Mecânica Geral

Exercícios:

Equilíbrio Tridimensional de Ponto Material

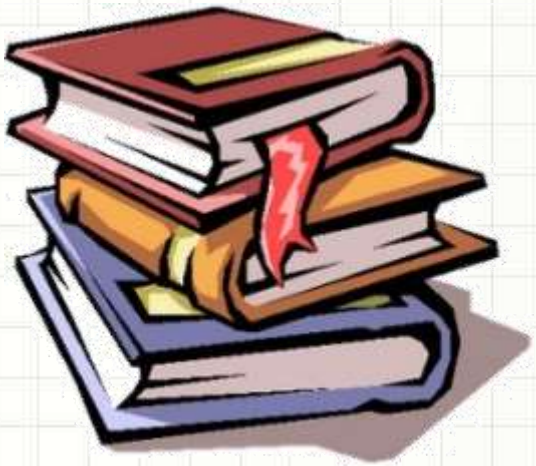
Prof. Dr. Daniel Caetano

2019 - 1

Objetivos

- Exercitar os conceitos de problemas de equilíbrio de ponto material em três dimensões

Material de Estudo



Material	Acesso ao Material
Apresentação	http://www.caetano.eng.br/ (Mecânica Geral – Aula 5)
Material Didático	Páginas 70 a 74
Biblioteca Virtual	Estática, Mecânica para Engenharia (Hibbeler), Cap.3
Aula Online	Aulas 4, 5 e 6

Relembrando:

Equilíbrio Tridimensional de Ponto Material

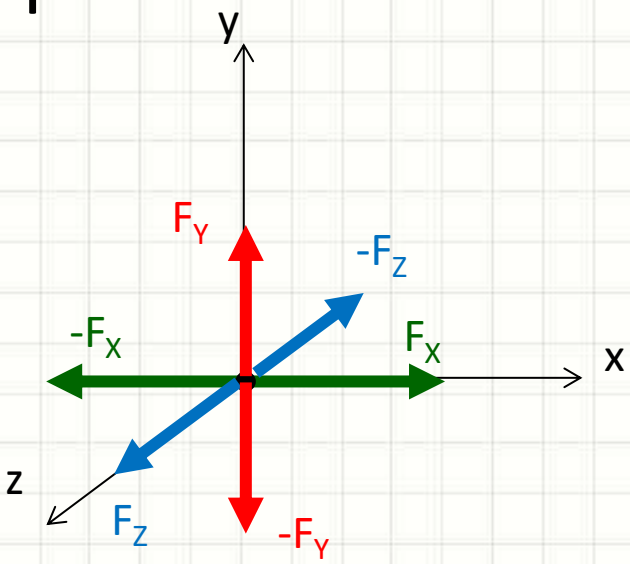
Equilíbrio 3D de Ponto Material

- Condição de equilíbrio:
  - Permanece!

Condição de Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

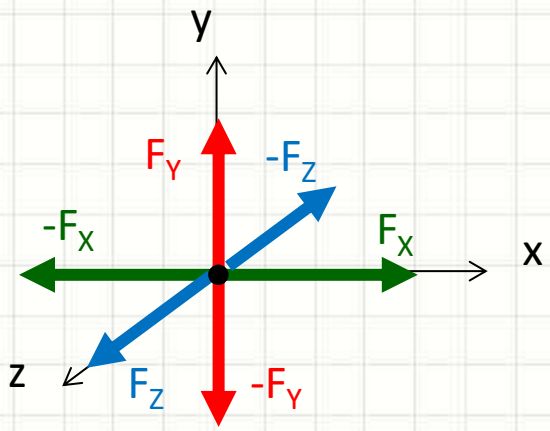
- Mas agora é preciso verificar 3 dimensões



- Lembre-se: equilíbrio significa “parado”?
  - “Sem alterar estado de movimento” na direção!

Equilíbrio 3D de Ponto Material

- Podemos reescrever:



Condição de Equilíbrio

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = 0$$

Equilíbrio em X

$$R_x = \sum F_x = 0$$

Equilíbrio em Y

$$R_y = \sum F_y = 0$$

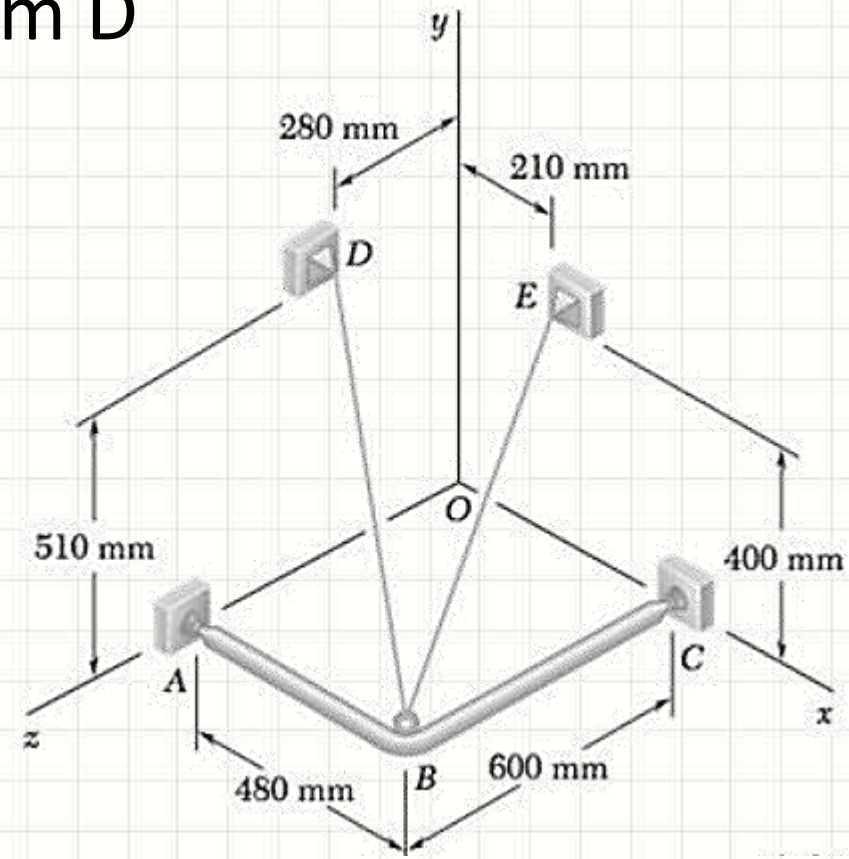
Equilíbrio em Z

$$R_z = \sum F_z = 0$$

EXEMPLO

Exemplo

- Sabendo que a tração no cabo é 1712N, determine os componentes dessa força no suporte em D



