Aula 03: Medidas de Posição e Tendência Central

Prof. Daniel Caetano

Objetivo: Apresentar os conceitos de medidas de posição e tendência central como descritores do conjunto de dados.

Bibliografia:
- FONSECA, J. S; MARTINS, G. A. Curso de Estatística. São Paulo: Atlas, 1996.
- NETO, P. L. O. C. Estatística. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.
- NETO, P. L. O. C; CYMBALISTA, M. Probabilidades. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

1. MEDIDAS DE POSIÇÃO

Medidas de Posição são valores estatísticos que ofereçam algumas informações sobre uma variável aleatória (ou sobre a amostra à qual ela corresponde).

1.1. Média

A média indica o valor mais provável de uma amostra aleatória; em outras palavras, o valor que se encontra com a menor distância a todos os outros valores. Define-se a Média como:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n}$$

Onde n é o número de elementos da amostra e x_i é o valor de cada um desses elementos. Outra forma de definir a média é pela frequência relativa (probabilidade) de cada valor f_i:

$$\mu = \sum_{i=1}^{i=n} x_i . f_i$$

Exemplo: E = lançamento de um dado.
X = pontos obtidos
X = 1,2,3,4,5,6
P(X) = 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6
E(X) = 1*1/6 + 2*1/6 + 3*1/6 + 4*1/6 + 5*1/6 + 6*1/6 = 3,5

Propriedades:

1. Média de uma constante é a própria constante.
2. Multiplicando uma variável por ***c***, sua média fica multiplicada por ***c***.
3. A média da soma ou diferença de duas variáveis aleatórias é a soma ou diferença das médias, respectivamente.
4. Somando ou subtraindo uma constante na variável aleatória, sua media fica somada ou subtraída daquela mesma constante.
5. A média de uma variável aleatória centrada é zero.
6. A média do produto de duas variáveis aleatórias independentes é o produto das medias.

1.1.1. Média Ponderada

Uma variante importante da média é a **média ponderada**, em que cada valor recebe um peso (frequência absoluta) e o total é dividido pela soma das frequências absolutas:

$$\mu p = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i . fa_i}{\sum_{i=1}^{i=n} fa_i}$$

1.2. Moda

A moda representa, dentro de uma amostra, o valor que aparece repetido um maior número de vezes, também conhecido com o “valor mais frequente”.

A forma mais simples de encontra-la é construindo o rol (crescente ou decrescente) e verificar o valor que tem maior frequência absoluta.

Exemplo: 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6 ,6, 7, 7, 8, 8, 8, 9

Nesse caso, o valor 6 aparece 4x, mais que todos os outros. Sendo assim, para esse rol, a “moda” é 6.

2. SEPARATRIZES

Separatrizes são valores que dividem a amostra em um igual número de partes. Os mais comuns são a **mediana**, o **quartil** e o **decil**; eventualmente também se fala em **percentil**.

2.1. Mediana

A mediana de uma variável aleatória é o valor que divide a distribuição em duas partes iguais.

O valor será aquele que aparecer na posição i = (n+1)/2 de um rol. Se esse valor for um inteiro (exemplo: 10), basta pegar o valor dessa posição no rol; se o valor for fracionário (10,5, por exemplo), deve-se realizar a média dos valores das posições próximas (no caso de 10,5, as posições próximas são 10 e 11).

Exemplo: 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6 ,6, 7, 7, 8, 8, 8, 9

Temos 18 elementos; logo, i = (18+1)/2 = 9,5... portanto, devemos fazer a média dos valores nas posições 9 e 10, que são, respectivamente, 6 e 6. Portanto, a mediana é 6.

2.2. Quartil

O quartil de uma variável aleatória é o valor que divide a distribuição em **quatro** partes iguais.

O valor será aquele que aparecer nas seguintes posições:
Quartil Inferior: i = (n+1)/4
Mediana ("Quartil Intermediário"): i = 2(n+1)/4 = (n+1)/2*
Quartil Inferior: i = 3*(n+1)/4

Da mesma forma que na mediana, se o valor da posição for um inteiro, basta pegar o valor dessa posição no rol; se o valor for fracionário, deve-se realizar a média dos valores das posições próximas.

Exemplo: 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6 ,6, 7, 7, 8, 8, 8, 9

Temos 18 elementos; logo, o quartil inferior estará na posição i = (18+1)/4 = 4,75... portanto, devemos fazer a média dos valores nas posições 4 e 5, que são, respectivamente, 3 e 3. Portanto, o quartil inferior é 3.

O quartil superior estará na posição i = 3*(18+1)/4 = 14,25. Portanto, devemos fazer a média dos valores nas posições 14 e 15, que são, respectivamente, 7 e 8. Portanto, o quartil superior é 7,5.

2.3. Decil e percentil

Os decis são os valores que dividem a distribuição em **dez** partes iguais.

O valor será aquele que aparecer nas seguintes posições:
1º Decil: i = (n+1)/10
2º Decil: i = 2*(n+1)/10
3º Decil: i = 3*(n+1)/10
...
9º Decil: i = 9*(n+1)/10

Da mesma maneira, os percentis são os valores que dividem a distribuição em **cem** partes iguais.

O valor será aquele que aparecer nas seguintes posições:
1º Percentil: i = (n+1)/100
2º Percentil: i = 2*(n+1)/100
3º Percentil: i = 3*(n+1)/100
...
99º Percentil: i = 99*(n+1)/100

Lembrando que sempre que o valor da posição for fracionário, deve-se realizar a média entre os valores encontrados nas posições próximas.

3. VALORES EM CATEGORIAS OU CLASSES

Sempre que for necessário trabalhar com valores agrupados em classes na definição de moda, média, mediana, quartis, decis ou percentis, deve-se trabalhar com as classes como se todos os elementos nela agrupados tivessem o valor médio da classe.

4. BIBLIOGRAFIA

FONSECA, J. S; MARTINS, G. A. Curso de Estatística. São Paulo: Atlas, 1996.
NETO, P. L. O. C. Estatística. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.
NETO, P. L. O. C; CYMBALISTA, M. Probabilidades. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.