

ANÁLISE DE DADOS

PROBABILIDADE BÁSICA

Prof. Dr. Daniel Caetano

2020 - 1

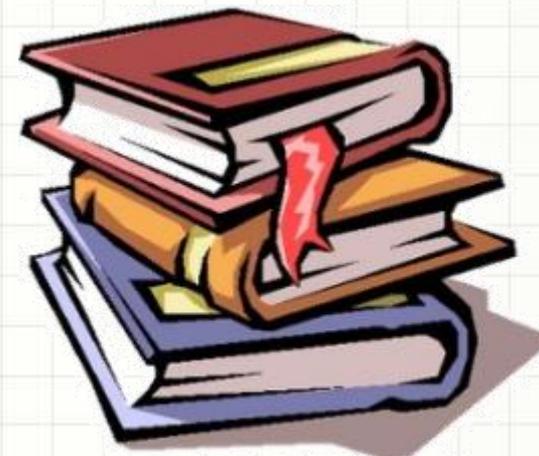
Objetivos

- Consolidar o conceito de evento aleatório
- Compreender os conceitos de espaço amostral e probabilidade teórica
- Capacitar para identificar e calcular probabilidades envolvidas em problemas

- **Atividade da Aula 5 no SAVVA!**



Material de Estudo



Material

Acesso ao Material

Apresentação

<http://www.caetano.eng.br/>
(Análise de Dados – Aula 5)

Material Didático

- Probab. e Estatística Aplicada à Engenharia –
Cap. 5

Minha Biblioteca

Estatística – Teoria e Aplicações usando MS Excel –
Cap. 4
Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros
– Cap. 2

LEMBRETE: CONSULTAR O “DEPOIS” DA AULA 5 NO SAVA!



FENÔMENOS DETERMINÍSTICOS E ALEATÓRIOS

Fenômenos

- O que são?