Exemplo

- Sabendo que a tração no cabo é 1712N, determine os componentes dessa força no suporte em D

1. Determinar o ângulo α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{510}{577} \cong 0{,}88$$

$$\alpha = \operatorname{atg} 0{,}88$$

$$\boxed{\alpha = 41{,}3°}$$

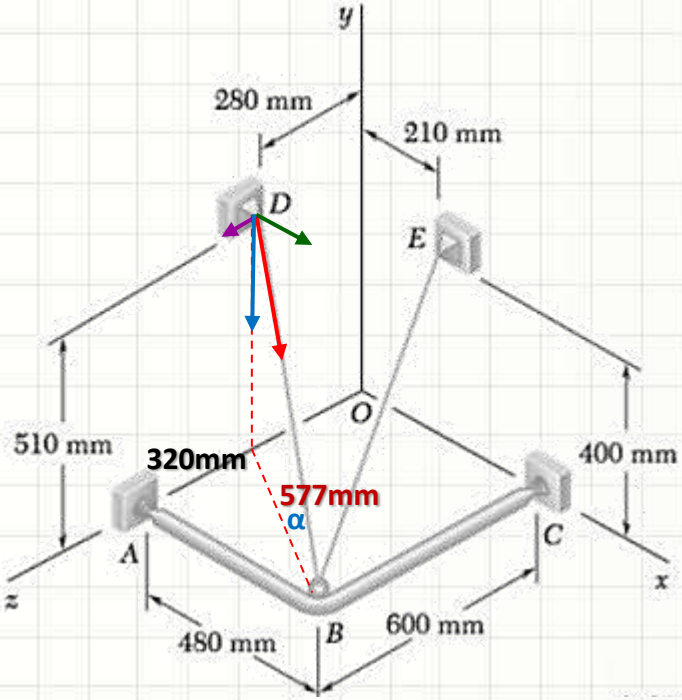
2. Determinar T_y e T_{xz}

$$T_y = 1712.\operatorname{sen} 41{,}3°$$

$$\boxed{T_y \cong -1130N}$$

$$T_{xz} = 1712.\cos 41{,}3°$$

$$\boxed{T_{xz} \cong 1286N}$$



Exemplo

- Sabendo que a tração no cabo é 1712N, determine os componentes dessa força no suporte em D

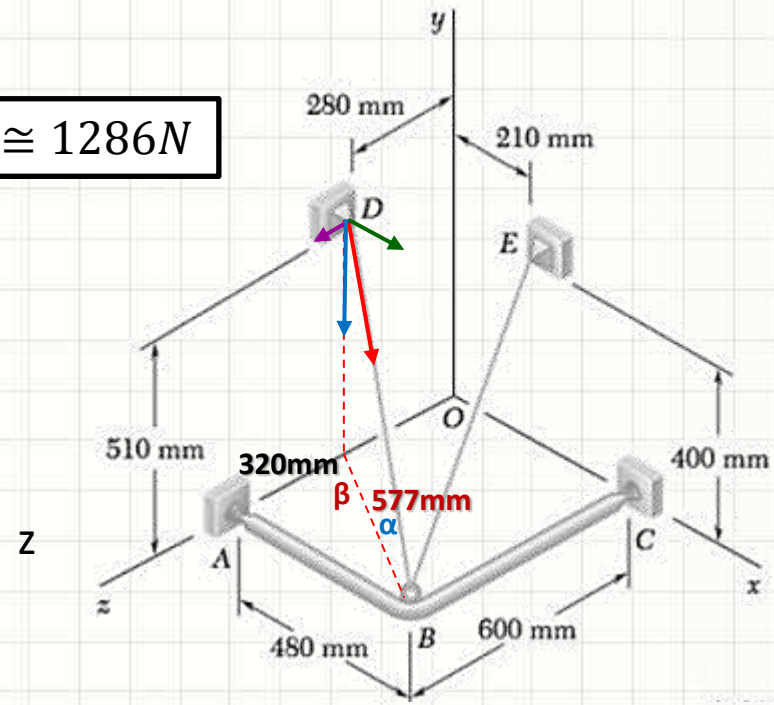
1. Determinar o ângulo α $\boxed{\alpha = 41{,}3°}$
2. Determinar T_y e T_{xz} $\boxed{T_y \cong -1130N}$ $\boxed{T_{xz} \cong 1286N}$
3. Determinar o ângulo β

