



# **MECÂNICA DOS SÓLIDOS**

## **DEFORMAÇÕES**

Prof. Dr. Daniel Caetano

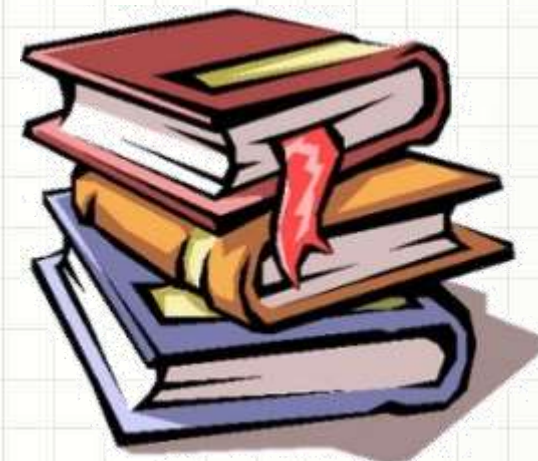
2019 - 2

# Objetivos

- Conhecer os tipos de deformação e deslocamentos
  - Saber estimar valor da deformação nas formas normal/axial e por cisalhamento
  - Calcular o efeito da variação térmica como deformação das estruturas
- 
- **Atividade Aula 9 – SAVA!**
  - **Pós-Aula 09 – SAVA**
  - **Pré-Aula 10 – SAVA**



# Material de Estudo



---

## Material

## Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>  
(Mecânica dos Sólidos – Aula 9)

Material Didático

-

Minha Biblioteca

-

Biblioteca Virtual

Resistência dos Materiais (Hibbeler, 7ª, cap. 2)

---

**LEMBRETE: CONSULTAR O “DEPOIS” DA AULA 9 NO SAVA!**  
**LEMBRETE: CONSULTAR O “ANTES” DA AULA 10 NO SAVA!**



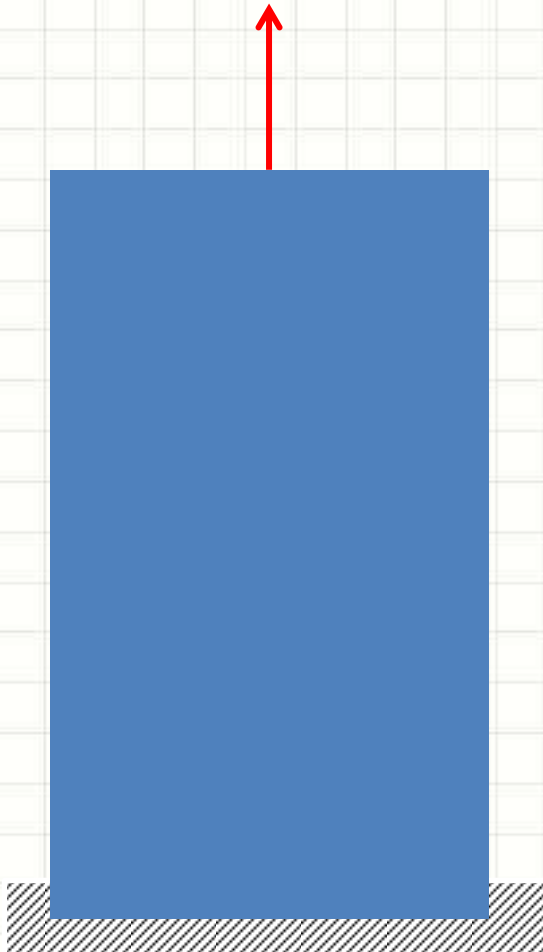
RETOMANDO:

# TENSÕES NORMAIS

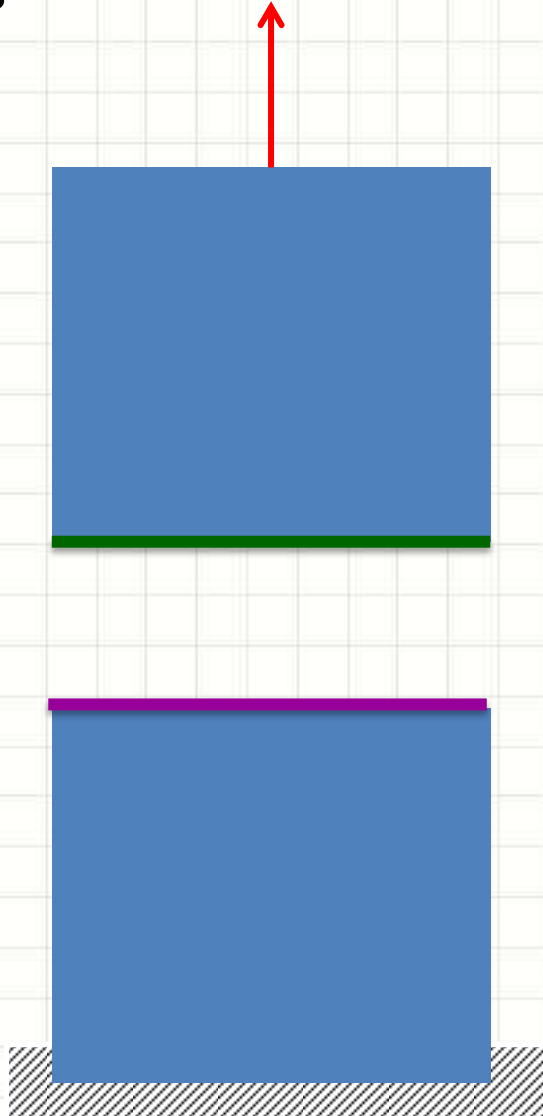
# Força Axial

## Esforço Solicitante

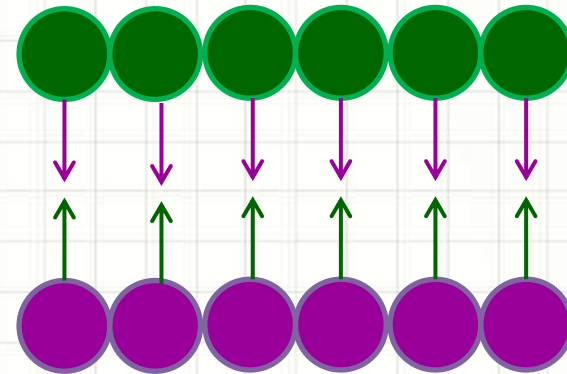
- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



