



MECÂNICA DOS SÓLIDOS

PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS E SISTEMAS DE BARRAS

Prof. Dr. Daniel Caetano

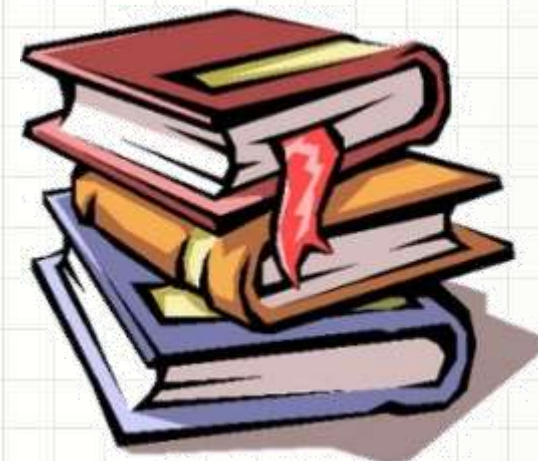
2019 - 2

Objetivos

- Conhecer o comportamento dos materiais na tração e compressão
- Compreender o gráfico de tensão x deformação
- Conhecer os diferentes tipos de materiais
- Calcular deformações em barras e sistemas de barras submetidos a esforço normal
- **Atividade Aula 10 – SAVA!**
- **Pós-Aula 10 – SAVA**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>
(Mecânica dos Sólidos – Aula 10)

Material Didático

-

Minha Biblioteca

-

Biblioteca Virtual

Resistência dos Materiais (Hibbeler, 7ª, cap. 3)

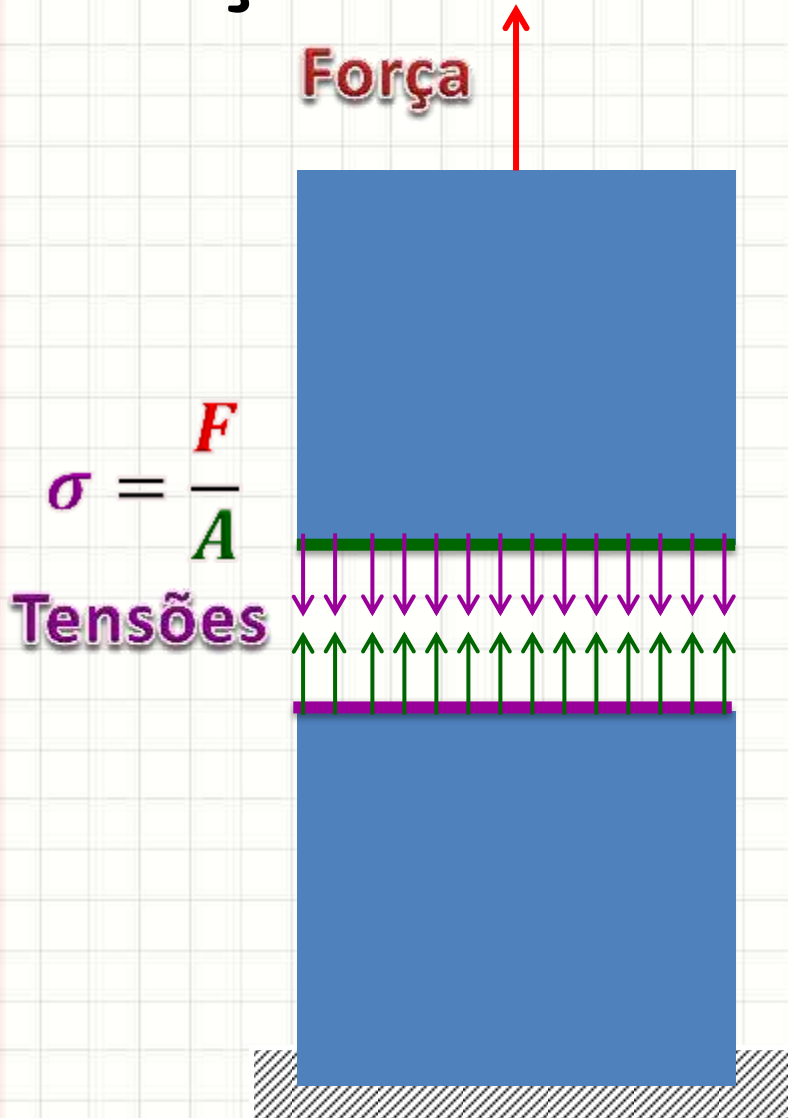
LEMBRETE: CONSULTAR O “DEPOIS” DA AULA 10 NO SAVA!

The background features a light gray grid pattern. A thick, solid red curve starts from the left edge and arches across the top. A thinner, dashed red curve follows a similar path below the solid one. The text is positioned in the lower right quadrant of the grid.

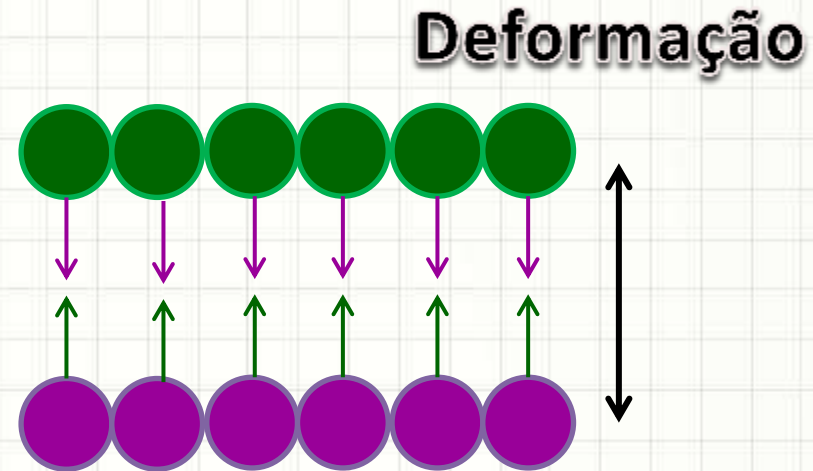
RETOMANDO:

TENSÕES E DEFORMAÇÕES

Força Axial x Tensão Normal



- Corpo Sólido: ligações atômicas mantêm os átomos unidos



$$\epsilon_{méd} = \frac{\Delta S' - \Delta S}{\Delta S}$$



ENSAIO DE TENSÃO

Quanto resiste um material?

- Ensaio de tensão



VÍDEO

Deformação do Material

- Tensão x Deformação



Indeformado



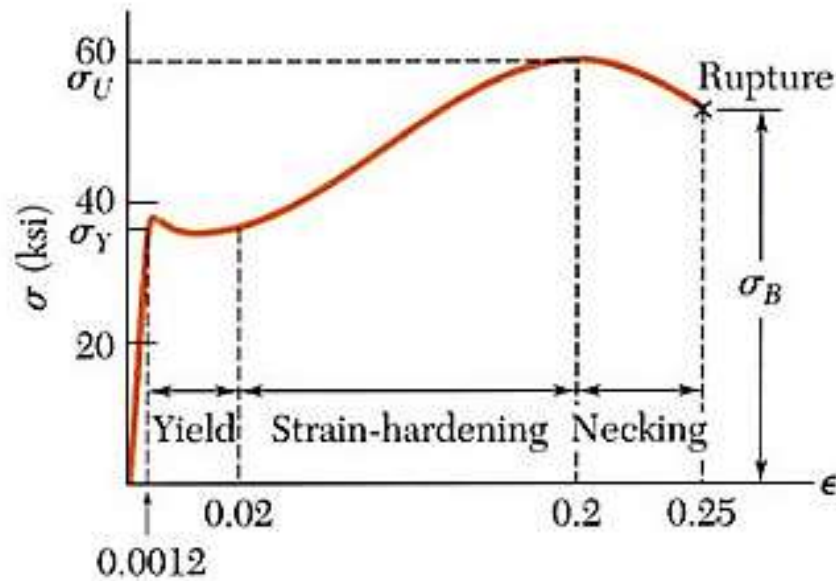
Deformação
Elástica



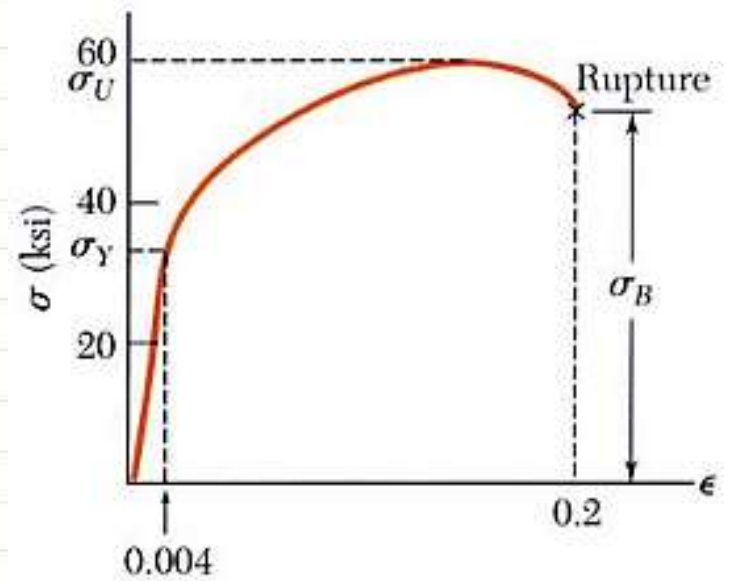
Deformação
Plástica

Tensão x Deformação

- Material Elastoplástico / Dúctil



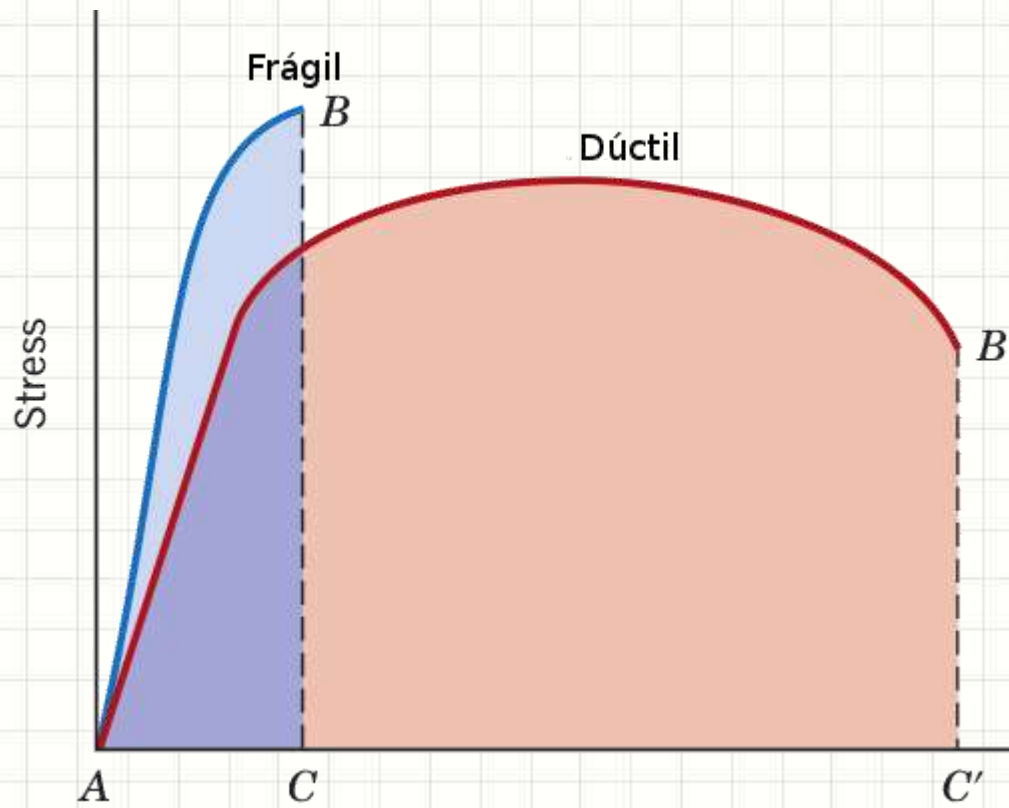
(a) Low-carbon steel



(b) Aluminum alloy

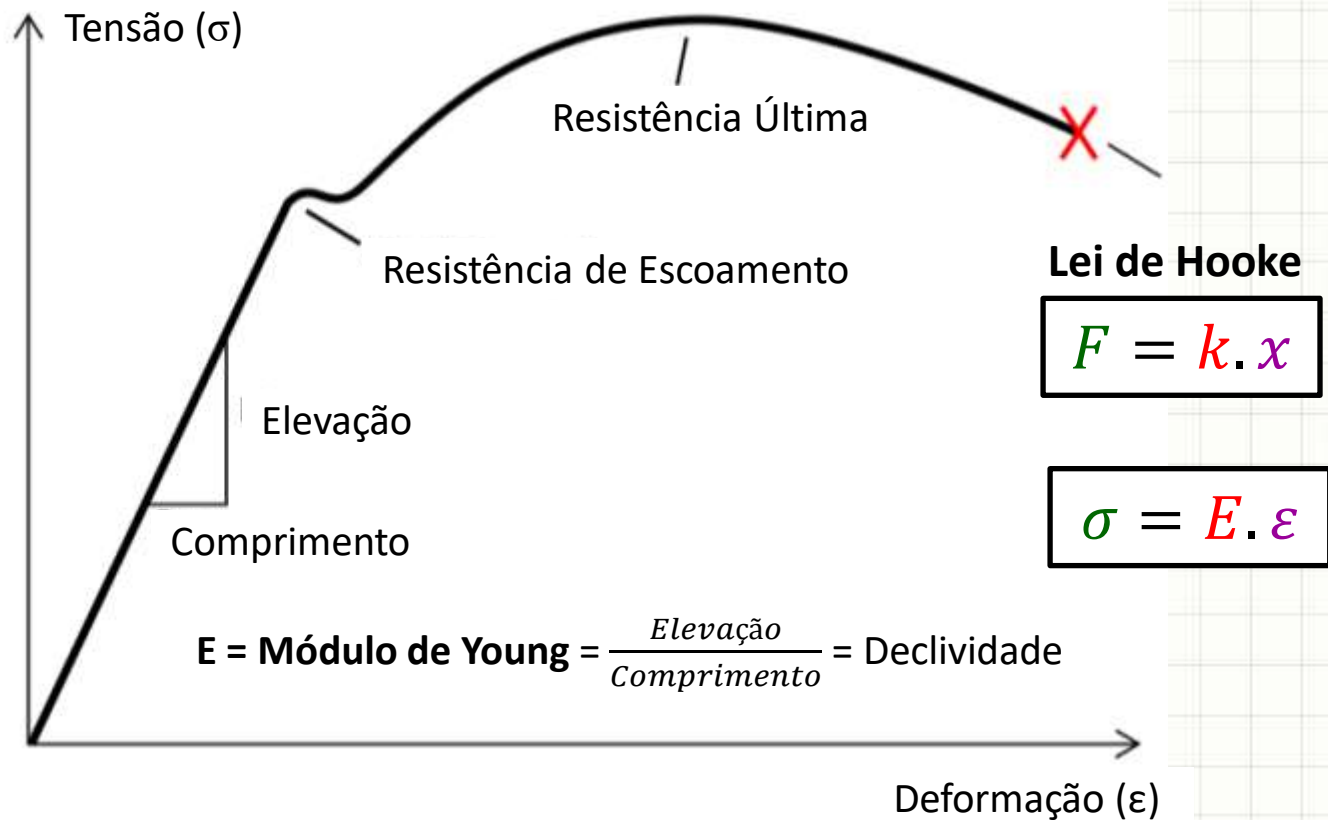
Tensão x Deformação

- Material Frágil



Deformação Elástica

- Gráfico Tensão x Deformação simplificado



Exemplo

- Uma barra de 10 m e seção transversal de área 0,1 m², após a aplicação de uma carga de 1kN, ficou com um comprimento de 11m. Qual o **Módulo de Elasticidade**?

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{10^4}{10^{-1}} = 10^5 = \mathbf{100kPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{1000}{0,1} = 10^4 \text{ N}$$

$$L_f = L_i + L_i \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{L_f - L_i}{L_i} = \frac{11 - 10}{10} = 10^{-1}$$

Exercício

- Uma barra de 25 m e seção transversal de área $0,2 \text{ m}^2$, após a aplicação de uma carga de 2kN, ficou com um comprimento de 25,01m. Qual o **Módulo de Elasticidade**?

Exercício

- Uma barra de 25 m e seção transversal de área 0,2 m², após a aplicação de uma carga de 2kN, ficou com um comprimento de 25,01m. Qual o **Módulo de Elasticidade**?

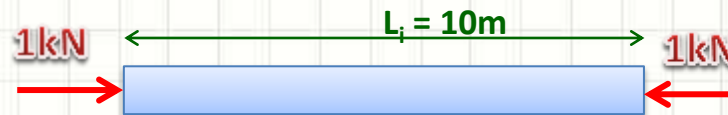
$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{10^4}{4 \cdot 10^{-4}} = 25 \cdot 10^6 = \mathbf{25MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{2000}{0,2} = 10^4 \text{ N}$$

$$L_f = L_i + L_i \cdot \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{25,01 - 25}{25} = \frac{0,01}{25} = 4 \cdot 10^{-4}$$

Exemplo

- Qual o comprimento final de uma barra de 10 metros, de seção quadrada de 10cm de lado, de material de módulo $E = 20\text{GPa}$, ao ser comprimida por uma força de 1kN?



$$L_f = L_i + L_i \cdot \epsilon = 10 + 10 \cdot (-0,5 \cdot 10^{-5}) = 9,99995\text{m}$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-10 \cdot 10^4}{20 \cdot 10^9} = -0,5 \cdot 10^{-5} \text{m/m}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{-1000}{0,1 \cdot 0,1} = -10 \cdot 10^4 \text{ N}$$



FÓRMULA SIMPLIFICADA PARA CÁLCULO DO

ALONGAMENTO DE BARRAS

Deformação por Carga Axial

- Vimos que podemos usar as relações

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\sigma = P/A$$

$$\delta = L \cdot \epsilon$$



- Podemos reescrever

$$\delta = L \cdot \epsilon$$

- Como

$$\epsilon = \delta/L$$

Deformação por Carga Axial

- Vimos que podemos usar as relações

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\sigma = P/A$$

$$\epsilon = \delta/L$$



- Agora, juntemos as equações

$$\frac{P}{A} = E \cdot \epsilon$$

Deformação por Carga Axial

- Vimos que podemos usar as relações

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\sigma = P/A$$

$$\epsilon = \delta/L$$



- Agora, juntemos as equações

$$\frac{P}{A} = E \cdot \epsilon \quad \rightarrow \quad \frac{P}{A} = E \cdot \frac{\delta}{L}$$

Deformação por Carga Axial

- Reorganizando a equação: isolar o δ



$$\frac{P}{A} = E \cdot \frac{\delta}{L} \rightarrow \frac{P \cdot L}{A \cdot E} = \delta$$

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} \quad \text{Anotem!}$$

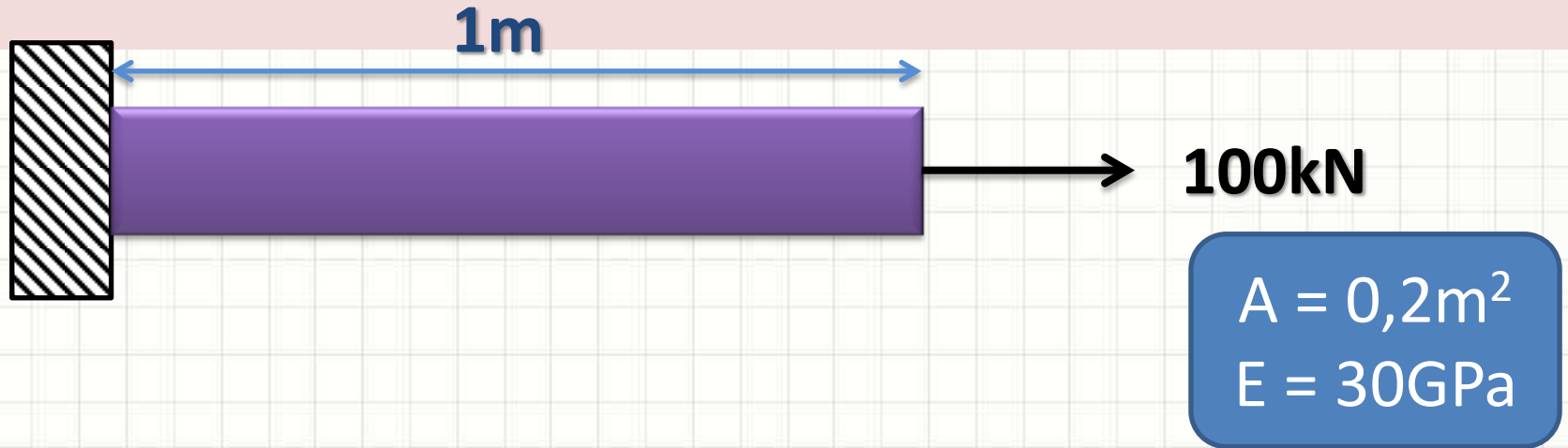
Exercício: Alongamento da Barra



$A = 0,2\text{m}^2$
 $E = 30\text{GPa}$

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$$

Exercício: Alongamento da Barra

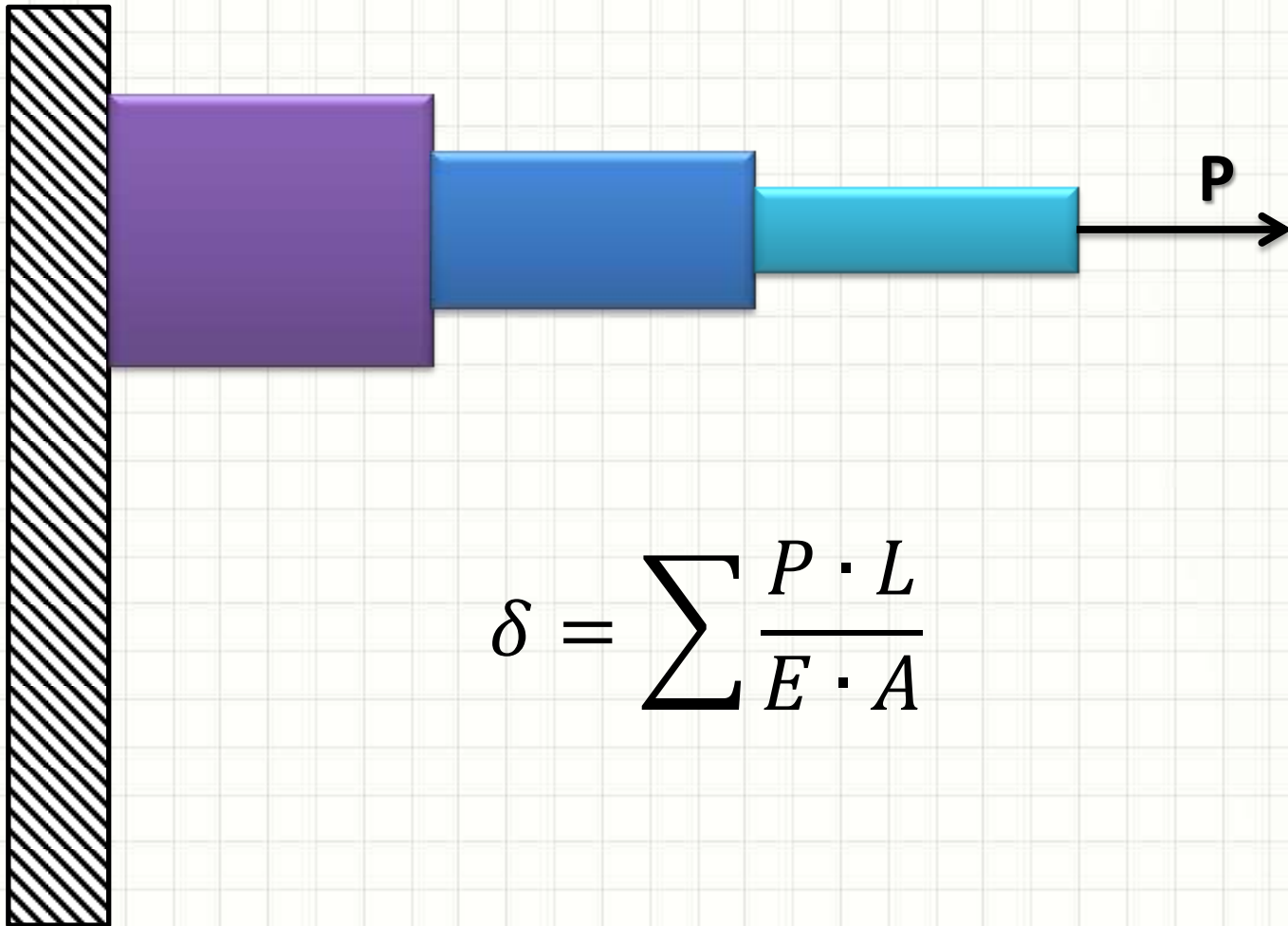


$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{30 \cdot 10^9 \cdot 0,2} = \frac{1}{6 \cdot 10^4}$$

$$\delta = 0,000017\text{m}$$

Múltiplos Elementos

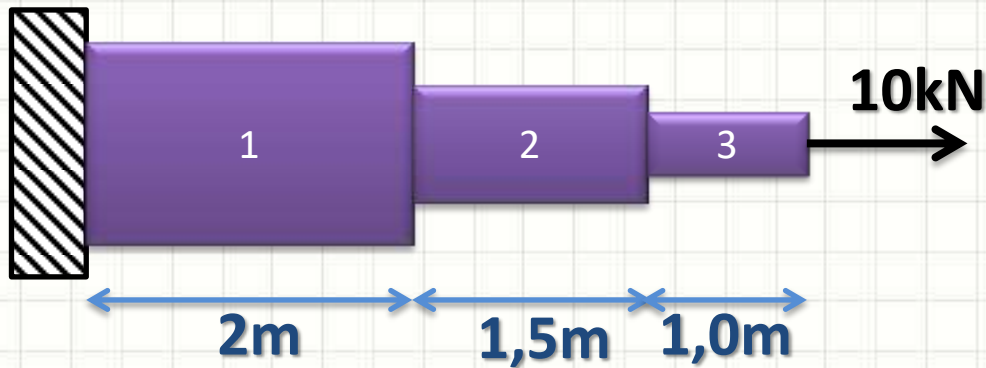
- Barras compostas de várias seções constantes



