

MODELO PARA PROGRAMAÇÃO DE VÔOS E ALOCAÇÃO DE FROTAS

Daniel J. Caetano

Nicolau D. F. Gualda

Programa de Doutorado em Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar um modelo para a definição (otimização) da malha doméstica a ser atendida por uma empresa aérea brasileira, envolvendo a programação de vôos e a alocação de frota, considerando seus condicionantes específicos. O modelo, baseado em programação linear inteira associado a uma formulação em rede espaço-tempo, foi testado e aplicado com sucesso a um caso de uma empresa aérea regional brasileira.

ABSTRACT

The main objective of this paper is the proposition of a model to optimize the domestic network to be served by a Brazilian air transporter, including the flight schedule definition and the fleet assignment, with its specific constraints. Based on a space-time network, an integer linear programming model was successfully tested and applied to a Brazilian regional airline case.

1. INTRODUÇÃO

A fim de atender ao crescimento da demanda de passageiros, as empresas de transporte aéreo aumentaram a frequência dos voos e passaram a oferecer novas rotas e voos diretos. Entretanto, acompanhando este aumento de oferta ao longo dos anos, nota-se também uma ligeira queda no número de assentos por vôo (SWAN, 2002).

Este fato, aliado à crescente competição entre as empresas aéreas, torna necessária a existência de modelos que permitam a definição de novas malhas aéreas de acordo com a evolução da demanda, visando a uma redução de custos operacionais (KLABJAN, 2004). Tais problemas são, entretanto, relativamente complexos, levando a um grande número de variáveis e restrições (HANE *et al.*, 1995; KLABJAN, 2004). Esta característica faz com que, tradicionalmente, o planejamento operacional de empresas aéreas seja dividido em etapas, desde a criação de rotas potenciais, passando pela seleção dos vôos a serem realizados, pela alocação das aeronaves e das tripulações de cada vôo (RABETANETY *et al.* 2006).

No Brasil, o problema tem características específicas como, por exemplo, restrições operacionais em aeroportos relevantes (CGNA, 2009; MD, 2008; CAETANO e GUALDA, 2008). Estas restrições são ainda mais relevantes uma vez que a maior parte do tráfego aéreo nacional, cerca de 65% em termos de receita (ANUÁRIO, 2007 apud OLIVEIRA, 2009), é composto por tráfego de passageiros, dificultando a adoção de aeroportos alternativos aos aeroportos saturados.

Nesse contexto, este trabalho apresenta um modelo que trata simultaneamente duas das etapas do planejamento operacional de uma empresa aérea: parte da programação de vôos (*Schedule Generation Problem – SGP*) e o problema da Alocação de Frota (*Fleet Assignment Problem – FAP*) para o caso de uma empresa aérea operando no mercado doméstico brasileiro.

Inicialmente será apresentada uma breve revisão dos conceitos envolvidos na solução destes problemas, seguida da apresentação das características específicas do problema tratado, do modelo proposto e dos resultados de uma análise de robustez deste modelo, além de uma aplicação a instâncias baseadas na malha de uma empresa aérea nacional.

2. O PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE EMPRESAS AÉREAS

O planejamento operacional de empresas aéreas pode ser dividido em três grandes problemas inter-relacionados: a definição de quais voos serão oferecidos, quais aeronaves farão quais voos e quais serão os tripulantes destes voos.

2.1. Definição dos Voos (*Route Development e Schedule Generation*)

Na definição de voos é determinante a identificação da demanda por cada voo, além das regras operacionais dos aeroportos. Não faz sentido, por exemplo, definir um voo a partir de um aeroporto em um horário em que decolagens não são permitidas. Uma razão pela qual um horário de voo pode ser inviável é decorrente de sua localização. Alguns aeroportos, como Congonhas, por exemplo, não operam no período da madrugada, por estarem situados na região urbana, próximos a áreas residenciais.

Uma outra razão pode ser oriunda da política de operação de um dado aeroporto. Cada aeroporto possui uma capacidade de decolagens e pousos que podem ser executadas com segurança. Alguns aeroportos, entretanto, operam continuamente acima de 90% deste limite e, para organizar o tráfego, são definidos horários específicos em que uma companhia aérea pode decolar ou pousar naquele aeroporto. Estes horários fixos são chamados de *slots* (ANAC, 2008).

A definição de todos os voos de interesse da companhia aérea e que estejam de acordo com tais regras de operação dos diversos aeroportos e órgãos de controle do espaço aéreo é chamada de Problema de Geração de Voos (*Route Development Problem*) (KLABJAN, 2004; RABETANETY *et al.*, 2006).

