



MECÂNICA DOS SÓLIDOS

VIGAS PARTE II

Prof. Dr. Daniel Caetano

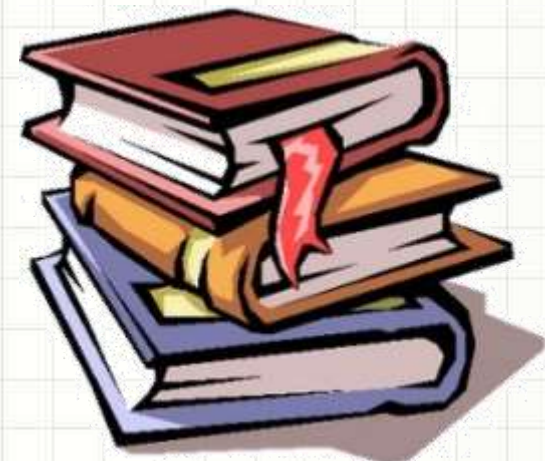
2020 - 1

Objetivos

- Conceituar cargas distribuídas e sistemas mecanicamente equivalentes
- Compreender uma das técnicas para cálculos com cargas distribuídas
- Compreender o traçado de diagramas de cortante e momentos fletores
- **Atividade Aula 7 – SAVA!**
- **Pré-Aula 08 – SAVA**



Material de Estudo



| Material | Acesso ao Material |
|--------------------|--|
| Apresentação | http://www.caetano.eng.br/ (Mecânica dos Sólidos – Aula 7) |
| Material Didático | Mecânica Geral (MACIEL), Cap. 5 (SAVA) |
| Minha Biblioteca | Estática e Mecânica dos Materiais (BEER;JOHNSTON), Cap. 11, 12 e 13 |
| Biblioteca Virtual | Resistência dos Materiais (Hibbeler, 7ª, pgs 181-201) |

LEMBRETE: CONSULTAR O “ANTES” DA AULA 8 NO SAVA!

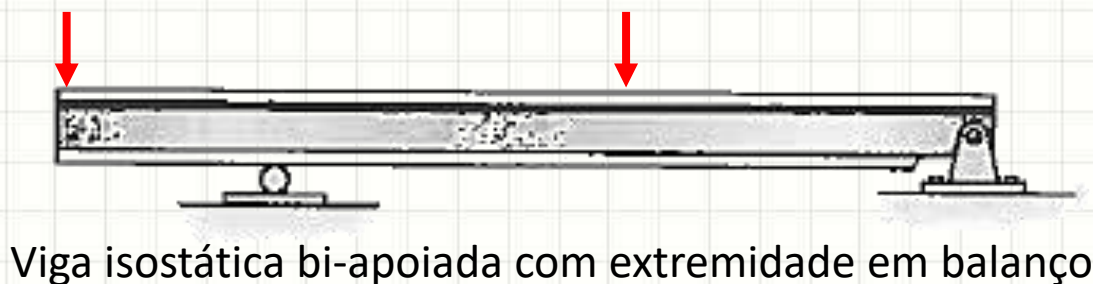
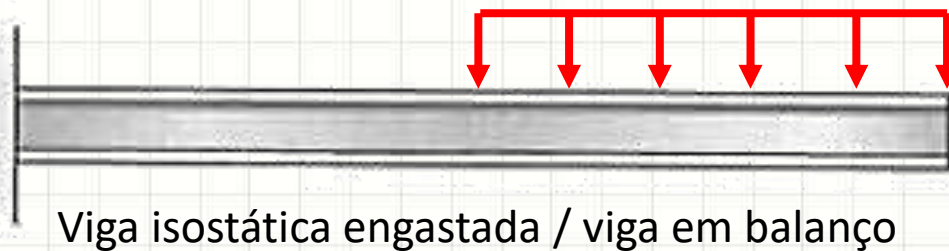
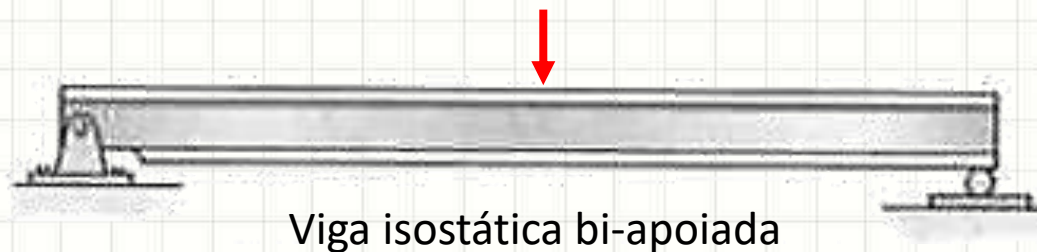


RETOMANDO:

AS VIGAS

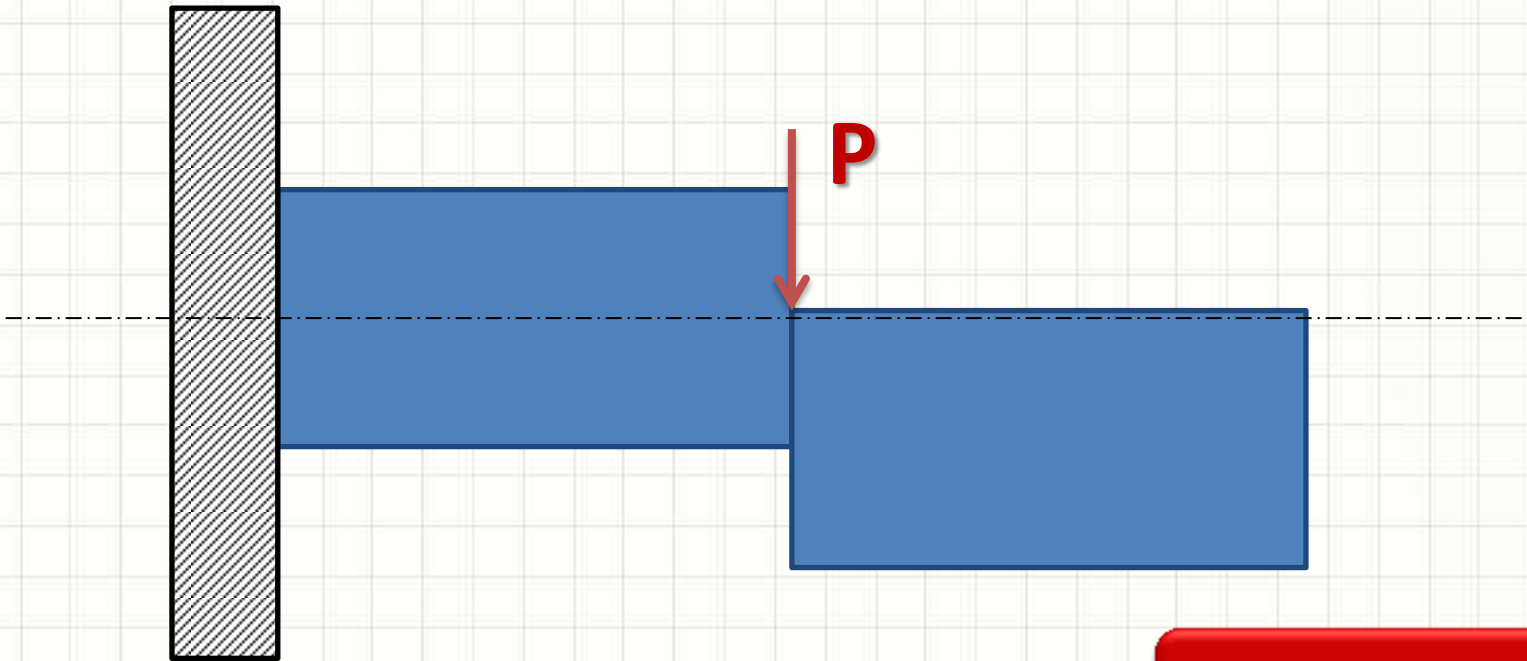
Objeto de Estudo

- Vigas – Cargas perpendiculares ao eixo



Força Cortante

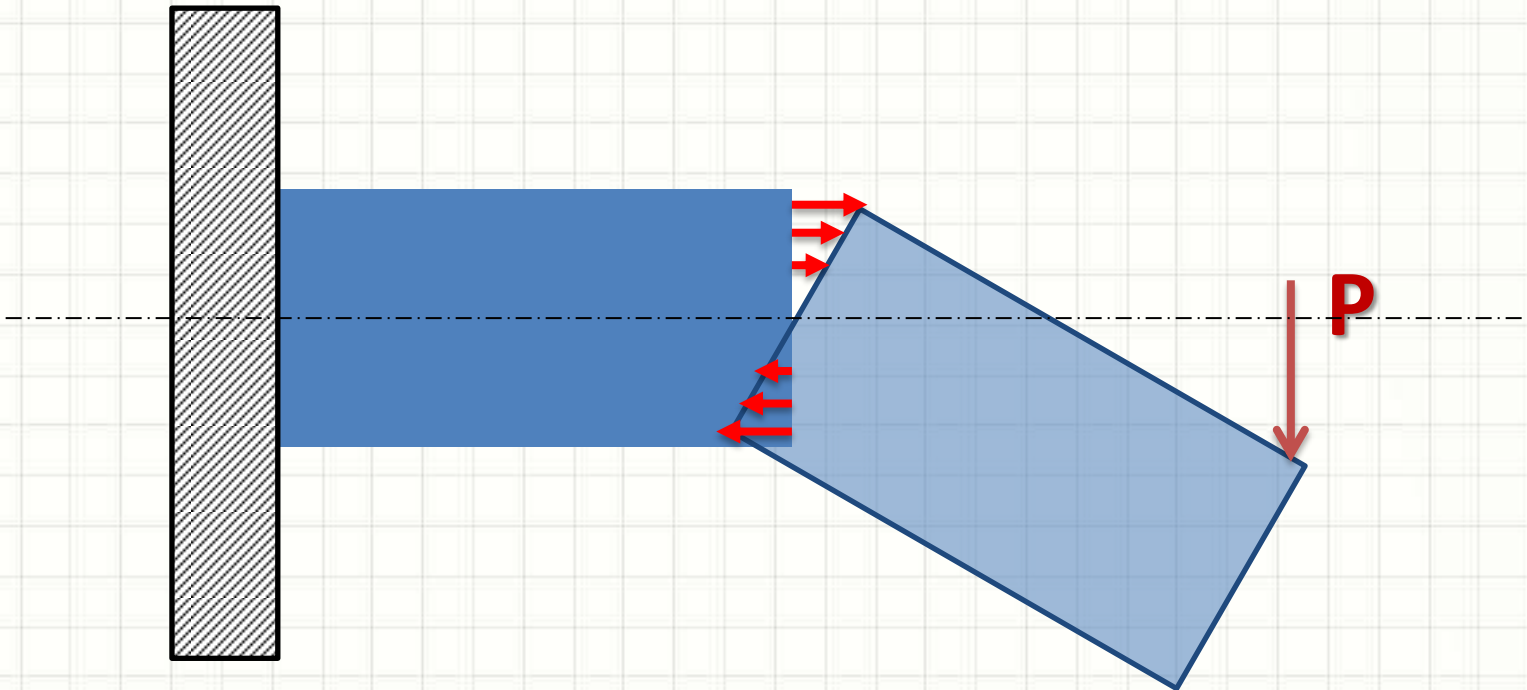
- Força Cortante: aquela que tende a “fatiar”
 - É perpendicular ao eixo da barra



Só isso?

Momento Fletor

- Momento Fletor: esforço que “enverga” barra
 - Resulta das forças cortantes



Diagramas de Esforços Cortantes

- Por que traçar diagrama de cortante?
 - Cortante pode variar ao longo do comprimento
 - Encontrar o ponto de maior solicitação

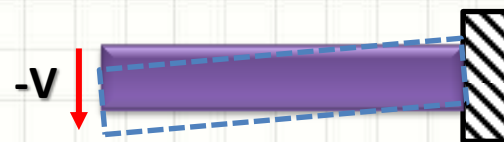
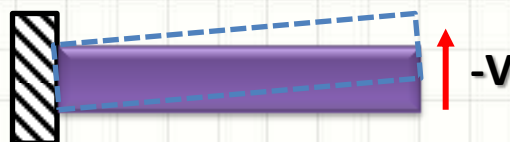
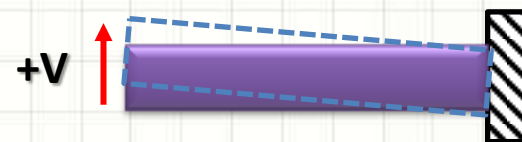
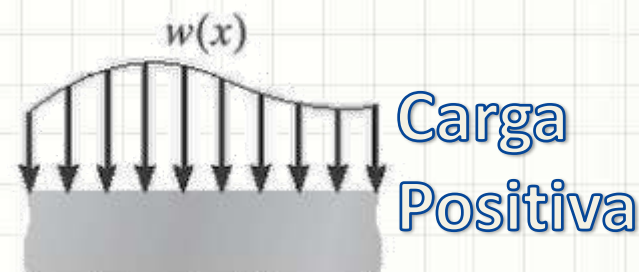
- Convenção de Sinais

