 | 45 | |
| | Linha C-Z | -2 | 0 | 0 | | |

- Solução ótima!

$$x_A = 0$$

$$x_E = 11$$

$$x_B = 15$$

- Função Objetivo vale 45



PROBLEMAS

Problema I

- Resolva pelo SIMPLEX
- F.O.: $[min] 200 \cdot x_P + 300 \cdot x_G + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot A_1$
- S.A.:
 - $1 \cdot x_P + 0 \cdot x_G + 1 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 0 \cdot A_1 = 8$
 - $0 \cdot x_P + 2 \cdot x_G + 0 \cdot x_{f1} + 1 \cdot x_{f2} + 0 \cdot A_1 = 8$
 - $5 \cdot x_P + 7 \cdot x_G + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{f2} + 1 \cdot A_1 = 60$

Problema II

- Resolva pelo SIMPLEX

- F.O.: $[max] 30000 \cdot x_A + 10000 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{e1} + 0 \cdot A_1$

- S.A.: $20 \cdot x_A + 10 \cdot x_B + 1 \cdot x_{f1} + 0 \cdot x_{e1} + 0 \cdot A_1 = 80$

$$1 \cdot x_A + 1 \cdot x_B + 0 \cdot x_{f1} - 1 \cdot x_{e1} + 1 \cdot A_1 = 5$$



CONCLUSÕES

Resumo

- Método Simplex
 - Variáveis artificiais?
 - Duas fases!
-

- Ferramentas computacionais
 - Compreendendo a análise de sensibilidade



PERGUNTAS?