- Determinísticos x Aleatórios

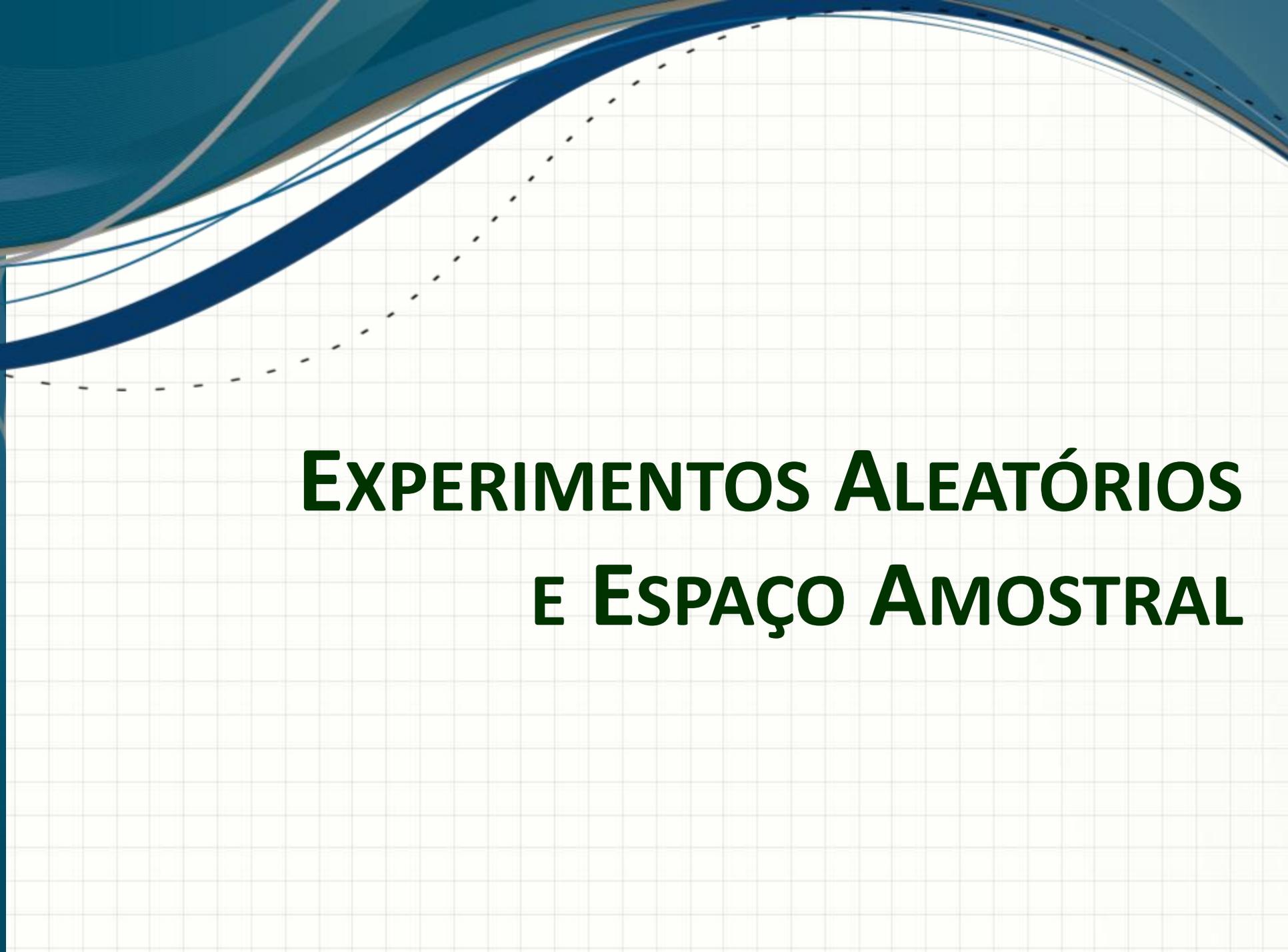


Medidas de Fenômenos

- As medidas sempre possuem certa imprecisão
 - Medir o tempo de queda de uma bola de bilhar
 - Várias medidas caindo de uma mesma altura



Valores Aleatórios



EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS E ESPAÇO AMOSTRAL

Experimentos Aleatórios

- O que é um experimento?
 - Resultado de um experimento: **evento**
- São experimentos cujo resultado conhecemos apenas como uma “chance de acontecer”:
 1. Número de peças defeituosas por semana na linha de produção
 2. Cor de uma carta retirada de um baralho
 3. O valor da face superior de um dado lançado
 4. O número de coroas jogando-se uma moeda 3 vezes.

Experimentos Aleatórios

- Característica de um experimento aleatório
 1. Pode ser repetido indefinidamente
 2. É possível identificar todos os resultados
 3. É possível estabelecer uma relação estável:
 - Quando o “número de experimentos” for grande

$$frequência = \frac{Sucessos_Obtidos}{Número\ de\ Experimentos}$$

Probabilidade!

Espaço Amostral

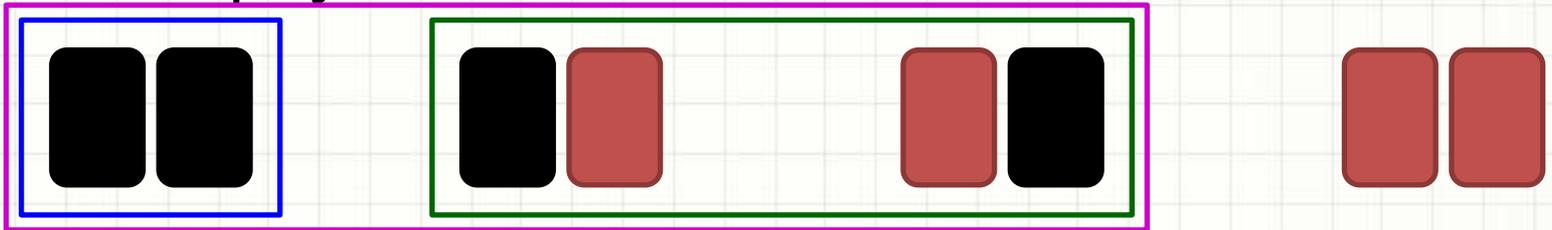
- Todos os resultados possíveis para um evento
 - Exemplo: jogar uma moeda