Estes voos potenciais devem, então, ser avaliados à luz de restrições da própria empresa aérea, como a disponibilidade de aeronaves e tripulantes (RABETANETY *et al.*, 2006), para definir exatamente qual voo acontecerá em qual horário, definindo uma tabela de horários (BARNHART *et al.*, 2003). O planejamento de voos domésticos é, usualmente, diário, enquanto que para os voos internacionais ele é semanal (KLABJAN, 2004). Este problema é denominado Problema de Programação de Vôos (*Schedule Generation Problem*) (RABETANETY *et al.*, 2006; KLABJAN, 2004).

2.2. Alocação de Aeronaves (*Fleet Assignment e Maintenance Routing*)

A tabela de horários definida na programação de voos indica apenas as origens e destinos de cada voo, mas ainda é necessário definir qual é o melhor tipo de aeronave para cada voo específico. Esta atribuição deve ser feita de maneira a criar sequências de voos, com um mesmo tipo de aeronave (BARNHART *et al.*, 2003).

A alocação dos tipos de aeronave com o objetivo de maximizar a receita ou minimizar custos operacionais da empresa, considerando o atendimento da demanda, a disponibilidade, a continuidade e o tempo mínimo de permanência em solo das aeronaves de um dado tipo, constitui o Problema da Alocação de Frota (*Fleet Assignment Problem*) (ABARA, 1989; KLABJAN, 2004; RABETANETY *et al.*, 2006).

A alocação dos tipos de aeronaves não define automaticamente os trajetos que cada aeronave irá fazer, nem em que períodos ela deve parar para manutenção. Assim, é necessário definir qual aeronave específica cumprirá cada trecho de voo, definindo

trajetos chamados *trilhos*. Cada voo de um trilho é denominado *leg* (BARNHART *et al.*, 2003; KLABJAN, 2004).

As restrições de manutenção normalmente são modeladas de forma simplificada, fazendo com que cada aeronave passe uma noite em um aeroporto. Este problema é usualmente associado aos de circulação em rede e é denominado Problema de Atribuição de Aeronaves (*Maintenance Routing Problem*) (RABETANETY *et al.*, 2006).

2.3. Alocação de Tripulantes (*Crew Pairing* e *Crew Rostering*)

A alocação dos tripulantes de um vôo precisa respeitar diversos critérios das legislações trabalhistas locais, além de critérios técnicos e de treinamento, tendo como objetivo usual a minimização dos custos com a tripulação (BARNHART *et al.*, 2003).

Como usualmente os pilotos não são treinados para pilotar qualquer aeronave, usualmente são definidas sequências de voos que um tripulante possa cumprir, respeitando todos os critérios citados. Estas sequências de voos são chamadas de *viagens* e sua definição constitui o problema de definição de viagens (*Crew Pairing Problem*) (GOMES e GUALDA, 2008; KLABJAN, 2004).

Definidas as viagens, é necessário definir as sequências de viagens que cada tripulante irá cumprir, respeitando os requisitos de treinamento, férias, exames médicos, conhecimentos técnicos e suas preferências pessoais, tentando também manter um equilíbrio de horas de vôo por todos os tripulantes. Esta alocação de pilotos a viagens constitui o problema de escala de tripulantes (*Crew Rostering Problem*) (KLABJAN, 2004).

Entretanto, estes problemas não podem ser tratados sempre da mesma forma. Dependendo do tipo de vôo, há diferenças significativas na forma com que a tripulação é alocada. Nos EUA, por exemplo, os vôos internacionais são relativamente esparsos, comparados com os vôos domésticos (BARNHART *et al.*, 2003). Em vôos nacionais, é comum ocorrer operações de *deadhead*, ou seja, o tripulante viaja como passageiro em outro vôo, para ser reposicionado de acordo com as necessidades da empresa, algo que usualmente não ocorre em voos internacionais (BARNHART *et al.*, 1995 *apud* BARNHART *et al.*, 2003).

Finalmente, há diferenças grandes na alocação da tripulação de cabine e de *cockpit*. A tripulação do *cockpit*, como piloto e co-piloto, tende a ser mantida junta e sua alocação é, geralmente, limitada a alguns tipos de aeronave. A tripulação de cabine, por sua vez, tende a variar mais, sendo menos específica ao tipo de aeronave e muitas vezes sendo alocada de forma individual, não como uma equipe (BARNHART *et al.*, 2003) (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006).

