



ARQUITETURA DE COMPUTADORES

REPRESENTAÇÃO DE DADOS: BASES DE NUMERAÇÃO

Prof. Dr. Daniel Caetano

2022 - 1

Compreendendo o problema

- **Situação:** o computador não trabalha os dados da mesma forma que nós, humanos...

1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	1

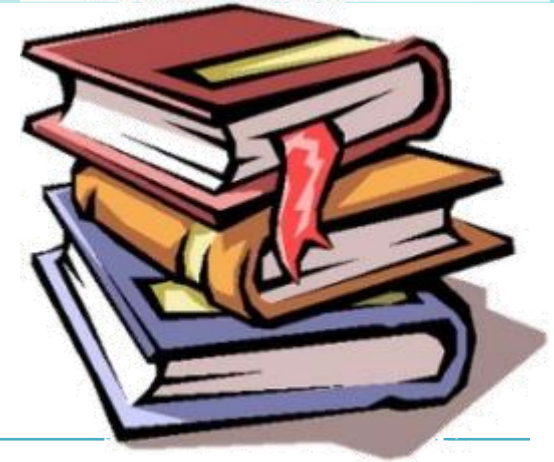
**Como podemos
compreendê-lo melhor?**

Objetivos

- Compreender o que é uma representação numérica
- Compreender as representações numéricas posicionais
- Conhecer as bases binária, octal e hexadecimal



Material de Estudo



Material	Acesso ao Material
Notas de Aula e Apresentação	https://www.caetano.eng.br/aulas/2022a/ara0039.php (Arquitetura de Computadores – Aula 07)
Material Base	<ul style="list-style-type: none">• Introdução à Organização de Computadores (Monteiro) Capítulo 3, item 3.2; Apêndice A.• Organização de Computadores (Polli, SAVA), cap. 2.
Material Adicional	<ol style="list-style-type: none">1) Sistemas de numeração: http://www.mecaweb.com.br/eletronica/content/e_numeracao2) Significado do sistema de numeração decimal: https://www.significados.com.br/sistemadenumeracaodecimal/3) Conhecendo a ordem dos números: https://escolakids.uol.com.br/matematica/conhecendoaordemdosnumeros.htm

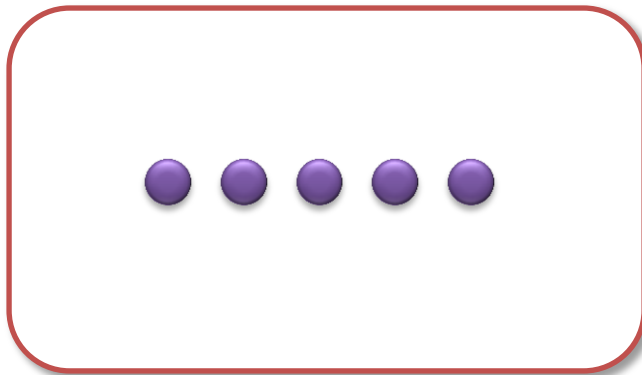


REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS

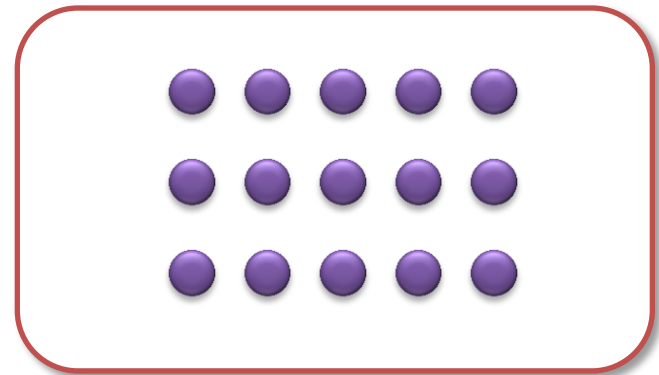
Representações Numéricas

- Diferenciar: Números x Quantidades
- Quantidade de Elementos
 - Contagem de um conjunto
 - Pode-se comparar quantidades, mesmo sem nomeá-las