- Carregamento

- De cima para baixo: +
 - De baixo para cima: -

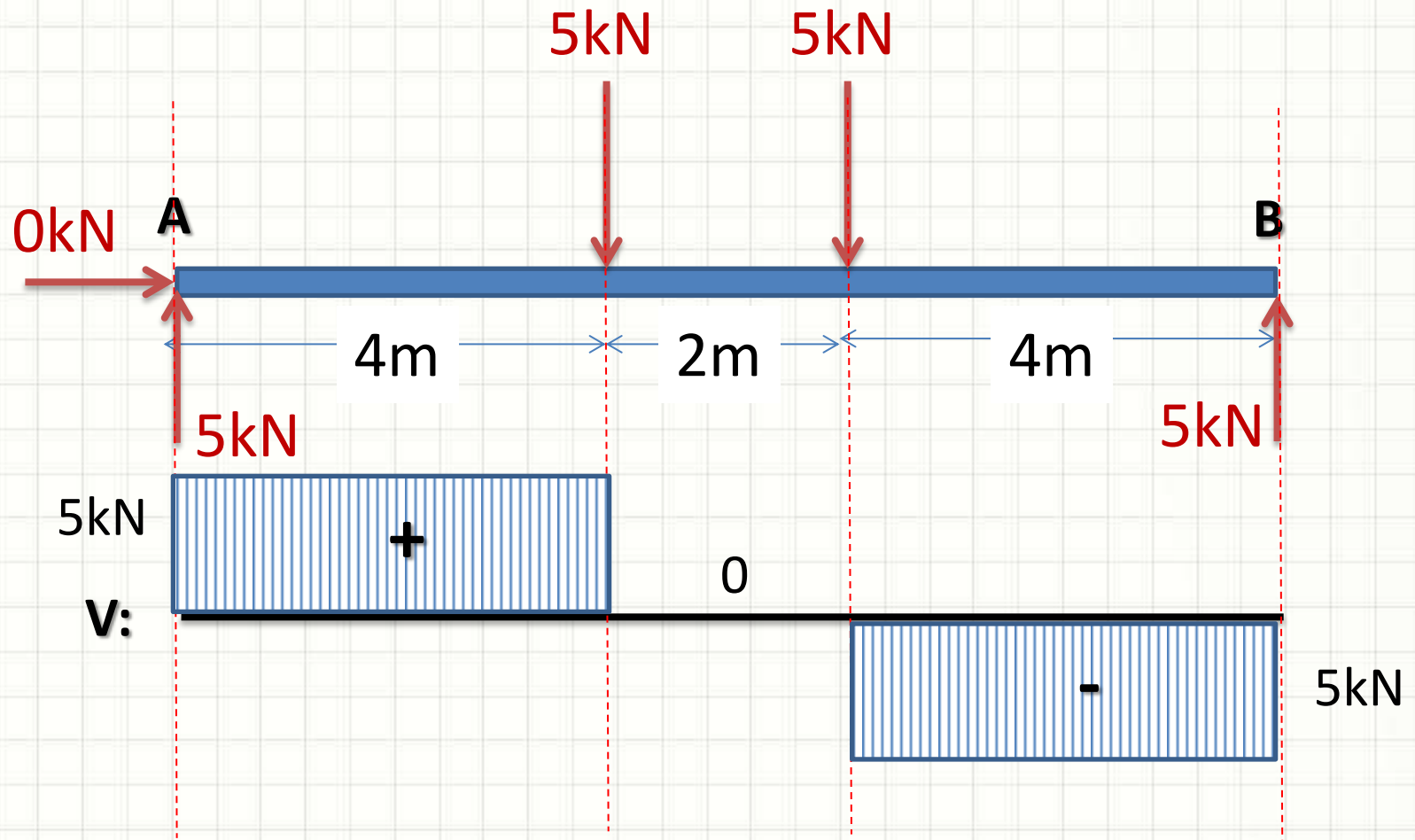
- Cortante

- Gira sent. Horário: +
 - Gira sent. Anti-Horário: -



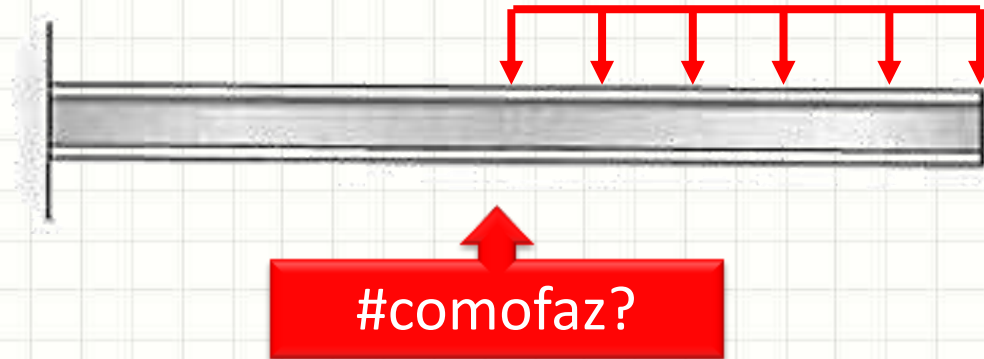
Exemplo: Diagrama de Esf. Cortantes

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



Diagramas de Esforços Cortantes

- E se as forças forem uma carga distribuída?
 - Ex.: enchimento de uma laje rebaixada



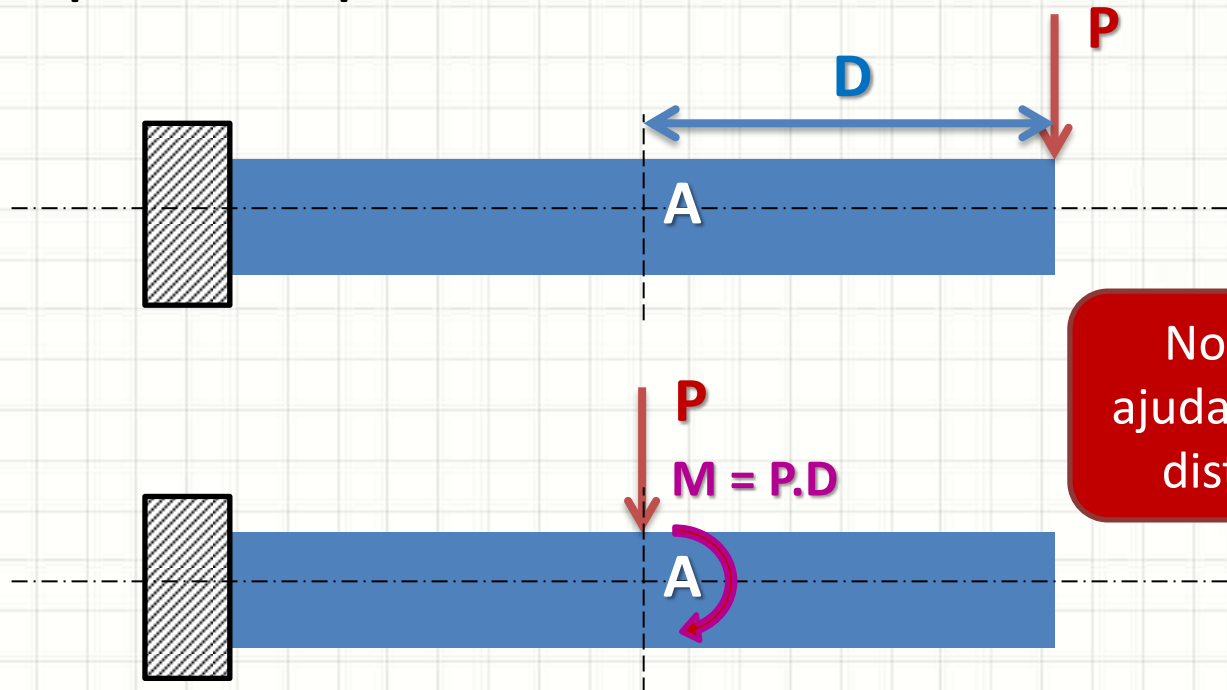


TEOREMA DO CORTE:

SISTEMAS DE FORÇAS MECANICAMENTE EQUIVALENTES

Sistemas de Forças ME

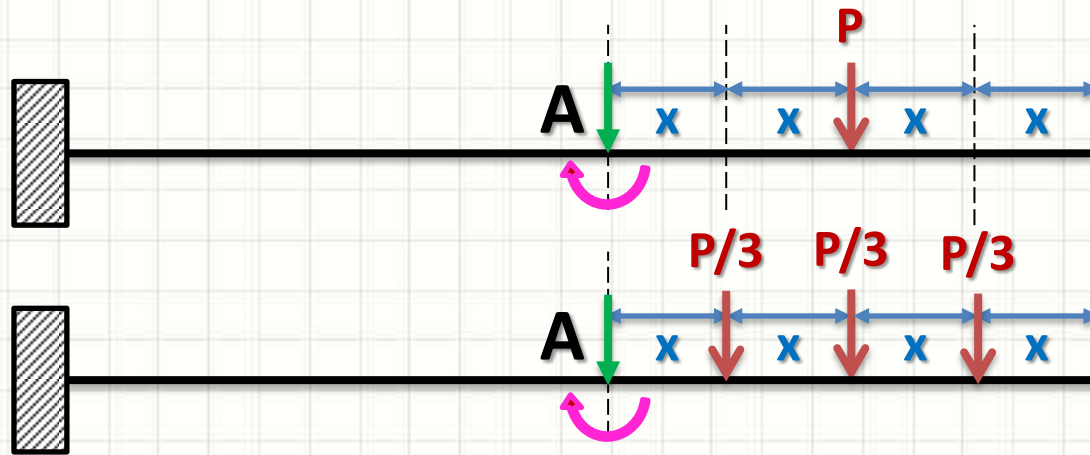
- Quando, para seção transversal específica:
 - Configurações de forças diferentes...
 - Esforços solicitantes iguais
- Exemplo: Do ponto de vista de **A**



No que isso
ajuda para carga
distribuída?

Sistemas de Forças ME

- Exemplo: Do ponto de vista de **A**



$$V_A = P$$
$$M_A = 2 \cdot x \cdot P$$

$$V_A = P$$
$$M_A = 2 \cdot x \cdot P$$

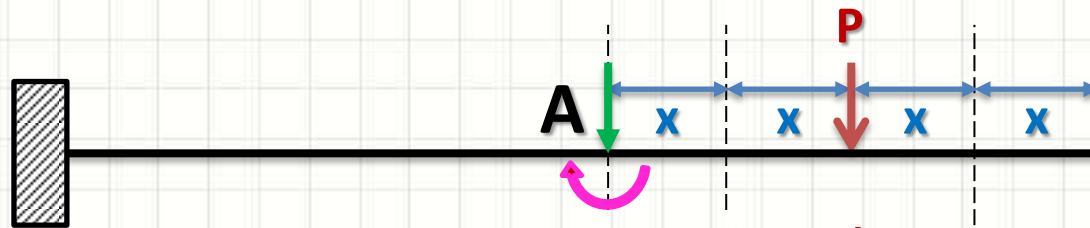
$$V_A = 3 \cdot \frac{P}{3}$$

$$M_A = \frac{P}{3} \cdot x + \frac{P}{3} \cdot 2 \cdot x + \frac{P}{3} \cdot 3 \cdot x$$