- Todos os resultados têm a mesma probabilidade?
 - **Espaço amostral equiprovável**
- Outro exemplo
 - Verificar se há defeitos em uma peça fabricada
 - $S = \{ \text{defeituosa, perfeita} \}$ **É equiprovável?**

Espaço Amostral

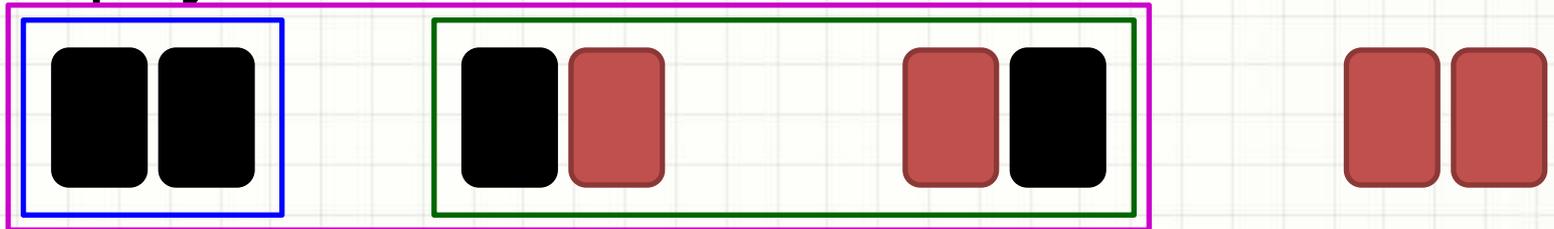
- Consideremos a situação de tirarmos duas cartas do baralho e analisarmos suas cores
 - O espaço amostral é:



- Se quisermos tirar duas cartas pretas, quais são os eventos de sucesso possíveis?
- E se quisermos extrair exatamente uma carta vermelha e uma preta, em qualquer ordem?
- E se quisermos extrair pelo menos uma carta preta?