2.4. Interdependência e União de Modelos

O aumento da complexidade dos sistemas aéreos e a crescente competitividade levaram à necessidade de criar modelos cada vez mais próximos da realidade, incluindo mais rotas e considerando um número muito maior de restrições. Este desenvolvimento levou a modelos de grande escala, tornando a solução de algumas etapas da definição de linhas aéreas reais um grande desafio computacional (HANE *et al.*, 1995).

Em busca de melhores soluções globais, o caminho natural tem sido a união de várias destas etapas em modelos únicos, como a união entre a criação da tabela de voos e a definição de preço com base na distribuição e recaptura de demanda (RABETANETY; CALMET; SCHOEN, 2006) ou a união de alocação de frota com outras etapas do planejamento, como a atribuição de aeronaves e alocação de tripulantes (KLABJAN, 2004; SHERALI *et al.*, 2006; RABETANETY *et al.*, 2006).

Entretanto, embora algumas etapas do planejamento operacional de empresas aéreas venham sendo estudadas desde a década de 1950 (DANTZIG e FULKERSON, 1954) (DANTZIG, 1963), muitas delas pertencem à classe NP-difícil (HANE *et al.*, 1995), característica esta mantida quando da união de duas ou mais destas etapas.

3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA TRATADO

Embora praticamente todas as etapas do planejamento operacional de uma empresa aérea sejam interdependentes, a definição de voos e a alocação de aeronaves são duas candidatas ao tratamento conjunto, devido ao seu caráter estratégico e, por esta razão, já vêm sendo tratadas na literatura (KLABJAN, 2004; SHERALI *et al.*, 2006; RABETANETY *et al.*, 2006).

Os impactos que a aquisição de uma aeronave de um tipo ou de outro pode ter na malha aérea da empresa é um tipo de resposta que tal modelo pode fornecer. Ou ainda, considerando os casos de aeroportos com restrições de decolagem e aterrissagem, definir para onde é mais interessante voar a partir de um *slot* de decolagem.

Para permitir as respostas para estes e outros questionamentos de cunho estratégico e tático, foram definidas as características específicas para a elaboração de um modelo matemático.

3.1. Características do Problema

O modelo deve permitir responder questões de cunho estratégico e tático de uma empresa aérea atuando no mercado doméstico do Brasil, incluindo as relativas à seleção de voos a serem cumpridos, adequando a oferta de assentos da melhor maneira possível à demanda de assentos.

O modelo deve evitar voos com assentos vazios na mesma proporção em que deve evitar perder passageiros por falta de assentos. O prejuízo computado pela perda de passageiros ou por assentos vazios deve ser maior para voos mais longos que para voos curtos.

O modelo deve garantir a continuidade da movimentação de aeronaves de cada tipo, isto é, as aeronaves de um dado tipo devem percorrer um trilho que se inicia e termina na mesma cidade.

Se necessário e viável, voos inicialmente não previstos devem ser criados para reposicionar as aeronaves. Os tempos de voo e de manutenção mínima entre voos são considerados constantes e únicos para todos os tipos de aeronaves e aeroportos.

A seleção de voos deve respeitar os horários de *slots* pré-estabelecidos pela tabela de voos original, nos aeroportos com operação restrita, nunca permitindo que um voo parta

ou chegue fora dos horários permitidos. Além disso, o modelo deve garantir que um único voo parta ou chegue a um determinado *slot*.

Nos aeroportos não-restritos o número de voos que partem de um determinado nó não é limitado. É considerado que, em aeroportos cujo movimento não é restrito, se o modelo definir que duas aeronaves partem no mesmo instante, na prática será colocada uma defasagem de alguns minutos entre estas decolagens, sem prejuízo da validade da solução. Por outro lado, não deve ser atribuído mais de um tipo de frota a um voo da tabela de voos potenciais.

4. MODELAGEM MATEMÁTICA

Os modelos tradicionais de alocação de frota são associados a duas abordagens distintas. Uma delas é baseada em redes de interconexões, em que cada nó representa uma conexão possível entre *legs*, e o modelo decide quais conexões devem ser realizada e quais não (ABARA,1989; SHERALI *et al.*, 2006). Uma outra abordagem é através de uma rede espaço-tempo, em que os nós representam chegadas ou partida nos aeroportos, e os arcos representam as *legs* entre os aeroportos representados pelos nós aos quais estão ligadas, ou o tempo que as aeronaves ficam em solo entre uma *leg* e outra (BERGE e HOPERSTEAD, 1993 *apud* SHERALI *et al.*, 2006; HANE *et al.* 1995).

Tais modelos pressupõem que a programação de voos está definida e que todos os voos da programação devem ser cobertos. Além disso, em sua versão clássica, tais modelos não contemplam restrições de operação nos aeroportos. Para superar estas limitações, faz-se necessário a definição de um modelo mais abrangente, razão de ser deste trabalho.

O modelo proposto a seguir é baseado no conceito da modelagem espaço-tempo (BERGE e HOPERSTEAD, 1993 *apud* SHERALI *et al.*, 2006; HANE *et al.* 1995), estendido para atender aos requisitos apresentados anteriormente (item 3).

$$[Min] \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in Lv} (D_{ij} - C^f)^2 T_{ij} x_{ij}^f + \sum_{(i,j) \in Lvd} D_{ij}^2 T_{ij} y_{ij} \quad (6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{f \in F} x_{ij}^f + y_{ij} = 1 \quad \forall (i,j) \in Lvd \quad (7)$$

$$\sum_{o|(o,k) \in L} x_{ok}^f - \sum_{d|(k,d) \in L} x_{kd}^f = 0 \quad \forall k \in N, \forall f \in F \quad (8)$$

$$\sum_{(i,j) \in Lt} x_{ij}^f \leq A_f \quad \forall f \in F \quad (9)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{d|(i,d) \in Lv} x_{id}^f \leq 1 \quad \forall i \in Nrd \quad (10)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{o|(o,j) \in Lv} x_{oj}^f \leq 1 \quad \forall j \in Nra \quad (11)$$

Variáveis binárias:

$$x_{ij}^f \text{ para } \forall (i,j) \in (Lpd \cup Lvd) \quad (12)$$

$$y_{ij} \text{ para } \forall (i,j) \in Lvd \quad (13)$$

Variáveis inteiras:

$$x_{ij}^f \geq 0 \text{ para } \forall (i,j) \in L \setminus (Lpd \cup Lvd) \quad (14)$$

Onde:	F:	conjunto de todos os tipos de aeronave, indexados por f .
	N:	conjunto de todos os nós do sistema, indexados por i, j, o, d ou k , representando um aeroporto e um horário.
	L:	conjunto dos arcos que representam movimentos de aeronave, em voo, manutenção, em solo ou de retorno, indexados por (i,j) , sendo i o nó origem e j o nó destino do movimento.
	Lv:	conjunto dos arcos que representam movimentos de voo.
	Lvd:	conjunto dos arcos que representam voos com demanda.
	D _{ij} :	demanda de passageiros do nó i ao nó j .
	C ^f :	número de assentos da aeronave do tipo f .
	T _{ij} :	tempo de voo do nó i ao nó j .
	x _{ij} ^f :	indica o número de aeronaves do tipo f passando pelo arco (i,j) .
	y _{ij} :	1 indica se o voo de i para j não será realizado, 0 caso contrário.
	Lt:	conjunto dos arcos cuja origem está em tempo igual ou inferior a t e o destino está em tempo maior que o tempo t . O tempo t é definido com um horário válido de acordo com o problema.
	Af:	Indica o número de aeronaves do tipo f disponíveis.
	Nrd:	conjunto de nós dos aeroportos com restrições de decolagem.
	Nra:	conjunto de nós dos aeroportos com restrições de aterrissagem.
	Lpd:	conjunto dos arcos que representam a manutenção mínima das aeronaves após pouso de voos com demanda.

A função objetivo, na expressão 6, minimiza a soma das diferenças quadráticas entre a demanda e o número de assentos em cada voo realizado por qualquer aeronave, somada à demanda perdida dos voos não realizados. Todos estes valores são ponderados pelo tempo do respectivo voo.

A restrição representada na expressão 7 garante que, no máximo, uma aeronave cumprirá um voo com demanda. Caso nenhuma aeronave seja alocada a um voo com demanda, a variável y_{ij} será usada para indicar a não cobertura do voo e a perda total da demanda a ele associada. A presença da variável y_{ij} é importante para que o modelo seja capaz de escolher os voos que levam à minimização do número de passageiros perdidos e de assentos vazios; tal variável permite a atribuição de uma penalidade para os voos com demanda que não sejam executados.

A restrição representada na expressão 8 garante o equilíbrio em cada um dos nós de cada frota. Esta restrição é igual para todos os nós, não havendo distinção para nós iniciais e finais porque a rede deverá ser construída de maneira cíclica, isto é, o último nó de cada aeroporto será sempre ligado ao primeiro nó deste mesmo aeroporto.

A restrição representada na expressão 9 garante que o número de aeronaves disponíveis em cada frota seja respeitado. Isso é feito fazendo um corte na rede de cada frota, somando o valor do fluxo de todos os arcos que passam pelo instante t .

A restrição representada na expressão 10 garante que apenas um voo parta de um *slot* de decolagem de um aeroporto de operação restrita. A restrição da expressão 11 é similar, garantindo que apenas um voo pouse em um *slot* de aterrissagem de um aeroporto restrito.

São binárias as variáveis que representam os arcos de voos com demanda, de manutenção após pouso destes voos, e as variáveis que indicam se um voo foi ou não cumprido, como é especificado nas expressões 12 e 13. Todas as demais variáveis que representam arcos são inteiras e maiores ou iguais a zero, como especificado na expressão 14.

Uma característica interessante deste modelo é que, quando indicadas várias frotas com uma única aeronave em cada uma delas, a solução calculada já indicará as trajetórias de cada aeronave específica. Entretanto, esta solução, embora represente a atribuição de voos de uma aeronave, não pode ser considerada a solução final do Problema de Atribuição de Aeronaves, por não considerar todas as regras de manutenção programada das aeronaves.

5. AMBIENTE DE SOLUÇÃO

Todos os dados de entrada devem ser fornecidos através de arquivos texto, que conterão todas as informações necessárias de maneira tabular. Esses arquivos são explicados a seguir.

- Arquivo de Voos Potenciais: este arquivo deve conter a tabela de voos potenciais, e todos os voos cuja demanda é relevante deverão ser indicados, estando esta demanda indicada explicitamente para cada um dos voos.
- Arquivo de Tempos de Voo: este arquivo deve indicar os tempos de voo entre os pares de cidades, ainda que os voos entre estas cidades não figurem no arquivo de voos potenciais. Quando não for fornecido tempo de voo entre dois aeroportos, o voo será considerado impossível.
- Arquivo de Aeronaves: este arquivo deve indicar as aeronaves disponíveis e suas características, incluindo tempo mínimo de manutenção após voo, capacidade da aeronave etc.
- Arquivo de Aeroportos: este arquivo deve indicar os aeroportos cuja operação é restrita. Convém ressaltar que é fundamental a existência de voos de partida e de chegada nestes aeroportos restritos, ainda que suas demandas sejam zero, para demarcar os *slots* disponíveis.

A transformação destes dados em uma rede completa é feita por um software em Java, desenvolvido para gerar o modelo matemático a ser resolvido. Este software, desenvolvido dentro do paradigma orientado sem uso de processamento paralelo, constrói as redes dos diferentes tipos de aeronaves, baseando-se nas informações de voos potenciais, tempos de voo e características das aeronaves.

Esta rede básica é expandida com os possíveis voos de reposicionamento de aeronaves (voos sem demanda, vazios). Para cada nó que represente uma decolagem na rede original, são criados arcos (voos) para todos os outros aeroportos.

Da mesma forma, para cada nó de pouso são criados arcos originados em todos os outros aeroportos. Somente são criados os arcos que respeitem as restrições de operação de cada aeroporto.

Completada a geração dos voos de reposicionamento, são criados os arcos de solo, que indicam períodos de espera das aeronaves nos aeroportos, interligando, em ordem crescente de horário, todos os nós de um mesmo aeroporto. Finalmente é criado um arco

do último ao primeiro nó de um aeroporto, permitindo o fechamento da rede de maneira que, após o último voo, as aeronaves estejam posicionadas no local de origem do primeiro voo.

Com a rede pronta, o software gera o modelo matemático, criando um arquivo no formato LP, que pode ser resolvido com a maioria dos pacotes computacionais do mercado. Para este trabalho foi selecionado o pacote ILog CPLEX 11.0, executado em um computador com processador Intel Core2Quad de 2.4GHz e 2GB de memória RAM.

6. ANÁLISE DE ROBUSTEZ

A análise de robustez do modelo foi realizada com base em uma série de testes compostos por situações críticas e cujas soluções são previamente conhecidas.

Os resultados de todos os testes realizados estiveram de acordo com as expectativas, com resultados rápidos e precisos, indicando que o modelo é robusto para lidar com os problemas de malha aérea que se encaixem nas características descritas no item 3.

Os primeiros testes tinham como objetivo a verificação da correta escolha de aeronaves para diferentes voos. Foram testadas instâncias em que a demanda poderia ser plenamente atendida e instâncias em que a demanda não poderia ser plenamente atendida.

Em seguida o modelo foi submetido a instâncias que visavam testar a adequada escolha de voos de reposicionamento em situações em que estes sejam necessários para uma solução mais eficiente. Foram testadas instâncias tanto com conflito entre voos potenciais e voos de reposicionamento quanto instâncias em que este conflito não ocorre.

Como uma variação dos testes de voos de reposicionamento, foram testadas instâncias envolvendo criação de voos de reposicionamento usando *slots* de decolagem e pouso em aeroportos com operação restrita.

Finalmente, foram realizados alguns testes com situações complexas hipotéticas, como a existência de aeroportos de operação restrita com dois *slots* de decolagem, mas apenas um de pouso, para avaliar o comportamento do modelo nestas situações.

7. APLICAÇÃO À MALHA DE UMA EMPRESA AÉREA BRASILEIRA

O modelo apresentado neste trabalho foi aplicado também em instâncias baseadas na malha aérea regional de uma empresa brasileira. Tais instâncias foram geradas com base em dados disponibilizados pela empresa na Internet.

No momento em que as instâncias foram geradas, a malha da empresa era composta por cinco cidades, com 20 voos diários de segunda a sexta, mas apenas dois voos de reposicionamento aos sábados e domingos. A empresa possuía, ainda, três aeronaves modelo ATR-42/300, com capacidade para 50 passageiros.

Nesta malha, construída originalmente para aeronaves de pequeno porte, a empresa trabalha com tempo de manutenção obrigatória de 15 minutos após cada voo. Como este tempo não é adequado para aeronaves de maior porte, foram consideradas nesta aplicação aeronaves de até 70 passageiros.

As instâncias geradas para análise foram divididas em 3 categorias, conforme especificadas a seguir.

- **Categoria A:** são problemas de cobertura na malha original da empresa, com a demanda de cada voo igual à capacidade das aeronaves utilizadas (frota homogênea).
- **Categoria B:** são problemas de programação de voos e alocação de frota, na malha original da empresa, porém considerando demandas médias por voo, com base nos dados de 2007 (ANAC, 2007).
- **Categoria C:** são também problemas de programação de voos e alocação de frota e também consideram demandas médias para cada voo, mas neste caso foi considerado que a empresa tenha conseguido dois *slots* de pouso e dois de decolagem no aeroporto de Congonhas, às 9:00, 17:30, 10:00 e 18:30, respectivamente.

Em cada uma destas categorias foram criadas instâncias com diferentes composições de frotas de aeronaves, sempre para os 7 dias da semana, gerando resultados bastante variados com relação aos voos que devem ser executados pela empresa.

A Tabela 1 mostra as características dos modelos e tempos de soluções para as categorias A e B, sendo que o tempo de geração do modelo foi sempre inferior a 15s. Nestes casos, a tabela de voos potenciais é composta por 104 voos.

Tabela 1: Características do modelo e tempos de solução para as categorias A e B

Configuração	A		B	
	3x AT43	3x AT43	2x AT43 + E140	2x AT43 + E120
Frotas Disponíveis	3x AT43	3x AT43	2x AT43 + E140	2x AT43 + E120
Frotas Alocadas	3x AT43	2x AT43	2x AT43 + E140	2x AT43 + E120
Variáveis	35456	35456	35456	35456
Restrições	19526	19526	19526	19526
F.O.	0	4,0mi	3,8mi	3,2mi
Tsol (s)	0,43	0,43	0,42	0,41

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos com o processamento do modelo em cada uma destas configurações.

Na categoria A, todos os voos foram cobertos com as 3 aeronaves da empresa, evidenciando que é possível cumprir os horários propostos pela empresa. Como neste caso o problema foi resolvido como um problema de cobertura, isso não significa que todos estes voos sejam, de fato, interessantes para o equilíbrio entre oferta e demanda por assentos.

Os resultados da categoria B, entretanto, mostram que em termos de equilíbrio oferta/demanda, não faz sentido cumprir alguns dos voos, como pode ser visto na coluna “2x AT43”.

A troca de uma das três aeronaves da empresa por uma aeronave menor, como o Embraer 140 (44 passageiros) ou o Embraer 120 (30 passageiros), faria com que a cobertura fosse bastante próxima da total, mantendo o equilíbrio entre demanda e oferta.

Tabela 2: Resultados da alocação para as categorias A e B

Configuração		A				B			
Frota		3x AT43		2x AT43		2x AT43 + E140		2x AT43 + E120	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0	1	0	1	0
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	3	3	0	0	3	3	1	1
Seg	PLU-UDI	4	2	2	2	1	2	4	2
Seg	UDI-UBA	2	0	0	0	0	0	2	0
Seg	UBA-PLU	2	0	0	0	0	0	2	0
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	3	3	0	0	3	3	1	1
Ter-Qui	PLU-UDI	4	2	2	2	2	2	4	2
Ter-Qui	UDI-UBA	2	0	0	0	0	0	2	0
Ter-Qui	UBA-PLU	2	0	0	0	0	0	2	0
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	3	3	0	0	3	3	1	1
Sex	PLU-UDI	4	2	1	2	4	2	4	2
Sex	UDI-UBA	2	0	0	0	2	0	2	0
Sex	UBA-PLU	2	0	0	0	2	0	2	0
Sáb	UDI-UBA	1	0	0	0	0	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	1	0	0	0	0	0	1	0

A Tabela 3 mostra as características dos modelos e tempos de soluções para a categoria C, com tempo de geração do modelo sempre inferior a 35s. Nestes casos, a tabela de voos potenciais é composta por 164 voos.

Tabela 3: Características do modelo e tempos de solução para a categoria C

Configuração	C			
Frotas Disponíveis	3x AT43	2x AT43 + E170	E120 + 2x AT43 + E170	2x E120 + 2x AT43 + E170
Frotas Alocadas	3x AT43	2x AT43 + E170	E120 + 2x AT43 + E170	2x E120 + 2x AT43 + E170
Variáveis	45053	45053	60016	74979
Restrições	24286	24286	32320	40354
Função Objetivo	16,1mi	14,5mi	14,4mi	14,4mi
Tempo de Sol. (s)	0,91	0,61	0,95	10,4

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos com o processamento do modelo em cada uma destas configurações.

Como é possível observar, a frota original da empresa não é capaz de cobrir todos os vôos propostos neste caso. A substituição de um ATR-43 por uma aeronave maior, como o Embraer 170 (70 passageiros), não altera o número de voos, embora seja possível verificar um melhor equilíbrio da oferta/demanda devido à redução do valor da função objetivo.

A adição de uma aeronave como a Embraer 120 à configuração anterior, por outro lado, melhora a cobertura e amplia o número de voos. A adição de uma quinta aeronave, outra Embraer 120, permite cobertura total – excluindo-se apenas os voos impossíveis - de e para Congonhas, já que o *slot* foi ocupado com o vôo entre Belo Horizonte (PLU) e Congonhas (CGH).

Tabela 4: Resultados da alocação para a categoria C

Configuração		C							
Frota		3x AT43		2x AT43 + E170		E120 + 2x AT43 + E170		2x E120 + 2x AT43 + E170	
Dia	A-B	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A	A=>B	B=>A
Dom	PLU-UBA	1	0	1	0	1	0	1	0
Dom	UBA-UDI	1	0	1	0	1	0	1	0
Seg	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Seg	PLU-IPN	0	0	0	0	1	1	3	3
Seg	PLU-UDI	2	2	2	2	4	2	4	2
Seg	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Seg	UDI-UBA	0	0	0	0	2	0	2	0
Seg	UBA-PLU	0	0	0	0	2	0	2	0
Seg	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Ter-Qui	PLU-IPN	0	0	0	0	1	1	3	3
Ter-Qui	PLU-UDI	2	2	2	2	4	2	4	2
Ter-Qui	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Ter-Qui	UDI-UBA	0	0	0	0	2	0	2	0
Ter-Qui	UBA-PLU	0	0	0	0	2	0	2	0
Ter-Qui	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Sex	PLU-CGH	2	2	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-GVR	2	2	2	2	2	2	2	2
Sex	PLU-IPN	0	0	0	0	1	1	3	3
Sex	PLU-UDI	1	2	2	2	4	2	4	2
Sex	UDI-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Sex	UDI-UBA	0	0	0	0	2	0	2	0
Sex	UBA-PLU	0	0	0	0	2	0	2	0
Sex	UBA-CGH	0	0	0	0	0	0	0	0
Sáb	UDI-UBA	0	0	0	0	1	0	1	0
Sáb	UBA-PLU	0	0	0	0	1	0	1	0

8. CONCLUSÕES

A pesquisa em apreço buscou modelar, de forma integrada, o problema de alocação de frota e o problema de programação de voos, levando em conta particularidades da realidade brasileira.

Um modelo de programação linear inteira associado a uma formulação em rede espaço-tempo foi proposto, testado e aplicado com sucesso a instâncias relacionadas a um caso real de empresa aérea regional brasileira.

Para a sua aplicação o modelo exige conhecimento da demanda potencial para cada voo candidato e a disponibilidade de aeronaves de cada tipo. Os testes e aplicações mostraram resultados compatíveis com a realidade, pelo menos no caso de empresas aéreas brasileiras operando regionalmente.

O modelo está, no momento, sendo estendido para incorporar pesos diferenciados para assentos vazios e demanda perdida, bem como restrições de operação de determinados tipos de aeronaves em alguns aeroportos e redistribuição da demanda entre diversos voos.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro através da bolsa de doutorado concedida e também ao Laboratório de Planejamento e Operação de Transportes da Escola Politécnica (LPT/EPUSP) pelo apoio técnico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abara, J. (1989) Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem. *Interfaces*, v.19, n.4, p.21-28.
- ANAC (2007) *Anuário Estatístico da Agência Nacional de Aviação Civil vol.I*. Disponível em <http://www.anac.gov.br/estatistica/estatisticas1.asp>. Consultado em 10/07/2009.
- ANAC (2008). *ANAC cria regra de slots para aumentar concorrência em aeroportos saturados*. Disponível em: <http://www.anac.gov.br/imprensa/AnacCriaRegraDeSlots011008.asp>. Consultado em 10/07/2009. Agência Nacional de Aviação Civil, Brasília, DF.
- Barnhart, C.; A. M. Cohn; E. L. Johnson; D. Klabjan; G. L. Nemhauser e P. H. Vance. (2003) Airline Crew Scheduling in Handbook of Transportation Science. 2nd ed. *Kluwer's International Series*.
- Caetano, D. J. e N. D. F. Gualda. (2008). Modelagem do Problema de Alocação de Frota de uma Empresa Aérea Brasileira. *Anais do XXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, ANPET, Fortaleza, v. 1, p. 2173-2176.
- CGNA. (2009) *Capacidades dos Aeroportos*. Disponível em: <http://www.cgna.gov.br/aeroportos/aeroportos.htm>. Consultado em 10/07/2009 Centro de Gerenciamento de Navegação Aérea, Brasília, DF.
- Dantzig, G. B. (1974) *Linear programming and extensions*. New Jersey: Princeton University Press.
- Dantzig, G.B e D.R. Fulkerson (1954) Minimizing the number of carriers to meet a fixed schedule, *Naval Res. Log.* Vol 1.
- Gomes, W. P. e N. D. F. Gualda. (2008). Otimização da Formação de Viagens no Processo de Alocação de Tripulantes e Aeronaves (*Crew Pairing Problem*). *Anais do XXII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, ANPET, Fortaleza, v. 1, p. 1010-1020.
- Hane, C.; C. Barnhart; E. Johnson; R. Marsten; G. Nemhauser e G. Sigismondi. (1994) A fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program, *Technical report, Georgia Institute of Technology*, School of Industrial and System Engineering. Report Series 92-04.
- Klabjan, D. (2004) Large-scale models in the airline industry, in G. Desaulniers, J. Desrosiers, M. M. Solomon, editors, *Column Generation*, *Kluwer Academic Publishers*.
- MD (2008) *Congonhas voltará a ter escalas e conexões*. Disponível em: http://www.defesa.gov.br/mostra_materia.php?ID_MATERIA=31859. Consultado em 10/07/2009. Ministério da Defesa, Brasília, DF.
- Oliveira, A. (2009) *Transporte Aéreo – Economia e Políticas Públicas*. Pezco Editora. São Paulo.
- Rabetanety, A.; J. Calmet e C. Schoen. (2006) Airline Schedule Planning Integrated Flight Schedule Design and Product Line Design. *Tese. Universität Karlsruhe. Karlsruhe*.
- Sherali, H.D; E. K. Bish; X. Zhu. (2006) Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms, *European Journal of Operational Research*, n.172, p.1-30.
- Swan, W.M. (2002) Airline route developments: a review of history. *Journal of Air Transport Management*. n.8. p.349-353.

Endereços dos autores:

Daniel Jorge Caetano
E-mail: daniel@caetano.eng.br

Nicolau Dionísio Fares Gualda
E-mail: ngualda@usp.br