$$M_A = \frac{P}{3} \cdot 6 \cdot x$$

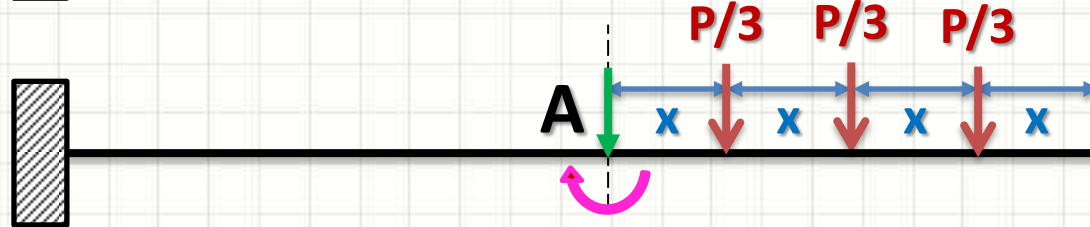
Sistemas de Forças ME

- Exemplo: Do ponto de vista de **A**



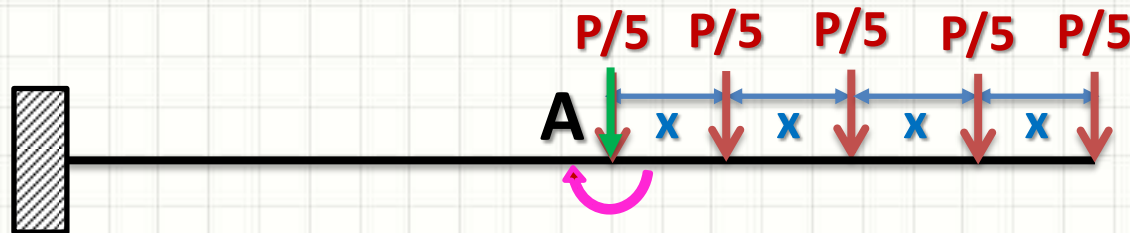
$$V_A = P$$

$$M_A = 2 \cdot x \cdot P$$



$$V_A = P$$

$$M_A = 2 \cdot x \cdot P$$



$$V_A = P$$

$$M_A = 2 \cdot x \cdot P$$

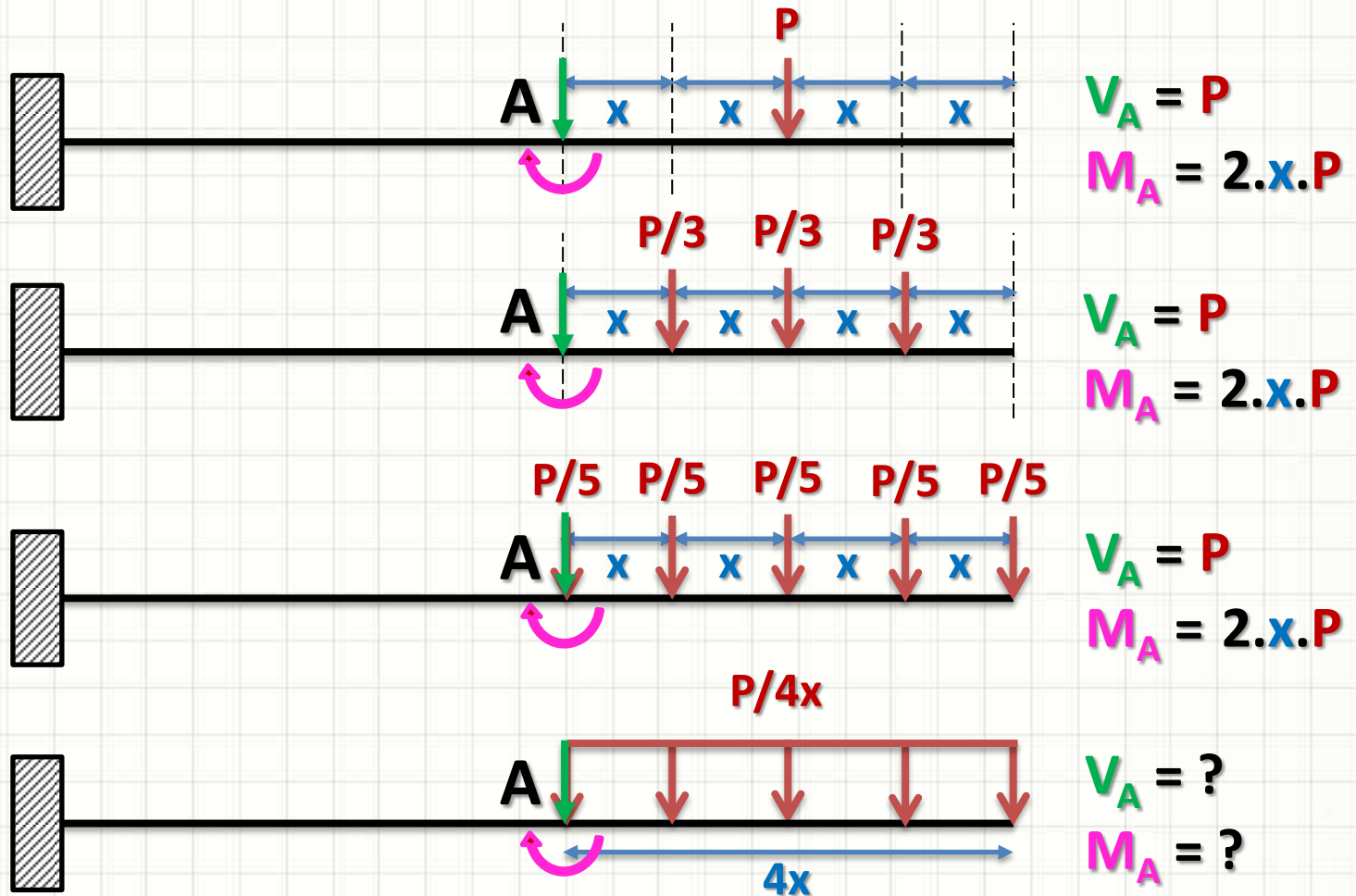
$$V_A = 5 \cdot \frac{P}{5}$$

$$M_A = \frac{P}{5} \cdot 0 + \frac{P}{5} \cdot x + \frac{P}{3} \cdot 2 \cdot x + \frac{P}{3} \cdot 3 \cdot x + \frac{P}{3} \cdot 4 \cdot x$$

$$M_A = \frac{P}{5} \cdot 10 \cdot x$$

Sistemas de Forças ME

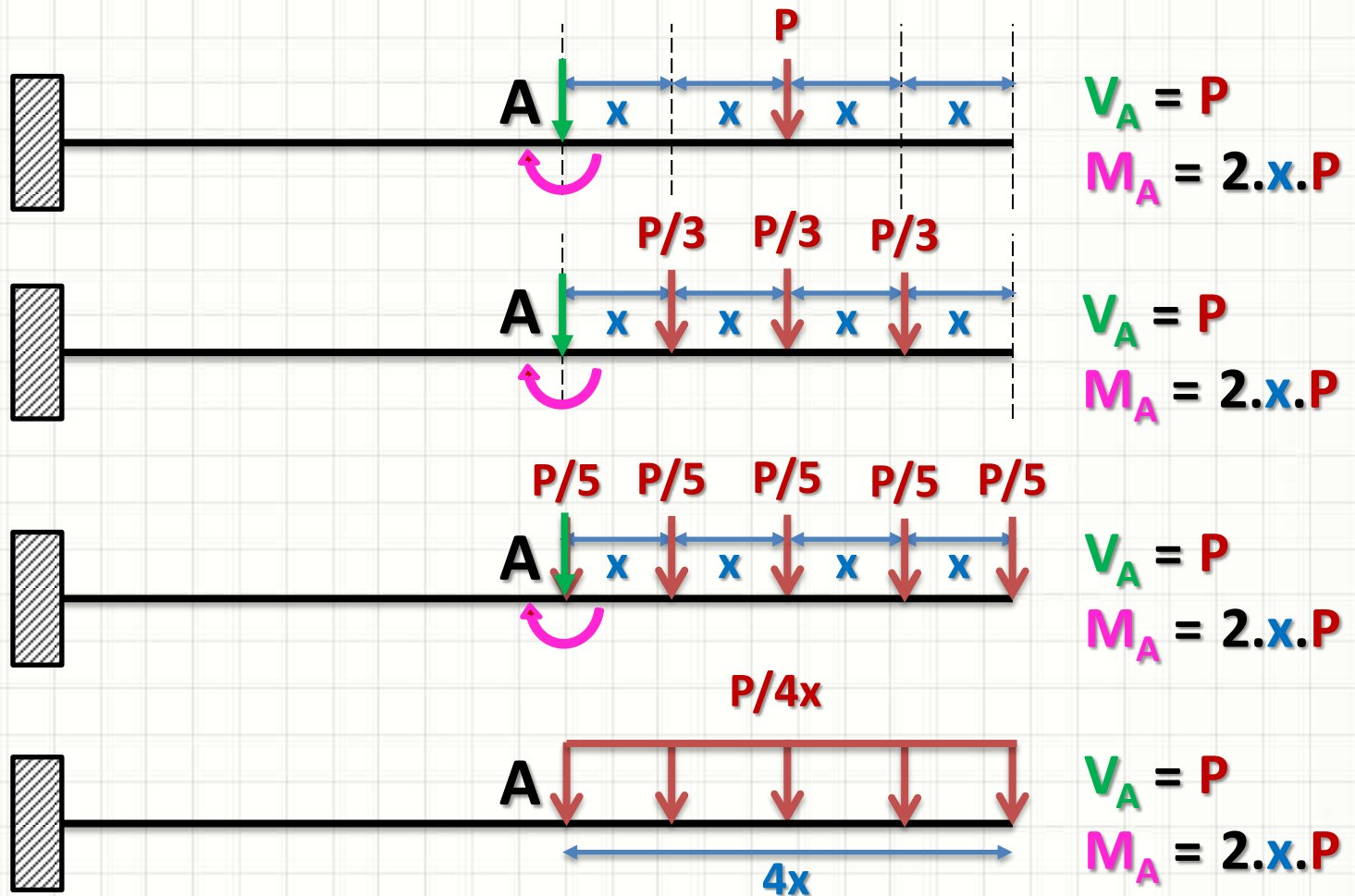
- Exemplo: Do ponto de vista de **A**



Sist

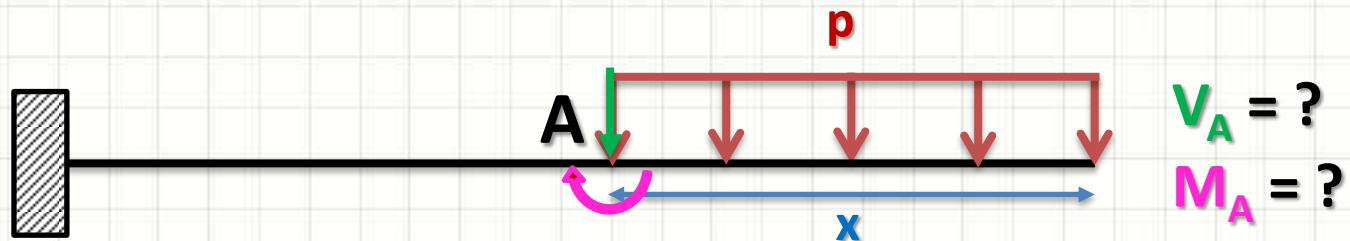
É como se a carga total estivesse
no C.G. da carga distribuída!

- Exemplo: Do ponto de vista de A



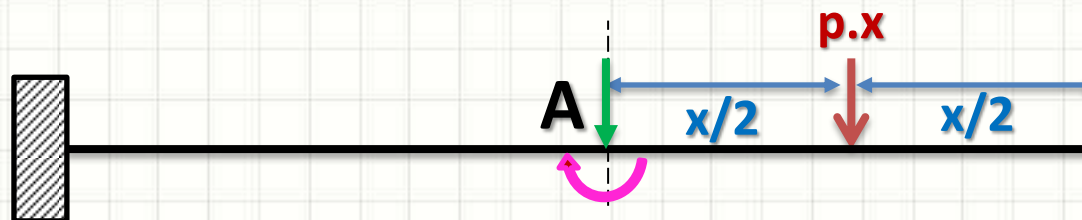
Sistemas de Forças ME

- Ou seja: Do ponto de vista de **A**



$$V_A = ?$$

$$M_A = ?$$

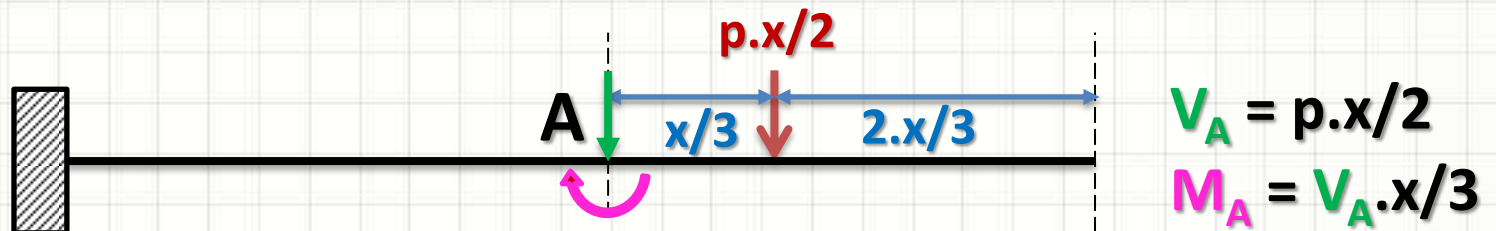
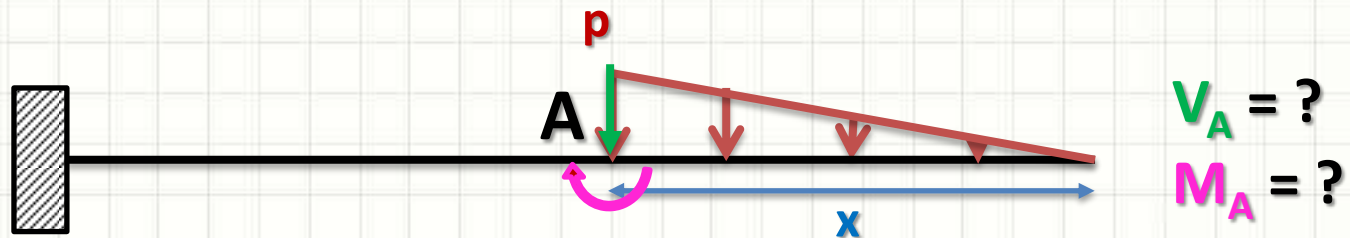



$$V_A = p \cdot x$$

$$M_A = V_A \cdot x/2$$

Sistemas de Forças ME

- Sempre no meio?
 - Não!
 - No C.G. da “área” da carga distribuída!

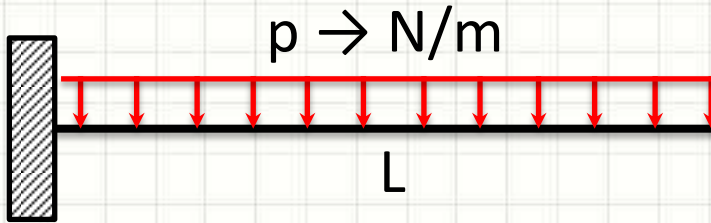




DIAGRAMAS DE ESFORÇOS CORTANTES EM CARGAS DISTRIBUÍDAS

Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Distribuída



- Qual a força cortante em um ponto “x”?

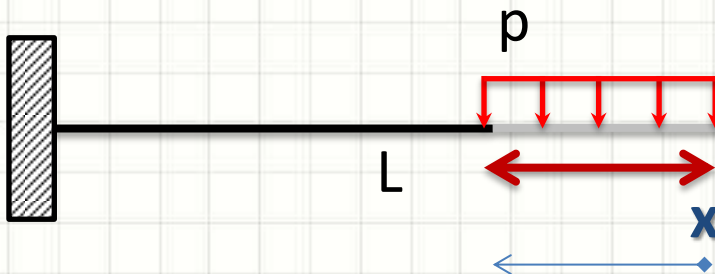
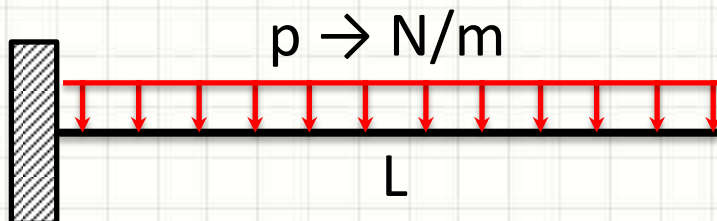
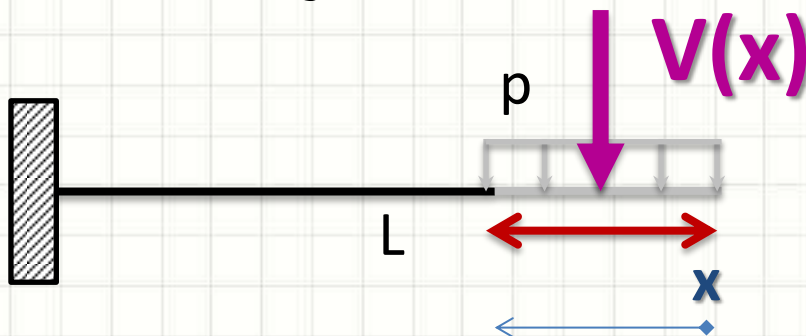


Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Distribuída



- Qual a força cortante em um ponto “x”?