$$\text{tg}\,\beta = \frac{480}{320} \cong 1{,}5 \quad \boxed{\beta = 56{,}3°}$$

4. Determinar T_x e T_z

$$T_x = 1286.\,\text{sen}\,56{,}3° \quad \boxed{T_x \cong 1070N}$$

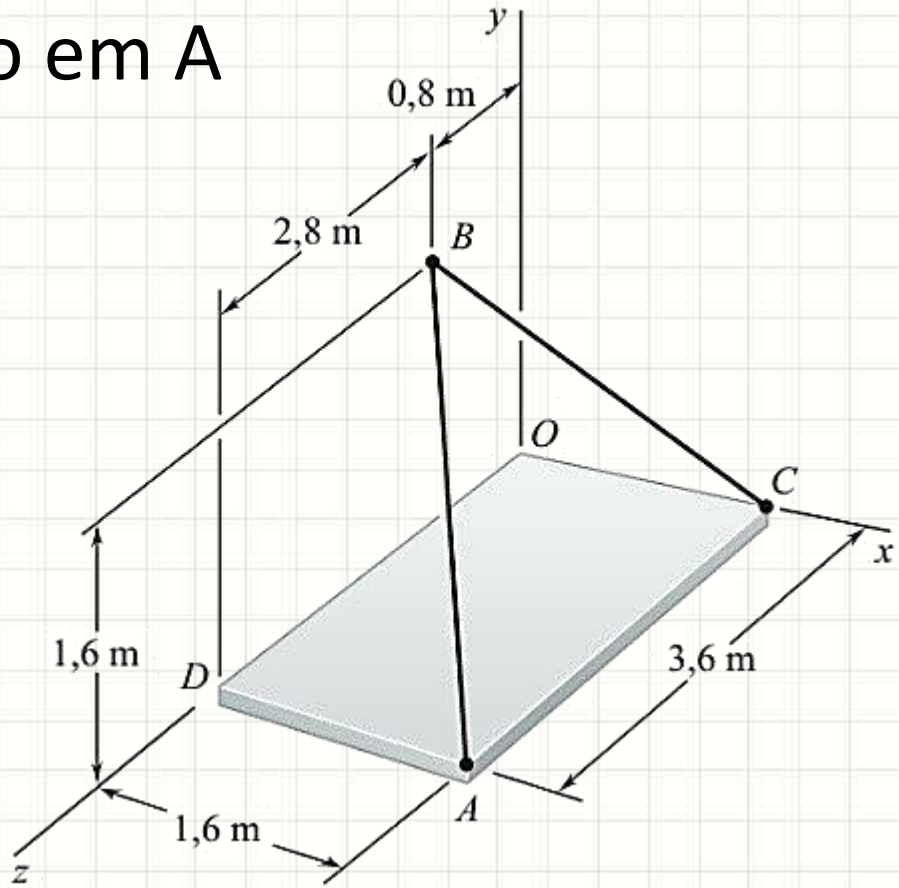
$$T_z = 1286.\cos 56{,}3° \quad \boxed{T_z \cong 714N}$$



EXERCÍCIOS

Exercício

- Sabendo que a tração no cabo AB é 900N, determine as componentes da força exercida pelo cabo em A



Exercício

- Sabendo que a tração no cabo AB é 900N, determine as componentes da força exercida pelo cabo em A

1. Determinar o ângulo α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1{,}6}{3{,}2} \cong 0{,}5$$

$$\boxed{\alpha = 26{,}6°}$$

2. Determinar T_y e T_{xz}

$$T_y = 900.\operatorname{sen} 26{,}6° \qquad \boxed{T_y \cong 403N}$$

$$T_{xz} = 900.\cos 26{,}6° \qquad \boxed{T_{xz} \cong 805N}$$

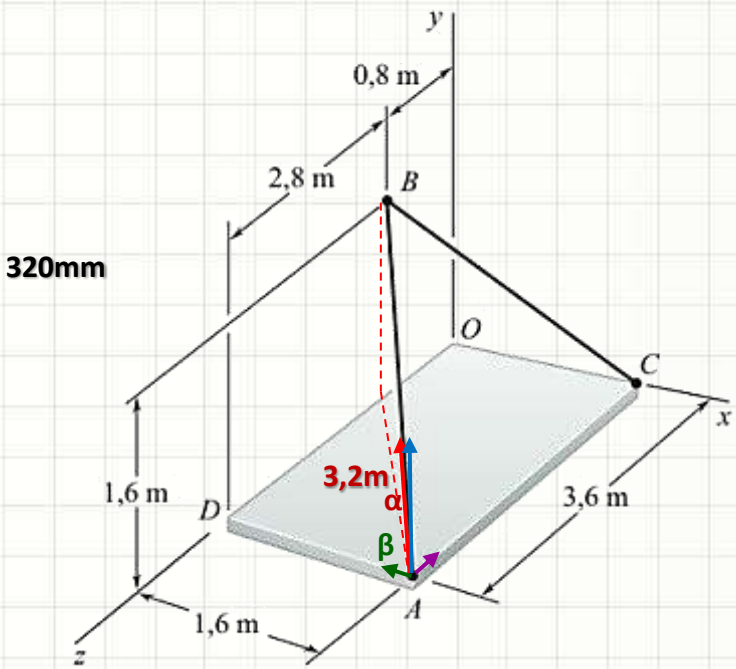
3. Determinar o ângulo β

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{2{,}8}{1{,}6} \cong 1{,}75 \qquad \boxed{\beta = 60{,}3°}$$

4. Determinar T_x e T_z

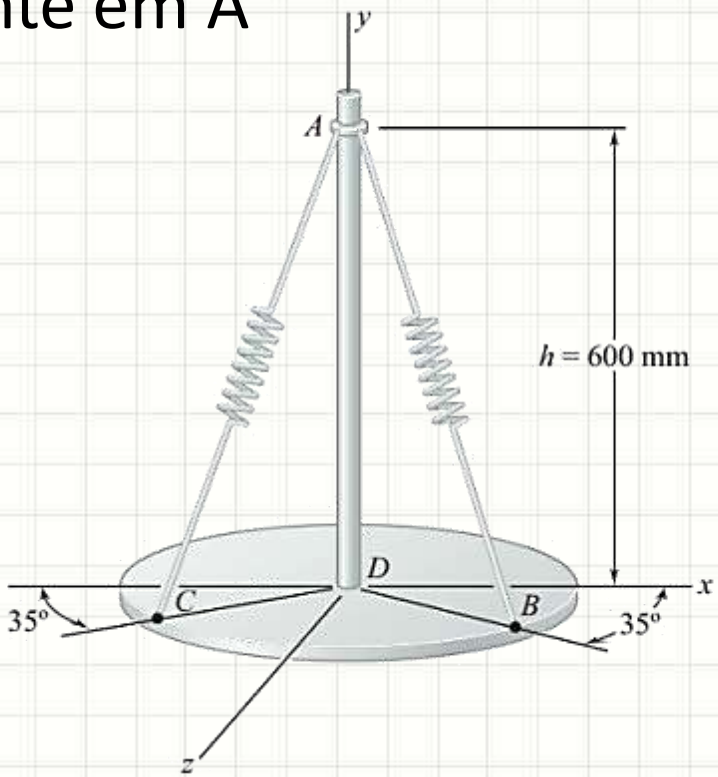
$$T_x = -805.\cos 60{,}3° \qquad \boxed{T_x \cong -399N}$$