Espaço Amostral

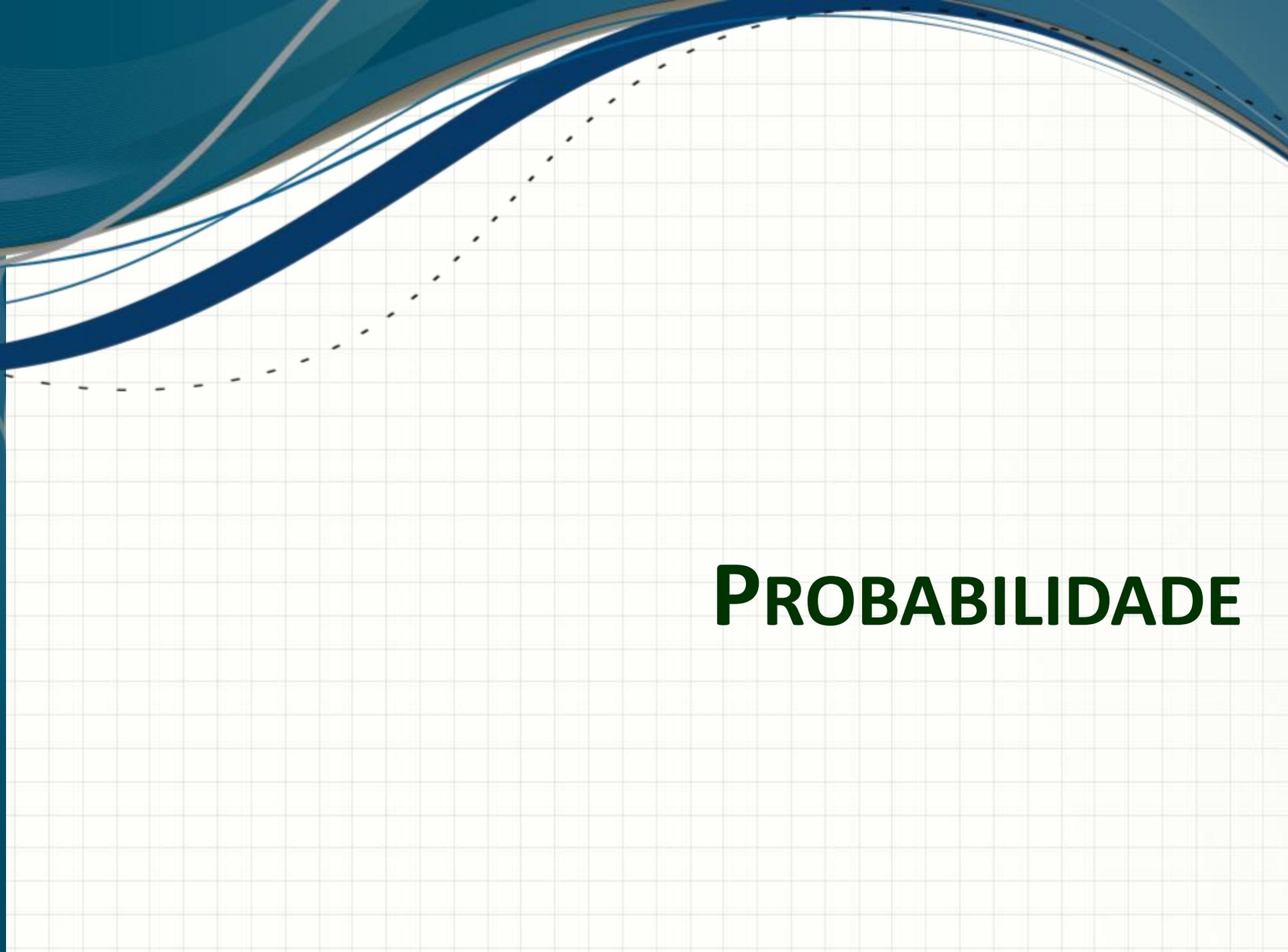
- Espaço Amostral



- Se quisermos tirar duas cartas pretas, quais são os eventos de sucesso possíveis? **A**
- E se quisermos extrair exatamente uma carta vermelha e uma preta, em qualquer ordem? **B**
- E se quisermos extrair pelo menos 1 carta preta? **C**

$$C = A \cup B$$

$$A \cap B = \emptyset$$



PROBABILIDADE

Probabilidade

- Medida segundo a expressão:

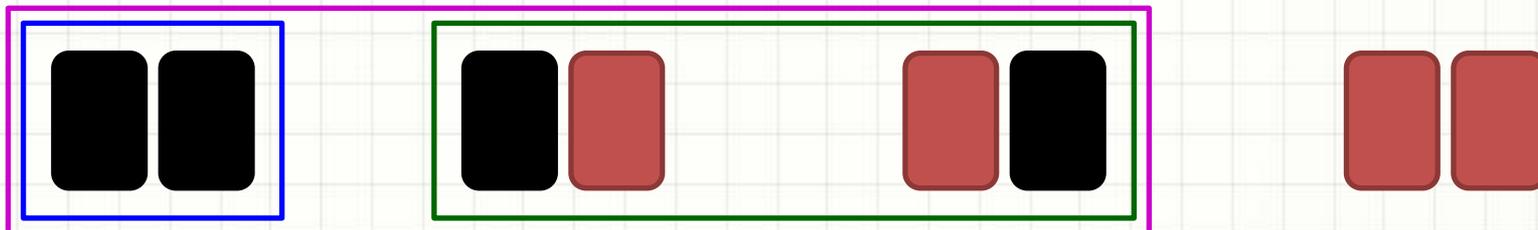
$$P(A) = \frac{\text{Número de Casos Favoráveis}}{\text{Número Total de Casos}}$$

- Exemplo: Joguei uma moeda.
 - Qual a probabilidade de “dar” cara?



$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$$

Probabilidade



- **A:** tirar 2 cartas pretas
- **B:** tirar exatamente 1 carta vermelha e 1 preta,
- **C:** tirar pelo menos 1 carta preta?

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(B) = \frac{2}{4} = 0,5$$

$$P(C) = \frac{3}{4} = 0,75$$

Regras das Probabilidades

- Considere a probabilidade assim definida:

$$P(A) = \frac{\text{Número de Casos Favoráveis}}{\text{Número Total de Casos}}$$

- Algumas regras sempre são obedecidas

1. $0 \leq P \leq 1$

O número de casos favoráveis nunca é maior que o total de casos!

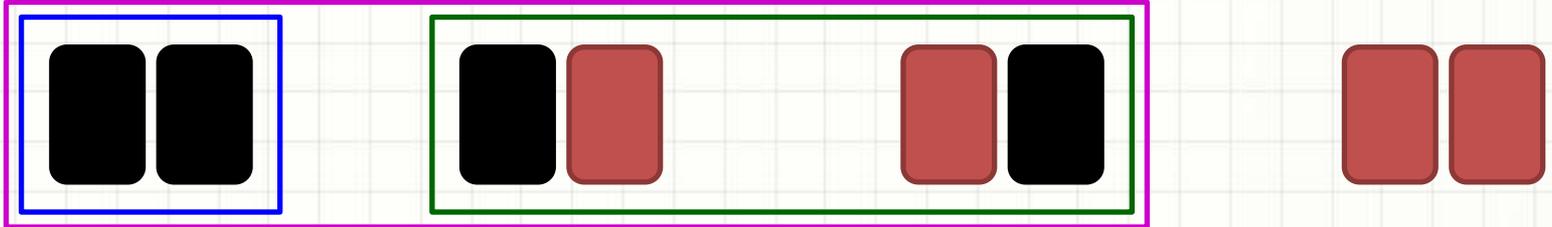
2. $P(S) = 1$

Evento Certo!

3. Se $A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ Hum...

Regra da Adição (Parte I)

- Se $A \cap B = \emptyset$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$



- **A**: tirar 2 cartas pretas
- **B**: tirar exatamente 1 carta vermelha e 1 preta,
- **C**: tirar peelo menos 1 carta preta?

$$P(A) = 0,25 \quad P(B) = 0,5 \quad P(C) = 0,75$$

$$A \cap B = \emptyset \quad C = A \cup B$$

$$P(C) = P(A) + P(B) = 0,25 + 0,5 = 0,75$$

Propriedades das Probabilidades

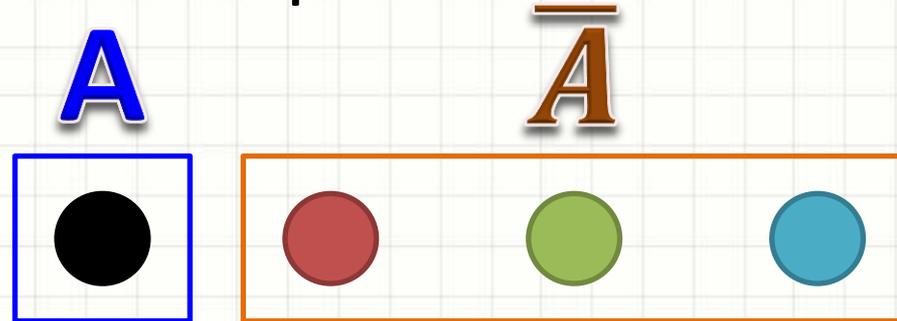
1. $P(\emptyset) = 0$

$$P(\emptyset) = \frac{0}{\text{Número Total de Casos}}$$

Evento Impossível!

Propriedades das Probabilidades

2. Seja \bar{A} o complemento de A



então...

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

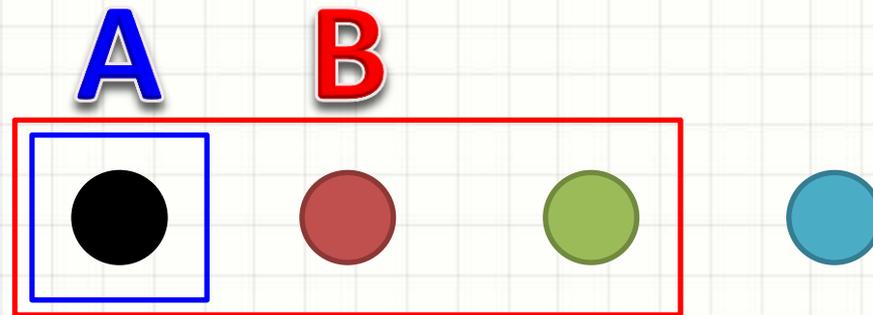
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad ??$$

$$P(\bar{A}) = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,25 \quad ??$$

Propriedades das Probabilidades

3. Se $A \subset B$



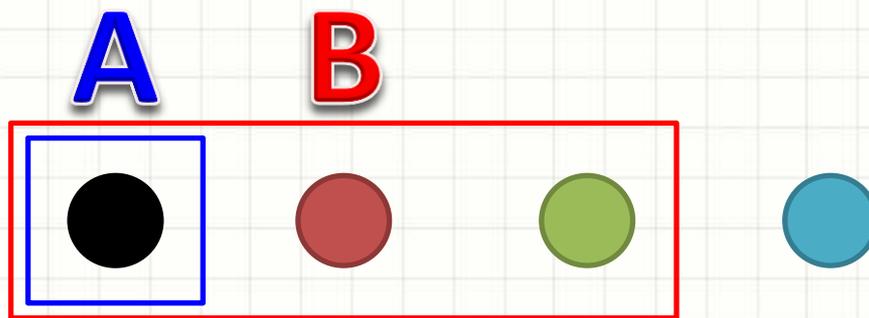
então...

$$P(A) \leq P(B)$$

$$P(X) = \frac{\text{Número de Casos Favoráveis}}{\text{Número Total de Casos}}$$

Propriedades das Probabilidades

4. Se A e B são dois eventos quaisquer...



então...

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0,25 + 0,75 - 0,25$$

Regra da Adição – Parte II



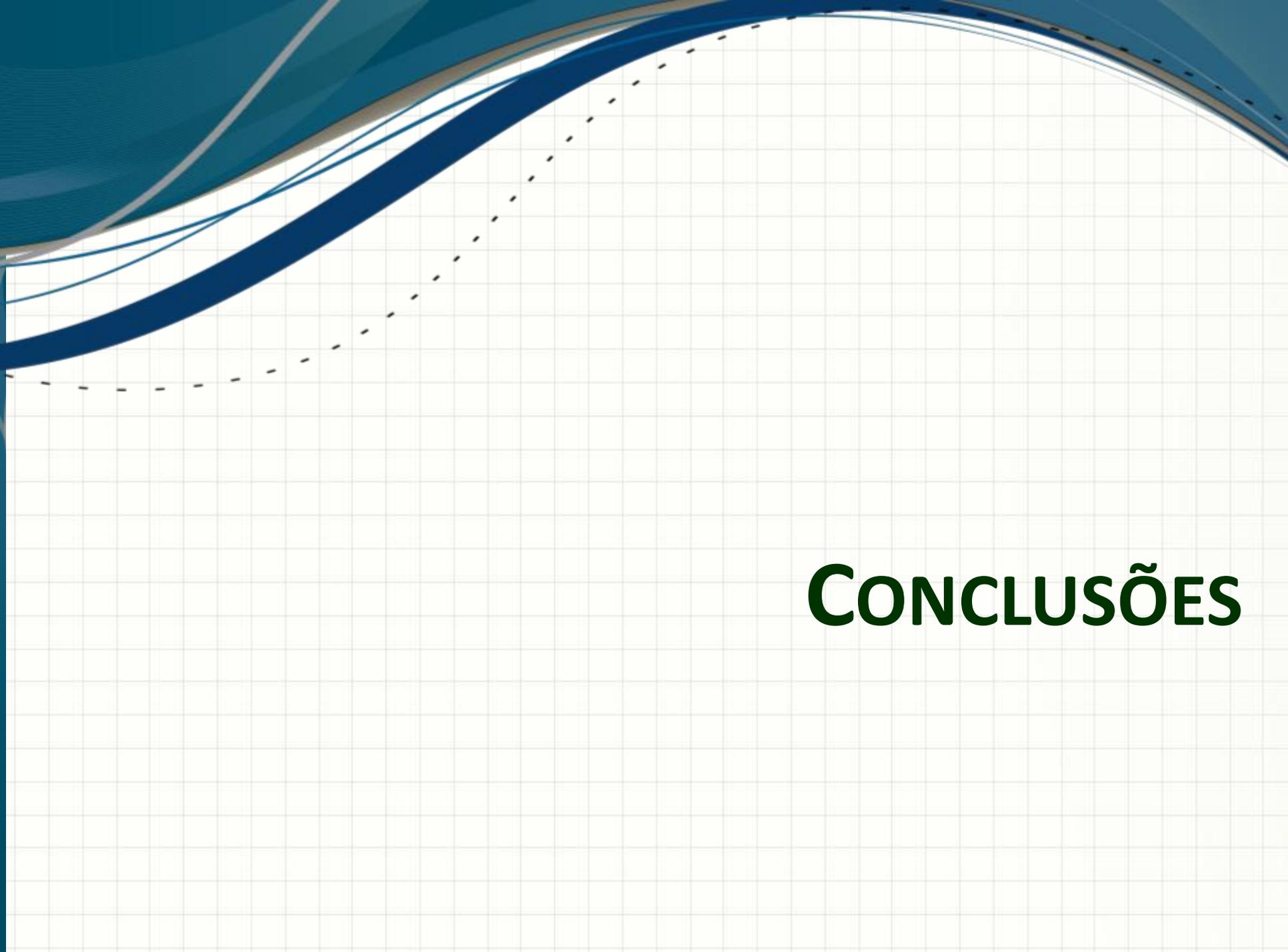
EXTRA:
COMBINAÇÕES

Combinações

- Como vimos, é importante saber o total de resultados possíveis em um espaço amostral
 - Às vezes é difícil enumerar!
- Quantos são as possibilidades da mega-sena?

$$C_{r,p} = \binom{r}{p} = \frac{r!}{p!(r-p)!}$$

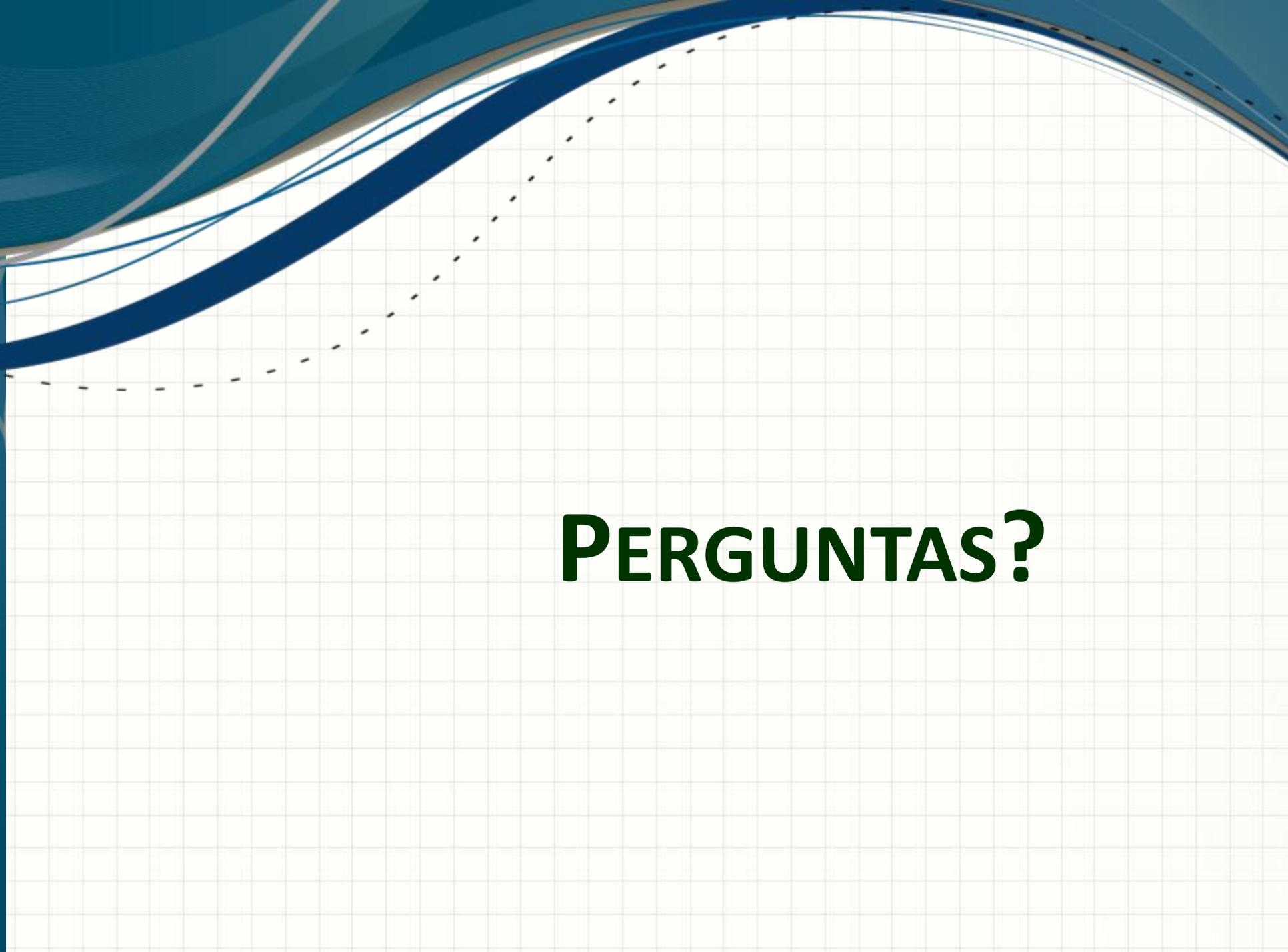
$$C_{60,6} = \binom{60}{6} = \frac{60!}{6!(60-6)!} = 50.063.860$$



CONCLUSÕES

Resumo

- Espaço amostral, exper. e eventos aleatórios
 - Probabilidades
 - Frequência no experimento
 - Probabilidade clássica
 - Regra da Adição
 - Combinações
-
- Probabilidades Condicionais
 - Eventos Condicionais
 - Regra da Multiplicação



PERGUNTAS?



EXERCÍCIOS