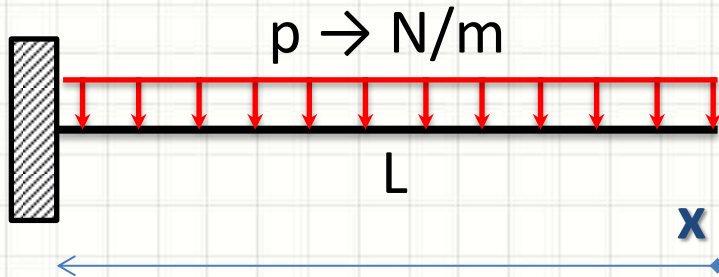
x

$$V(x) = p \cdot x$$

- $V(x) = p \cdot x \rightarrow$ sentido horário!

Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Distribuída



- $V(x) = p \cdot x \rightarrow$ sentido horário!
- Logo... O diagrama de cortante é...

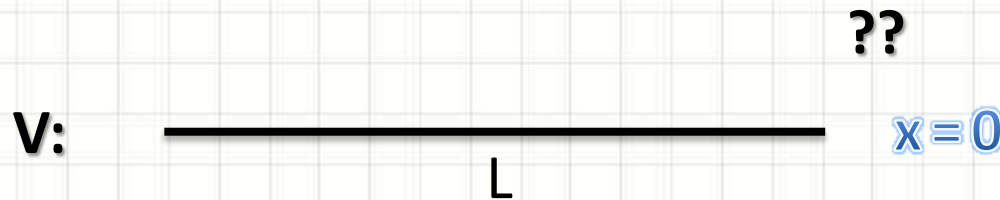
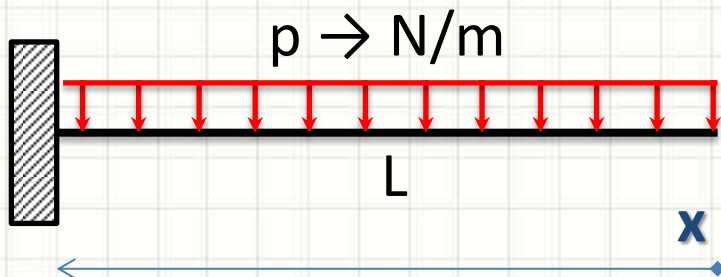


Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Distribuída



- $V(x) = p \cdot x \rightarrow$ sentido horário!
- Logo... O diagrama de cortante é...

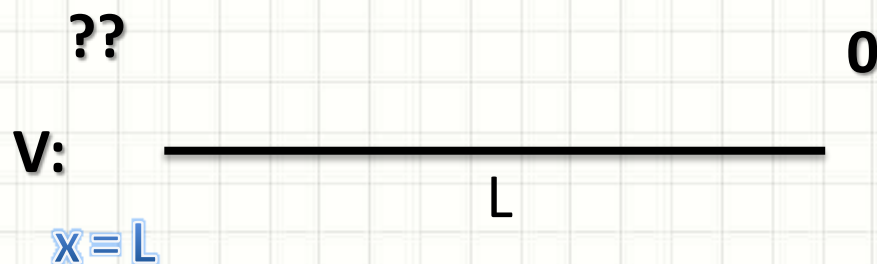
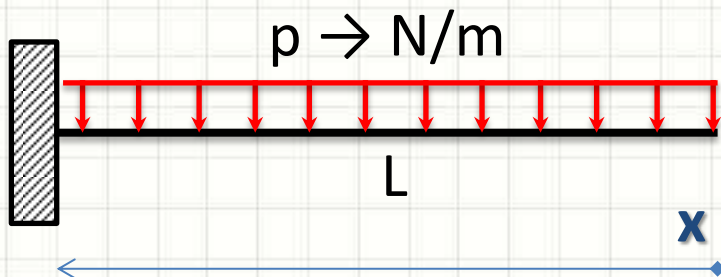


Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Distribuída



- $V(x) = p \cdot x \rightarrow$ sentido horário!
- Logo... O diagrama de cortante é...

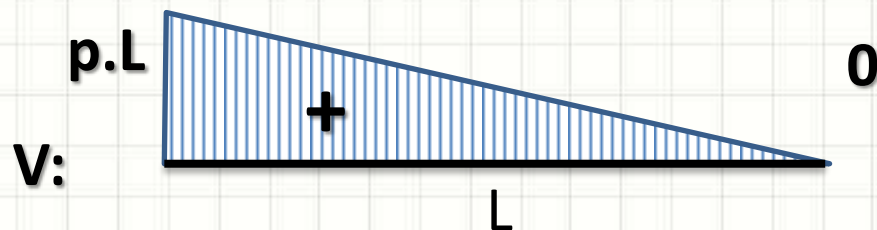
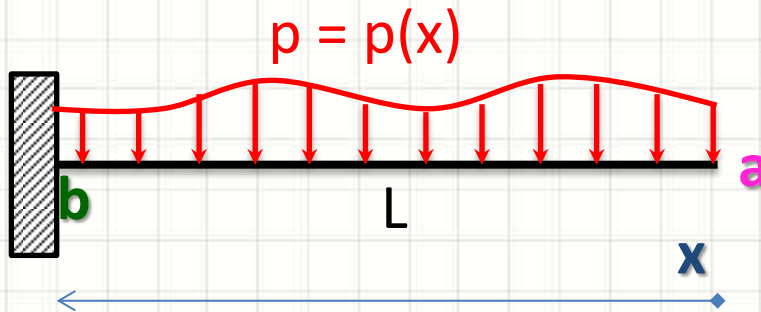


Diagrama de Esforços Cortantes

- Força Cortante Genérica Distribuída

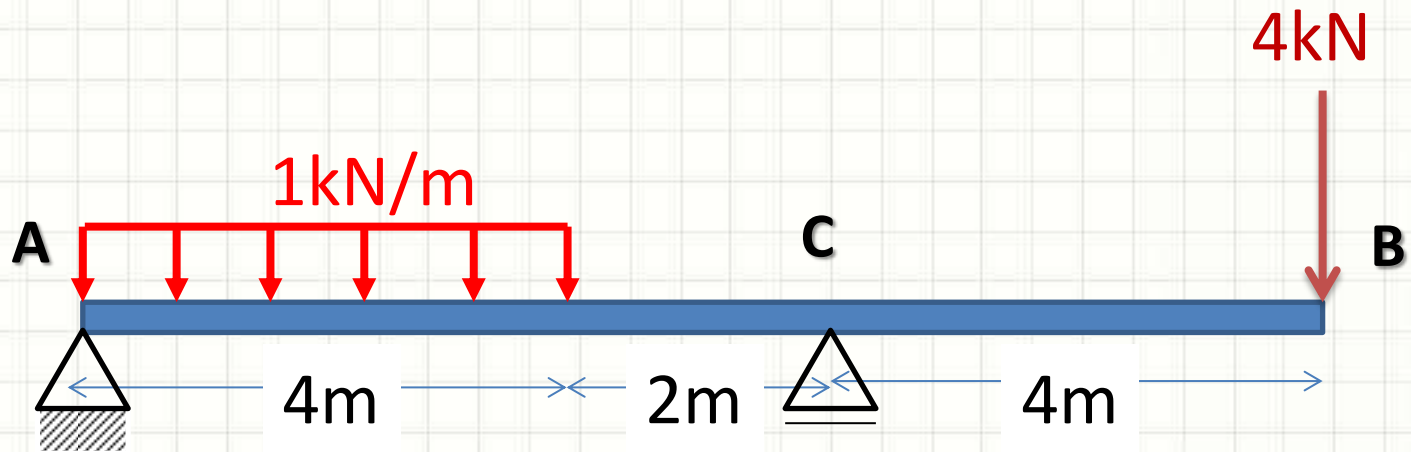


- Qual a força cortante de a até b ?