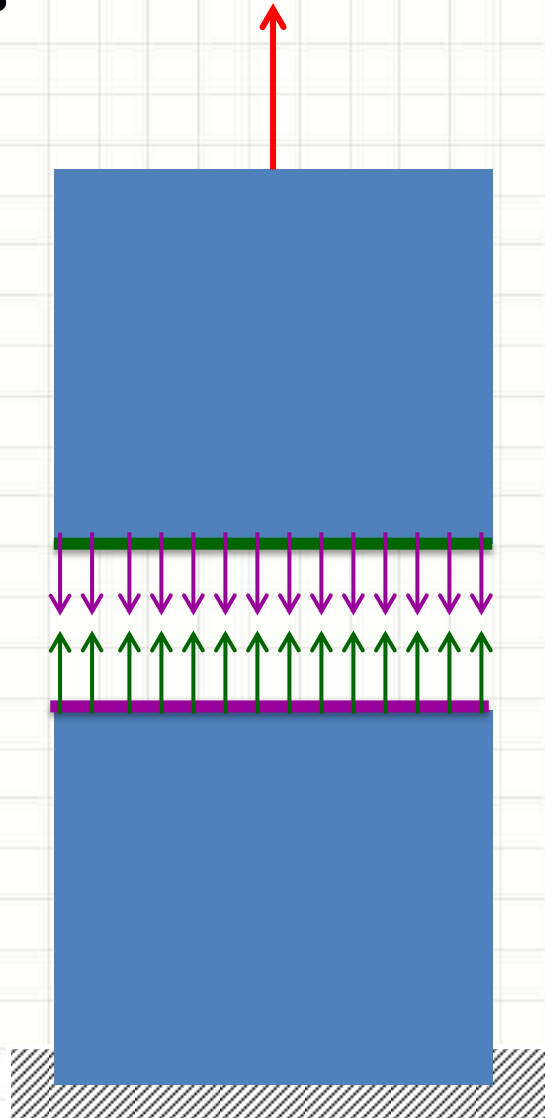
# Força Axial x Tensão Normal



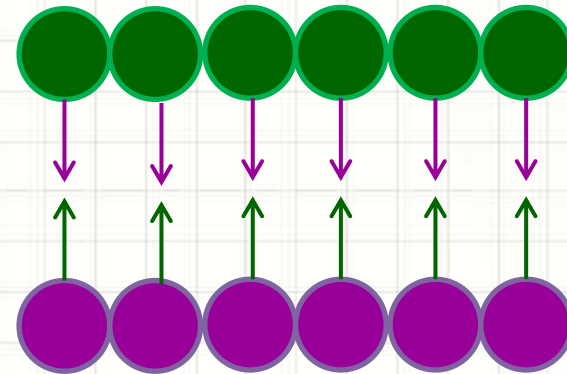
- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



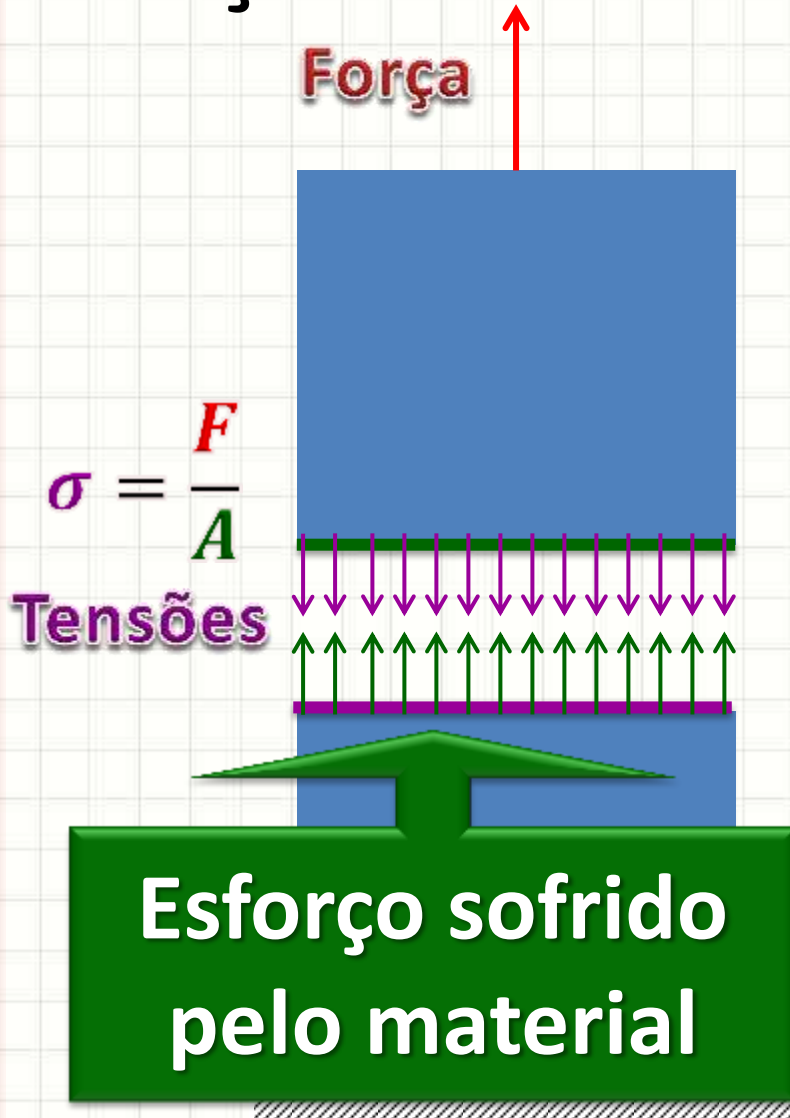
# Força Axial x Tensão Normal



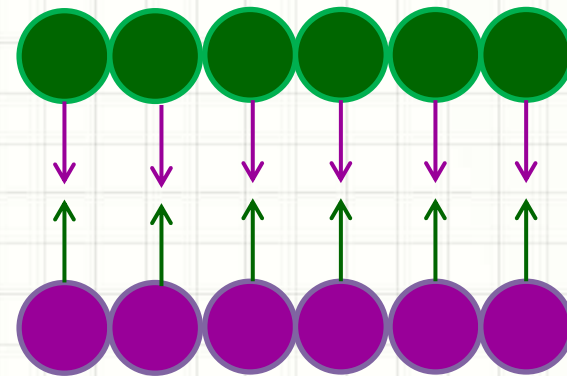
- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