$$T_z = -805.\operatorname{sen} 60{,}3° \qquad \boxed{T_z \cong -699N}$$



Exercício

- Sabendo que o ângulo entre as molas e o poste é 30º e que a tração na mola AB é 225N e na mola AC é 180N, determine as componentes e a intensidade da resultante em A



Exercício

- Sabendo que o ângulo entre as molas e o poste é 30º e que a tração na mola AB é 225N e na mola AC é 180N, determine as componentes e a intensidade da resultante em A

1. Determinar $T1_y$, $T1_{xz}$, $T2_y$, $T2_{xz}$

$$T1_y = -225.\cos 30° \quad \boxed{T1_y \cong -195N}$$

$$T1_{xz} = 225.\operatorname{sen} 30° \quad \boxed{T1_{xz} \cong 113N}$$

$$T2_y = -180.\cos 30° \quad \boxed{T2_y \cong -156N}$$

$$T2_{xz} = 180.\operatorname{sen} 30° \quad \boxed{T2_{xz} \cong 90N}$$

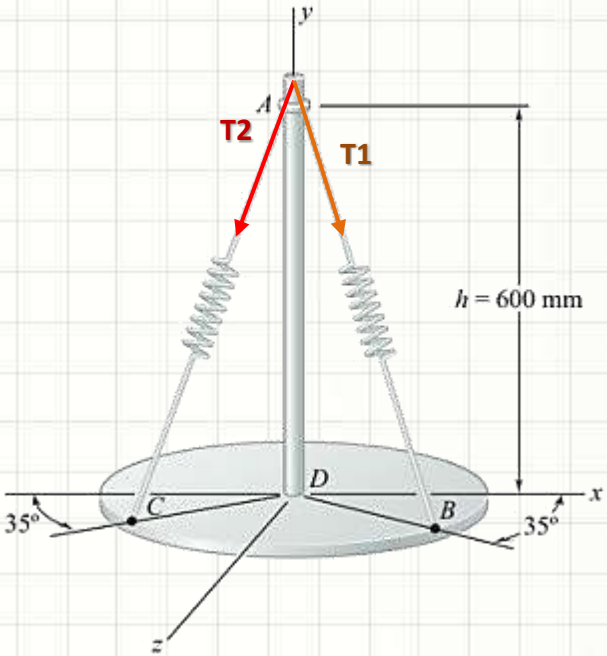
2. Determinar $T1_x$, $T1_z$, $T2_x$, $T2_z$

$$T1_x = 113.\cos 35° \quad \boxed{T1_x \cong 93N}$$

$$T1_z = 113.\operatorname{sen} 35° \quad \boxed{T1_z \cong 65N}$$

$$T2_x = -90.\cos 35° \quad \boxed{T2_x \cong -74N}$$

$$T2_z = 90.\operatorname{sen} 35° \quad \boxed{T2_z \cong 52N}$$

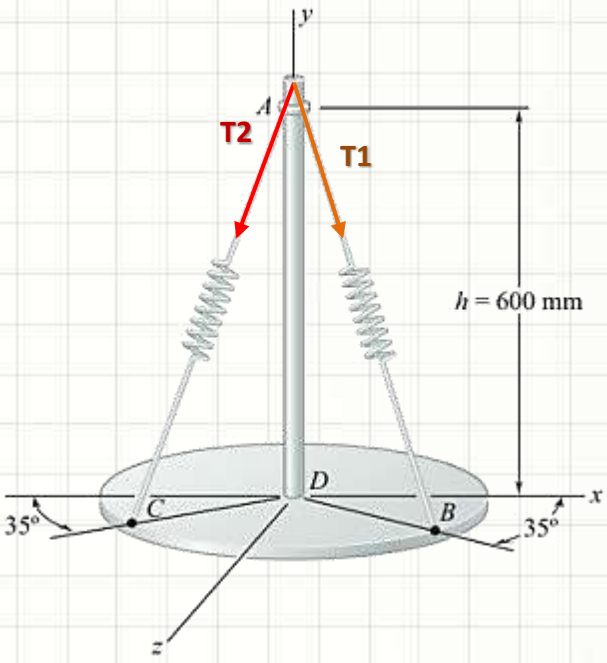


Exercício

- Sabendo que o ângulo entre as molas e o poste é 30º e que a tração na mola AB é 225N e na mola AC é 180N, determine as componentes e a intensidade da resultante em A

$T1_x \cong 93N$ $T1_y \cong -195N$ $T1_z \cong 65N$

$T2_x \cong -74N$ $T2_y \cong -156N$ $T2_z \cong 52N$



3. Determinar as componentes resultantes

$$\sum F_x = \boxed{R_x = 93 - 74 = 9N}$$

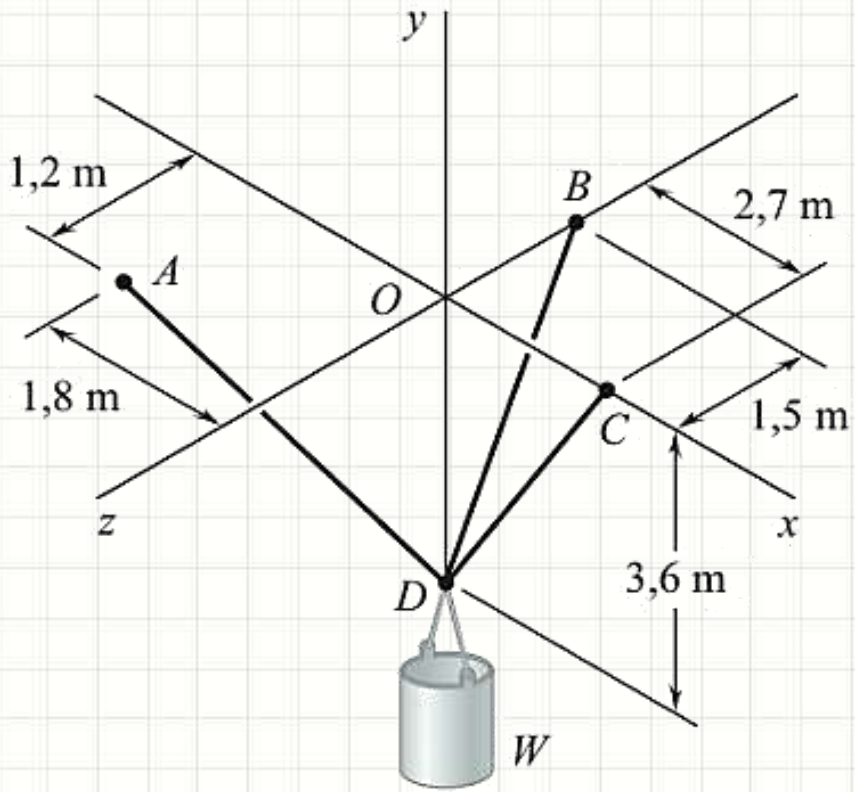
$$\sum F_y = \boxed{R_y = -195 - 156 = -351N}$$

$$\sum F_z = \boxed{R_z = 65 + 52 = 117N}$$

$$\boxed{|R| = 370N}$$

Exercício

- Sabendo que a tração no cabo BD é 4388N, determine o valor da carga W.



Exercício

- Sabendo que a tração no cabo BD é 4388N, determine o valor da carga W.

1. Determinar R_x, R_y, R_z $\quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1,5}{3,6} \cong 0,42$ $\quad \boxed{\alpha = 22,8°}$

$$\boxed{R_x = 0N}$$

$$R_y = 4388.\cos 22,8° \qquad \boxed{R_y \cong 4045N}$$

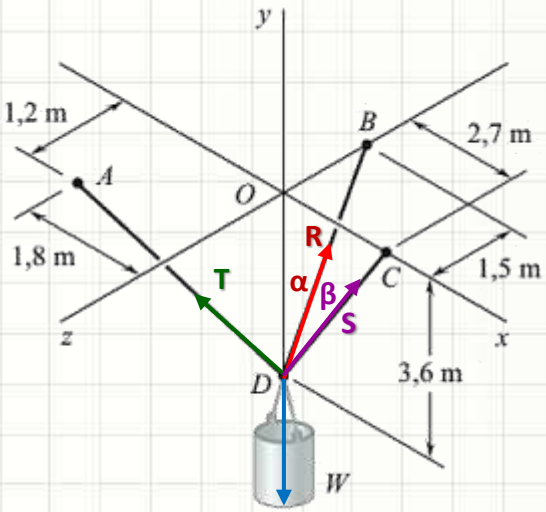
$$R_z = -4388.\operatorname{sen} 22,8° \qquad \boxed{R_z \cong -1700N}$$

2. Determinar S_x, S_y, S_z $\quad \operatorname{tg}\beta = \frac{2,7}{3,6} \cong 0,75$ $\quad \boxed{\beta = 36,9°}$

$$S_x = S.\operatorname{sen} 36,9° \qquad \boxed{S_x \cong 0,6.S}$$

$$S_y = S.\cos 36,9° \qquad \boxed{S_y \cong 0,8.S}$$

$$\boxed{S_z = 0N}$$

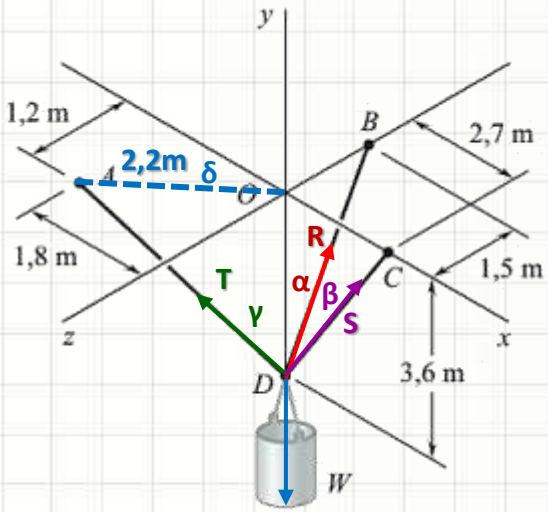


Exercício

- Sabendo que a tração no cabo BD é 4388N, determine o valor da carga W.

$R_x = 0N$ $R_y \cong 4045N$ $R_z \cong -1700N$

$S_x \cong 0{,}6.S$ $S_y \cong 0{,}8.S$ $S_z = 0N$



3. Comprimento AO e γ $\operatorname{tg}\gamma = \frac{2{,}2}{3{,}6} \cong 0{,}61$ $\gamma = 31{,}4°$
4. Determinar T_y, T_{xz}

$T_y = T.\cos 31{,}4°$ $T_y \cong 0{,}85.T$

$T_{xz} = T.\operatorname{sen} 31{,}4°$ $T_{xz} \cong 0{,}52.T$

5. Determinar δ

$\operatorname{tg}\delta = \frac{1{,}2}{1{,}8} \cong 0{,}67$ $\delta = 33{,}8°$

6. Determinar T_y, T_{xz}, T_x, T_z

$T_x = -T_{xz}.\cos 33{,}8°$ $T_x \cong -0{,}43.T$

$T_z = T_{xz}.\operatorname{sen} 33{,}8°$ $T_z \cong 0{,}29.T$

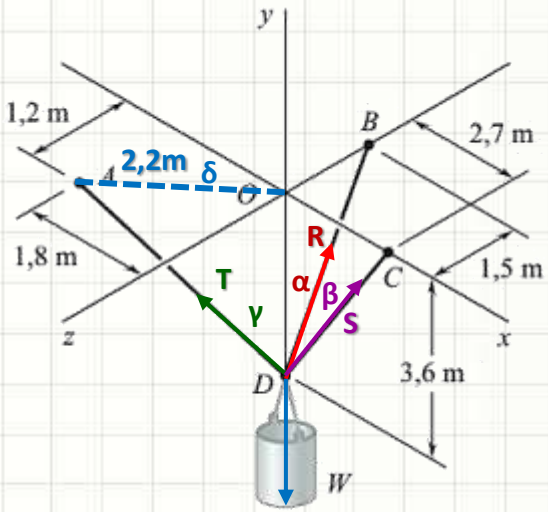
Exercício

- Sabendo que a tração no cabo BD é 4388N, determine o valor da carga W.

$R_x = 0N$ | $R_y \cong 4045N$ | $R_z \cong -1700N$

$S_x \cong 0{,}6.S$ | $S_y \cong 0{,}8.S$ | $S_z = 0N$

$T_x \cong -0{,}43.T$ | $T_y \cong 0{,}85.T$ | $T_z \cong 0{,}29.T$



7. Especificação de W

$W_x = 0$ | $W_y = -W$ | $W_z = 0$

8. Equilíbrio no Nó

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad R_x + S_x + T_x + W_x = 0 \Rightarrow \quad 0 + 0{,}6.S - 0{,}43.T + 0 = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{S = 0{,}72.T}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad R_y + S_y + T_y + W_y = 0 \Rightarrow \quad 4045 + 0{,}8.S + 0{,}85.T - W = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W = 4045 + 0{,}8.S + 0{,}85.T}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow \quad R_z + S_z + T_z + W_z = 0 \Rightarrow \quad -1700 + 0 + 0{,}29.T + 0 = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{T = 5862N}$$

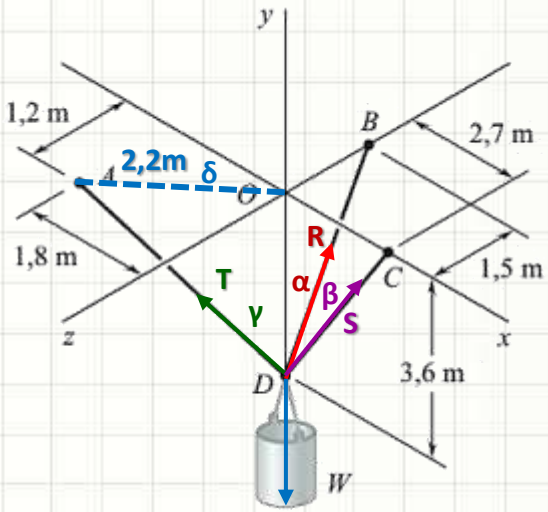
Exercício

- Sabendo que a tração no cabo BD é 4388N, determine o valor da carga W.

$R_x = 0N$ | $R_y \cong 4045N$ | $R_z \cong -1700N$

$S_x \cong 0{,}6.S$ | $S_y \cong 0{,}8.S$ | $S_z = 0N$

$T_x \cong -0{,}43.T$ | $T_y \cong 0{,}85.T$ | $T_z \cong 0{,}29.T$



7. Especificação de W

$W_x = 0$ | $W_y = -W$ | $W_z = 0$

8. Equilíbrio no Nó

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boldsymbol{S = 0,72.T}$ $\quad \sum F_y = 0 \Rightarrow \boldsymbol{W = 4045 + 0,8.S + 0,85.T}$ $\quad \sum F_z = 0 =$ $\boldsymbol{T = 5862N}$

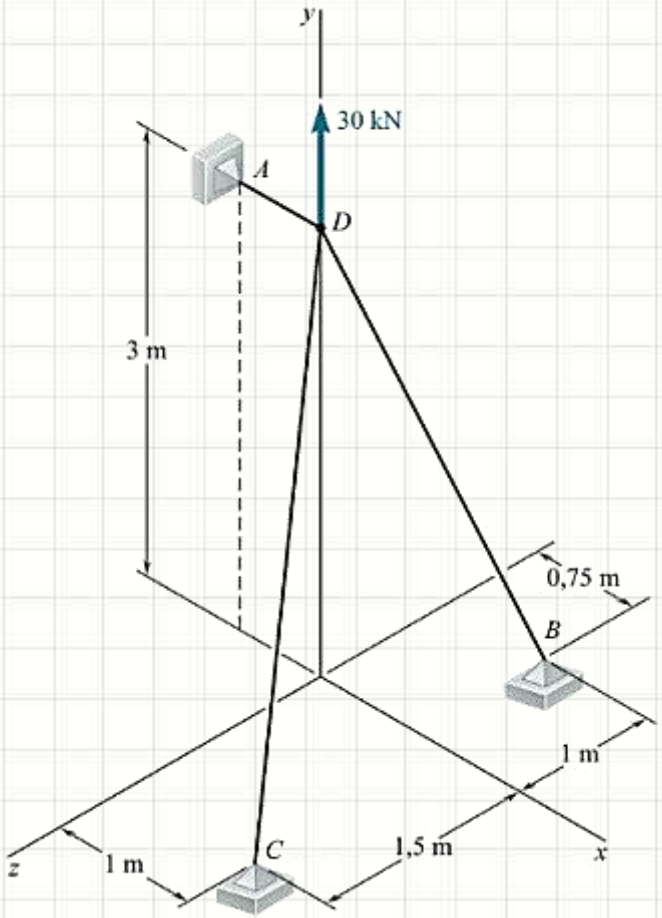
$S = 0{,}72.T \Rightarrow \quad S = 0{,}72.5862 \Rightarrow$ $\boldsymbol{S = 4221N}$

$W = 4045 + 0{,}8.S + 0{,}85.T \Rightarrow \quad W = 4045 + 0{,}8.4221 + 0{,}85.5862 \Rightarrow$ $\boldsymbol{W = 12405N}$

PERGUNTAS?