$$V = \int_a^b p(x) \cdot dx$$

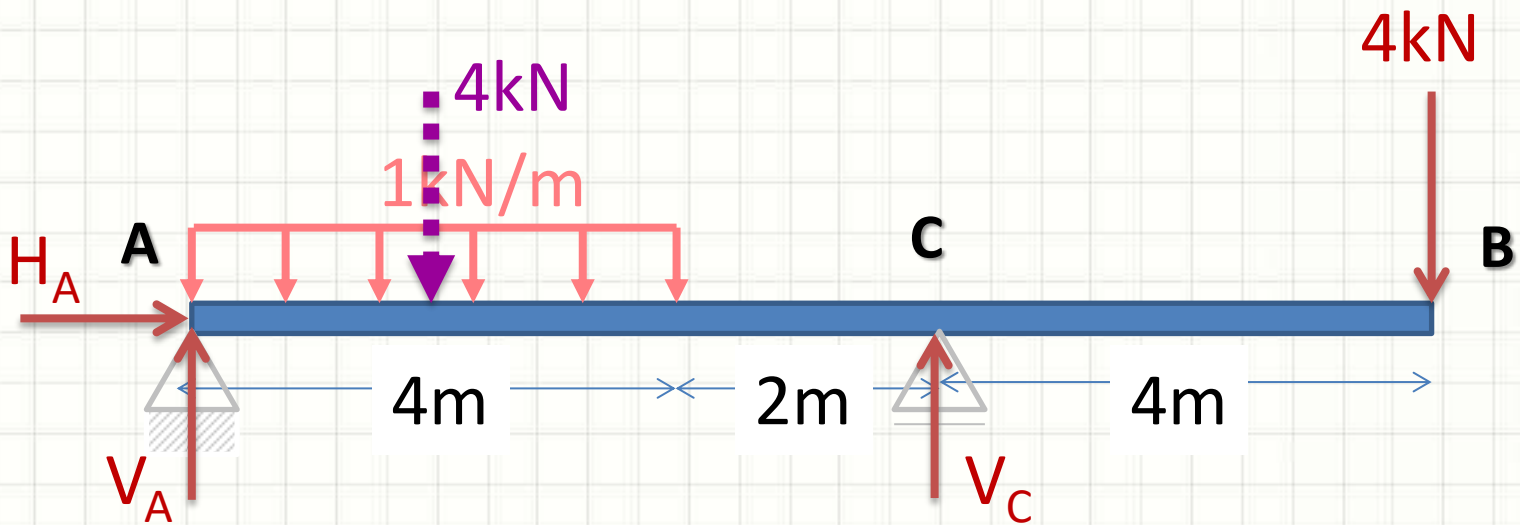
Exemplo

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



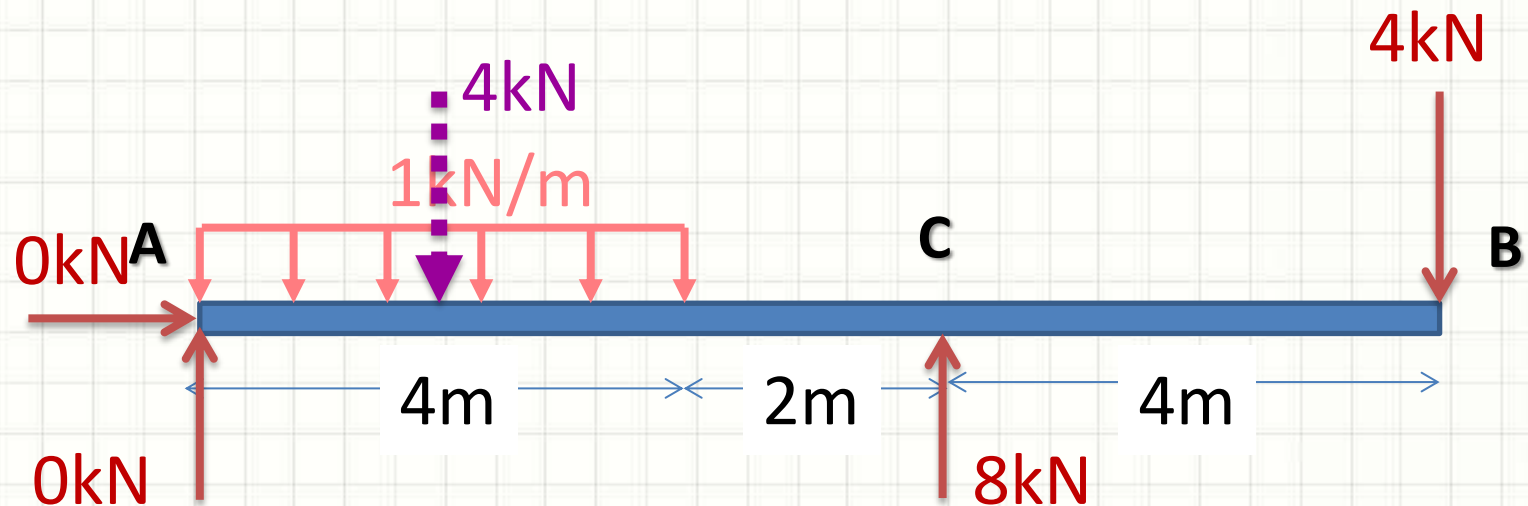
Exemplo

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



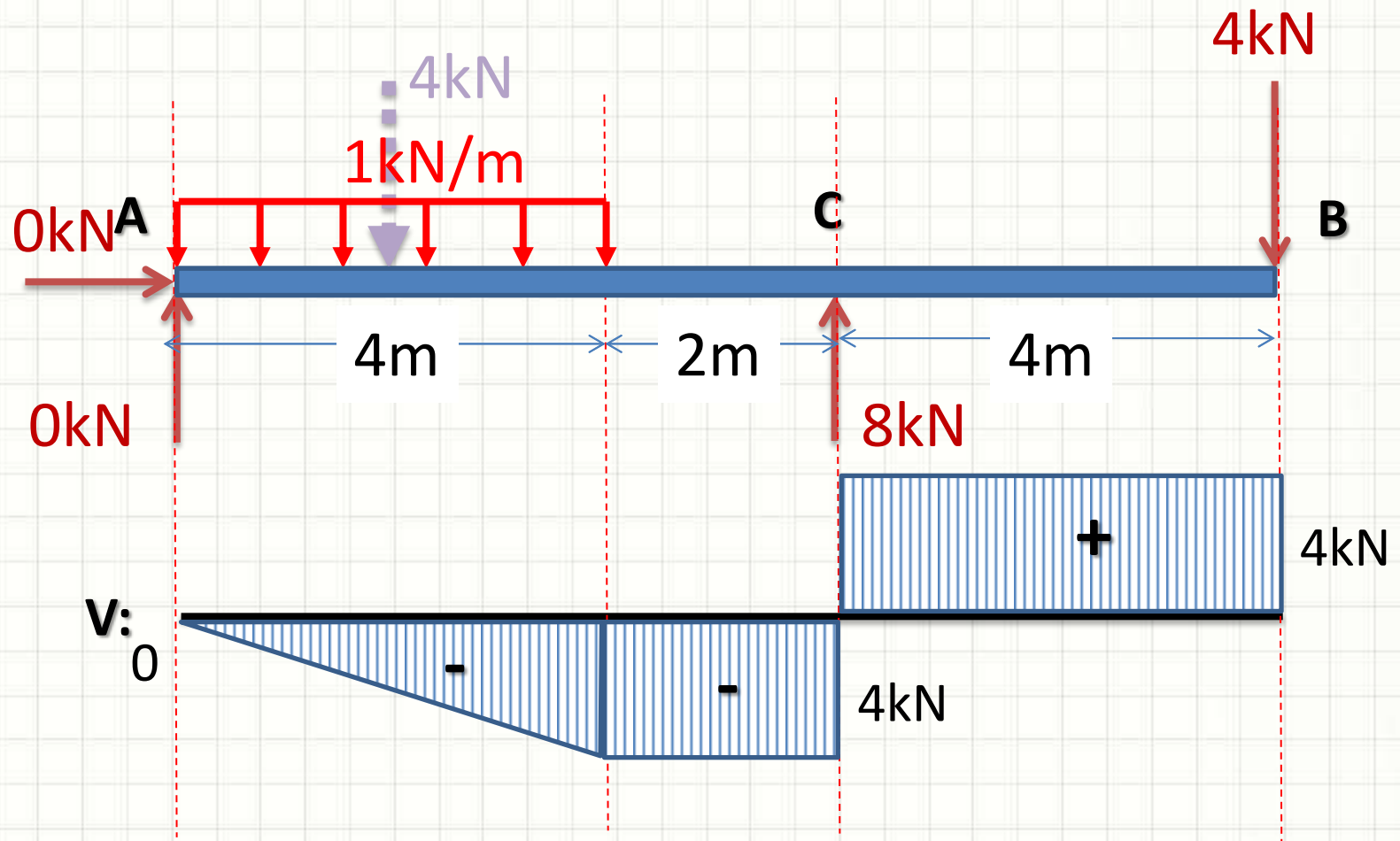
Exemplo

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



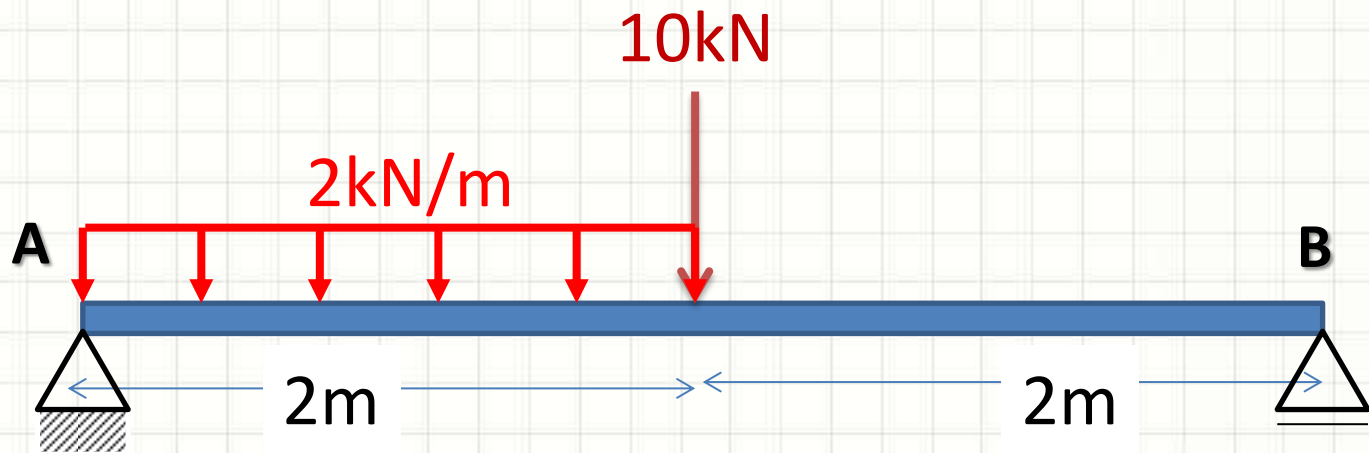
Exemplo

- Trace o Diagrama de Cortante para a viga:



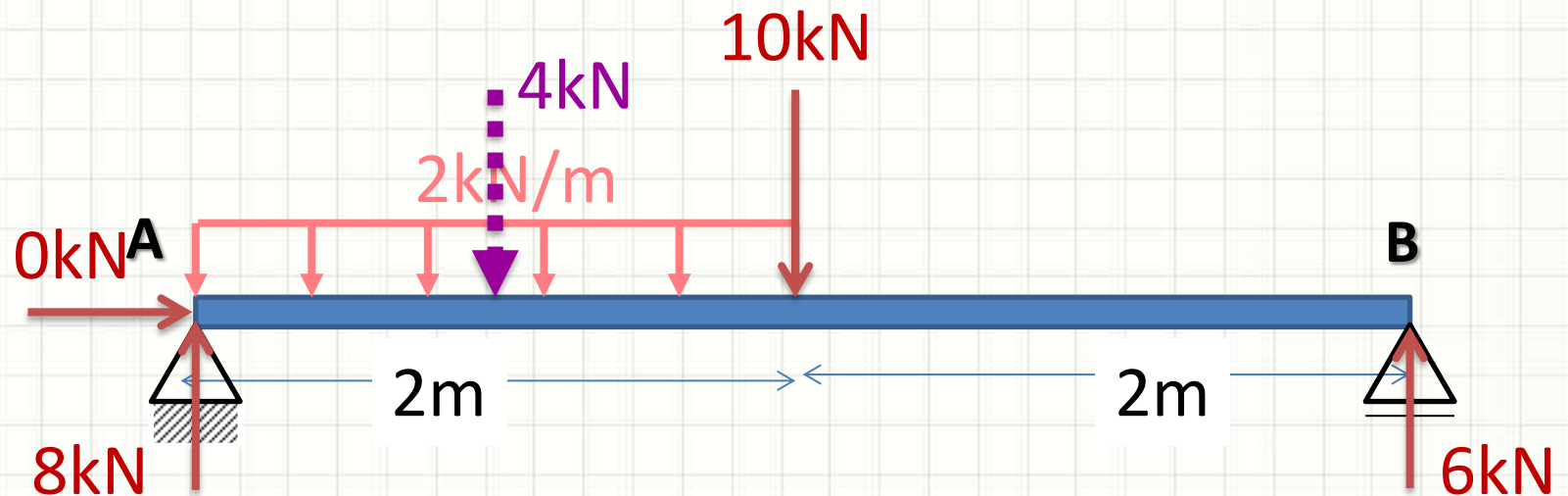
Exercício

- Trace o Diagrama de Cortante:



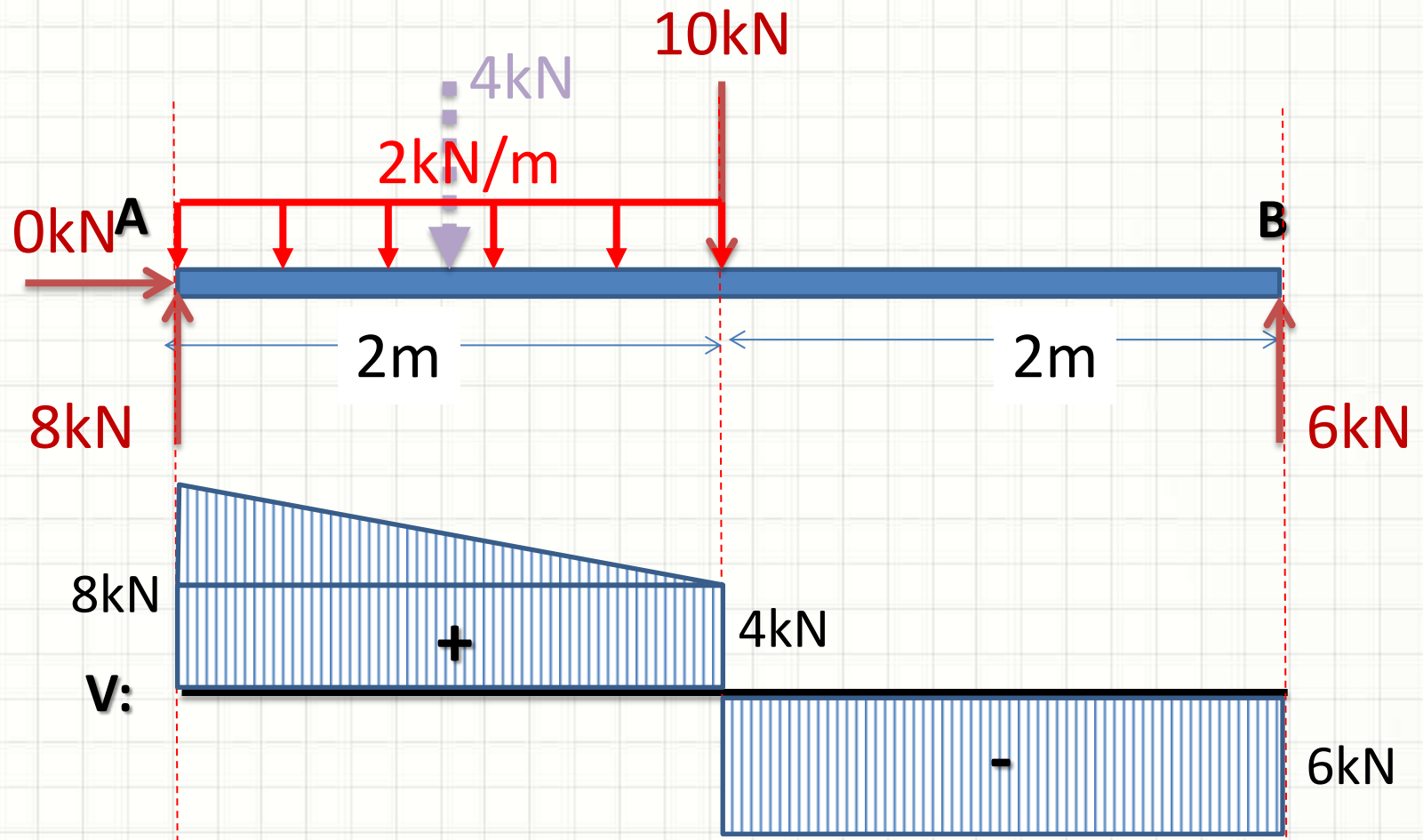
Exercício

- Trace o Diagrama de Cortante:



Exercício

- Trace o Diagrama de Cortante:





DIAGRAMAS DE MOMENTO FLETOR

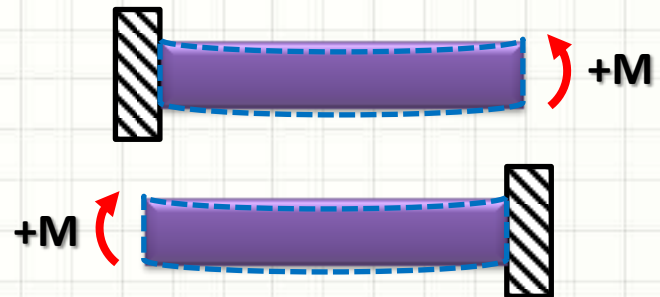
Diagramas de Momentos Fletores

- Por que traçar diagramas de momento?
 - Momento usualmente varia ao longo da viga
 - Encontrar o ponto de maior sollicitação

- Convenção de Sinais

- Momento Positivo

- Traciona parte inferior



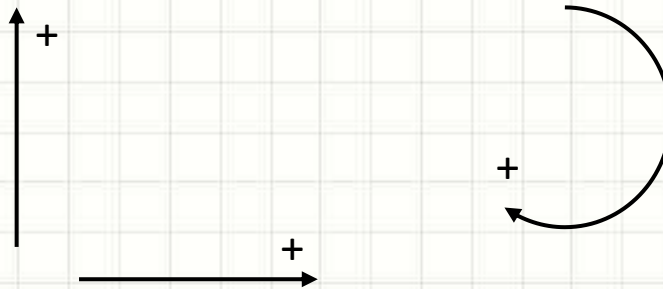
- Momento Negativo

- Traciona parte superior



Convenção de Sinal em Diagramas

- ATENÇÃO! Não confunda as convenções!
- Determinação do Equilíbrio Estático
 - Direções positivas são **arbitrárias**



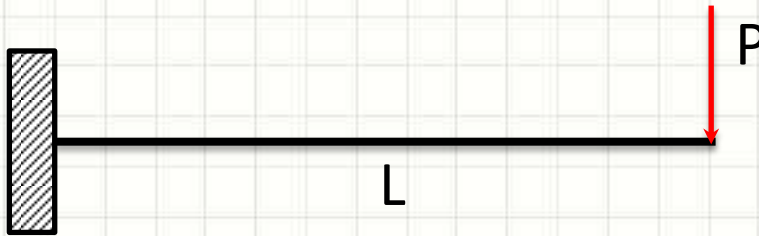
Convenções de Sinal em Diagramas

- ATENÇÃO! Não confunda as convenções!
- Traçado de Diagramas
 - Direções positivas são **convencionadas**

| Grandeza | + | - |
|----------------|--------------------------------|------------------------------------|
| Força Normal | Força saindo da barra (tração) | Força entrando na barra (compr.) |
| Carga | Para baixo | Para cima |
| Força Cortante | Gira barra no sentido horário | Gira barra no sentido anti-horário |
| Momento Fletor | Traciona em baixo | Traciona em cima |
| Momento Torçor | Torque saindo da barra | Torque entrando na barra |

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Concentrada



- Qual o momento em um ponto “x”?