Conjunto 1



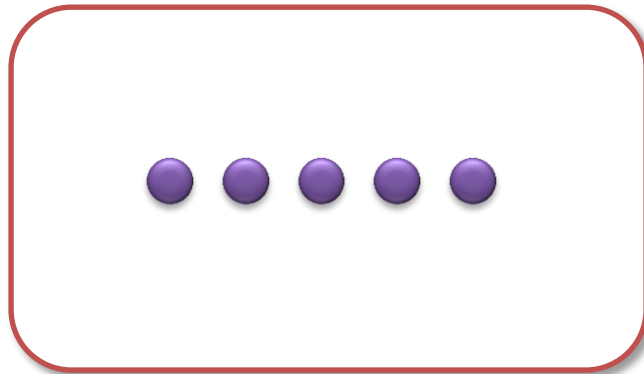
Conjunto 2



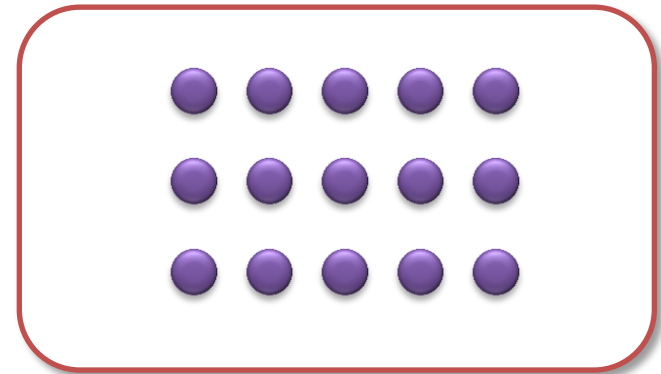
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



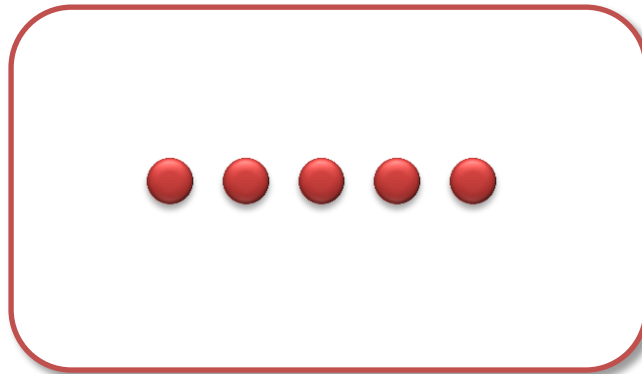
Conjunto 2



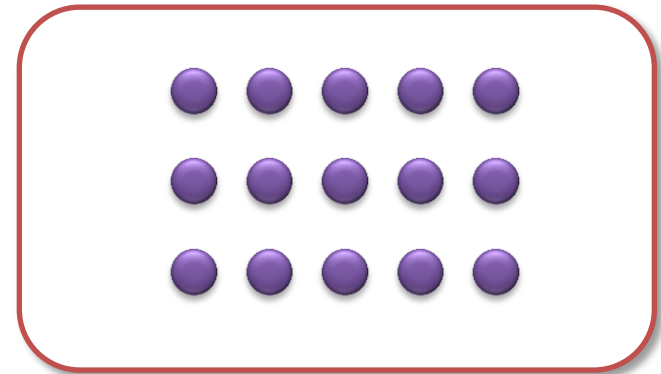
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2

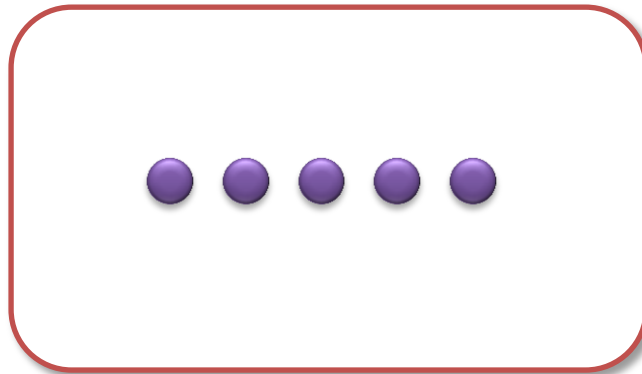


- O Conjunto 1 tem **5** bolinhas

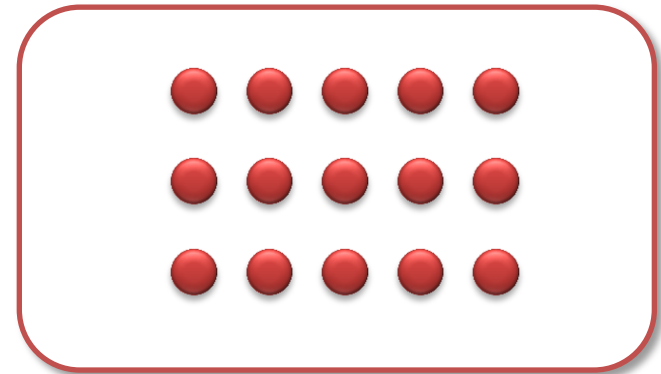
Representações Numéricas

- Números: representações convenientes para as quantidades

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

Representações Numericas

- Números são representados de diferentes formas para as máquinas

Esta é a única forma de representar?