# Força Axial x Tensão Normal

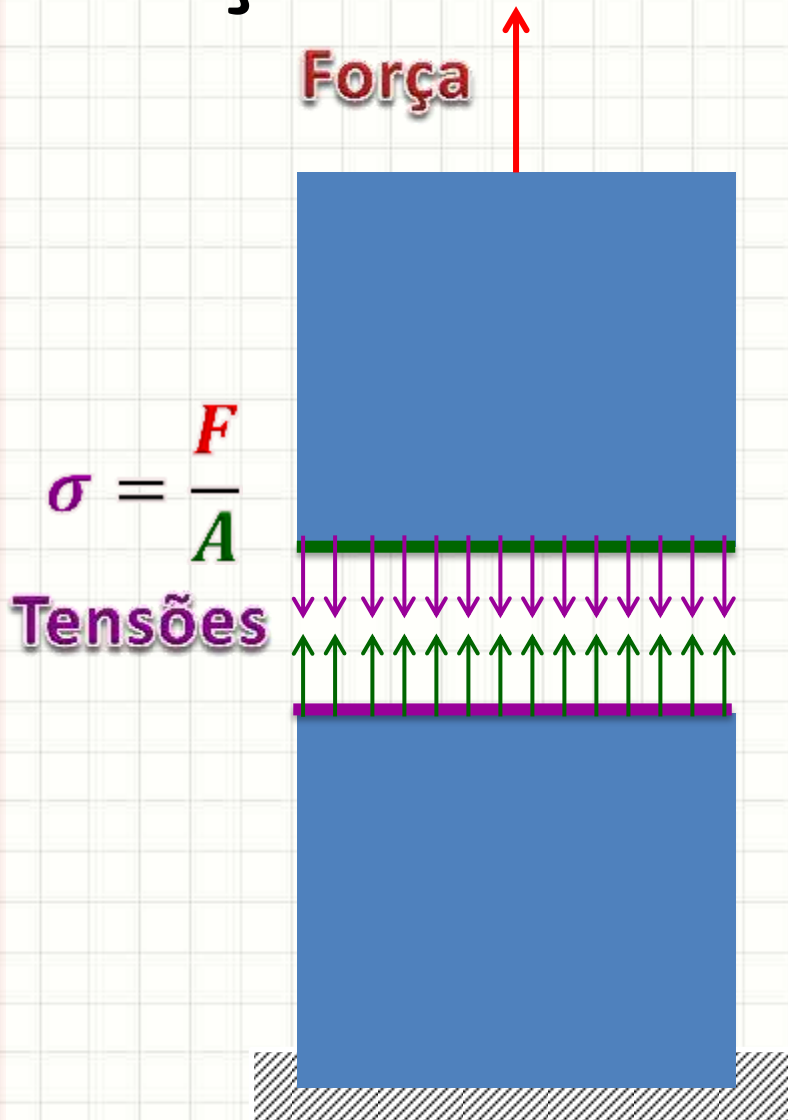


- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos

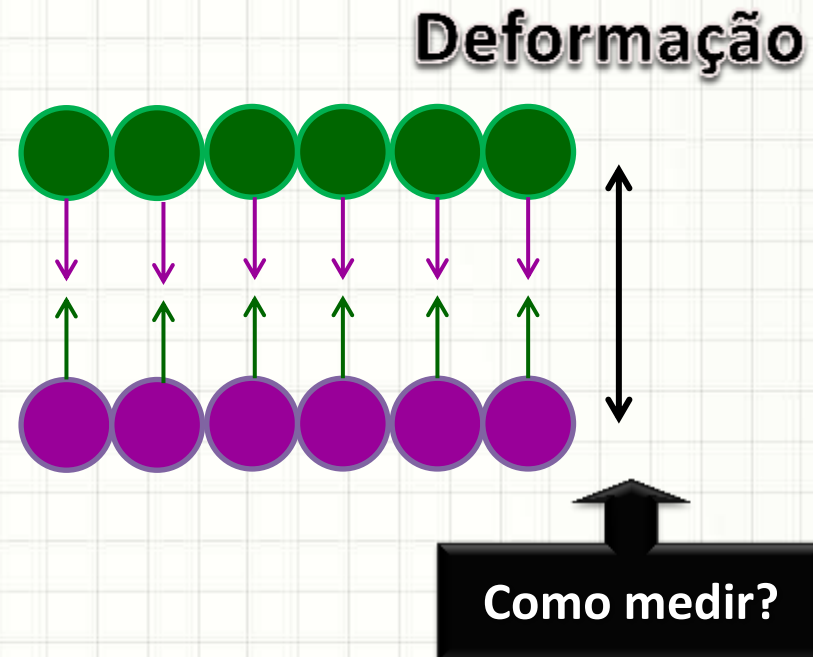




# Força Axial x Tensão Normal



- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos

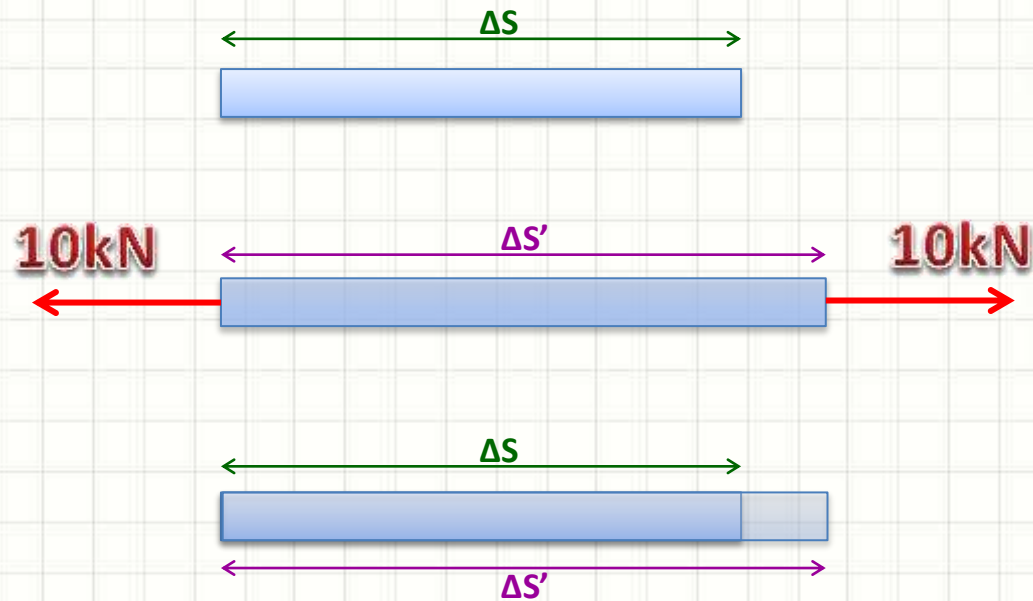




# **DEFORMAÇÕES NORMAIS (OU LONGITUDINAIS)**

# Deformação Normal Média

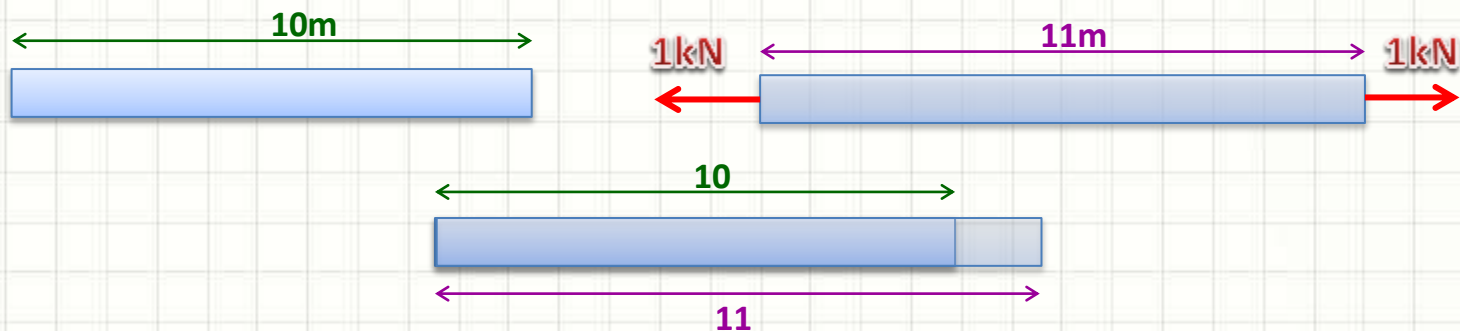
- Deformação da reta por unidade de comprimento



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S} \quad [\epsilon_{méd}] = m/m$$

# Exemplo

- Uma barra de 10 metros, ao ser tracionada uniformemente por uma força de 1kN, fica com comprimento 11 metros. Qual a deformação normal desse corpo?



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S} = \frac{11 - 10}{10}$$

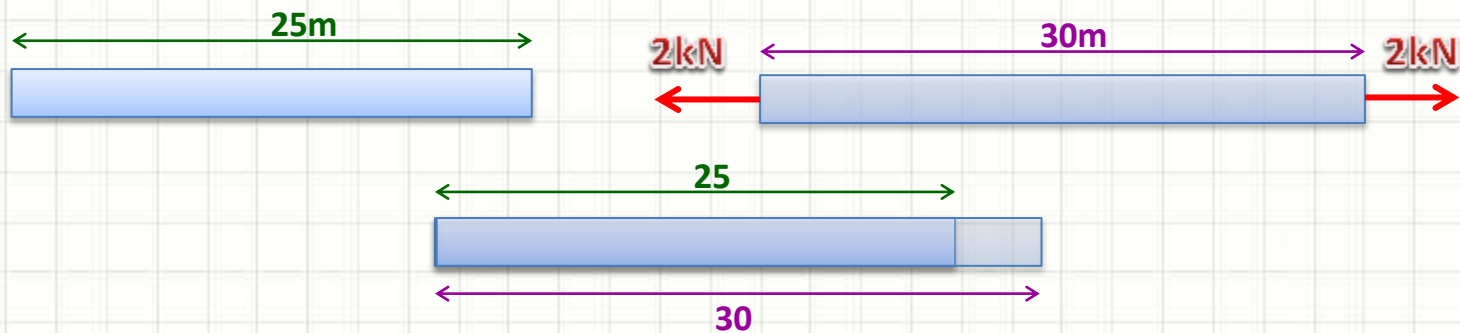
$$\epsilon_{méd} = 0,1 \text{ m/m}$$

# Exercício

- Uma barra de 25 metros, ao ser tracionada uniformemente por uma força de 2kN, fica com comprimento 30 metros. Qual a deformação normal desse corpo?

# Exercício

- Uma barra de 25 metros, ao ser tracionada uniformemente por uma força de 2kN, fica com comprimento 30 metros. Qual a deformação normal desse corpo?



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S} = \frac{30 - 25}{25}$$

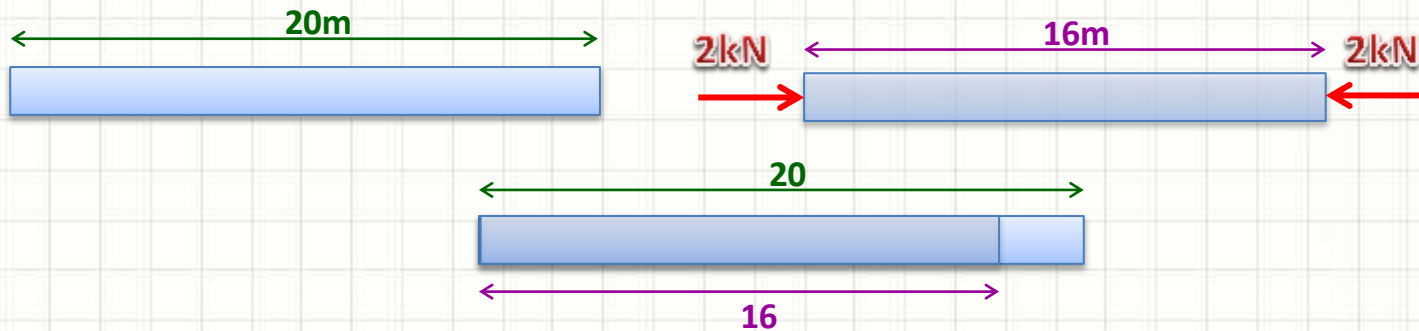
$$\epsilon_{méd} = 0,2 \text{ m/m}$$

# Exercício

- Uma barra de 20 metros, ao ser **comprimida** uniformemente por uma força de 2kN, fica com comprimento 16 metros. Qual a deformação normal desse corpo?

# Exercício

- Uma barra de 20 metros, ao ser **comprimida** uniformemente por uma força de 2kN, fica com comprimento 16 metros. Qual a deformação normal desse corpo?



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S} = \frac{16 - 20}{20}$$

$$\epsilon_{méd} = -0,2 \text{ m/m}$$

Encurtamento



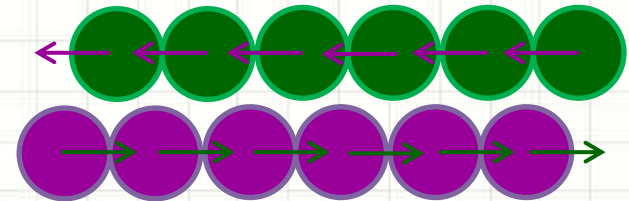
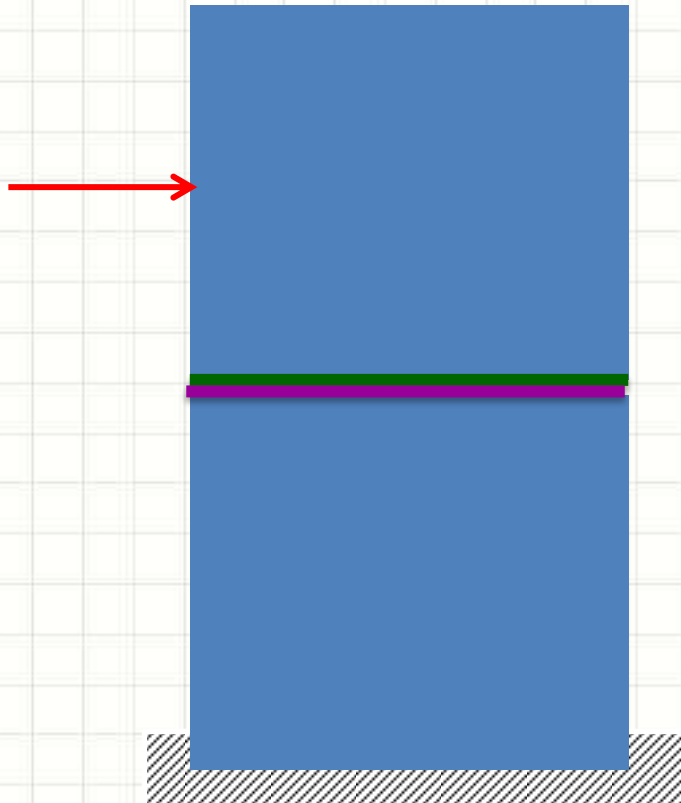


RETOMANDO:

# TENSÕES CISALHANTES

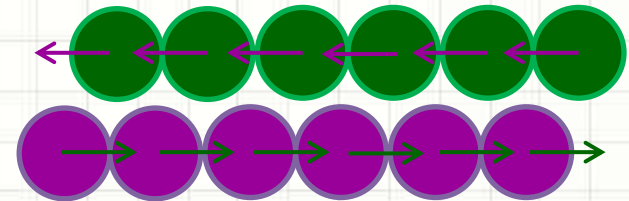
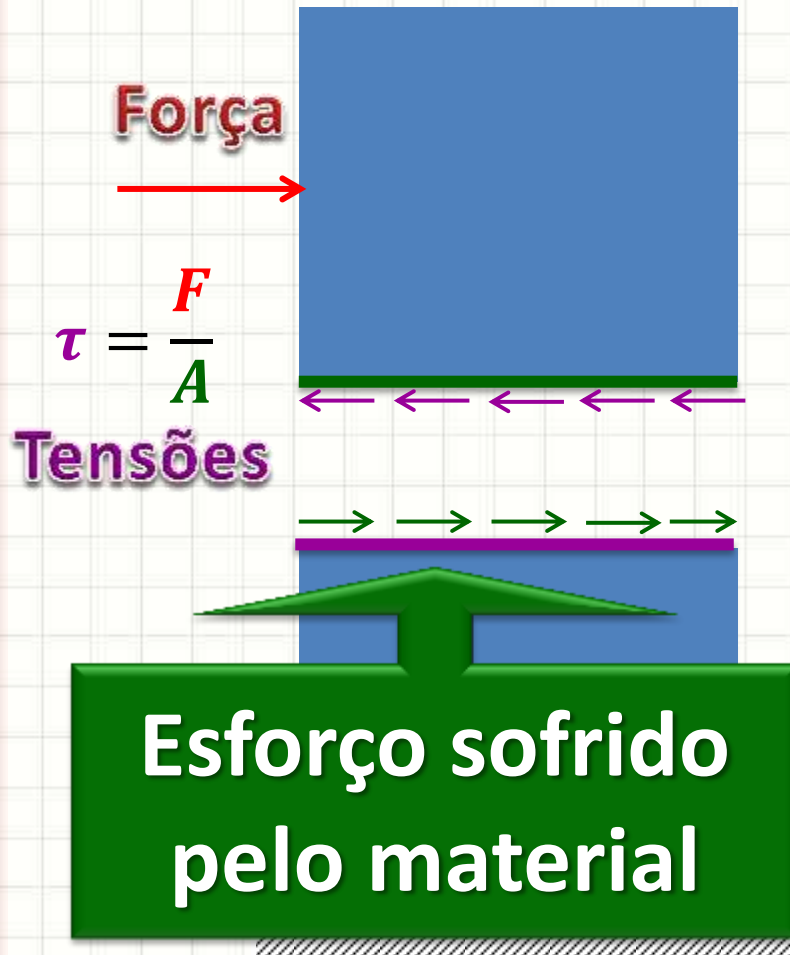
# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



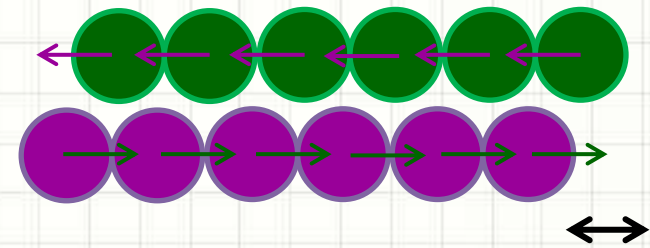
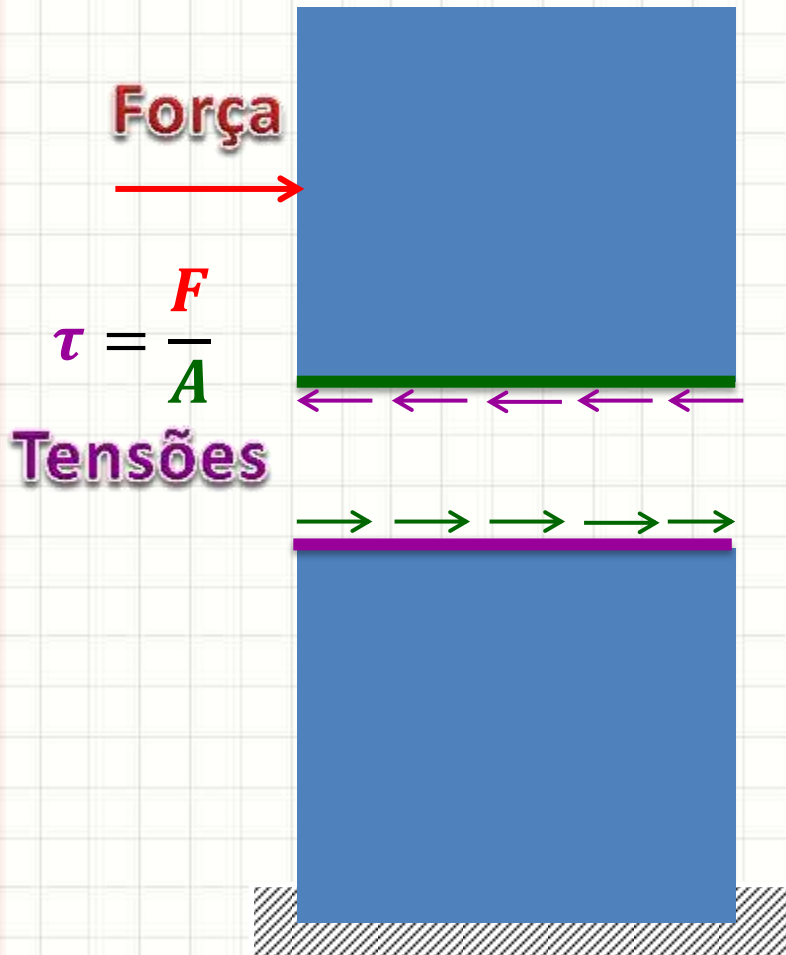
# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



# Força Cortante x Tensão de Cisalhamento

- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



Deformação

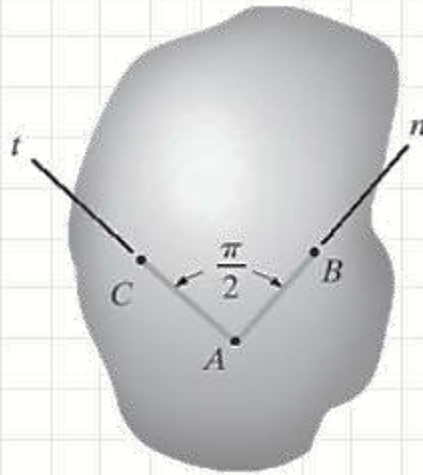
Como medir?



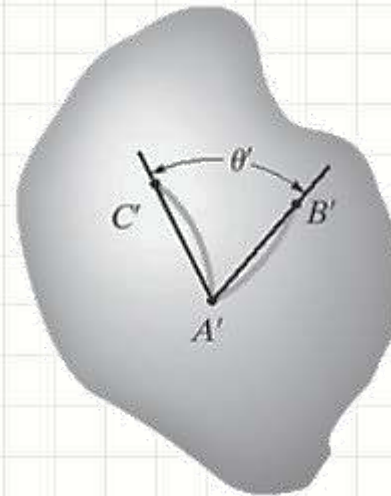
# **DEFORMAÇÕES POR CISALHAMENTO**

# Deformação por Cisalhamento

- Em geral, mudam a forma do corpo



Indeformado



Deformado

$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \text{ ao longo de } n \\ C \rightarrow A \text{ ao longo de } t}} \theta' \quad [\gamma_{nt}] = \text{rad}$$



# **DEFORMAÇÕES NA PRÁTICA**

# Deformações no Espaço

- Deformações em todos os graus de liberdade
- Translações em  $x$ ,  $y$  e  $z$

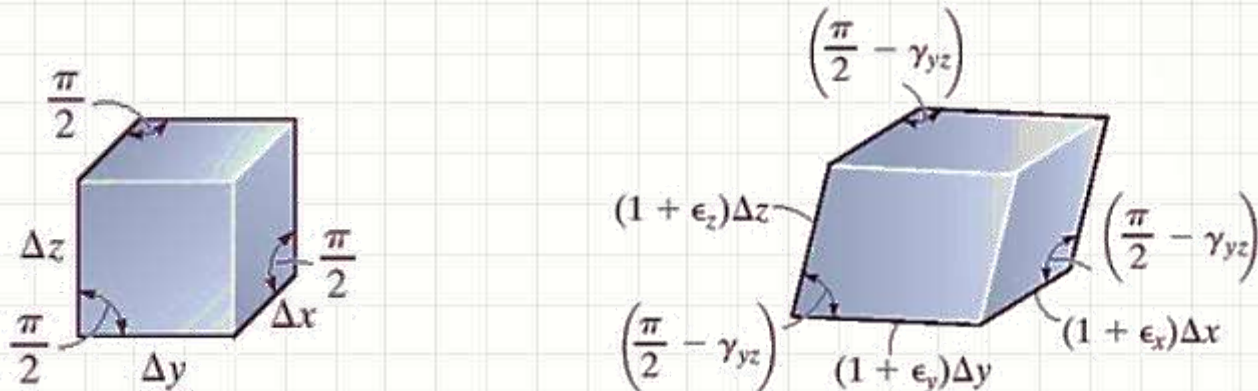
–  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$

Mudanças no Volume

- “Rotações” nos planos  $xy$ ,  $yz$  e  $xz$

–  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$

Mudanças na Forma





# Deformações Práticas

- Em problemas de estruturas...
  - “Pequenas deformações”
  - $\varepsilon \ll 1$
  - $\gamma \approx 0$
- Podemos usar aproximações:
  - $\text{sen } \gamma = \gamma$
  - $\text{cos } \gamma = 1$
  - $\text{tg } \gamma = \gamma$

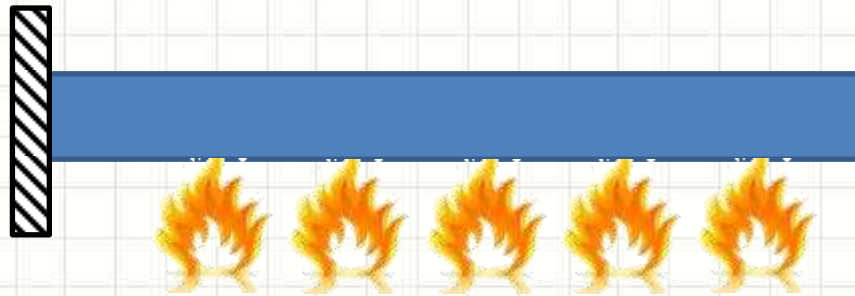




# DEFORMAÇÃO TÉRMICA

# Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



# Deformação Térmica

- Aumento de Temperatura



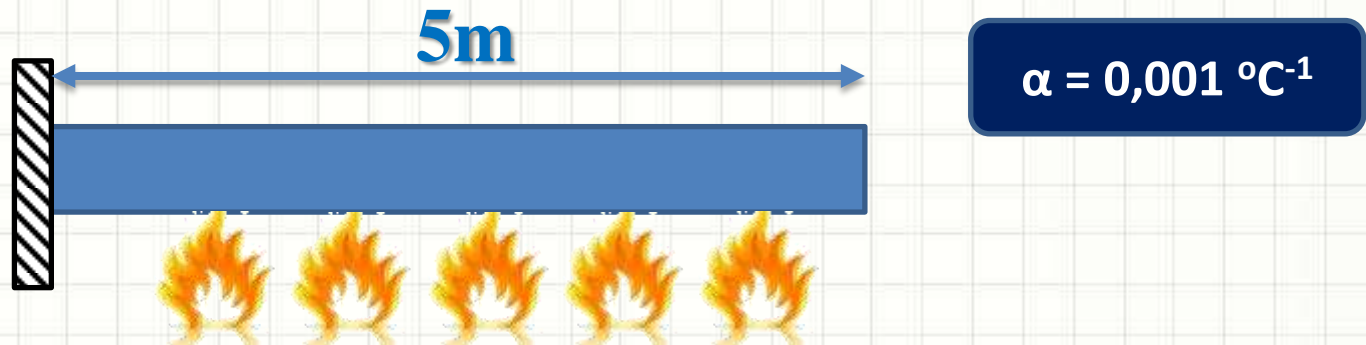
$\alpha$ : coeficiente linear de expansão térmica

- Dilatação térmica
- Podemos calcular  $\delta_T$ , se  $\Delta T$  for constante

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$

# Exemplo

- Calcule o tamanho final da barra
  - De 20°C para 30°C



$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L = 0,001 \cdot (30 - 20) \cdot 5 \quad \delta_T = 0,05m$$

$$L_{final} = L + \delta_T$$

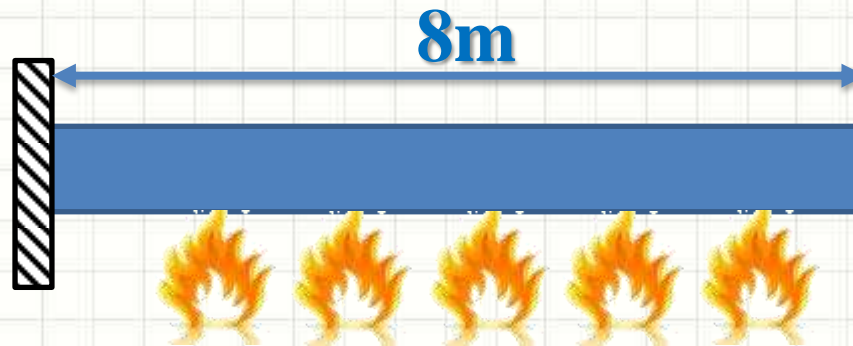
$$L_{final} = 5,05m$$

# Exercício

- Uma barra de **8 metros**, construída de um material com coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,005 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , foi **aquecida de  $5^\circ\text{C}$** . Qual o tamanho final da barra?

# Exercício

- Uma barra de **8 metros**, construída de um material com coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,005 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , foi **aquecida de  $5^\circ\text{C}$** . Qual o tamanho final da barra?



$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L = 0,005 \cdot 5 \cdot 8 \quad \delta_T = 0,2m$$

$$L_{final} = L + \delta_T$$

$$L_{final} = 8,2m$$

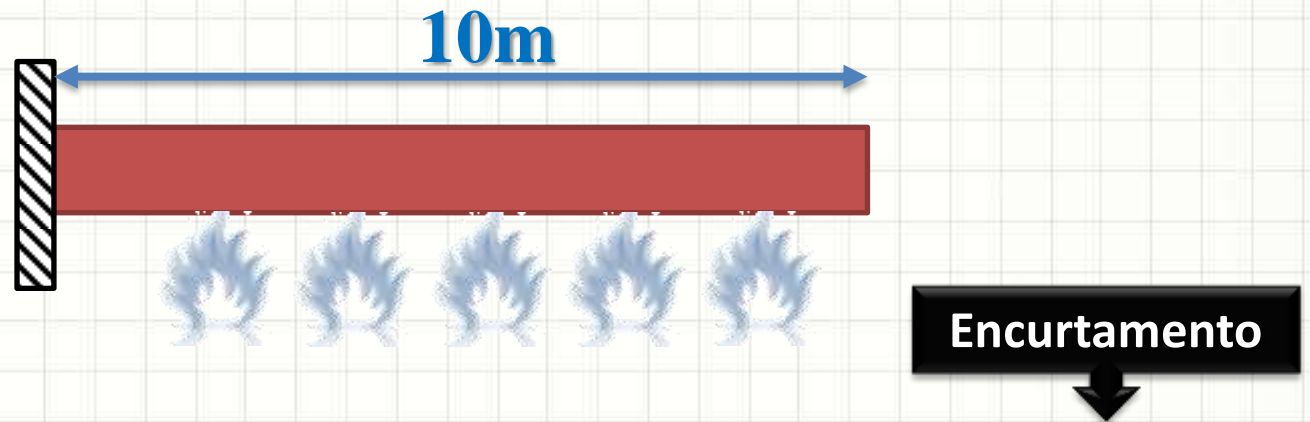
# Exercício

- Uma barra de **10 metros**, construída de um material com coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , foi **resfriada de 20°C**. Qual o tamanho final da barra?



# Exercício

- Uma barra de **10 metros**, construída de um material com coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , foi **resfriada de  $20^\circ\text{C}$** . Qual o tamanho final da barra?



$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L = 0,002 \cdot -20 \cdot 10 \quad \delta_T = -0,4m$$

$$L_{final} = L + \delta_T$$

$$L_{final} = 9,6m$$



# CONCLUSÕES

# Resumo

- Deformações
  - Normais e por Cisalhamento
  - Deformam: volume e forma
  - Permitem calcular configuração final do corpo
- Temperatura: também deforma o corpo
- **TAREFA: Exercícios Aula 9**
- Aula online e leitura do livro
- Propriedade mecânica dos materiais
  - Relação entre tensões e deformações

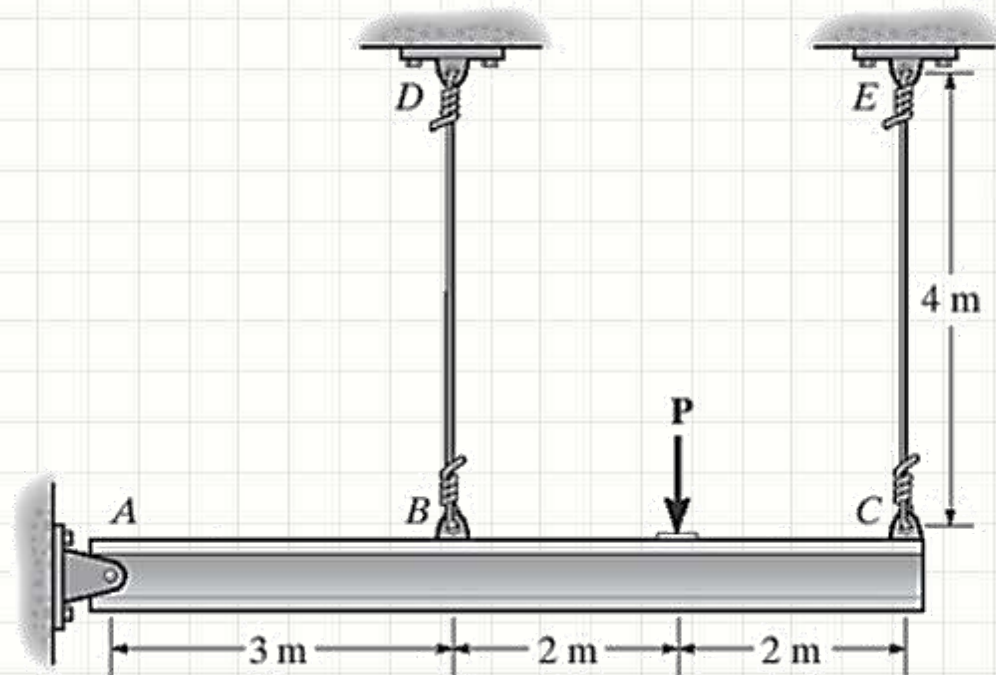
**SAVA9/10!**



**PERGUNTAS?**

# Exercício para casa

- Leia os exemplos 2.1 a 2.4 do Hibbeler, 7ª ed.
- Considerando que a força  $P$  deslocou o ponto  $C$  10mm para baixo, determine a deformação normal nos cabos  $CE$  e  $BD$ :



The background features a light gray grid pattern. In the upper left corner, there are several overlapping, wavy red lines of varying thickness and opacity, creating a dynamic, abstract design. The text is positioned on the right side of the page.

# **EXERCÍCIOS EXTRAS**

# Exercício

- Uma tração de 5kN aplicada em uma barra causa uma deformação  $\epsilon = 0,05\text{m/m}$ . Se a barra livre de esforços tiver um comprimento de 19m, quantos metros ela terá durante a aplicação de uma tração de 5kN?

# Exercício

- Uma tração de 5kN aplicada em uma barra causa uma deformação  $\epsilon = 0,05\text{m/m}$ . Se a barra livre de esforços tiver um comprimento de 19m, quantos metros ela terá durante a aplicação de uma tração de 5kN?



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S} = \frac{L - 19}{19} = 0,05 \Rightarrow L = (19 \cdot 0,05) + 19 \quad \boxed{L = 19,95 \text{ m}}$$



# Exercício

- Uma barra de **10 metros**, após aquecida, ficou com **12,5 metros**. Sabendo que seu coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , qual foi a variação de temperatura?

# Exercício

- Uma barra de **10 metros**, após aquecida, ficou com **12,5 metros**. Sabendo que seu coeficiente linear de dilatação térmica  $\alpha = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , qual foi a variação de temperatura?

$$\delta_T = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \Rightarrow (12,5 - 10) = 0,002 \cdot \Delta T \cdot 10$$

$$\Rightarrow 2,5 = 0,02 \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta T = 125^\circ\text{C}}$$