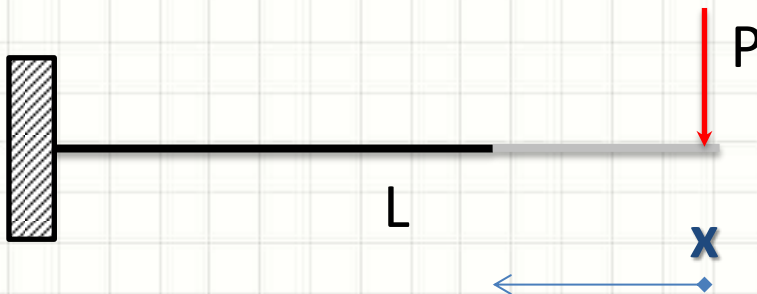
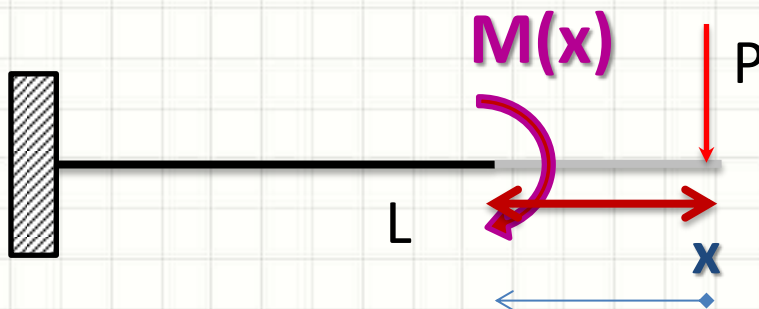


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Concentrada



- Qual o momento em um ponto “ x ”?



X

O sinal vem do fato que
traciona em cima!

$$M(x) = -P \cdot x$$

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Concentrada



- $M(x) = -P \cdot x \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor...

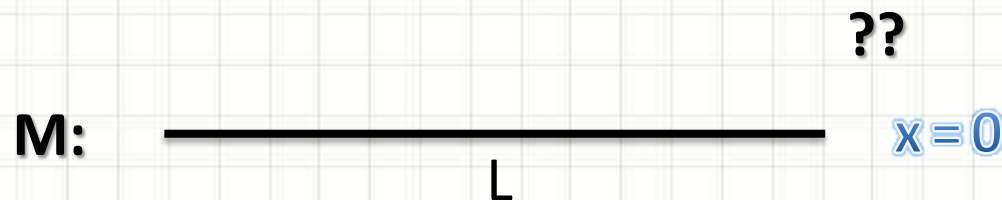
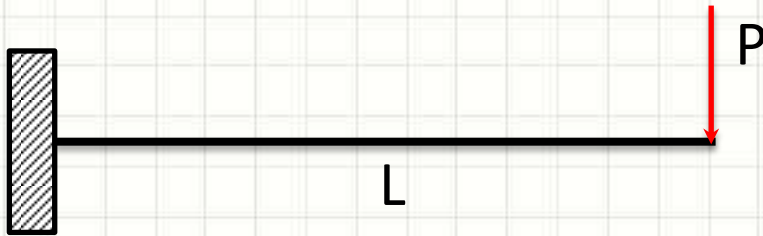


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Concentrada



- $M(x) = -P.x \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor...

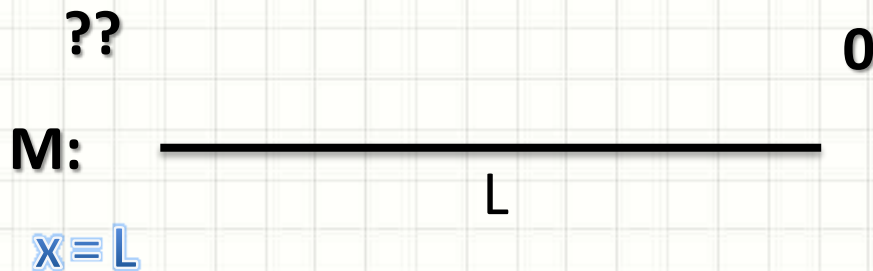
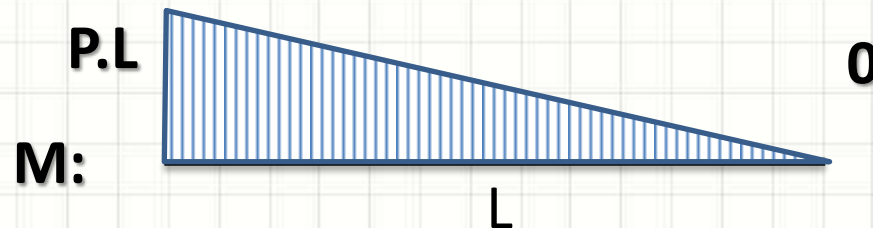


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Concentrada

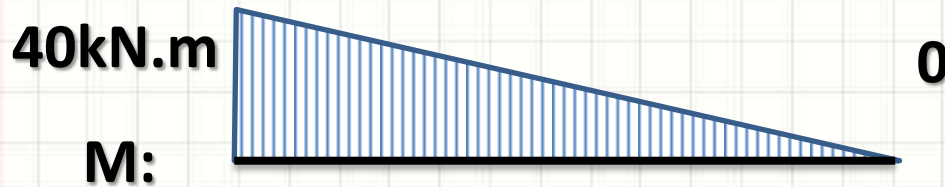
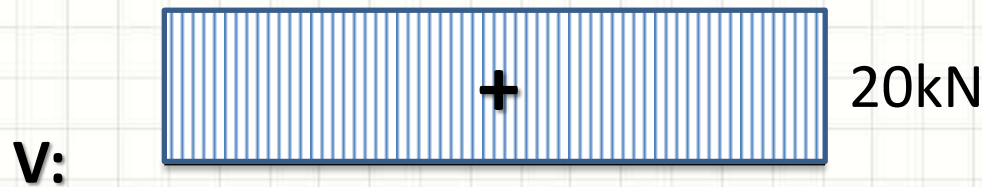
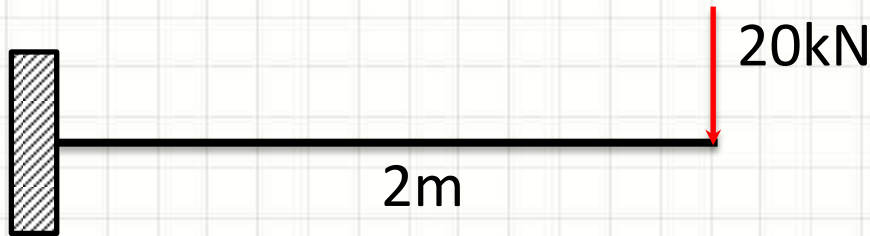


- $M(x) = -P \cdot x \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor...



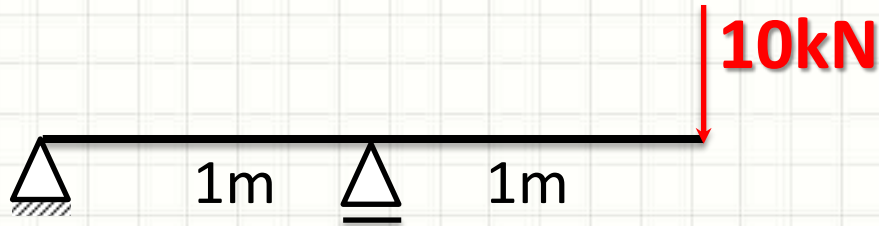
Diagramas de Cortante e Momento

- Força Cortante Concentrada



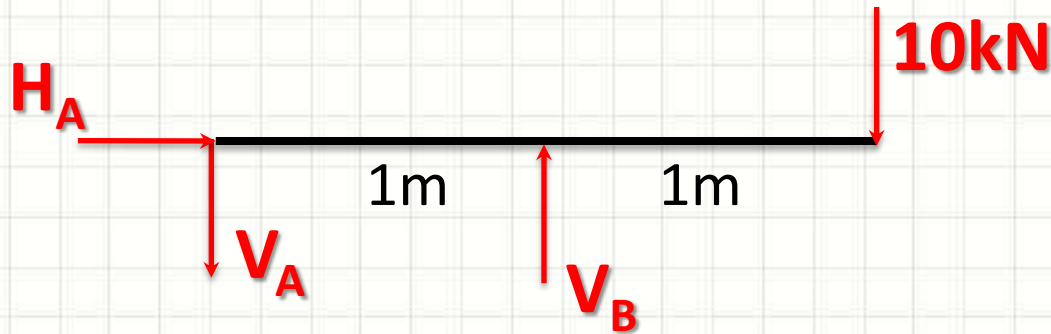
Exemplo

- Diagramas de Cortante e Momento para:



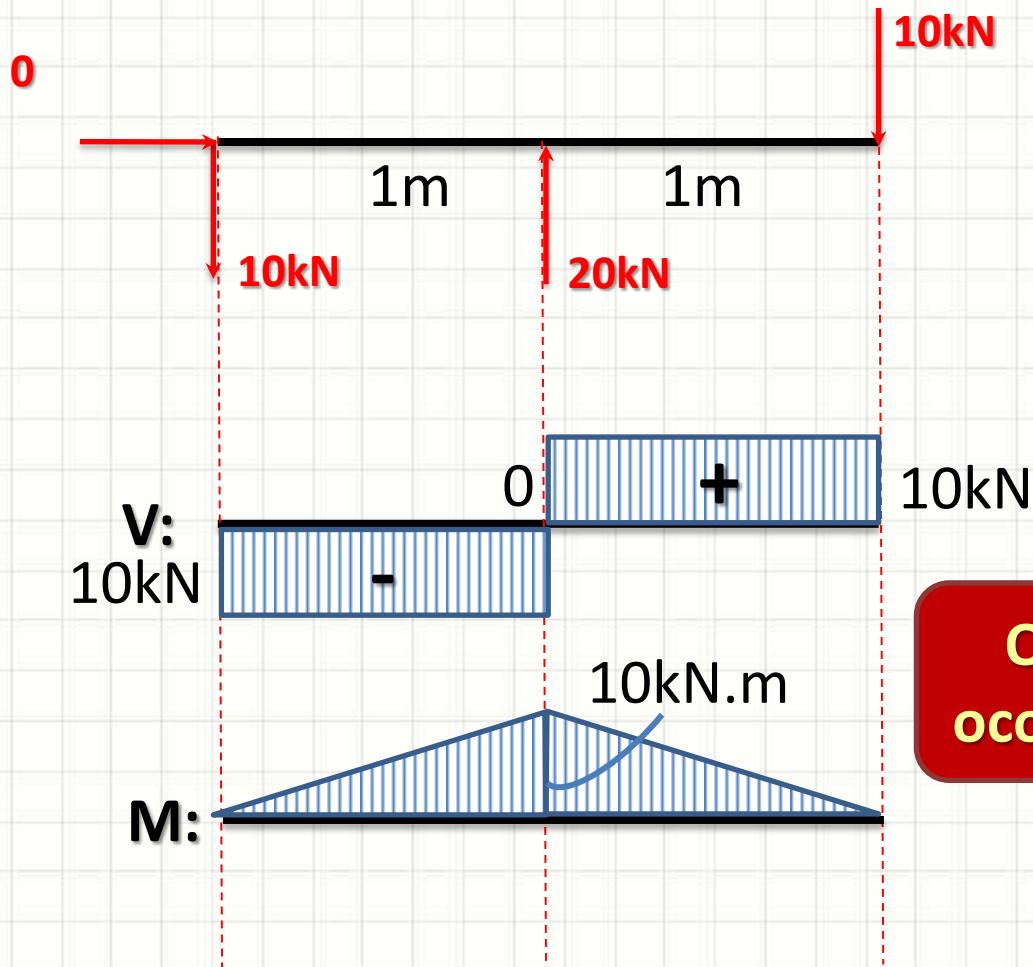
Exemplo

- Diagramas de Cortante e Momento para:



Exemplo

- Diagramas de Cortante e Momento para:



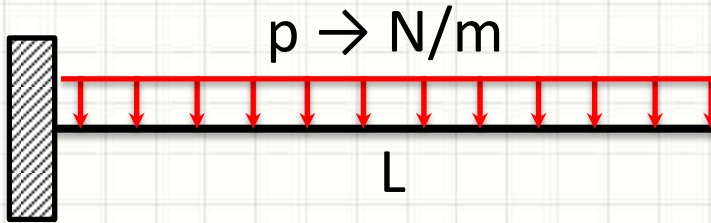
Observe: $M_{\text{máx}}$ ocorre onde $V = 0$!