- O Conjunto 1 tem 5 bolinhas
- O Conjunto 2 tem **15** bolinhas

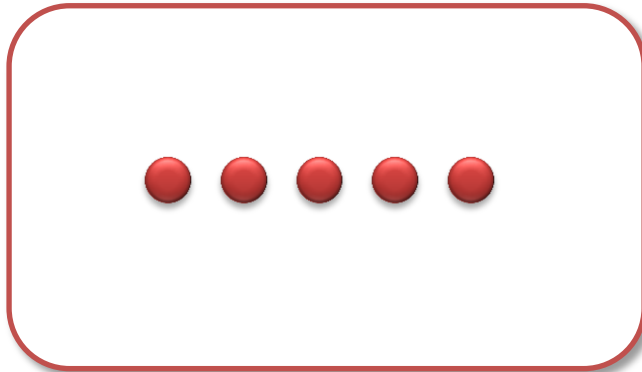
Representações Numéricas

- Não é única...
- ...nem foi a primeira!
- **Representação decimal com numerais hindu-arábicos**
- Há outras formas de representar?
- Sem dúvida...
 - Por exemplo, numerais romanos
 - Uso de letras para representar quantidades:
 - I, V, X, L C, M...

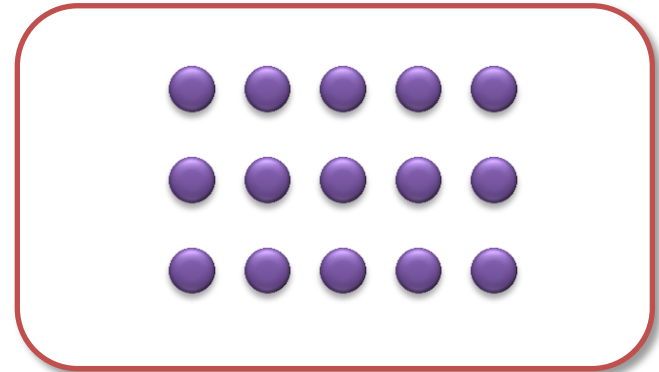
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2

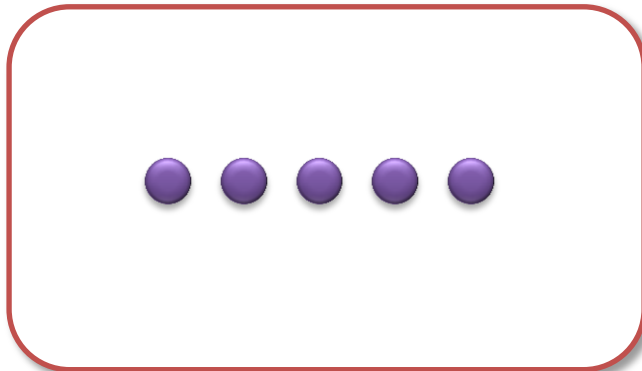


- O Conjunto 1 tem **V** bolinhas

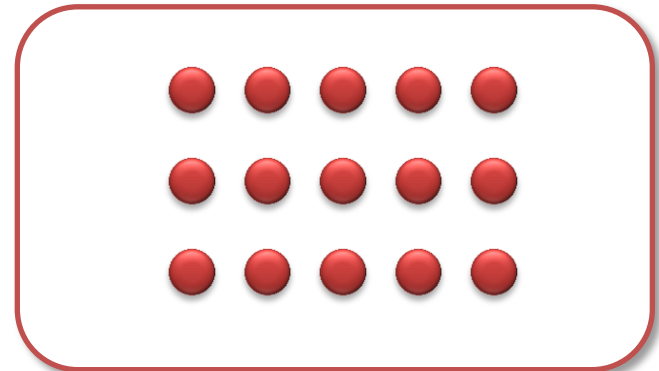
Representações Numéricas

- Representação numérica romana

Conjunto 1



Conjunto 2



- O Conjunto 1 tem V bolinhas
- O Conjunto 2 tem **XV** bolinhas

Representações Numéricas

- Contagem de 0 a 15 em várias bases

Base	Representação															
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Romana	-	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Em cada coluna, várias representações da **mesma** quantidade!

Representações Numéricas

- Por que essa confusão toda?
- Algumas representações são muito antigas
 - Inadequadas para realizar cálculos!
- Substituídas por:
 - base decimal
 - numerais hindu-arábicos
- Por que base decimal?
 - Bem, temos 10 dedos nas mãos...
 - ...essa é a base natural dos seres humanos

Representações Numéricas

- No caso dos computadores...
- Temos de representar números com **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente



- Essa é a chamada **representação binária**
- Cada dígito binário, chamado **bit**, é representado por um fio no circuito

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Base binária é desajeitada!
- Binário e decimal: sem relação fácil!

Representações Numéricas

- **Base:** indica quanto símbolos há por dígito
- Observe que, quanto menor a base, mais rápido eu preciso de mais dígitos!

Base	Representação															
Binária	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Octal	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Hexa-decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

- Por isso usamos outras bases...
- Cada dígito octal equivale a 3 bits...
- E em hexadecimal equivale a 4 bits!

Representações Numéricas

- Em eletrônica, é comum usar notação hexadecimal!
- Por exemplo, suponha que um mouse esteja na “porta 2F8” (em hexadecimal)
- 2F8 (em hexa) é o mesmo que 1011111000 (em binário)
 - Calma! Veremos essas conversões em uma aula futura!
- Isso significa que, para acionar o mouse, precisamos acionar os seguintes fios:

Fio	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Corrente	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

Representações Numéricas

- Convenção de notação numérica
- Decimais: normalmente
 - 5, 30, 44
- Binários: com um **b** ao final (ou um índice 2)
 - 101b, 11110b, 101100b, 101100₂
- Octais: com um ZERO à esquerda (ou índice 8)
 - 05, 036, 054, 73₈
- Hexadecimais: com **h** ao final, **0x** na frente (ou índice 16)
 - 5h, 1Eh, 2Ch, 0x5, 0x1E, 0x2C, 2C₁₆

Representações Numéricas

- Por que essas notações são melhores?
- Por que elas permitem que sejam realizados **cálculos** com um mínimo de esforço!
- Por quê?



NOTAÇÃO POSICIONAL

Notação Posicional

- Principal avanço da notação hindu-arábica decimal com relação à notação romana
- Como realizar a seguinte conta?

$$\begin{array}{r} \text{XIV} \\ + \text{MCM} \\ \hline \text{????} \end{array}$$

Notação Posicional

- A notação posicional permite calcular a quantidade que um número representa
- Por exemplo: que quantidade representa o símbolo **1**?
- Se você respondeu “Um, oras!”... errou feio!
- A resposta correta é “depende!”
- Depende de quê?
- Da posição em que ele aparece no número completo!

Notação Posicional

- Observe o número 1537...
- O que ele significa, em termos de **contagem**?

Milhar	Centena	Dezena	Unidade
1	5	3	7

- $1 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 7 \times 1$
- Observe que o **valor de contagem** de cada símbolo (algarismo) **depende da posição**

Notação Posicional

- Por exemplo... caso o **1** esteja na primeira casa, ele vale **uma unidade**.
- Se estiver na segunda casa, ele vale **uma dezena**...
- Se estiver na terceira casa, ele vale **uma centena**...
- E na quarta casa ele vale **uma unidade de milhar**...
- E assim por diante!
- 1 : Um
- 10 : Dez
- 100 : Cem
- 1000 : Mil
- 1101 : Mil cento e um

Notação Posicional

- Vejamos. Considere o número abaixo

$$4532 = 4000 + 500 + 30 + 2$$

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

- Observe: na casa 3, há 3 zeros; na casa 2, há 2 zeros... E assim por diante!
- Isso não ocorre por acaso!

Notação Posicional

- Vamos escrever a tabela anterior de maneira um pouco diferente:

Casa	Milhar	Centena	Dezena	Unidade
	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4.000	500	30	2

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4x 1000	5x 100	3x 10	2x 1

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

Notação Posicional

- Observe essa tabela...

Casa	3	2	1	0
Dígito	4	5	3	2
Quantidade	4×10^3	5×10^2	3×10^1	2×10^0

- Qual a relação entre **casa**, **dígito** e **quantidade**?
- Observe que o expoente do “10” é exatamente o número da “casa”, ou seja, da posição!
- Por que “10”? Porque a base é **decimal** e temos 10 símbolos para representar cada dígito.

Notação Posicional

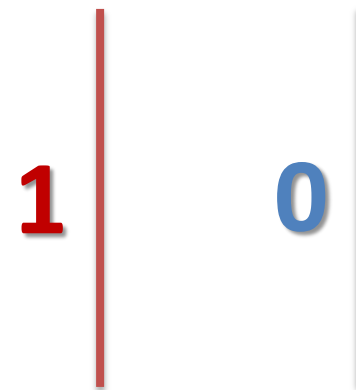
- A base **decimal** usa dez símbolos para cada dígito: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**
- A base **binária** usa dois símbolos para cada dígito: **0, 1**
- A base **octal** usa oito símbolos para cada dígito: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**
- A base **hexadecimal** usa dezesseis símbolos para cada dígito: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...?**
A, B, C, D, E, F !



A NOTAÇÃO BINÁRIA

Notação Binária

- Como visto anteriormente, em circuitos digitais, números são representados pelo estado elétrico dos **fios**
- Um fio tem dois estados
 - Passa corrente...
 - ...ou não passa corrente
- Cada fio representa um dígito binário, chamado **bit**
- 1 bit tem dois valores possíveis: 0 e 1



Notação Binária

- Mas então com números binários só é possível contar até 1?
- Não... O que fazemos, na base decimal, quando precisamos contar além do 9?
- Em binário também iremos acrescentar uma casa (um fio!) à esquerda...

Notação Binária

- Com 2 bits representa-se...
00b, 01b, 10b, 11b... 4 valores.
- Com 3 bits...
000b, 001b, 010b, 011b, 100b, 101b, 110b, 111b... 8 valores
- Com 4 bits...
0000b, 0001b, 0010b, 0011b, 0100b, 0101b, 0110b, 0111b,
1000b, 1001b, 1010b, 1011b, 1100b, 1101b, 1110b, 1111b...
...são 16 valores
- **Número de bits = número de dígitos binários**

Notação Binária

- Como já vimos, grupos de bits são nomeados:
 - 4 bits: Nibble
 - 8 bits: Byte
 - 16 bits: Word (palavra)
 - 32 bits: Dword (*Double Word* ou palavra dupla)
 - 64 bits: Qword (*Quad Word* ou palavra quádrupla)

Notação Binária

- Como já vimos para as memórias, podemos saber quantas variações existem com **n** bits?
- Sim, regra prática!
 - Número de valores = 2^n
- Exemplo:
 - 8 bits $\rightarrow 2^8 = 256$
 - 10 bits $\rightarrow 2^{10} = 1024$ (1 KB)
 - 16 bits $\rightarrow 2^{16} = 65.536$ (64 KB)
 - 32 bits $\rightarrow 2^{32} = 4.294.967.296$ (4 GB)

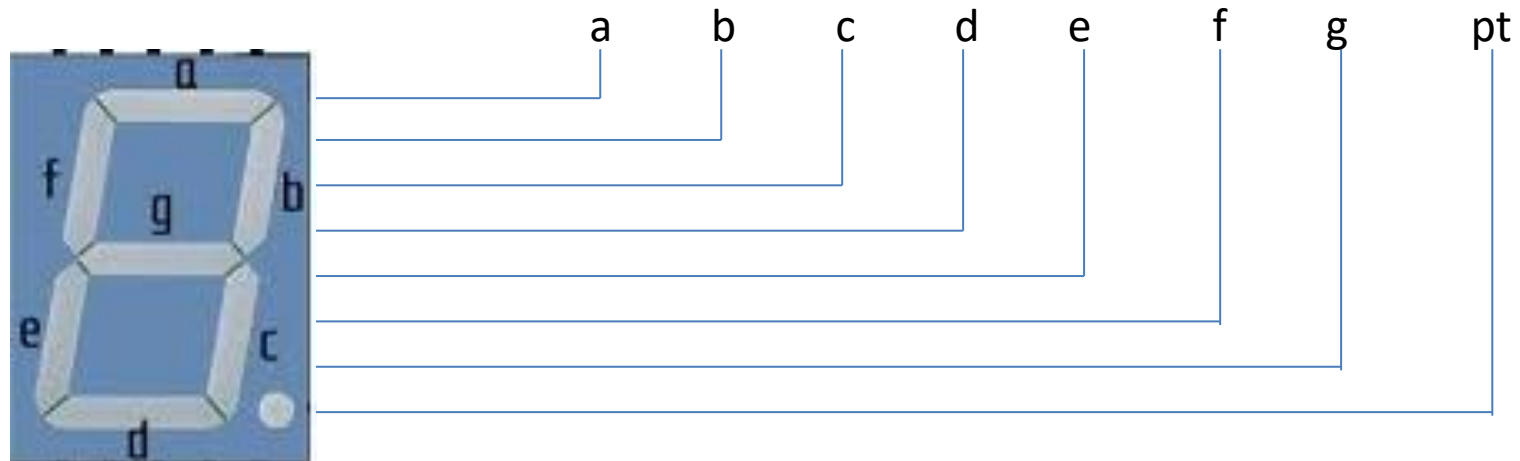
Tabela Pronta B→D para 4 bits

Binário	Decimal
0000b	0
0001b	1
0010b	2
0011b	3
0100b	4
0101b	5
0110b	6
0111b	7

Binário	Decimal
1000b	8
1001b	9
1010b	10
1011b	11
1100b	12
1101b	13
1110b	14
1111b	15

Atividade

- Considere o display de 7 segmentos abaixo



- 1) Qual o valor binário que deve ser escrito para que a letra A maiúscula seja desenhada?

Atividade

- Em uma linguagem de programação, foi definido o seguinte comando para escrever no display de 7 segmentos:

ligaDisplay(valor)

- Entretanto, o valor deve ser um decimal
- 2) Considerando o display do exercício anterior, qual **valor** deve ser usado para aparecer a letra A no display?

Atividade

- 3) Uma máquina gera códigos de erro numéricos. Os códigos de erro variam de 0 a 750. Qual o menor número de bits necessários para representar qualquer um dos códigos de erro?

Atividade

- 4) Qual é o número de combinações possíveis (ou seja, a quantidade de números que poderemos representar) com **20 bits**?

Atividade

- 5) Qual é a hora indicada nos relógios abaixo, no formato hh:mm ?





A NOTAÇÃO OCTAL

Notação Octal

- Notação octal:
 - Há 8 símbolos para cada dígito:
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - Simplifica o trabalho com tríades de bits
 - Permissões no Unix, por exemplo

0750 = 111101000b

- Relação?

Tabela Pronta B → D → O para 4 bits

Binário	Decimal	Octal
0000b	0	0
0001b	1	1
0010b	2	2
0011b	3	3
0100b	4	4
0101b	5	5
0110b	6	6
0111b	7	7

Binário	Decimal	Octal
1000b	8	10
1001b	9	11
1010b	10	12
1011b	11	13
1100b	12	14
1101b	13	15
1110b	14	16
1111b	15	17



A NOTAÇÃO HEXADECIMAL

Notação Hexadecimal

- Notação hexadecimal:
 - Há 16 símbolos para cada dígito:
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
 - Simplifica o trabalho com números grandes

65123 = FE63h

- Facilita lidar com cores no CSS (FFC088)
- Facilita lidar com binários... veremos depois

Tabela Pronta B → D → H para 4 bits

Binário	Decimal	Hexa-decimal
0000b	0	0
0001b	1	1
0010b	2	2
0011b	3	3
0100b	4	4
0101b	5	5
0110b	6	6
0111b	7	7

Binário	Decimal	Hexa-decimal
1000b	8	8
1001b	9	9
1010b	10	A
1011b	11	B
1100b	12	C
1101b	13	D
1110b	14	E
1111b	15	F

Atividade

- 1) Converta o endereço de 16 bits para binário:

0xFC12

- 2) Converta-o para um octal



ENCERRAMENTO

Resumo e Próximos Passos

- O que são bases numéricas
 - A notação posicional
 - A base binária...
 - Octal e hexadecimal!
 - **Pós Aula:** Saiba Mais, A Seguir e Desafio!
 - No mural: <https://padlet.com/djcaetano/arquitetura/>
-
- Como realizar conversões entre essas bases?
 - Método geral
 - Regra prática?



PERGUNTAS?