$$\delta = \sum \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$$

Exemplo

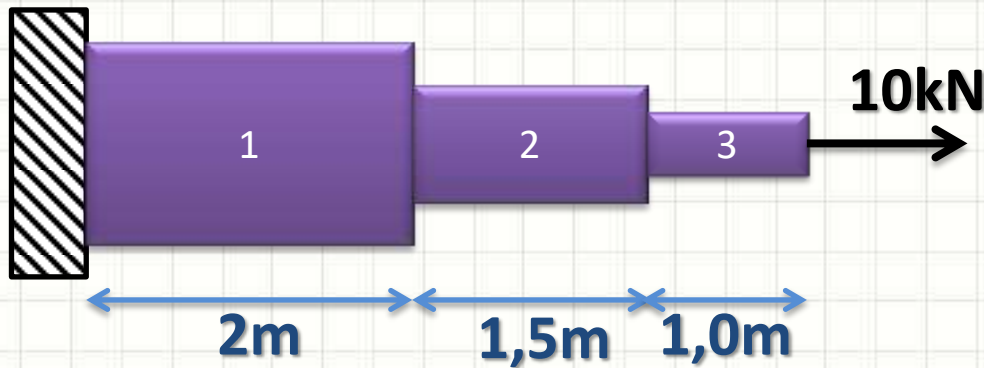
- Determine a deformação total



$$\begin{aligned}A_1 &= 1\text{m}^2 \\A_2 &= 0,8\text{m}^2 \\A_3 &= 0,5\text{m}^2 \\E_1 &= E_2 = E_3 \quad 50\text{GPa}\end{aligned}$$

Exemplo

- Determine a deformação total

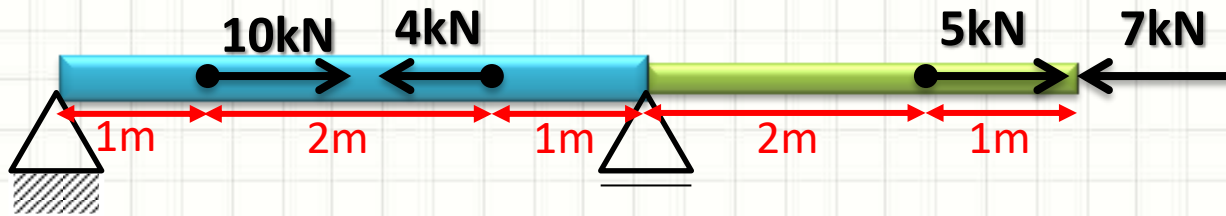


$$\begin{aligned}A_1 &= 1\text{m}^2 \\A_2 &= 0,8\text{m}^2 \\A_3 &= 0,5\text{m}^2 \\E_1 &= E_2 = E_3 = 50\text{GPa}\end{aligned}$$

1. Reações
2. Alongamentos parciais
3. Alongamento total

Exemplo

- Calcule a deformação total da barra



$E = 50\text{GPa}$

$A = 0,1\text{m}$

$E = 200\text{GPa}$

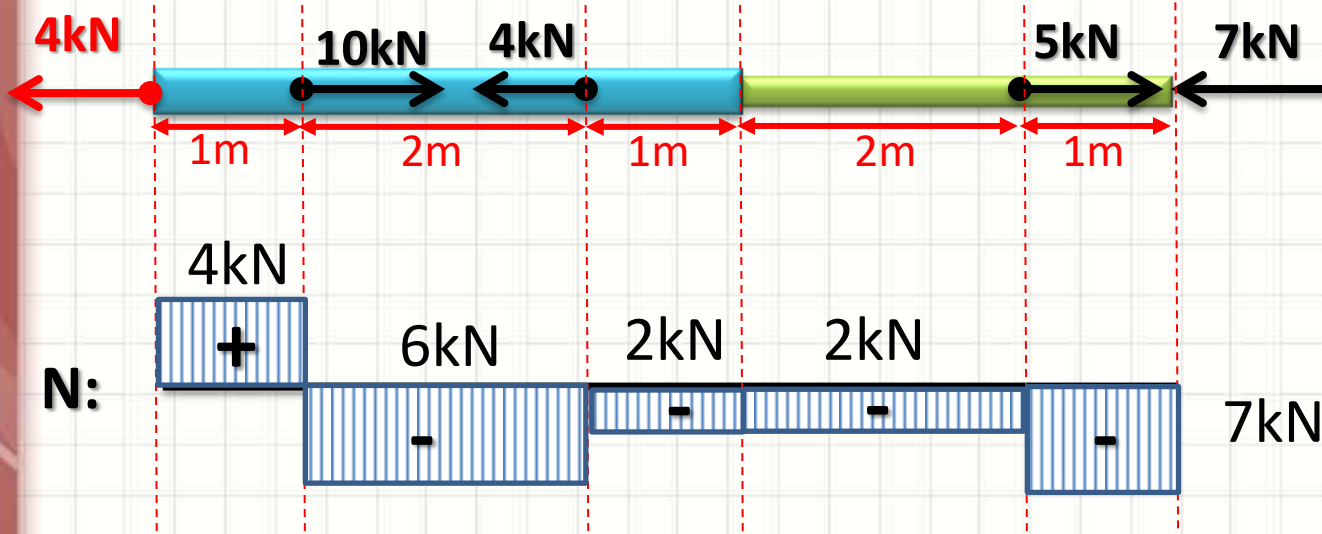
$A = 0,05\text{m}$

Exemplo

- Calcule a deformação total da barra

$E = 50\text{GPa}$
 $A = 0,1\text{m}$

$E = 200\text{GPa}$
 $A = 0,05\text{m}$



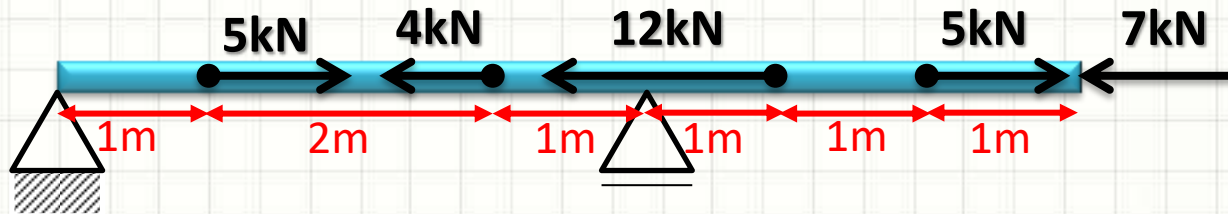
$$\delta = \frac{+4000 \cdot 1}{50 \cdot 10^9 \cdot 0,1} + \frac{-6000 \cdot 2}{50 \cdot 10^9 \cdot 0,1} + \frac{-2000 \cdot 1}{50 \cdot 10^9 \cdot 0,1} + \frac{-2000 \cdot 2}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,05} + \frac{-7000 \cdot 1}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,05}$$

$$\delta = \frac{+4000 - 12000 - 2000}{5 \cdot 10^9} + \frac{-4000 - 7000}{10 \cdot 10^9} = \frac{-10000}{5 \cdot 10^9} + \frac{-11000}{10 \cdot 10^9}$$

$$\delta = -3,1 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

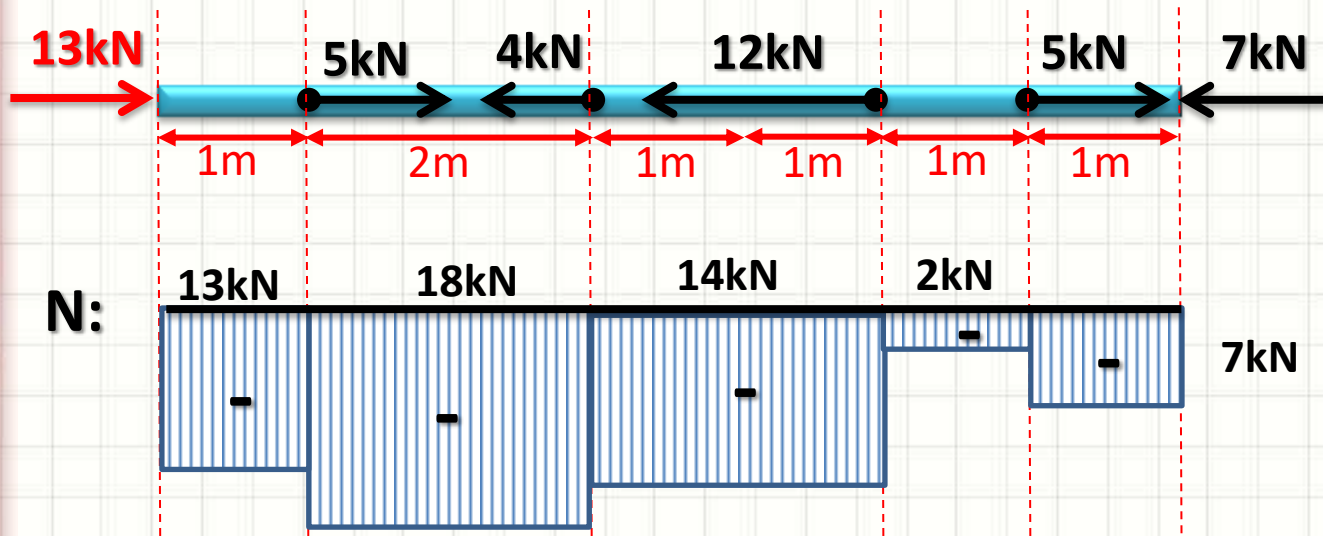
Exercício

- Calcule a deformação da barra abaixo, cujo $E = 10\text{GPa}$ e a área da seção transversal é de $0,01\text{m}^2$.



Exercício

- Calcule a deformação da barra abaixo, cujo $E = 10\text{GPa}$ e a área da seção transversal é de $0,01\text{m}^2$.



$$\delta = \frac{-13000 \cdot 1 - 18000 \cdot 2 - 14000 \cdot 2 - 2000 \cdot 1 - 7000 \cdot 1}{10 \cdot 10^9 \cdot 0,01} = \frac{-86000}{10 \cdot 10^9 \cdot 0,01}$$

$$\delta = -860 \cdot 10^6$$

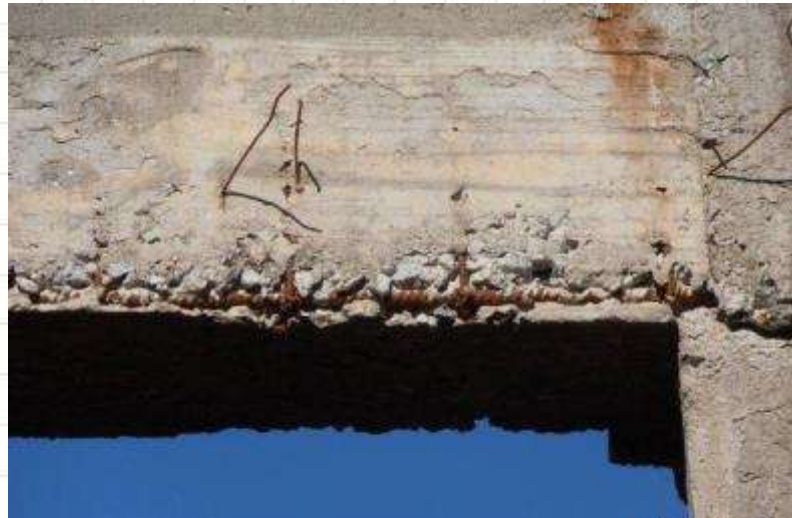
$$\delta = -8,9 \cdot 10^{-4} \text{m}$$



**NOÇÃO DE
SEGURANÇA ESTRUTURAL**

Segurança Estrutural

- Toda estrutura é executada com perfeição?



Segurança Estrutural

- Mesmo se bem feita, e o material?



Segurança Estrutural

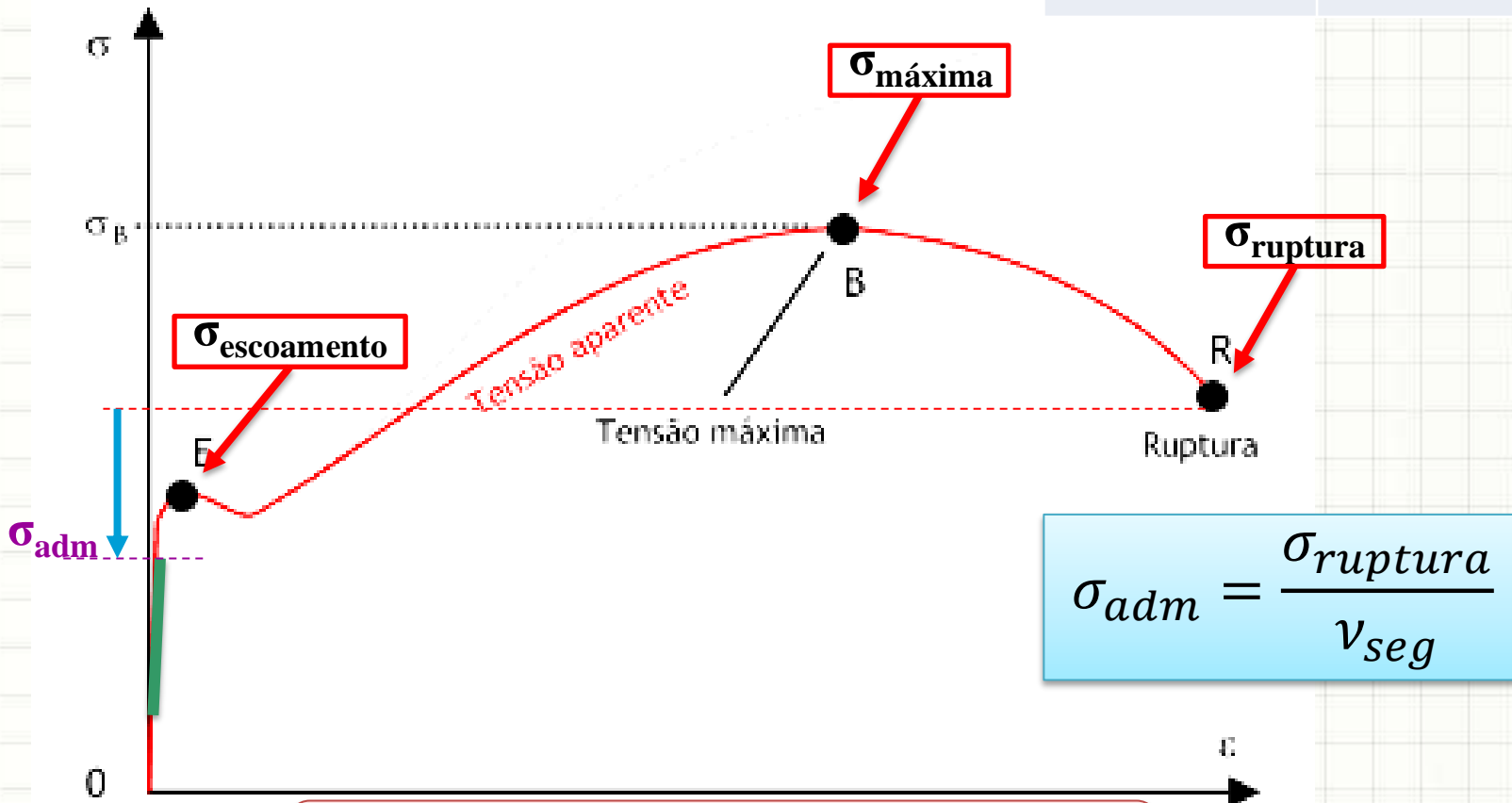
- E se deu tudo certo, mas o uso mudou?



Tensões de Projeto

- Tensão x Deformação

Material	v_{seg}
Aço	1,5 a 2
Ferro Fundido	4 a 8
Madeira	2,5 a 7,5
Alvenaria	5 a 20



$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{ruptura}}{v_{seg}}$$

Os gráficos e limites para tração podem ser diferentes dos da compressão!

Coeficientes de Segurança

- Normas estruturais definem
 - **Coeficientes de magnificação de cargas**
 - Amplificam os esforços
 - Considerar eventuais mudanças no uso
 - Ex.: estruturas de concreto: 1,4
 - Carga é 20kN? Considera-se 28kN para cálculo
 - **Coeficientes redutores de resistência**
 - Tratam os materiais como se fosse mais fracos
 - Considerar eventuais falhas construtivas
 - Ex.: estruturas em aço: 1,15
 - Material resiste 250MPa? Cálculo com 217MPa

Exemplo

- Um pilar de área $0,5\text{m}^2$, construído com concreto de $\sigma_{adm} = 32\text{MPa}$, está sob a ação de uma carga de compressão de 100 toneladas. Considerando a gravidade de 10m/s^2 e que os coeficientes de segurança de carga e resistência são ambos 1,4, verifique se o pilar resiste ao esforço descrito.

$$\sigma_{adm,proj} = \frac{32 \cdot 10^6}{1,4} = 22 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$P_{proj} = 100 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1,4 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$\sigma_{proj} = \frac{1,4 \cdot 10^6}{0,5} = 2,8 \text{ MPa}$$

Ok!



CONCLUSÕES

Resumo

- Tensões: causam deformações
 - Deformações longitudinais (ε)
 - Deformações transversais/cisalhamento (γ)
- Modulo de Elasticidade (E e G)
 - Depende do material
 - Relação entre tensão e deformação

- Coeficiente de Poisson

- **TAREFA:** Exercícios Aula 10

SAVA10!

- Aula online e leitura do livro

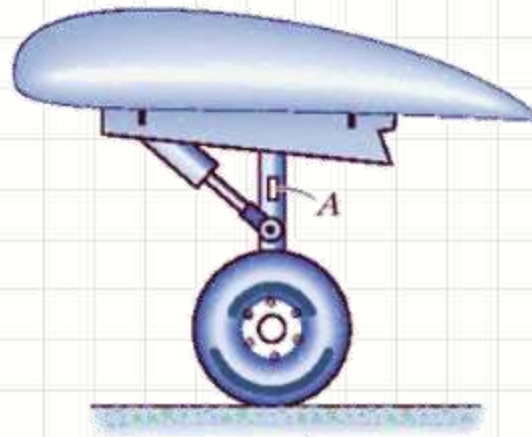
- Noções de Resistência: Tensão Admissível



PERGUNTAS?

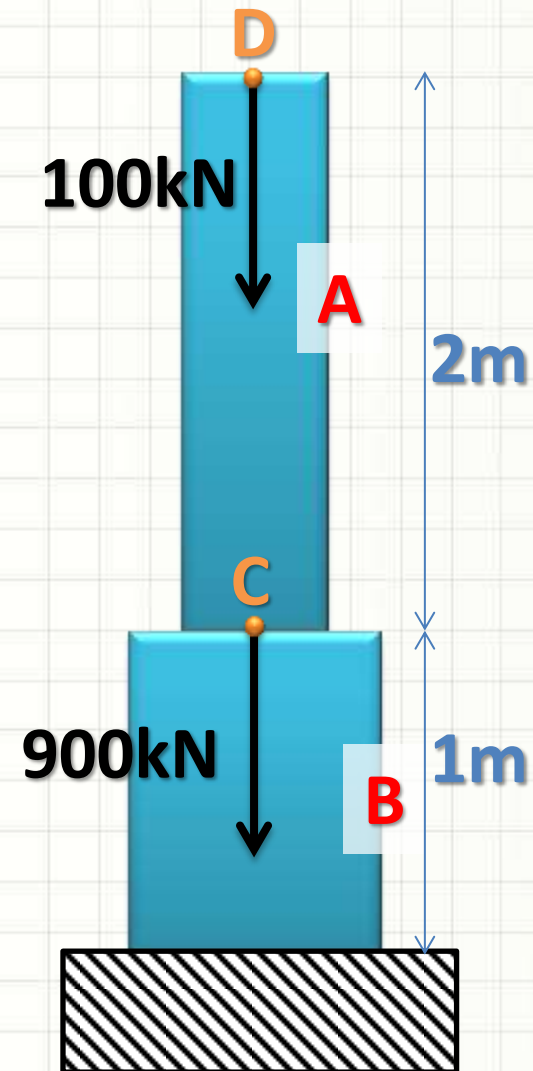
Exercício para casa

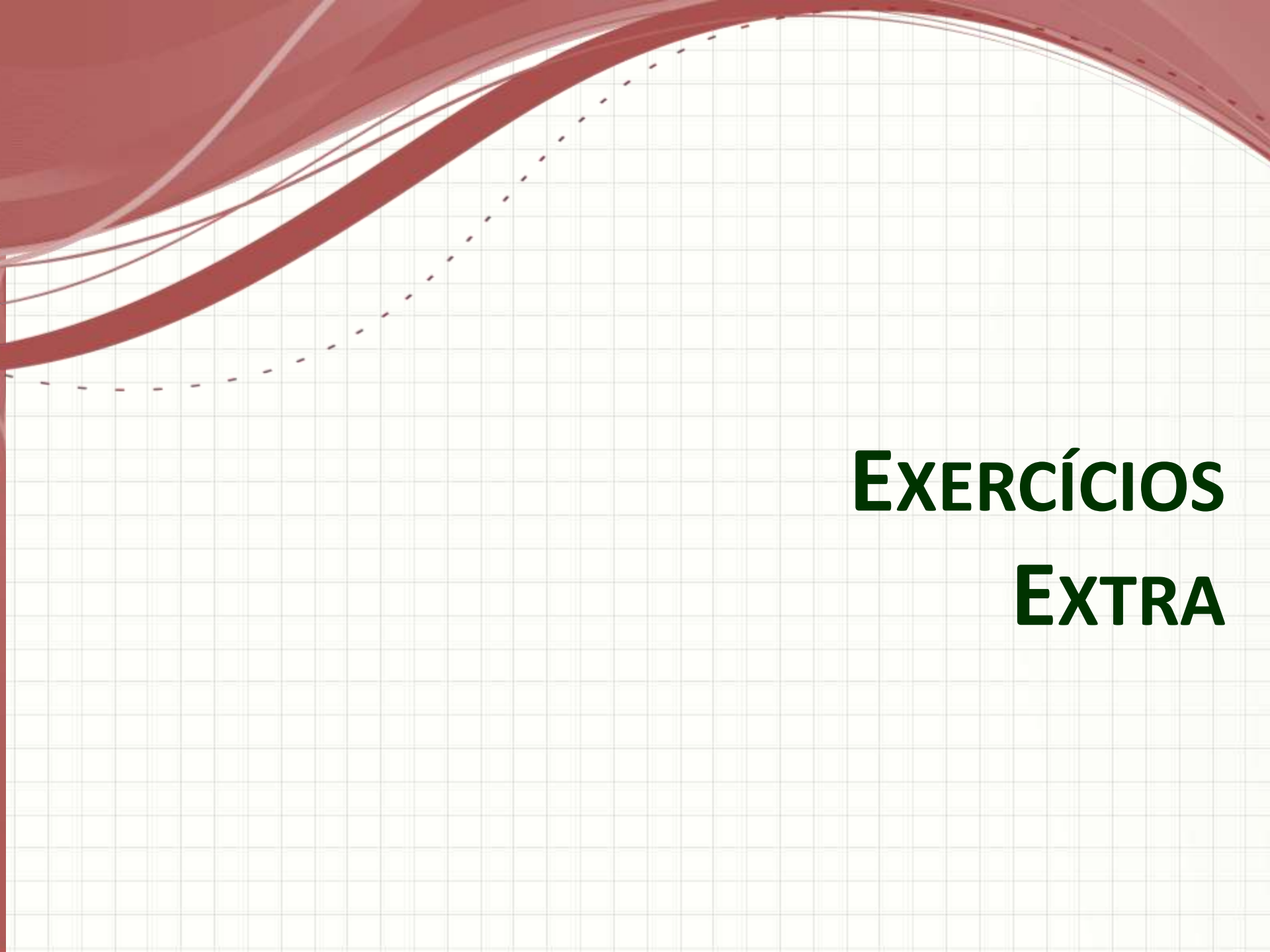
- Leia os exemplos 3.1 a 3.3 do Hibbeler, 7ª ed.
- Sabendo que a leitura do extensômetro do avião antes de ser carregado era $\varepsilon = 0,00100\text{m/m}$ e, depois do carregamento, passou a ser $\varepsilon_f = 0,00243\text{m/m}$, determine a carga acrescentada no avião entre a primeira e a segunda medida, em toneladas, sabendo que a área da seção transversal é 2200mm^2 e $E = 70\text{GPa}$.



Exercício (para casa)

- Trace o Diagrama de Normal
- Calcule o encurtamento total
- $\phi_A = 0,5\text{m}$ $\phi_B = 1\text{m}$
- $E_A = E_B = 50\text{GPa}$



The background features a light gray grid pattern. Overlaid on the top left is a decorative graphic consisting of several overlapping, wavy lines in various shades of red and maroon, creating a sense of depth and movement. A dashed red line also curves across the upper portion of the grid.

EXERCÍCIOS EXTRA

Exercício

- Uma barra de 25 metros, de seção circular de raio igual a 0,1m e módulo $E = 1\text{GPa}$ é tracionada por uma força de 314kN. Qual a **deformação** dessa barra?

Exercício

- Uma barra de 25 metros, de seção circular de raio igual a 0,1m e módulo $E = 1\text{GPa}$ é tracionada por uma força de 314kN. Qual a **deformação** dessa barra?

$$\delta = L_i \cdot \epsilon = 25 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,25\text{m}$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^9} = 10 \cdot 10^{-3} \text{m/m}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{314 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,1^2} = \frac{100 \cdot 10^3}{10^{-2}} = 10 \cdot 10^6 \text{ N}$$