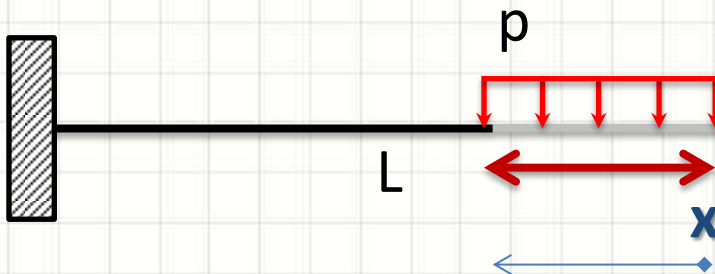
DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES EM CARGA DISTRIBUÍDA

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



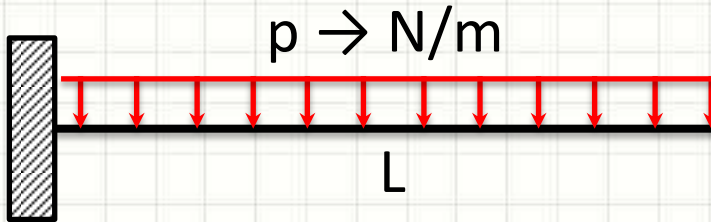
- Qual a força cortante total em “x”?



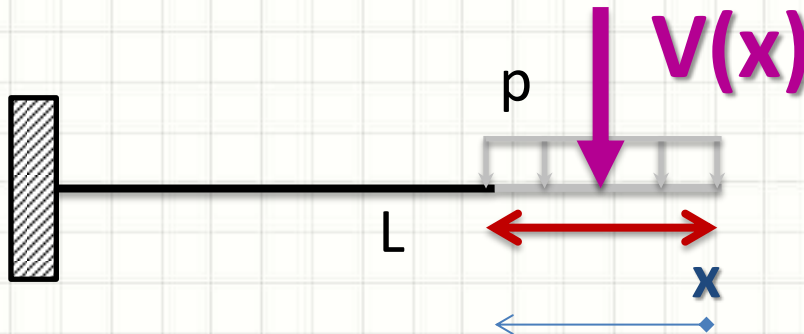
X

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- Qual a força cortante total em “x”?



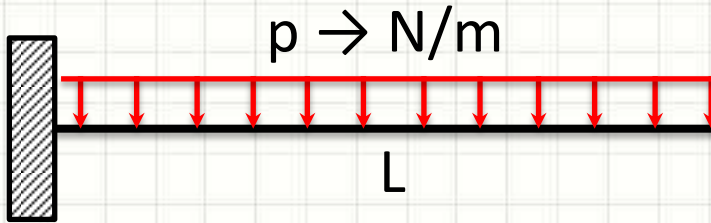
x

$$V(x) = p \cdot x$$

- Mas e o momento em “x”?

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- Qual o momento em um ponto “x”?

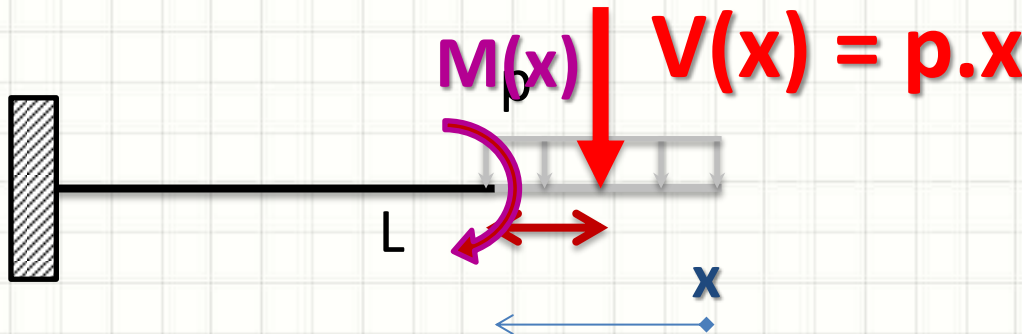
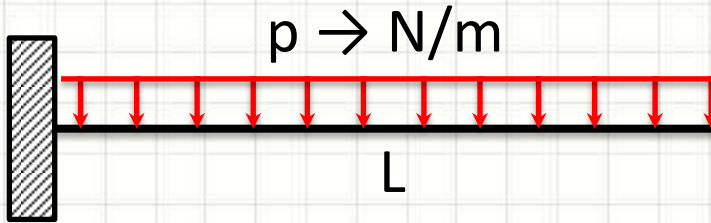


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- Qual o momento em um ponto “x”?

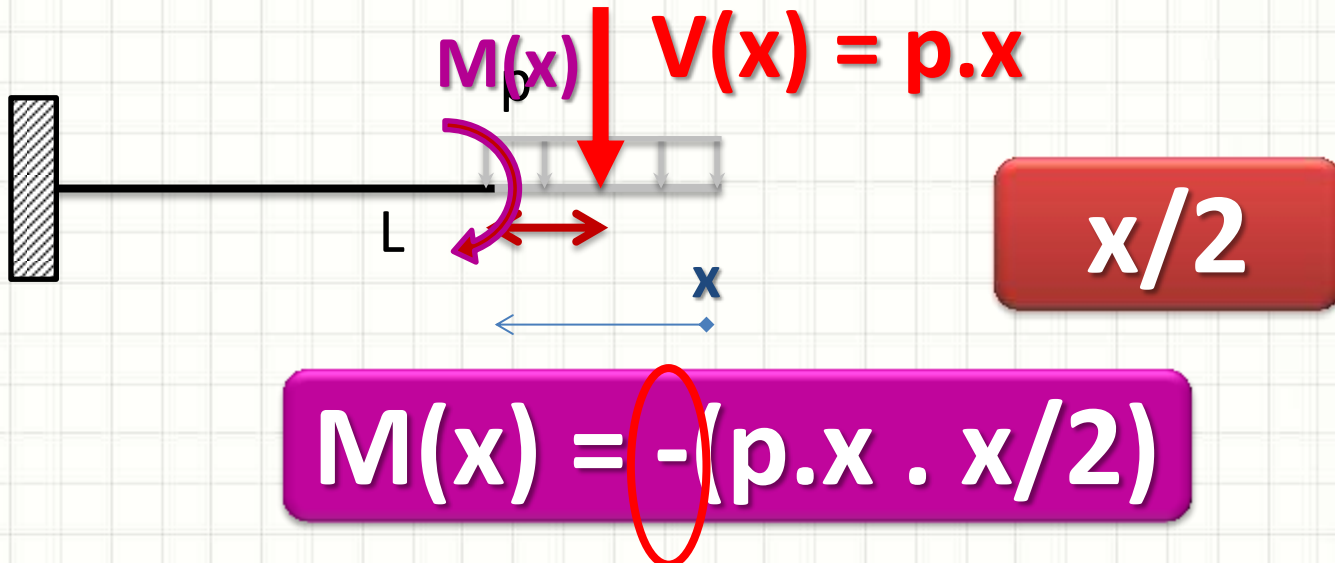
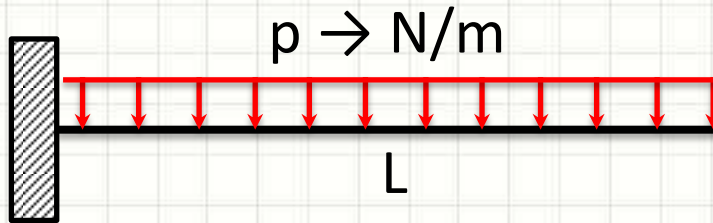


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- $M(x) = - (p \cdot x^2 / 2) \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor é...

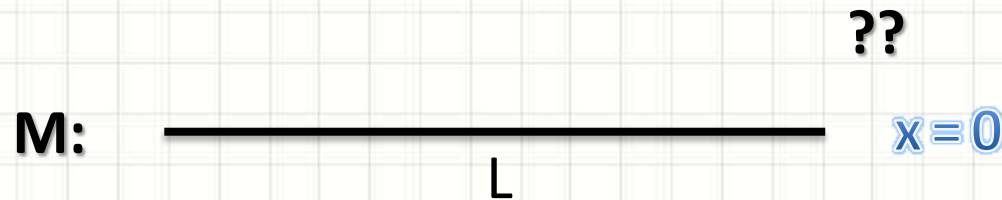
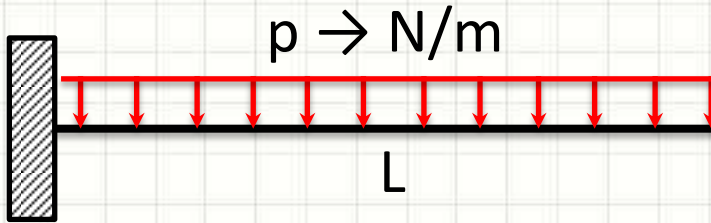


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- $M(x) = - (p \cdot x^2 / 2) \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor é...

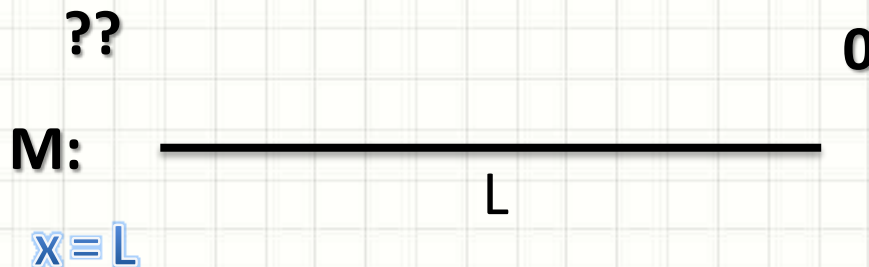
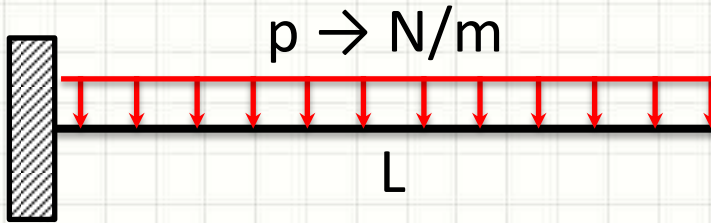


Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



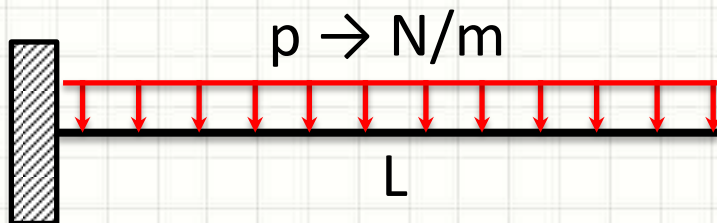
- $M(x) = - (p \cdot x^2 / 2) \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor é...



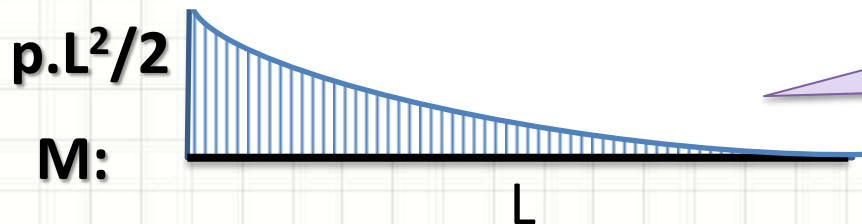
???

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Distribuída



- $M(x) = - (p \cdot x^2 / 2) \rightarrow$ traciona em cima!
- Logo... O diagrama de momento fletor é...

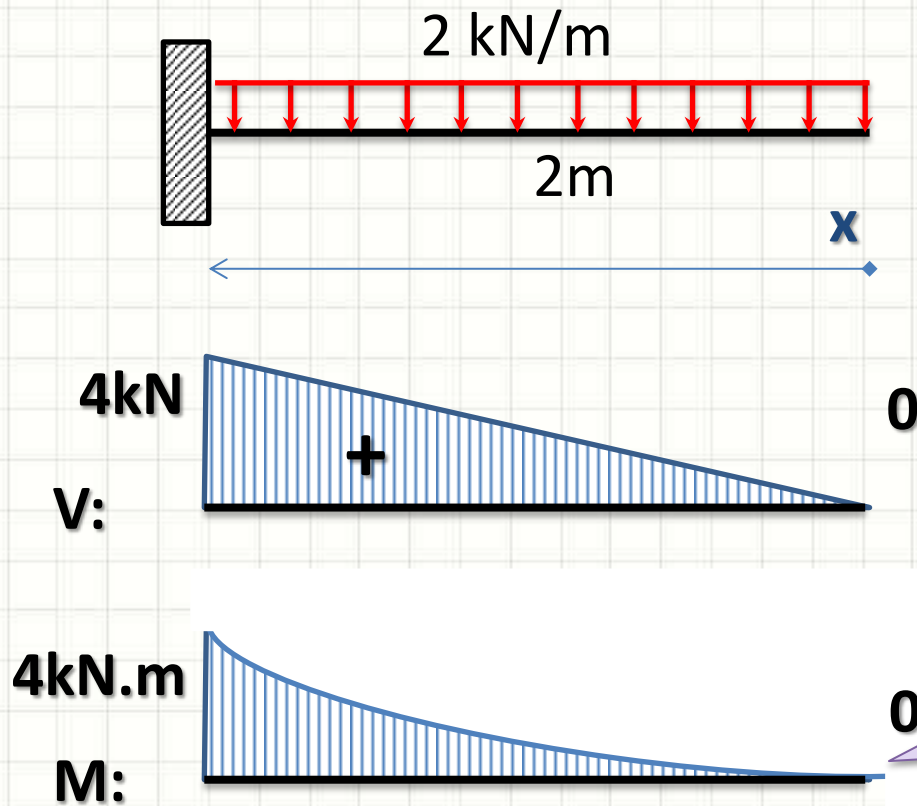


“Boca para cima”
porque o sinal de
 x^2 é positivo!