Exercício para Entrega

- Calcule a tensão nos cabos



Exercício para Entrega

- Calcule a tensão nos cabos

1. Determinar R_y, R_{xz}, R_x, R_z

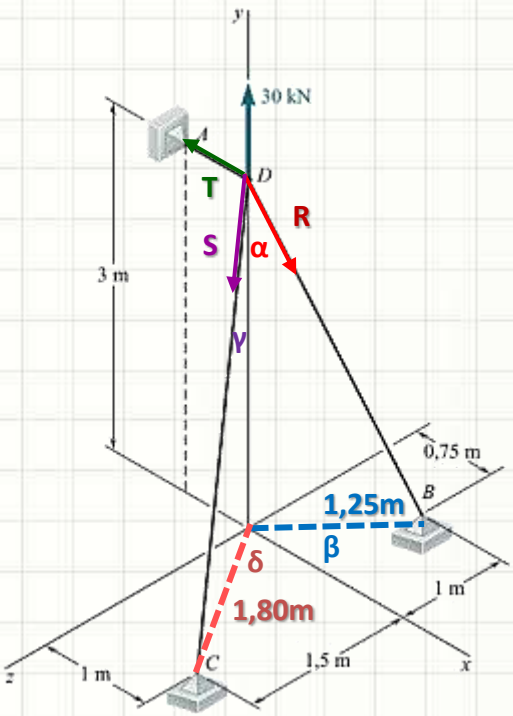
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1{,}25}{3{,}0} \quad \boxed{\alpha = 22{,}6°} \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{1{,}0}{0{,}75} \quad \boxed{\beta = 53{,}1°}$$

$$R_y = -R.\cos 22{,}6° \quad \boxed{R_y \cong -0{,}92.R}$$

$$R_{xz} = R.\operatorname{sen} 22{,}6° \quad \boxed{R_{xz} \cong 0{,}38.R}$$

$$R_x = 0{,}38.R.\cos 53{,}1° \quad \boxed{R_x \cong 0{,}23.R}$$

$$R_z = -0{,}38.R.\operatorname{sen} 53{,}1° \quad \boxed{R_z \cong -0{,}30.R}$$



Exercício para Entrega

- Calcule a tensão nos cabos

1. Determinar R_y, R_{xz}, R_x, R_z

$$\boxed{R_x \cong 0{,}23.R} \quad \boxed{R_y \cong -0{,}92.R} \quad \boxed{R_z \cong -0{,}30.R}$$

2. Determinar S_y, S_{xz}, S_x, S_z

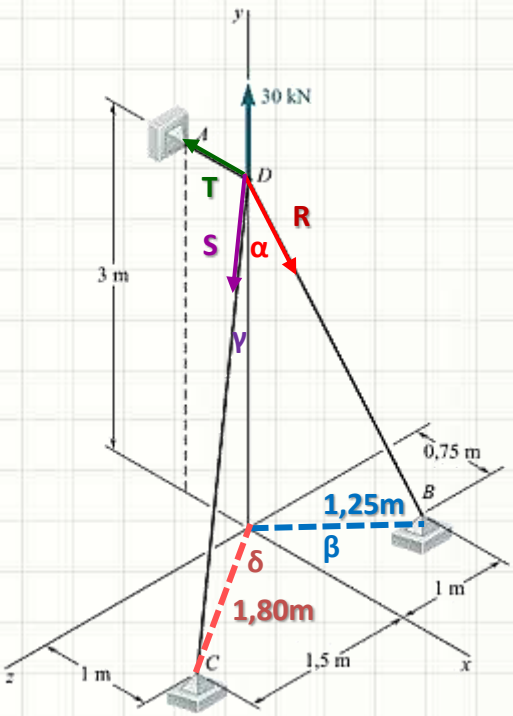
$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{1{,}8}{3{,}0} \quad \boxed{\gamma = 31{,}0°} \qquad \operatorname{tg}\delta = \frac{1{,}5}{1{,}0} \quad \boxed{\delta = 56{,}3°}$$

$$S_y = -S.\cos 31{,}0° \quad \boxed{S_y \cong -0{,}86.RS}$$

$$S_{xz} = S.\operatorname{sen} 31{,}0° \quad \boxed{S_{xz} \cong 0{,}52.S}$$

$$S_x = 0{,}52.S.\cos 56{,}3° \quad \boxed{S_x \cong 0{,}29.S}$$

$$S_z = 0{,}52.S.\operatorname{sen} 56{,}3° \quad \boxed{S_z \cong 0{,}43.S}$$



Exercício para Entrega

- Calcule a tensão nos cabos

1. Determinar R_y, R_{xz}, R_x, R_z

$R_x \cong 0{,}23.R$ $R_y \cong -0{,}92.R$ $R_z \cong -0{,}30.R$

2. Determinar S_y, S_{xz}, S_x, S_z

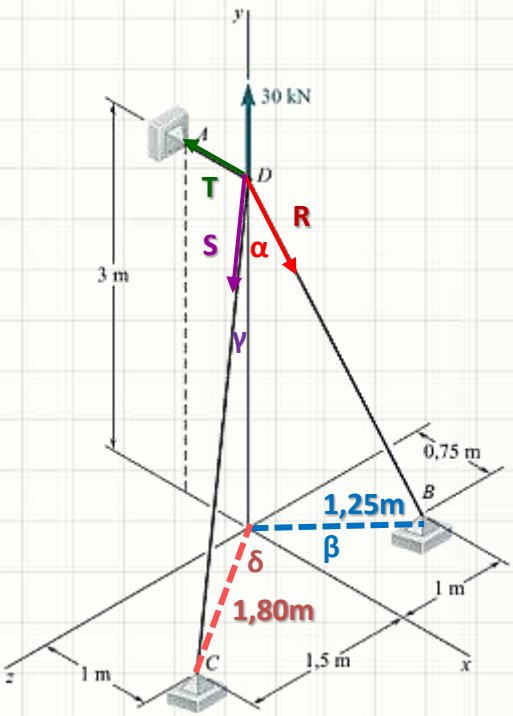
$S_x \cong 0{,}29.S$ $S_y \cong -0{,}86.RS$ $S_z \cong 0{,}43.S$

3. Especificar T_x, T_y, T_z

$T_x = -T$ $T_y = 0N$ $T_z = 0N$

4. Especificar a carga C_x, C_y, C_z

$C_x = 0N$ $C_y = 30000N$ $C_z = 0N$



Exercício para Entrega

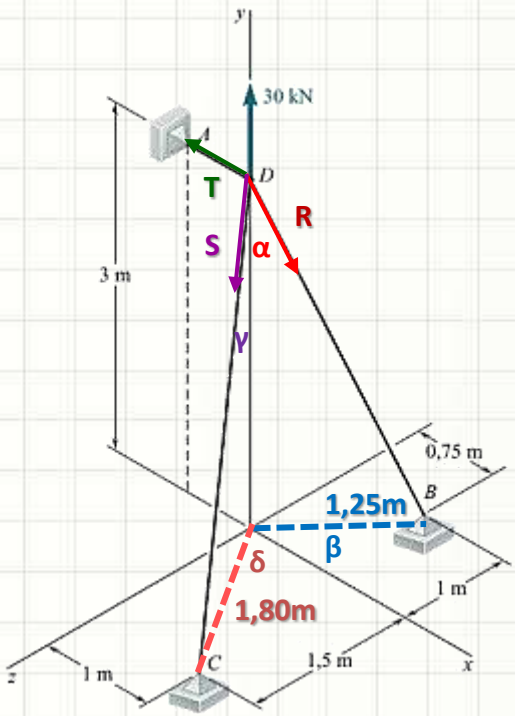
- Calcule a tensão nos cabos

$R_x \cong 0{,}23.R$ | $R_y \cong -0{,}92.R$ | $R_z \cong -0{,}30.R$

$S_x \cong 0{,}29.S$ | $S_y \cong -0{,}86.RS$ | $S_z \cong 0{,}43.S$

$T_x = -T$ | $T_y = 0N$ | $T_z = 0N$

$C_x = 0N$ | $C_y = 30000N$ | $C_z = 0N$



5. Equilíbrio no Nó

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad R_x + S_x + T_x + C_x = 0 \Rightarrow$$

$$0{,}23R + 0{,}29S - T + 0 = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{T = 0,23R + 0,29S}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad R_y + S_y + T_y + C_y = 0 \Rightarrow \quad -0{,}92R - 0{,}86S + 0 + 30000 = 0 \Rightarrow$$

$$R = (30000 - 0{,}86S)/0{,}92 \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = 32609 - 0,93S}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow \quad R_z + S_z + T_z + C_z = 0 \Rightarrow \quad -0{,}3R + 0{,}43S + 0 + 0 = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = 1,43S}$$

Exercício para Entrega

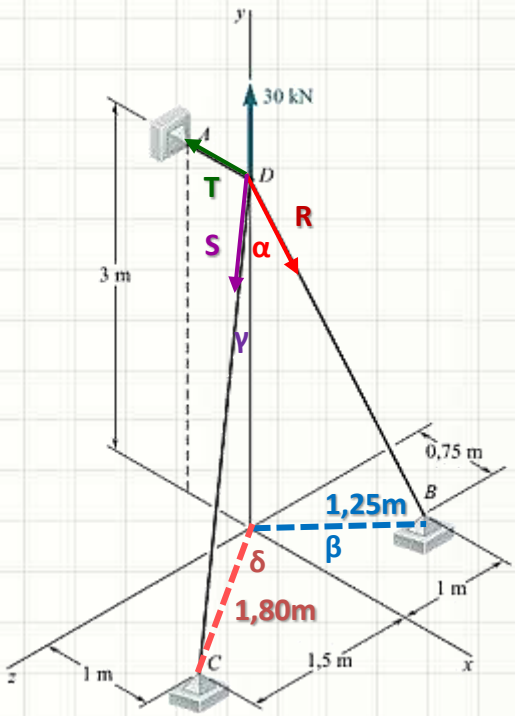
- Calcule a tensão nos cabos

$R_x \cong 0{,}23.R$ | $R_y \cong -0{,}92.R$ | $R_z \cong -0{,}30.R$

$S_x \cong 0{,}29.S$ | $S_y \cong -0{,}86.RS$ | $S_z \cong 0{,}43.S$

$T_x = -T$ | $T_y = 0N$ | $T_z = 0N$

$C_x = 0N$ | $C_y = 30000N$ | $C_z = 0N$



5. Equilíbrio no Nó

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{T = 0,23R + 0,29S}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = 32609 - 0,93S}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow \quad \boldsymbol{R = 1,43S}$$

$$1{,}43S = 32609 - 0{,}93S \Rightarrow 2{,}36S = 32609 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{S = 13817N}$$

$$\therefore \boldsymbol{R = 19758N}$$

$$\boldsymbol{T} = 0{,}23.19758 + 0{,}29.13817 = \boldsymbol{8551N}$$