Regra da Corda

Diagrama de Momento Fletor

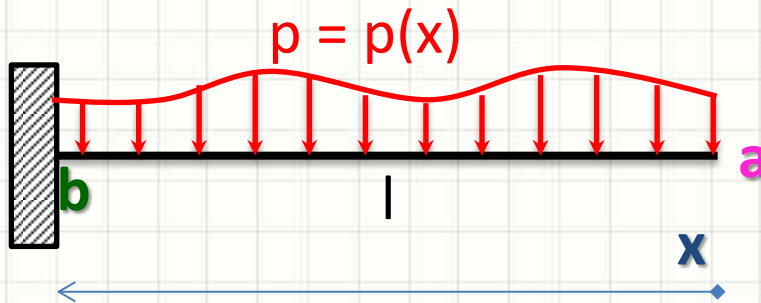
- Força Cortante Distribuída



Observe como a cortante crescente “acelera” o momento

Diagrama de Momento Fletor

- Força Cortante Genérica Distribuída



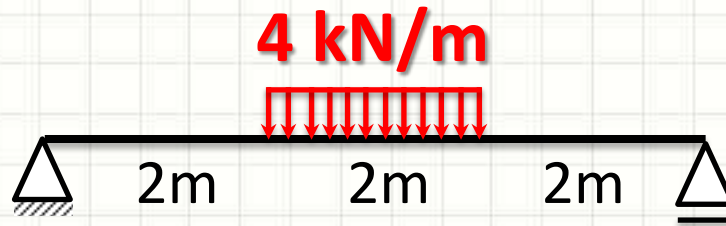
- Qual o momento de a até b ?

$$M = \int_a^b V(x) \cdot dx$$

- Cuidado com o sinal!

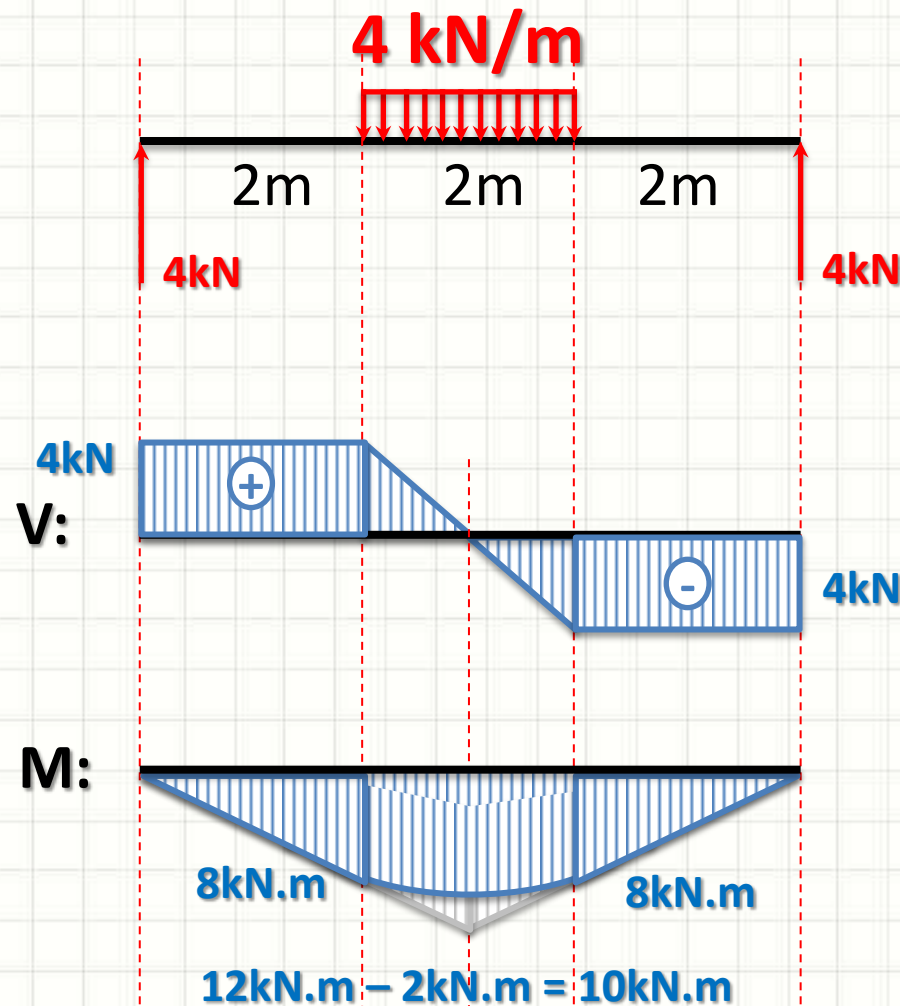
Exemplo

- Diagramas de Cortante e Momento para:



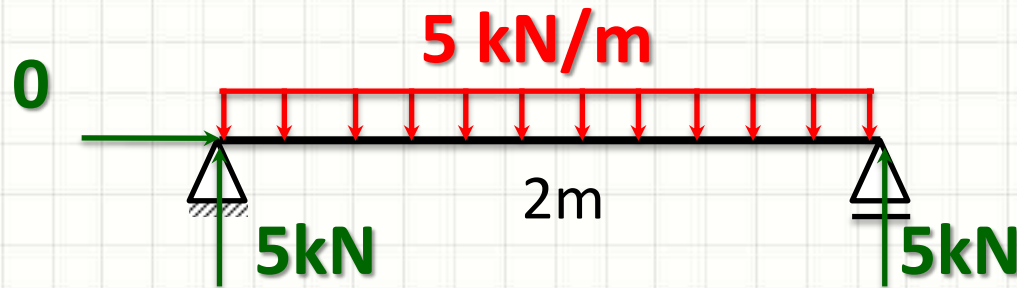
Exemplo

- Diagramas de Cortante e Momento para:



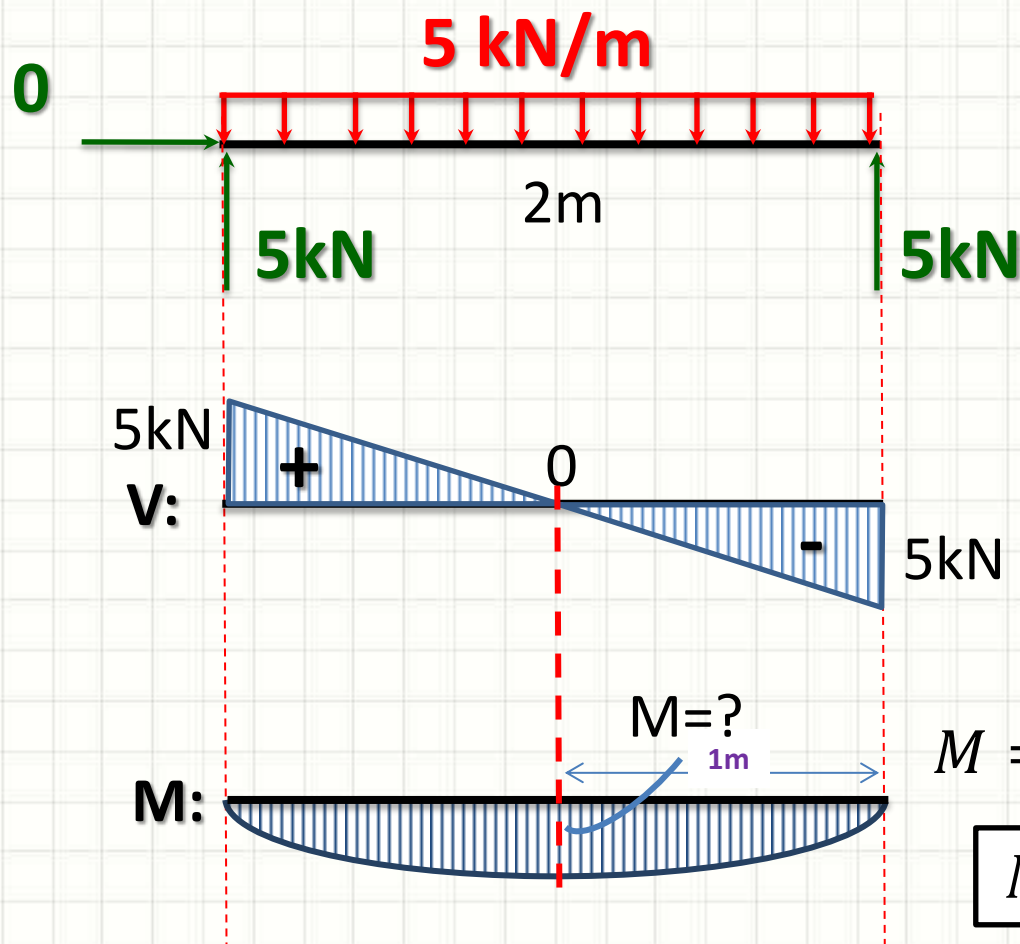
Exercício

- Diagramas de cortante e momento



Exercício

- Diagramas de cortante e momento

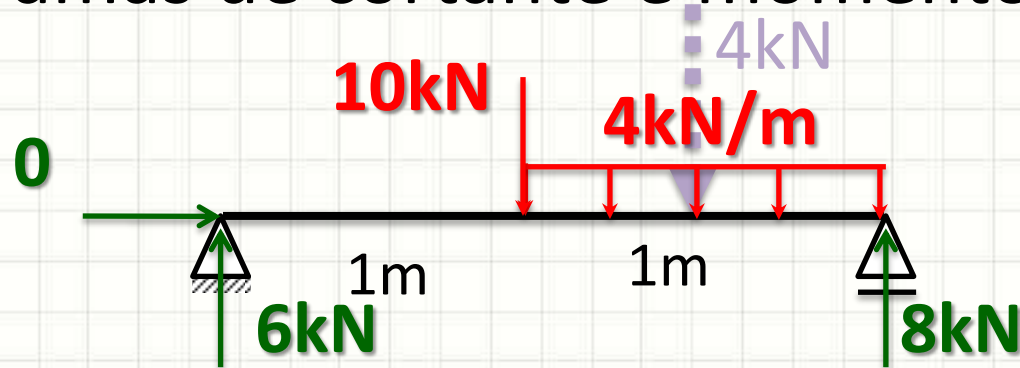


$$M = 5.1 - (5.1).0,5$$

$$M = 2,5 \text{ kN.m}$$

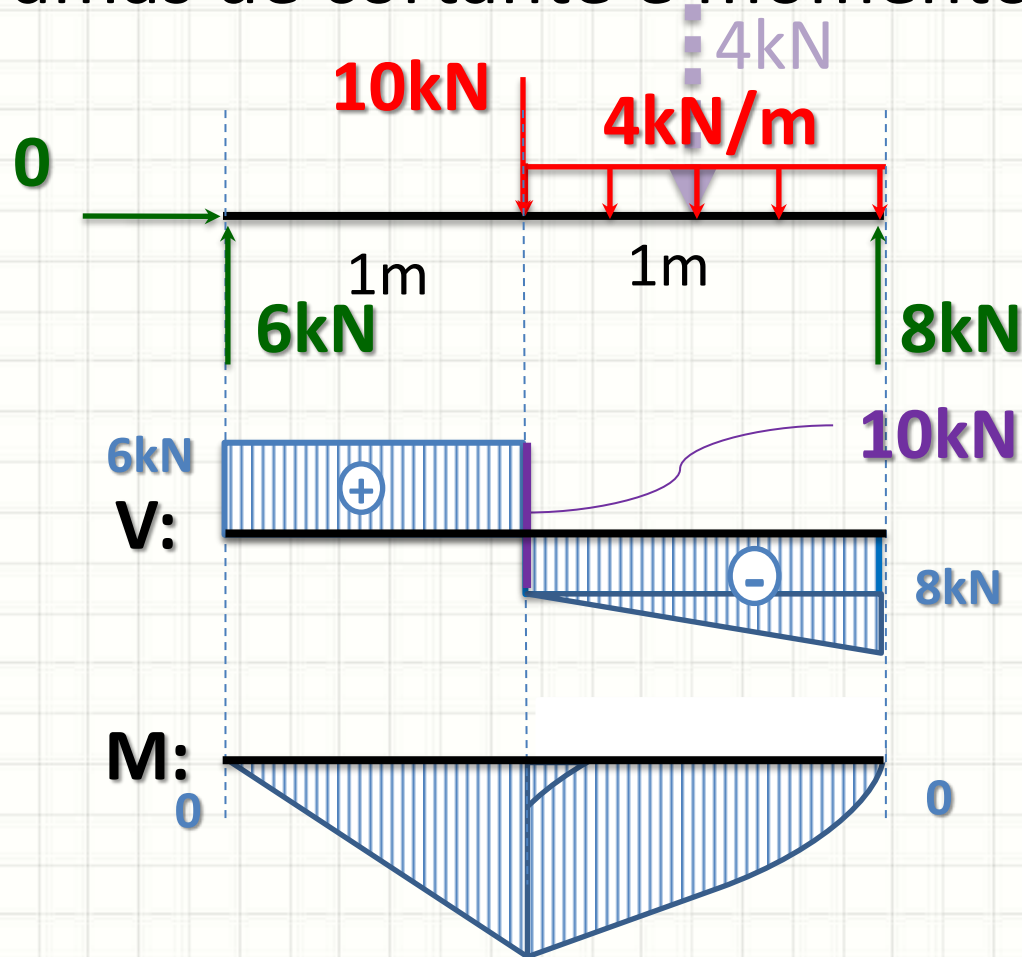
Exercício

- Diagramas de cortante e momento:



Exercício

- Diagramas de cortante e momento:





CONCLUSÕES

Resumo

- Cargas Distribuídas
 - Aplicação do teorema do corte
 - Diagramas de cortante com cargas distribuídas
 - Diagramas de momentos fletores
 - **TAREFA:** Exercícios Aula 7
-
- Exercícios!



PERGUNTAS?

Exercício para casa

Trace o diagrama de momento fletor:

